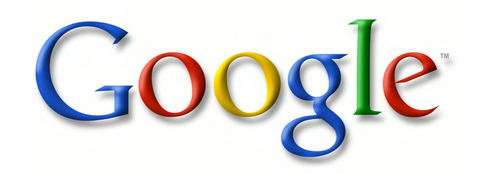
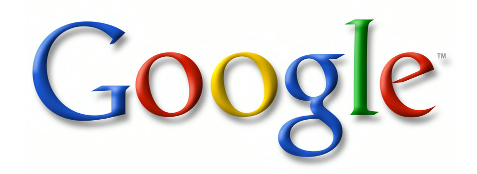
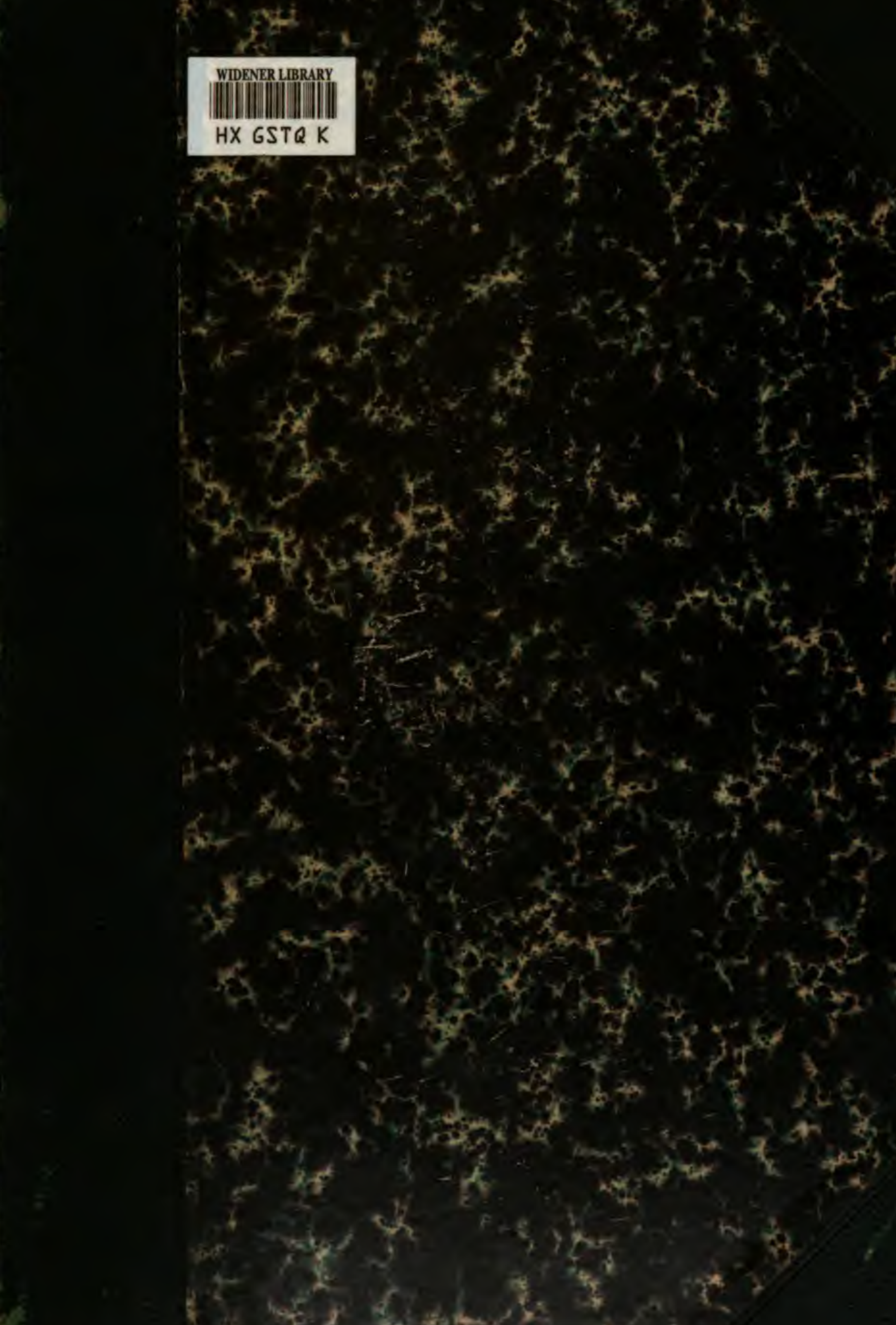


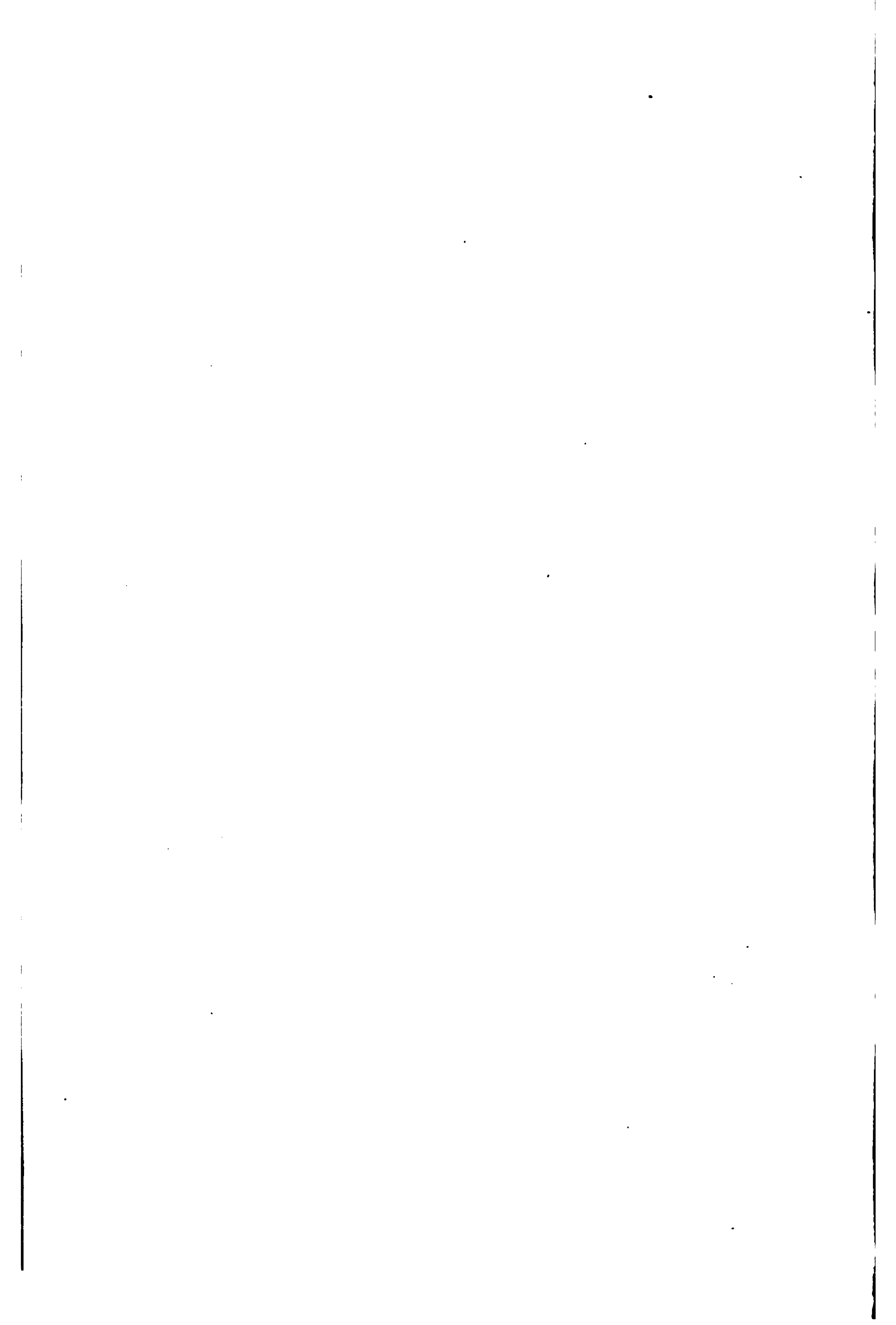


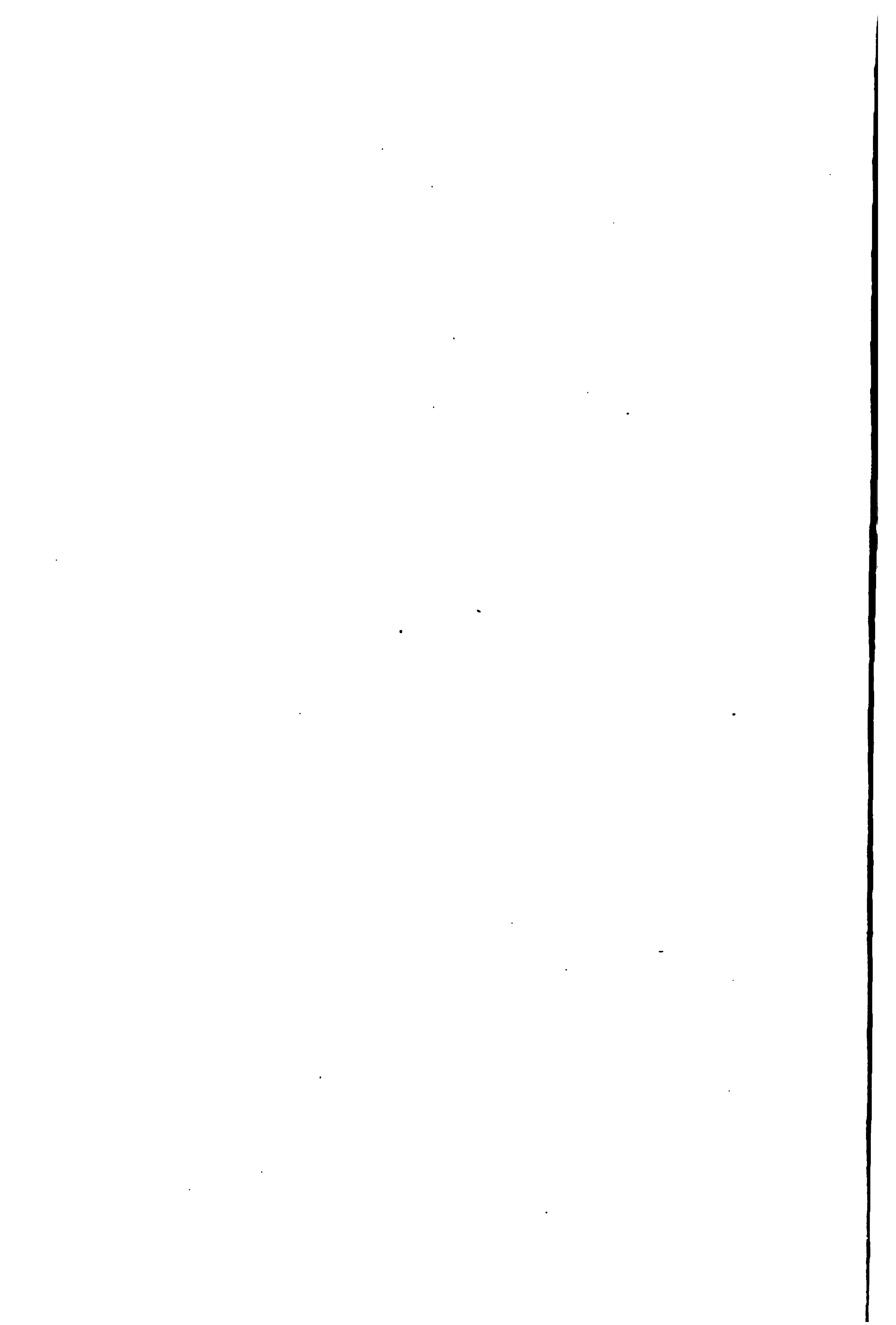




SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650
CHRISTO ET ECCLESIAE







REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

1885, ... 86, . . .
Farra . . .

Inhalt.

Seite

Ueber die Möglichkeit der Begründung einer kinetischen Gastheorie auf anziehende Kräfte allein. Von L. Boltzmann 1

Methode zur Bestimmung der Capacität eines Condensators in absolutem Maasse. Von Prof. A. Roiti 8

Die doppelte Brechung des Lichtes in Flüssigkeiten. Von E. v. Fleischl . 13

Die elektrische Leitungsfähigkeit des im Vacuum destillirten Wassers. Von F. Kohlrausch 27

Ueber eine neue Fallmaschine. Von Dr. Paul Mönnich 31

Ueber den Betrag der atmosphärischen Absorption. Von S. P. Langley 39

Allgemeine Theorie centrirter dioptrischer Systeme. Von M. F. Monoyer 58

Protokoll der Generalversammlung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 4. November 1884 84

Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 18. November 1884 85

Eingesendete Bücher 86

Galvanischer Widerstand von Drähten bei verschiedener Anspannung. Zweite Mittheilung. Von H. Götz und A. Kurz 87

Zusammenstellung von Verwandtschaftstafeln, die aus den Dichtigkeitsverhältnissen der chemisch wirksamen Stoffe abgeleitet sind. Von W. Müller-Erzbach 115

Emissionsspectra von Metalldämpfen im Ultraroth. Von H. Becquerel . . 122

Bestimmung der Wellenlänge der hauptsächlichsten Linien und Banden im ultrarothen Theil des Sonnenspectrums. Von H. Becquerel 125

Ueber die centrirten katoptrischen Systeme. Von Angelo Batelli 128

Ueber ein neues Polarisationsprisma. Von H. Bertrand 149

Ueber ein Amperometer, das auf dem Peltier'schen Effect beruht. Von H. Hesehus . . . . , ... 151

Protokoll der Wochenversammlung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 2. December 1884 154

Protokoll der Wochenversammlung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 16. December 1884 154

Ueber die Wahrnehmung der Geräusche. Von Ernst Brücke 155

Die Grösse der Atome. Von Sir William Thomson 182

Beobachtungen über den gegenwärtig sichtbaren Sonnenring. Von A. Cornu 192

Die strahlende Wärme und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Von Adolph Bartoli 198

Seite

Eine neue Methode zur Bestimmung der Gravitationsconstante. Von Arthur König und Franz Richarz 208
Elektrische Lampen für Demonstrations- und Projectionszwecke. Von W. E. Fein 211
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 13. Januar 1885 214
Eingesendete Bücher 215
Die Grösse der Atome. Von Sir William Thomson. (Fortsetzung und Schluss) 217
Elektrische Theorie und Messungen in der Schule. Von Dr. A. Kurz . . 241
Die Deformation der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde. Von Prof. E. v. Fleischl 252
Ueber die Fortpflanzung des Lichtes in einem katadioptrischen Systeme. Von Angelo Battelli 267
Ein Universal-Pachytrop. Von Franz Daurer 281
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 27. Januar 1885 290
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 10. Februar 1885 290
Ein Fortschritt in Bezug auf eine kinetische Theorie der Materie. Von Sir William Thomson 291
Die elektrische Leitungsfähigkeit wässriger Lösungen im Zustande äusserster Verdünnung. Von Friedrich Kohlrausch 308
Das Spectro-Polarimeter. Von Prof. Ernst von Fleischl 323
Bemerkung über die Lichtgeschwindigkeit im Quarze. Von K. Exner . . 332
Ueber die Polarisation oxydirbarer Metalle und über die elektrische Energie, die diese in den Elementen liefern. Von M. Chaperon 337
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 24. Februar 1885 348
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 10. März 1885 349
Ueber die durch zahlreiche, unregelmässig vertheilte Körperchen hervorgebrachten Beugungserscheinungen Von Dr. Karl Exner 357
Ueber die Form der Wellenfläche des Lichtes in einem isotropen Medium unter dem Einflusse eines homogenen magnetischen Feldes; vermuthliche Existenz einer eigenthümlichen Doppelbrechung senkrecht zu den Kraftlinien. Von A. Cornu 401
Die Wirkungsweite von der Molecularkraft der Adhäsion. Von W. Müller-Frzbach 407
Folgerungen aus einer neuen Hypothese von Kohlrauch über die thermoelektrischen Erscheinungen. Von Angelo Battelli 415
Ueber eine Methode, die Bildung von Diffractionsstreifen zu erklären. Von S. T. Moreland 420
Ueber Prof. Edlund's Theorie, dass das Vacuum ein Leiter der Elektricität sei. Von A. M. Worthington 422
Ueber eine Abänderung an den Spiegelgalvanometern für absolute Messungen. Von A. v. Obermayer 425
Ueber die Thermoelektriciät geschmolzener Metalle. Von F. Braun . . . 427
Die Dissociation wasserhaltiger Salze und daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitution der Salzbestandtheile. Von W. Müller-Erzbach . 438

Seite

Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der Grösse der Moleküle. Von Prof. Franz Exner 464
Ueber die Geschwindigkeit der circularpolarisirten Strahlen im Innern eines mit Drehungsvermögen begabten Körpers. Von Prof. August Righi . . 471
Ueber die Drehung der Aequipotentiallinien eines elektrischen Stromes durch magnetische Wirkung. Von E. H. Hall 477
Ueber die Phänomene, welche permanente Gase bei ihrer Verdampfung im Vacuum zeigen; über die Grenze des Gebrauchs von Wasserstoffthermometern und über die Temperatur, die man durch verdampfenden Wasserstoff erhält. Von S. Wroblewski 497
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 21. April 1885 500
Reflexion des Schalles an ebenen Flächen. Von Dr. Anton Abt 503
Ueber den mathematischen Ausdruck der Ablenkungskraft, welche durch die Umdrehung der Erde um ihre Axe hervorgebracht wird. Von Friedr. Roth 506
Eine Formel für die Ausdehnung des Wassers. Von Dr. A. Kurz 515
Anziehung und Abstossung durch Capillarität. Von Dr. A. Kurz 518
Versuche über die elektromagnetische Wirkung der dielektrischen Polarisation. Von W. C. Röntgen 521
Die sphärische Aberration in den Spiegelteleskopen von Gregori und Cassegrain. Von Angelo Battelli 524
Notiz über die Grösse der Maxwell'schen Molecularwirbel und über die Dichtigkeit des Lichtäthers. Von L. Graetz 530
Messung der elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens. Von Victor v. Lang 537
Die Wirkungsweite von der Molecularkraft der Adhäsion und die Abnahme derselben bei zunehmender Entfernung. Von W. Müller-Erzbach . 542
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 5. Mai 1885 554
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 2. Juni 1885 555
Eingesendete Bücher 565
Notiz über den Winkelspiegel. Von K. Mack 567
Experimentaluntersuchung über die Dielektricitätsconstante einiger Gase und Dämpfe. Von Dr. Ignaz Klemenčič 572
Ueber galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu elektrometrischen und galvanometrischen Messungen. Von W. v. Beetz 612
Der Fundamentalversuch mit dem Bunsen'schen Photometer. Von Dr. A. Kurz 624
Ueber spontan umkehrbare Spectrallinien und über die Analogie derselben in Bezug auf Vertheilung und Intensität mit den Wasserstofflinien. Von A. Cornu 626
Ueber die Strahlung der glühenden Kohle. Von F. Lucas 633
Zur Theorie der Brückenwaagen. Von Johann Endlweber 637
Ueber die in einer Plücker'schen Wasserstoffröhre freiwerdende Energie und deren Einfluss auf die Intensität des Lichtes. Von B. Nebel 671
Galvanischer Widerstand von Drähten bei verschiedener Anspannung. Von H. Götz und A. Kurz 683
Ueber das Gesetz der Quellung von Leimcylindern. Von A. Schwarz . . 702

Seite

Ueber das Peltier'sche Phänomen in Flüssigkeiten. Von A. Naccari und A. Batelli . . . 711
Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten. Von L. Graetz . . 733
Ueber das elektrische Leitungsvermögen des festen Quecksilbers und reiner Metalle bei tiefen Temperaturen. Von Cailletet und Bouty . . . 758
Ueber den elektrischen Widerstand des Kupfers bei den niedrigsten Kältegraden. Von Sigmund von Wroblewski . . . 761
Ueber den Einfluss des Magnetismus auf den Charakter der Spectrallinien. Von Ch. Fievez . . . 766
Ueber die Contact-Theorie. Von A. Potier . . . 770
Eingesendete Bücher . . . 772
Ueber die Dimensionen der abgeleiteten Grössen absoluter Maasssysteme. Von W. Winter . . . 775
In welchem Abhängigkeitsverhältnis steht die zeitliche Abnahme der galvanischen Polarisation zur Natur der Elektrolyten und Elektroden. Von Dr. M. Krieg . . . 805
Zur Theorie der rotirenden Spiegel. Von Gouy . . . 816
Messung des magnetischen Drehungsvermögens der Körper in absolutem Maass. Von H. Becquerel . . . 820
Ueber ein Normal-Volt. Von A. Gaiffe . . . 824
Eingesendete Bücher . . . 825
Register . . . 826

XXI. Band. 1. Heft.

REPERTORIUM

DER

P H Y S I K.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 1. Heftes.

Ueber die Möglichkeit der Begründung einer kinetischen Gastheorie auf anziehende Kräfte allein. Von L. Boltzmann. S. 1.
Methode zur Bestimmung der Capacität eines Condensators in absolutem Maasse. Von Prof. A. Roiti. S. 8.
Die doppelte Brechung des Lichtes in Flüssigkeiten. Von E. v. Fleischl. S. 13.
Die elektrische Leitungsfähigkeit des im Vacuum destillirten Wassers. Von F. Kohlrausch. S. 27.
Ueber eine neue Fallmaschine. Von Dr. Paul Mönnich. S. 31.
Ueber den Betrag der atmosphärischen Absorption. Von S. P. Langley. S. 39.
Allgemeine Theorie centrirter dioptrischer Systeme. Von M. F. Monoyer. S. 58.
Protokoll der Generalversammlung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 4. November 1884. S. 84.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 18. November 1884. S. 85.
Eingesendete Bücher. S. 86.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Ueber die Möglichkeit der Begründung einer kinetischen Gastheorie auf anziehende Kräfte allein[1]).

Von

L. Boltzmann.

Die Begründer der kinetischen Theorie der Gase fassten die Gasmoleküle als feste unendlich wenig deformirbare elastische Kugeln auf und obwohl kaum irgend jemand der Ansicht sein dürfte, dass das Verhalten der Gasmoleküle mit dem derartiger Kugeln in Wirklichkeit genau übereinstimmt, so ist diese Auffassung doch noch heute die weitaus verbreitetste. Nur Maxwell behandelte auch den Fall, dass sich die Gasmoleküle wie Kraftcentra verhalten, welche sich mit einer der fünften Potenz ihrer Entfernung verkehrt proportionalen Kraft abstossen[2]). Ebensowenig als das der elastischen Kugeln dürfte dieses Wirkungsgesetz gerade das der Natur entsprechende sein; solange sich jedoch nicht entscheiden lässt, ob das eine oder das andere ein der Wirklichkeit näher kommendes Bild der Molecularbewegung in Gasen liefert, dürfte es am besten sein, beide Hypothesen möglichst vollkommen in sich auszuarbeiten. Ja, es schiene mir sogar nicht unnütz, die Gastheorie auch unter Zugrundelegung noch anderer und möglichst mannigfaltiger Vorstellungen über das Verhalten der Gasmoleküle durchzubilden, um dann entscheiden zu können, welches Verhalten demjenigen der Moleküle in der Natur, die jedenfalls sehr complicirte Individuen sind, am nächsten kommt.

Von diesem Standpunkte allein sind die nachfolgenden Betrachtungen aufzufassen. Nicht etwa als ob ich die Ansicht hätte, dass irgend eines der dort zur Sprache kommenden Wirkungsgesetze der Moleküle gerade das der Natur entsprechende sei.

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 89 S. 714 (1884).

2) Philosophical Magazin 4 Serie vol. 35 p. 129 et 185 (1868).

Man hat bisher immer abstossende Kräfte zwischen den Gasmolekülen angenommen (denn auch die Hypothese elastischer Kugeln ist mechanisch äquivalent einer Abstossung, welche für Distanzen, die grösser sind als die Summe der Radien der Moleküle, gleich Null ist, für kleinere Distanzen aber plötzlich sehr gross wird). Ja, es scheint vielfach die Ansicht herrschend zu sein, dass eine Gastheorie ohne abstossende Kräfte gar nicht denkbar sei. Nun hat schon der bekannte Joule'sche Versuch über die Ausströmung von Gasen ohne Arbeitsleistung gezeigt, dass zwischen den Gasmolekülen jedenfalls auch anziehende Kräfte thätig sein müssen.

Van der Waals hat seine Theorie der tropfbaren Flüssigkeiten wesentlich nur auf anziehende Kräfte basirt. Freilich nahm er auch einen festen elastischen Molekülkern an, welcher nur von einer anziehenden Hülle umgeben ist, allein man sieht leicht, dass dieser Molekülkern in seiner Theorie eine minder wesentliche Rolle spielt. Ja, theilweise fand er sogar die Distanz, in welcher die Anziehung am grössten ist, kleiner als den Durchmesser des Molekülkernes. Wie dem auch immer sei, so schien es mir jedenfalls nicht ohne Interesse zu sein zu untersuchen, ob nicht auch eine Gastheorie möglich sei, welche ganz ohne abstossende Kräfte bloss mit anziehenden auskommt. Das heisst, ich fingire einen Complex sehr vieler in einem von festen Wänden umschlossenen Gefässe enthaltener Moleküle. Dieselben sollen sich insoferne ganz wie die üblichen Gasmoleküle verhalten, dass sich jedes derselben während des grössten Theiles seiner Bahn geradlinig und gleichförmig bewegt. Die Kräfte, welche zwischen je zwei Molekülen thätig sind, sollen so beschaffen sein, dass sie eine erhebliche Wirkung nur dann ausüben, wenn sich je zwei Moleküle ganz ungewöhnlich nahe kommen; dann aber soll die Wirkung dieser Kräfte auch enorm gross sein. Der Unterschied von der bisher üblichen Gastheorie soll lediglich darin bestehen, dass diese Kräfte keine abstossenden, sondern bloss anziehende sind.

Ich frage mich, ob ein derartiger Complex von Molekülen Eigenschaften besitzen wird, welche mit denen der in der Natur vorkommenden Gase ebenso gut übereinstimmen, wie dies unter der Annahme abstossender Kräfte der Fall ist. Um jedem Missverständnisse vorzubeugen, bemerke ich nochmals, dass ich hiermit nicht etwa entscheiden will, ob man auch in allen anderen Fällen, so z. B. in der Theorie der festen Körper mit bloss anziehenden Kräften auskommen kann, dass ich vielmehr lediglich die Ausarbeitung der Gastheorie unter einigen neuen Annahmen über das Verhalten der Moleküle anregen will.

Nehmen wir bloss anziehende Kräfte zwischen den Gasmolekülen an, so gibt es wieder zwei Fälle, in denen sich die Rechnung am leichtesten durchführen lässt; davon entspricht der erste genau dem

Gesetze der elastischen Kugeln, der zweite dem Maxwell'schen Wirkungsgesetze. Ich denke mir hierbei die Moleküle immer als unausgedehnte materielle Punkte. Der erste Fall besteht nun darin, dass je zwei Moleküle keine Kraft auf einander ausüben sollen, sobald ihre Distanz grösser als eine bestimmte Grösse δ ist, sobald sie aber im mindesten kleiner als δ wird, soll plötzlich eine sehr grosse (unendliche) Anziehungskraft in der Richtung der Verbindungslinie zwischen den Molekülen thätig werden. Welches Gesetz dieselbe bei weiterer Annäherung der Moleküle befolgt, ist zwar vollkommen gleichgültig, sobald ihre Intensität schon im ersten Momente als unendlich gross vorausgesetzt wird, es ist aber am anschaulichsten anzunehmen, dass die Anziehungskraft wieder verschwindet, sobald die Distanz der Moleküle kleiner als eine gewisse Grösse ε geworden ist, wobei wir voraussetzen, dass das Verhältnis $\frac{\delta-\varepsilon}{\delta}$ unendlich klein, die Arbeit der Anziehungskraft auf der Strecke $\delta-\varepsilon$ aber unendlich gross ist.

Betrachten wir zunächst die relative Bewegung zweier Moleküle von gleicher Masse nach diesem Wirkungsgesetze, indem wir jedem Moleküle neben seiner wirklichen Geschwindigkeit noch eine Geschwindigkeit ertheilen, welche gleich, aber entgegengesetzt, gerichtet der des gemeinsamen Schwerpunktes ist. Dadurch wird der gemeinsame Schwerpunkt S (Fig. 1) zur Ruhe gebracht. Die Richtung, welche die Verbindungslinie der Moleküle hat, wo selbe in die Distanz δ kommen, wollen wir als die Centrilinie CD bezeichnen. Bis zu dem Momente, wo die Moleküle die Punkte C und D erreichen, sind ihre Bahnen gerade Linien AC und BD; im Momente, wo die Punkte C und D erreicht sind, krümmen sich die Bahnen sehr stark und werden nahezu parallel mit CD; wenn die Entfernung $\varepsilon = EF$ erreicht ist, werden die Bahnen wieder geradlinig und sie müssen, da der gemeinsame Schwerpunkt S in Ruhe ist, auch parallel werden. Diese Bahnstücke sind in der Figur mit EG und FH bezeichnet.

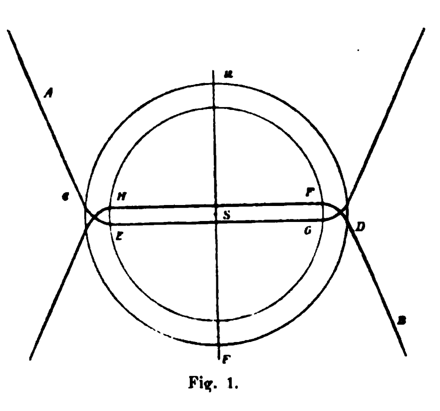


Fig. 1.

Zieht man durch S eine Senkrechte auf EG und FH, so müssen die Bahnen der Moleküle jedenfalls symmetrisch zu beiden Seiten dieser Senkrechten UF verlaufen, wie sie auch in der Figur gezeichnet sind. Dabei ist noch zu bemerken, dass der genannte Theil der Bahnen,

welcher innerhalb des Kreises vom Radius $\frac{\varepsilon}{2}$ liegt, mit unendlich grosser Geschwindigkeit, also in unendlich kurzer Zeit durchlaufen wird. Lassen wir nun die Grössen, welche in Fig. 1 vorläufig nur als ziemlich klein vorausgesetzt wurden, unendlich klein werden, so wird der Grenzzustand der folgende sein. Die Geschwindigkeitscomponenten jedes Moleküls, welche in die Richtung der Centrallinie CD fallen, bleiben unverändert, diejenigen senkrecht darauf dagegen kehren bei gleichbleibender Grösse ihre Richtung um. In Fig. 2 stellt CD wieder die Lage der Centrallinie im Momente des Zusammenstosses dar. Die Pfeile m_v und M_v stellen die Geschwindigkeit beider Moleküle vor dem Zusammenstosse dar (alle Geschwindigkeiten natürlich bloss relativ gegen den Schwerpunkt verstanden). Die beiden Pfeile m_{na} und M_{na} stellen dieselben Geschwindigkeiten unter der Voraussetzung unseres Wirkungsgesetzes nach dem Stosse dar.

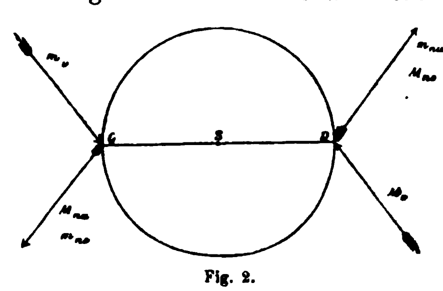


Fig. 2.

Während nach dem Gesetze der elastischen Kugeln der Pfeil m_{na} die Geschwindigkeit des Moleküls M nach dem Stosse darstellen würde, weshalb er in der Figur auch mit M_{ne} bezeichnet wird; ebenso ist der Pfeil M_{na} auch mit m_{ne} bezeichnet, weil er nach dem Gesetze der elastischen Kugeln die Geschwindigkeit des Moleküls m nach dem Stosse angibt. Man sieht, dass unser Anziehungsgesetz sich von dem der elastischen Kugeln bloss dadurch unterscheidet, dass die Geschwindigkeiten der beiden Moleküle vertauscht erscheinen, woran natürlich die schliessliche Hinzufügung der Schwerpunktsgeschwindigkeit nichts verändert. Da wir alle Moleküle als unter einander gleich vorausgesetzt haben, und da auch jetzt die Dauer eines Zusammenstosses unendlich klein ist, so folgt, dass das Verhalten der gesammten Gasmasse unter der Annahme des neuen Anziehungsgesetzes genau dasselbe sein muss, wie unter der Hypothese der elastischen Kugeln, so dass, sobald die Kraft wirklich in einer unendlich kurzen Strecke unendlich gross würde, eine experimentelle Entscheidung für das eine oder andere Gesetz gar nicht möglich wäre, was wohl am besten die Möglichkeit einer Gastheorie ohne abstossende Kräfte beweist.

Dieses Resultat gilt übrigens auch unverändert für verschiedenartige Moleküle. Man sieht da leicht, dass man dann an Stelle des Diagrammes der Figur 2 die Figur 3 bekommt, wenn M das Molekül mit der grösseren Masse vorstellt. Es würden dieselben Geschwindigkeiten, welche unser Anziehungsgesetz ergibt, nach dem Gesetze der

elastischen Kugeln herauskommen, wenn die Centrallinie die Richtung UF anstatt CD hätte, also um 90^0 in der Ebene der relativen Geschwindigkeiten (Bahnebene) gedreht würde. Dadurch aber wird der Effect für die Gastheorie nicht verändert. Dieselbe Rolle, welche nach der Hypothese der elastischen Kugeln der Zusammenstoss mit der Centrallinie UF spielt, spielt jetzt der mit der Centrallinie CD, und es lässt sich leicht zeigen, dass beide gleich wahrscheinlich sind.

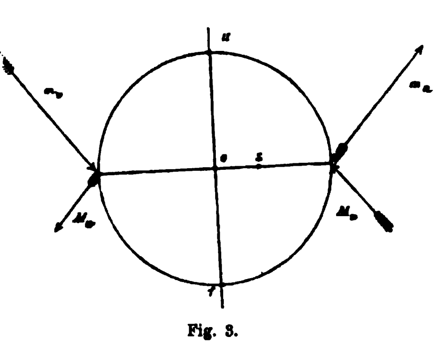


Fig. 3.

Nach meiner Theorie der Gasreibung[1]) ist die Wahrscheinlichlichkeit eines Zusammenstosses, bei welchem die dort mit $\xi\eta\zeta$, $\xi_1\eta_1\zeta_1$ p und φ bezeichneten Variabeln zwischen den Grenzen ξ und $\xi + d\xi$, η und $\eta + d\eta$ etc. bis φ und $\varphi + d\varphi$ liegen, gleich:

$$ff_1\, rp\; d\xi\; d\eta\; d\zeta\; d\xi_1\; d\eta_1\; d\zeta_1\; dp\; d\varphi.$$

Führt man hier die Variabeln S und O ein, so wird diese Wahrscheinlichkeit gleich: $ff_1\, r\delta^2 \cos S \sin S\, d\xi\, d\eta\, d\zeta\, d\xi_1\, d\eta_1\, d\zeta_1\, dO\, dS$ und aus dieser Formel ist sofort zu ersehen, dass sich die Wahrscheinlichkeit nicht verändert, wenn $90^0 - S$ für S gesetzt wird. Da hierbei auch die Grenzen für S dieselben bleiben, und da wir die Dauer eines Zusammenstosses gegen die Zeit, welche im Mittel zwischen dem Zusammenstosse zweier Moleküle verfliesst, vernachlässigen, so bleiben alle durch die mittlere Wirkung aller Moleküle bedingten Grössen unverändert.

Ein zweites Wirkungsgesetz, für welches die Rechnung ebenfalls leicht durchgeführt werden kann, ist das einer der fünften Potenz der Entfernung verkehrt proportionalen Anziehung. Man sieht, dass sich dann alle Rechnungen genau wie bei Maxwell's Hypothese durchführen lassen, nur dass die von Maxwell mit K bezeichnete Grösse das entgegengesetzte Vorzeichen erhält. Die relative Geschwindigkeit V fällt dann ebenfalls aus den Formeln heraus und die Integrationen lassen sich sämmtlich ausführen. Es tritt hier nur eine Schwierigkeit auf. Die Bahnen der Moleküle sind nämlich theilweise so beschaffen, dass die Entfernung zweier Moleküle gleich Null wird, da aber alsdann die Kraft unendlich gross würde, so stösst man auf mathematisch unbestimmte Ausdrücke. Um diese Schwierigkeit zu vermeiden, ist es am

1) Wiener Sitzungsber. Bd. 81 S. 186 (Januar 1880).

besten anzunehmen, dass das Wirkungsgesetz für alle Entfernungen, welcher kleiner als eine sehr kleine Grösse ϱ sind, nicht mehr gilt, sondern dass für diese Entfernungen gar keine Wirkung stattfindet, was wir die Voraussetzung *a* nennen wollen. Man könnte auch annehmen, dass die Moleküle vollkommen elastische Kugeln vom Radius ϱ sind (Voraussetzung *b*), dann hätte man freilich wieder abstossende Kräfte, welche aber nur in Entfernungen wirksam sind, die ohne Veränderung des Resultates beliebig verkleinert werden können. Aus dem Gesagten erhellt, dass es auch für die neuere Maxwell'sche Theorie durchaus unwesentlich ist, dass die Kräfte gerade abstossende sind, auch hier bleiben alle Rechnungen Maxwell's für bloss anziehende Kräfte unverändert gültig, und alle in der Gastheorie vorkommenden Grössen können ebenso, wie es Maxwell macht, durch die beiden von ihm mit A_1 und A_2 bezeichneten Integrale ausgedrückt werden, nur dass jetzt diese Integrale andere Werthe haben. Es hat Herr Czermak die Centralbewegung für diesen Fall einer ausführlichen Untersuchung unterworfen und dabei den Nachweis geliefert, dass die beiden Integrale auch für anziehende Kräfte einen endlichen und eindeutig bestimmten Werth annehmen, und zwar ergibt sich unter der Hypothese $a: A_1 = 5{,}8206897\ldots$ und $A_2 = 1{,}7102717\ldots$ und unter der Hypothese $b: A_1 = 4{,}909082\ldots$ und $A_2 = 1{,}7102717\ldots$ während Maxwell findet $A_1 = 2{,}6595$ und $A_2 = 1{,}3682$. Abgesehen von dieser Veränderung der Zahlenwerthe bleiben alle Formeln der Maxwell'schen Gastheorie unverändert richtig. Auf eine wesentliche Eigenthümlichkeit der anziehenden Kräfte will ich aber hier noch aufmerksam machen.

So lange Zusammenstösse zwischen mehr als zwei Molekülen absolut ausgeschlossen sind, wird es niemals möglich sein, dass zwei Moleküle dauernd beisammen bleiben. Durch Intervention eines dritten Moleküls beim Zusammenstosse zweier Moleküle kann es aber für den Fall anziehender Kräfte geschehen, dass deren lebendige Kraft so vermindert wird, dass sie in dauernder Verbindung bleiben. Bei hoher Temperatur und bedeutender Verdünnung wird dies nur äussert selten vorkommen und keine wesentliche Rolle spielen. Durch Temperaturerniedrigung aber kann diese Verdichtung der Moleküle so häufig gemacht werden, dass die Doppelmoleküle schliesslich vorherrschen werden. Wie viele Doppelmoleküle und einfache bei einer bestimmten Temperatur und Dichte durchschnittlich in der Volumseinheit vorhanden sind, kann nur nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung bestimmt werden, und ich habe bereits in meiner Abhandlung „Ueber die Arbeit, welche bei chemischen Verbindungen gewonnen werden kann"[1]), ge-

1) Wiener Sitzungsber. Bd. 88 S. 861 (1883).

zeigt, dass die Wahrscheinlichkeitsrechnung ein Resultat gibt, welches nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ vollkommen mit den Gesetzen der unter dem Namen Dissociation bekannten Erscheinung übereinstimmt. Vom Uebergange aus dem dissociirten in den undissociirten Zustand unterscheidet sich die Verflüssigung bloss darin, dass bei der letzteren sich Aggregate von sehr vielen Molekülen bilden, welche dann theilweise als Dampfbläschen schwebend bleiben, theilweise an der Wand adhäriren oder durch ihr Gewicht zu Boden sinken. Auch die Möglichkeit der Bildung solcher grösserer Aggregate bei genügender Abkühlung folgt der Wahrscheinlichkeitsrechnung gemäss, aus der Annahme anziehender Molekularkräfte mit Nothwendigkeit. Es bietet also diese letztere den Vorzug, dass dieselben Kräfte, welche beim Zusammenstosse der Moleküle thätig sind, auch zur Erklärung der Dissociation und Verflüssigung ausreichen, wogegen man bei der Annahme abstossender Kräfte während des Zusammenstosses zweier Gasmoleküle für die letzteren Erscheinungen wieder ganz neue Kräfte in Anspruch nehmen muss. Eingehender Untersuchung bedürfte hierbei noch die Modification, welche die Anziehung zweier Atome durch die Gegenwart eines dritten erfährt, und welche offenbar die 2- oder 3-Atomigkeit der Moleküle, die Valenz der Atome etc. bedingt.

Methode zur Bestimmung der Capacität eines Condensators in absolutem Maasse[1]).

Von

Prof. **A. Roiti.**

§ 1. Die absolute Bestimmung einer elektrischen Capacität lässt sich, wenn der Inductionscoefficient zweier Spulen aufeinander bekannt ist, nach folgender Methode auf die blosse Messung zweier Widerstände zurückführen.

Ein Condensator von der Capacität C wird solange geladen, bis zwischen seinen beiden Belegen eine Potentialdifferenz Δ besteht, und wird alsdann durch ein Galvanometer entladen; wiederholt man dieses Verfahren n mal in der Secunde, so wird die Wirkung dieselbe sein, wie wenn durch das Galvanometer ein Strom ginge von der Intensität

$$J = nC\Delta.$$

Um den Condensator zu laden, nimmt man eine Säule von der elektromotorischen Kraft e, die einen Theil eines geschlossenen Kreises, dessen Totalwiderstand r sei, bildet; verbindet man die zwei Belege des Condensators mit zwei Punkten dieses Kreises, zwischen welchen man einen nach Belieben veränderlichen Widerstand R lässt, so wird sein:

$$\Delta = \frac{R}{r} e;$$

und wenn i die Intensität des Stroms im geschlossenen Kreise ist, so wird auch sein:

$$\Delta = Ri$$

und folglich

$$J = nCRi. \quad (1$$

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Atti del R. Istituto veneto (6) vol. II (1884).

Nehmen wir nun an, dass zu dem Kreise vom Widerstande r ausser der Säule und dem Rheostaten R auch eine inducirende Spule gehöre, und nehmen wir ferner an, dass vor dieser sich eine inducirte Spule befinde, welche mit demselben Galvanometer zu einem Kreis geschaltet ist, das vorhin benutzt wurde. Ist nun M der Coefficient der gegenseitigen Induction der beiden Spulen, G der Gesammtwiderstand des inducirten Kreises, und lassen wir in jeder Secunde durch das Galvanometer m Ströme — wir wollen Schliessungsströme annehmen — gehen, die von dem inducirenden Strome von der Intensität i hervorgerufen werden, so wird die mittlere Intensität des Stromes im Galvanometer sein:

$$I = mM\frac{i}{G}\,. \tag{2}$$

Regeln wir die Umstände so, dass die Ablenkung des Galvanometers in beiden Fällen die gleiche, d. h. $J = I$, so wird folglich sein

$$C = \frac{n}{m}\,\frac{M}{GR}.$$

Verfügt man in geeigneter Weise über R, so wird man dieser Gleichung auch durch $m = n$ genügen können, und alsdann wird sie sich einfach auf die Form reduciren lassen:

$$C = \frac{M}{GR}. \tag{3}$$

Man kann die Bestimmung noch geschwinder und bequemer vornehmen, wenn man mittels eines und desselben Interruptors ebensowohl die Entladungen des Condensators als die Inductionsströme in das Galvanometer treten lässt, aber in der Weise, dass die einen mit den anderen abwechseln und nach entgegengesetzter Richtung gehen. Verfährt man so, so genügt es, R solange abzuändern, bis das Galvanometer auf Null stehen bleibt, und man ist sicher, der Gleichung 3 Genüge gethan zu haben und sich ihrer zur Berechnung der Capacität C bedienen zu können.

§ 2. Wenn man von dem Coefficienten der gegenseitigen Induction keinen Gebrauch machen will, so kann man die Ablenkung, die durch eine Reihe von Entladungen des Condensators im Galvanometer bewirkt worden ist, mit derjenigen vergleichen, die man einer Abzweigung derselben Säule verdankt, welche für die Ladungen dient; und wenn man dafür Sorge trägt, dass die beiden Ablenkungen identisch werden, so beschränkt sich alsdann das Messen der Capacität, wie gewöhnlich, auf die Bestimmung einer Zeit und dreier Widerstände.

Sei x der Widerstand des Nebenzweiges, welcher das Galvanometer nicht umfasst, und G die Summe der Widerstände der beiden Zweige; ist nun i geradeso wie zuvor die Intensität des Hauptstroms, so wird die Intensität desjenigen Stroms, der das Galvanometer zur Ablenkung bringt, sein:

$$j = i\frac{x}{G}.$$

Setzt man diese Gleichung der ersten (1) gleich, so erhält man:

$$C = \frac{1}{n}\frac{x}{GR}. \tag{4}$$

§ 3. Führt man nun beide Experimente der zwei vorhergehenden Paragraphen aus, so ist die absolute Bestimmung der Capacität unabhängig gemacht von der Kenntnis der absoluten Widerstandseinheit und zurückgeführt auf die Messung einer Zeit, eines Coefficienten der gegenseitigen Induction, und zweier Widerstandsverhältnisse.

In der That, setzt man

$$R' = \frac{R}{x}, \quad G' = \frac{G}{x},$$

so wird aus Gl. 3:

$$C = \frac{M}{G'R'x^2},$$

und aus Gl. 4:

$$C = \frac{1}{n}\frac{1}{G'R'x};$$

eliminirt man x, so erhält man aus beiden Gleichungen:

$$C = \frac{1}{n^2 MG'R'}. \tag{5}$$

§ 4. Eliminirt man dagegen aus Gl. 3 und 4 C, so erhält man die Relation:

$$x = nM, \tag{6}$$

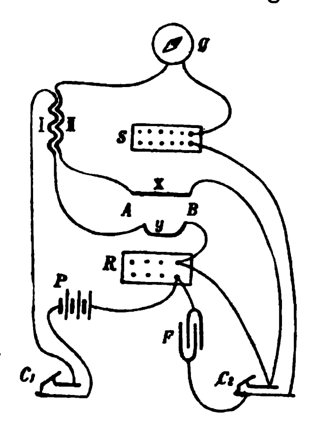
deren ich mich zur Bestimmung des Ohms bedient habe[1]).

Es ist klar, dass die Uebereinstimmung dieser verschiedenen Versuche ein gutes Mittel abgibt zu ihrer wechselseitigen Prüfung.

§ 5. Beispielshalber will ich kurz angeben, wie ich den Versuch des § 1 auszuführen und die absolute Capacität eines Mikrofarad der

1) Bestimmung des elektrischen Widerstandes eines Drahtes in absolutem Maasse. Atti della R. Accademia di Torino vol. XIX (1884). — Nuovo Cimento (3) vol. XV. — Auch dieses Rep. Bd. 20 S. 615.

British Association zu bestimmen gedenke, das von Gebrüder Elliot in London construirt ist. Es werden ganz unbedeutende Aenderungen an den Apparaten genügen, deren ich mich für das Ohm bedient habe, wie in der beigefügten Figur schematisch angedeutet ist.



Mit I ist die inducirende Spirale bezeichnet, die um einen Marmorcylinder gewunden ist; mit II die darauf gewickelte Inductionsspule. Der primäre Kreis umfasst, ausser der Spule I, die Säule P, den Rheostaten R und den Unterbrecher C_1; der secundäre Kreis besteht aus der Spule II, dem Galvanometer G, einem Widerstandskästchen S und dem Unterbrecher C_2. Die beiden Unterbrecher sind solidarisch, da sie von zwei Excentriks bewegt werden, die an einer einzigen Welle befestigt sind. Der Rheostat R bildet den Widerstand, der in den vorhergehenden Formeln mit eben diesem Buchstaben bezeichnet worden ist; an einem Ende steht er in Verbindung mit dem Hammer des Unterbrechers C_2 und am anderen Ende mit einer Belegung des Condensators F, während die zweite Belegung mit dem Ambos desselben Unterbrechers C_2 in Verbindung steht.

Die Sache wird nun folgenden Verlauf nehmen:

Interruptor		Condensator F	Strom	
C_1	C_2		der in das Galvanometer tritt	der davon abgeschlossen ist
geschlossen	geschlossen	geladen	—	—
geschlossen	öffnet sich	geladen	keiner	keiner
öffnet sich	offen	entladet sich	Entladungsstrom	Oeffnungsstrom
offen	schliesst sich	entladen	keiner	keiner
schliesst sich	geschlossen	ladet sich	Schliessungsstrom	Ladungsstrom
		Oder auch:		
geschlossen	geschlossen	geladen	—	—
öffnet sich	geschlossen	entladet sich	Oeffnungsstrom	Entladungsstrom
offen	öffnet sich	entladen	keiner	keiner
schliesst sich	offen	ladet sich	Ladungsstrom	Schliessungsstrom
geschlossen	schliesst sich	geladen	keiner	keiner

Um nun aber zu sehen, ob die Empfindlichkeit des Magnus-schen Galvanometers, dessen ich mich für das Ohm bedient habe, ausreichend sein wird, setze ich in der Formel 3:

$$C = 10^{-6},$$

weil es sich darum handeln wird, ein Mikrofarad zu prüfen,

$$M = 619666 \times 10^{-7},$$

welches der Coefficient der gegenseitigen Induction ist (in elektromagnetischen praktischen Einheiten) zwischen einer meiner Spulen und der inducirenden Spirale.

Und jene Formel wird geben:

$$GR = 61966{,}6.$$

Die Genauigkeit wird um so grösser sein, je mehr die beiden Widerstände G, R sich der Gleichheit nähern werden; ich setze sie also einander gleich; dann wird sein müssen:

$$R = G = 249\,\text{Ohm}.$$

Bedenkt man ferner, dass der Widerstand der Inductionsspule ungefähr 12 Ohm beträgt, der des Galvanometers 11 Ohm, und schätzt man den der Verbindungsdrähte auf 1 Ohm, so wird man, damit der secundäre Kreis im Ganzen 249 Ohm gebe, einen Widerstand beifügen müssen im Betrage von:

$$S = G - (12 + 11 + 1) = 225.$$

Mit diesen Wiederständen, mit dieser Spule und mit 15 inducirten Strömen per Secunde genügte ein einziges Daniell'sches Element, um am Galvanometer eine mehr als 1^{m} betragende Ablenkung hervorzubringen. Die Empfindlichkeit wird also mehr als genügend sein.

§ 6. Wendet man sodann eine Säule von einigen Daniells an, so würde die Empfindlichkeit genügend sein, um auch sogar ein Tausendstel Mikrofarad zu messen, und um so mehr die Capacität eines Luftcondensators, der aus zwei in einem Abstande von $0{,}1^{cm}$ befindlichen Kreisscheiben mit einem Radius von 20^{cm} gebildet ist; denn ein solcher Condensator hat eine Capacität von ca. 10^{3} elektrostatischen Einheiten CGS., während ein Mikrofarad nur $9 \times 10^{20-6-9} = 9 \times 10^{5}$ von dieser Einheit hat.

Wenn man über einen Luftcondensator von der Capacität C_1 in elektrostatischem Maasse zu verfügen hat, die in exacter Weise aus seinen Dimensionen abgeleitet ist, so wird man auch den Werth der Constanten bestimmen können:

$$v = \sqrt{\frac{C_1}{C}} = \sqrt{\frac{C_1 R G}{M}} = \sqrt{\frac{C_1 m R G}{x}} = \sqrt{C_1 M G' R'},$$

ein Werth, der, wie man weiss, annähernd gleich ist der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes.

Die doppelte Brechung des Lichtes in Flüssigkeiten[1]).

Von

Prof. **Ernst v. Fleischl.**

Den genialen Untersuchungen Fresnel's über die circumpolarisirenden Eigenschaften des Bergkrystalles verdankt die Wissenschaft ein erschöpfendes Verständniss der Vorgänge bei der Drehung der Schwingungsebene eines linear polarisirten Lichtstrahles, welcher durch eine Quarzplatte in der Richtung ihrer optischen Axe geht, und die Kenntniss einer besonderen Art der Doppelbrechung. Während bei einer Doppelbrechung, sensu communi, der einfache Strahl in zwei, linear und senkrecht auf einander polarisirte Strahlen, von ungleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit, zerfällt, wird ein Lichtstrahl, welcher auf eine normal zur Axe geschnittene Quarzplatte in der Richtung der Axe fällt, allerdings auch in zwei, mit verschiedener Geschwindigkeit in der Richtung der Axe sich fortpflanzende Strahlen zerlegt; doch sind die Bahnen, in denen die Aethermoleküle dieser beiden Strahlen schwingen, nicht linear, sondern circular — die Richtung, in der die Kreisbahnen durchschwungen werden, ist in dem einen Strahl entgegengesetzt der Richtung, in welcher die Aethermoleküle des anderen Strahles schwingen. Bei dem Austritte aus der Platte setzen sich die beiden Strahlen wieder zu einem zusammen, welcher linear polarisirt ist, wenn der eintretende Strahl es war. Da aber die Bewegung des Aethers in dem einen Strahle im Quarz mit einer anderen Geschwindigkeit vor sich ging, als die in dem anderen Strahle, so wird eine Phasendifferenz zwischen den beiden Strahlen eintreten, die um so grösser sein wird, je länger der im Quarz zurückgelegte Weg, also je dicker die Quarzplatte ist. Diese Phasendifferenz wird sich für den Fall, dass der eintretende Strahl

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus: Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 90, Abth. 2, S. 478 ff. (1884).

linear polarisirt war, in dem ausgetretenen Strahle als Drehung der Polarisationsebene ausdrücken. Durch seine bekannten, sinnreichen Methoden hat Fresnel experimentell nachgewiesen, dass der Quarz in der That auch in der Richtung seiner Axe doppelbrechend ist; und ferner, dass in diesem Falle die beiden Strahlen circular und entgegengesetzt polarisirt sind. Eine Recapitulation der, sich an Fresnel's Entdeckung anschliessenden, berühmten Arbeiten Airy's und vieler Anderer, die sich mit der Untersuchung der Strahlen beschäftigen, welche im Quarz kleine Winkel mit der Axe einschliessen — Arbeiten, die schliesslich zu einer sehr genauen Kenntniss der Gestalt der Lichtwellenoberfläche im Quarz geführt haben — wäre angesichts der hier vorliegenden Aufgabe überflüssig.

Da eine Einwirkung auf die Schwingungsrichtung des Lichtes nicht ausschliesslich an die Anordnung der Materie im Krystall gebunden ist, da vielmehr zahlreichen Lösungen, und zahlreichen, bei gewöhnlicher Temperatur an sich flüssigen Substanzen die Eigenschaft zukommt, die Polarisationsebene zu drehen, so liegt es nahe, sich zu fragen, ob die Aenderung der Schwingungsrichtung von Lichtstrahlen, welche „optisch active“ Flüssigkeiten durchsetzen, ebenfalls auf einer Phasendifferenz zwischen zwei circular polarisirten Strahlen beruhe, wie bei Krystallen; oder ob die circumpolarisirenden Eigenschaften von Flüssigkeiten auf ganz anderen Vorgängen beruhen — was ja immerhin denkbar wäre, und was solange nicht als ausgeschlossen betrachtet werden darf, als nicht eine zur Erklärung des Drehungsvermögens hinreichende Doppelbrechung an den optisch activen Flüssigkeiten nachgewiesen ist.

Doppelbrechung ist bis jetzt allerdings nur an Substanzen beobachtet, die in irgend einer Weise eine Axe, eine Orientirung im Raume darbieten, und steht immer zu dieser Orientirung in naher Beziehung; mag sie nun von der Anordnung der Materie in einem Krystall — einem in eminenter Weise im Raume orientirten Gebilde — oder von Compression oder Spannung der festen Materie in einer bestimmten Richtung, durch Druck, einseitige Abkühlung u. dgl. herrühren. Dem entsprechend finden wir auch die Gestalt der Lichtwellenoberfläche in doppelbrechenden Körpern immer an bestimmte Richtungen gebunden; doch kann diess keinen ernstlichen Einwand gegen die Annahme von doppelbrechenden Flüssigkeiten begründen. Denn erstens sehen wir die Eigenschaft der Drehung der Polarisationsebene selbst, in den Krystallen zwar an bestimmte Orientirungen gebunden, in den optisch activen Flüssigkeiten hingegen nach allen Richtungen des Raumes gleichmässig vorhanden; — und zweitens scheint mir Alles, was zum Verständnisse irgend einer Erscheinung der

Doppelbrechung erheischt wird, dargeboten, sobald die Gestalt der betreffenden Wellenoberfläche gegeben ist. Diese ist nun offenbar für unseren Fall einer von jeder Orientirung unabhängigen Doppelbrechung eindeutig gegeben durch die Doppelfläche, welche eine Kugelschale begrenzt, das heisst: durch zwei concentrische Kugeloberflächen.[1]) Natürlich hat man sich diese nicht zu denken, wie die Schallwellenoberflächen

1) Sowie diese Annahme erwiesen ist, das heisst: sobald gezeigt ist, dass die Drehung der Polarisationsebene in optisch activen Flüssigkeiten auf Doppelbrechung, auf einer (von ungleicher Geschwindigkeit zweier circular polarisirter Strahlen herrührenden) Phasendifferenz beruht, entfällt von selbst die Schwierigkeit, welche man bisher in der Erklärung des Umstandes gefunden hatte, dass das Drehungsvermögen der Flüssigkeiten von der Richtung, in welcher diese von den Lichtstrahlen durchsetzt werden, unabhängig, für alle Richtungen das gleiche ist; und die Annahmen, welche man zur Beseitigung dieser Schwierigkeit gemacht hatte — ich erwähne nur zum Beispiele den bekannten Vergleich der Flüssigkeitsmolekeln mit Schrauben, die alle im gleichen Sinne gewunden sind, und die, ohne Bevorzugung einer bestimmten Richtung, mit ihren Axen nach allen Richtungen des Raumes gekehrt, diesen erfüllen — diese Annahmen werden überflüssig. Die Vorstellung, welche aus dem Nachweise der Doppelbrechung in Flüssigkeiten mit Nothwendigkeit folgt, dass nämlich jede Störung im Gleichgewichte des Lichtäthers innerhalb einer solchen Flüssigkeit sich zwar nach allen Richtungen des Raumes gleichmässig fortpflanzt, in jeder dieser Richtungen aber mit zwei verschiedenen Geschwindigkeiten, hat, so viel ich sehen kann, an sich nicht die mindeste Schwierigkeit; aus ihr folgt aber unmittelbar und mit Nothwendigkeit, dass eine solche Flüssigkeit die Polarisationsebene eines Lichtstrahles um gleich viel drehen muss, in welcher Richtung immer der Strahl die Flüssigkeit durchsetzt.

Nehmen wir für einen Augenblick an, dass linear polarisirtes Licht schon im isotropen und einfach brechenden[1]) Mittel, zum Beispiele in der Luft, aus zwei ganz gleichen und entgegengesetzten Hälften circularpolarisirten Lichtes besteht — eine Annahme, der nichts im Wege liegt — und stellen wir uns vor, dass ein Strahl solchen Lichtes in eine optisch active Flüssigkeit eindringt. Die beiden Hälften pflanzen sich — unabhängig von der Richtung, in welcher der Strahl durch die Flüssigkeit geht — in ihr, nicht mehr wie ausserhalb, mit der gleichen, sondern, je nach der Natur der Flüssigkeit, die eine oder die andere Hälfte mit einer etwas grösseren Geschwindigkeit fort, als die andere Hälfte. Sobald das Licht wieder aus der Flüssigkeit ausgetreten ist, und wieder in Luft oder in Glas fortschreitet, geschieht diess wieder für beide Hälften mit gleicher Geschwindigkeit: die Polarisationsebene des Lichtes ist aber gedreht worden, und zwar um einen Betrag, der nur von der Verzögerung abhängt, welche die eine Hälfte gegen die andere in der Flüssigkeit erlitten hat. Diese Verzögerung, und mit ihr die Drehung der Polarisationsebene ist aber von der Richtung des Strahles in der Flüssigkeit ganz unabhängig. Ich finde weder in dieser Vorstellung, noch in der ihr zu Grunde liegenden Annahme

1) „Isotrop“ und „einfach brechend“ sind, sobald die Doppelbrechung in Flüssigkeiten erwiesen ist, nicht mehr einander deckende Begriffe. Ein Mittel, in welchem die Lichtwellenoberfläche die Gestalt zweier concentrischer Kugeloberflächen hat, und in welchem die Doppelbrechung unabhängig von der Richtung im Raume ist, muss man vi nominis „isotrop“ nennen, trotzdem es nicht „einfach brechend“, sondern doppelbrechend ist.

zweier, an demselben Punkte in der Luft rasch nach einander überspringender, elektrischer Funken, sondern man hat zu berücksichtigen, dass die Dicke der Kugelschale ein constanter aliquoter Theil ihres Radius ist, dass also mit wachsendem Radius auch der Abstand zwischen den beiden Kugelflächen, welche die Wellenoberfläche des Lichtes darstellen, wächst. In Wirklichkeit wird man sich — angesichts des äusserst geringen Betrages der Doppelbrechung, selbst in den am stärksten drehenden bekannten Flüssigkeiten — den Abstand zwischen den beiden concentrischen Kugeloberflächen fast verschwindend vorzustellen haben, im Vergleiche mit dem Halbmesser der Kugelschale. Zu der bekannten Gestalt der Wellenfläche zweiaxiger Krystalle hat diese Wellenfläche keine hier besonders erwähnenswerthe Beziehung; aus der Wellenoberfläche einaxiger Krystalle entsteht sie natürlich durch Gleichsetzung aller drei Axen des ellipsoidischen Theiles derselben.

Nach diesen, sich eigentlich von selbst ergebenden Betrachtungen konnte es sich überhaupt um nichts Anderes handeln, als um die Wahl einer Methode, welche die Doppelbrechung circumpolarisirender Flüssigkeiten sinnfällig machen musste, falls eine solche wirklich vorhanden war.

Es ist nicht schwer, den Grad von Doppelbrechung zu berechnen, der einem gegebenen Drehungsvermögen entspricht. Die Rechnung[1]) ergab mir nun, dass die Doppelbrechung, welche dem Drehungsvermögen, selbst der am stärksten drehenden Flüssigkeiten entspricht, so gering ist, dass die Hoffnung, sie durch irgend eine der bekannten Methoden direct nachzuweisen, von vornherein aufgegeben werden muss; speciell von einer Nachahmung der von Fresnel für den directen Nachweis der Doppelbrechung längs der Axe im Quarz gewählten Methode (Fresnel'sches Quarzprisma) war bei Flüssigkeiten durchaus nichts zu erwarten.

Ich construirte also den sofort zu beschreibenden Apparat, und übertrug seine Ausführung der Firma C. A. Steinheil's Söhne in München. Aus drei langen schmalen Glasstreifen wurde eine, an beiden Enden und oben offene Rinne von nahezu quadratischem Querschnitte hergestellt. Dieselbe wurde an den beiden Enden durch planparallele Glas-

---

einer zwiefachen Geschwindigkeit der Fortpflanzung von Gleichgewichtsstörungen in dem Lichtäther, eine Schwierigkeit.

Es versteht sich von selbst, dass diese Auseinandersetzung keine Anwendung findet auf jene temporäre optische Activität, welche vom Aufenthalte flüssiger (oder fester) Körper im magnetischen oder elektrischen Felde herrührt.

1) Da diese, sowie die übrigen in dieser Arbeit vorkommenden Rechnungen auf der Anwendung bekannter optischer Formeln, oder doch nur solcher Transformationen derselben beruhen, die ohne Schwierigkeit abzuleiten sind, so habe ich ihre Wiedergabe hier für überflüssig gehalten.

platten verschlossen, und das Innere der Rinne wurde durch vertical auf deren Boden gestellte planparallele Glasplatten von gleicher Höhe mit den Wänden der Rinne selbst, und im Zickzack zwischen diesen hin- und herziehend, in eine Reihe von Hohlräumen prismatischer Gestalt abgetheilt.

Die Zwischenwände hatten eine Neigung von 30° gegen die Axe der Rinne, und es waren ihrer 21 vorhanden, so dass, wenn man die beiden senkrecht gegen die Axe der Rinne gestellten Endplatten dazu rechnet, durch 23 planparallele Glasplatten die Flanken von 22 Hohlprismen gebildet wurden, von denen 20 einen brechenden Winkel von je 120°, und 2 einen brechenden Winkel von je 60° hatten. Zehn 120gradige und ein 60gradiges Prisma waren mit ihren brechenden Kanten nach der einen Seite, zehn 120gradige und ein 60gradiges Prisma nach der entgegengesetzten Seite gewendet. Die Gesammtsumme der brechenden Winkel dieses Systemes von Hohlprismen betrug 2520° oder: s i e b e n ganze Kreisperipherien.

Die genauen Ausmaasse meines Apparates sind:

Ganze Länge	543mm
„ Breite	20
„ Höhe	19
Länge im Lichten	534
Breite „ „	15
Höhe „ „	15,6
Dicke der Zwischenplatten, jede	1,5
Länge „ „ „	30
Länge der Prismenbasen im Lichten, jede .	48
„ „ Prismenseiten „ „ „ .	28

Winkel der beiden Endzellen: 30°, **60°**, 90°

Winkel der 20 Binnenzellen: 30°, **120°**, 30°

Brechungsindex des Glases, aus welchem die planparallelen Platten bestehen,

für die Linie D: 1,512

„ „ „ F: 1,518

Beistehende Figur, welche den Apparat (mit Fortlassung seines mittleren Theiles) von oben gesehen in verkleinertem Maassstabe darstellt, wird wohl keinen Zweifel über die Art seiner Zusammensetzung bestehen lassen.

Um dem Leser eine Vorstellung von der Vorzüglichkeit der optischen Arbeit an diesem Apparate zu geben, will ich anführen, dass man, selbst wenn die Prismen mit Luft erfüllt waren, trotz der 46

Brechungen, von denen 42 unter so grossen Winkeln erfolgten, mit dem Fernrohre längs der Axe durch den ganzen Apparat blickend, die feinsten Miren (zarteste mit Diamant auf Glas gezogene Linien) deutlich, und vollkommen unverzerrt wahrnahm. Da der Erfolg meiner ganzen Untersuchung von der Correctheit der Ausführung dieses Apparates abhing, fühle ich mich verpflichtet, Herrn Dr. Steinheil für die, alle meine Erwartungen weit übertreffende Correctheit, mit welcher er diese schwierige Combination planparalleler Gläser ausführte, hier meine grösste Anerkennung und meinen besten Dank auszusprechen. Auch für die Bestimmung der Brechungsexponenten des zu den planparallelen Platten verwendeten Glases, welche ich oben in der Zusammenstellung der Constanten des Apparates angeführt habe, bin ich Herrn Dr. Steinheil, der für die Bestimmung eigens kleine Prismen aus diesem Glase zu schleifen die Güte hatte, zu Dank verpflichtet.

Der Apparat sollte nun derart angewendet werden, dass sämmtliche Hohlprismen, deren brechende Kanten nach einer Seite gewendet waren, mit einer in bestimmtem Sinne optisch activen (sagen wir: rechtsdrehenden) Flüssigkeit gefüllt wurden, während die nach der anderen Seite gewendeten, zwischen ersteren alternirend liegenden Prismen, mit einer linksdrehenden Flüssigkeit gefüllt wurden. War noch der Bedingung genügt, dass die beiden Flüssigkeiten denselben Brechungsindex haben, so durfte man, da sämmtliche Brechungen im ganzen Systeme einander genau aufhoben, nach der üblichen Anschauungsweise erwarten, ein auf der einen Seite durch die eine Endplatte in der Richtung der Axe der Rinne in den Apparat eintretendes Lichtbündel durch die andere Endplatte, in allem und jedem unverändert, wieder austreten zu sehen. Beruhte jedoch die optische Activität der angewandten Flüssigkeiten auf einer, der axialen Doppelbrechung des Quarzes analogen Doppelbrechung, dann war leicht einzusehen, dass, während die einfachen Brechungen einander in den alternirend gestellten Prismen aufhoben, der Betrag der Doppelbrechung von Prisma zu Prisma sich summirte.

Um diesen letzteren Umstand ganz anschaulich zu machen, genügt folgende Ueberlegung. Das Licht tritt im Apparate immer aus Glas in Flüssigkeit, und aus Flüssigkeit in Glas. Der Brechungsindex sämmtlicher, zur Verwendung kommender Flüssigkeiten ist kleiner, als der des angewandten Glases. Beim Uebertritt aus Glas in Flüssigkeit findet also eine Brechung vom Lothe statt. Hat das Licht, der Annahme entsprechend, zwei Geschwindigkeiten in der Flüssigkeit, so wird der rascher fortschreitende Theil des Lichtes weiter vom Lothe weggebrochen, als der andere. Vermöge der Schwingungsrichtung in diesem schnelleren,

und demnach stärker gebrochenen Strahl, sei die in Betracht genommene Flüssigkeit eine rechtsdrehende. Die beiden Strahlen werden divergent durch die Flüssigkeit im Hohlprisma gehen, und beim Austritte aus ihr in das Glas wird, wie bei jeder normalen Brechung in Prismen, diese Divergenz vermehrt werden. Nun kommen die beiden, einstweilen im Glase wieder mit gleicher Geschwindigkeit fortschreitenden, aber entgegengesetzt circular polarisirten Strahlen an das nächste Flüssigkeitsprisma, das mit seiner Kante nach der entgegengesetzten Seite sieht, als das erste. Damit in einem solchen Prisma die bestehende Divergenz der Strahlen nicht vermindert, sondern vergrössert werde, wäre natürlich nothwendig, dass der Strahl, welcher beim Eintritte in die Flüssigkeit im ersten Prisma stärker vom Lothe abgelenkt wurde, jetzt schwächer abgelenkt würde, als der andere Strahl. Diess ist aber in der That der Fall, wenn das entgegengesetzte Drehungsvermögen der zweiten (linksdrehenden) Flüssigkeit auf der grösseren Geschwindigkeit des in jenem Sinne circular polarisirten Strahles beruht, der in der ersten Flüssigkeit der langsamere war, auf welcher Voraussetzung ja unsere ganze Betrachtung beruht.

Man kann also in Kürze sagen: bei der Anordnung in unserem Apparate findet desshalb einerseits eine Aufhebung der einfachen, anderseits eine Summation der doppelten Brechungen statt, weil auf der einen Seite Flüssigkeiten von gleichem Brechungsindex in Paaren gleich stark aber entgegengesetzt brechender Hohlprismen sich befinden; auf der anderen Seite jedoch, bezüglich der Doppelbrechung, mit jedem Wechsel in der Richtung der brechenden Kante der Prismen auch ein Austausch zwischen den beiden Strahlen in der Fähigkeit einhergeht, sich schneller oder langsamer fortzupflanzen, das heisst stärker oder schwächer gebrochen zu werden.

Unter diesen Umständen, und mit Zuhilfenahme der Vergrösserungen eines, besonders für merklich parallel der Axe einfallende Strahlen sehr vollkommenen (eigentlich für astronomische Zwecke bestimmten) Fernrohres von A. Prazmowski in Paris, durfte ich erwarten, durch den mit optisch activen Flüssigkeiten gefüllten Apparat feine Miren doppelt zu sehen. Ueber die gewählte Anzahl von Prismen, oder über die gewählte Grösse ihrer brechenden Winkel, welche die vorläufige Rechnung als eben hinreichend zur Sichtbarmachung der Doppelbilder [1]) ergeben hatte, wollte ich bei der Construction des Appa-

1) Dieser Berechnung habe ich die Annahme zu Grunde gelegt, dass zwei helle Punkte auf dunklem Grunde bequem und deutlich getrennt erscheinen, wenn der von ihnen eingeschlossene Gesichtswinkel nicht weniger als 90 Secunden misst — überhaupt erkennbar ist natürlich das Doppelbild als solches auch bei wesentlich kleinerem Gesichtswinkel.

rates aus Gründen, die hauptsächlich von der Natur der zu verwendenden Flüssigkeiten herstammten, und deren Erwägung sich nachträglich als durchaus nicht überflüssig erwies, nicht hinausgehen.

Die zunächst zur Entscheidung zu bringende Frage war die, die Wahl der beiden Flüssigkeiten, mit denen der Versuch angestellt werden sollte, betreffende. Die ausführliche Breite der nun folgenden Darstellung bitte ich zu entschuldigen — sie entspringt aus der Absicht, bei einer etwaigen Wiederholung der Versuche dem Experimentator überflüssige Mühe zu ersparen.

Die Idee, concentrirte Lösungen der beiden Weinsäuren zu verwenden, erwies sich bei genauerem Zusehen sofort als unzweckmässig. Ganz abgesehen von der Schwierigkeit, die sich der Gewinnung einer genügenden Menge von Linksweinsäure gegenüberstellte, sprach gegen die Verwendung dieser Substanzen das an und für sich relativ sehr geringe Drehungsvermögen der Weinsäuren.

Viel bessere Hoffnung gewährten die Lösungen von rechtsdrehendem und linksdrehendem Zucker, mit welchen Lösungen denn auch der erste Versuch unternommen wurde. Herr Prof. Dr. Ernst Ludwig hatte die grosse Güte, mir für diesen Versuch eine beträchtliche Quantität einer von ihm selbst dargestellten, absolut klaren, sehr concentrirten Lösung von Levulose in Wasser zur Verfügung zu stellen. Diese Lösung war dickflüssig, von tiefgelber Farbe, und hatte einen Brechungsindex von 1,4807 für Licht von der Wellenlänge der D-Linie. Als Gegenflüssigkeit sollte eine Lösung von gewöhnlichem, rechtsdrehendem Zucker verwendet werden. Begreiflicherweise wollte ich eine Verdünnung der linksdrehenden Lösung möglichst vermeiden, denn erstens wurde durch eine solche der Betrag der Doppelbrechung vermindert, und zweitens wurde der Brechungsindex herabgesetzt; während doch in der Annäherung dieses Werthes an den entsprechenden des Glases (1,512) ein Vortheil lag, von dem ich nur ungern etwas, und jedenfalls nicht mehr, als nothwendig war, verlieren wollte. Da es aber nicht gelang, eine Lösung des rechtsdrehenden Zuckers von höherem Brechungsindex als 1,473 herzustellen, so musste ich mich entschliessen, der linksdrehenden Lösung so viel Wasser zuzusetzen, bis sie ebenfalls einen Brechungsindex $n_D = 1,473$ hatte.

Nun haben Zuckerlösungen bekanntlich eine sehr grosse Neigung zur Bildung von Schlieren, und diese Neigung ist um so grösser, je concentrirter die Lösungen sind. Das blosse Stehen an freier Luft genügt, um bei sehr concentrirten Lösungen Unterschiede in der Concentration zwischen den oberflächlichen und den tiefen Schichten der Flüssigkeit herbeizuführen, die sich dann bei jeder Bewegung der Flüssigkeit als Striemen und Schlieren in ihr ausdrücken. Als ich die

beiden Zuckerlösungen vom Brechungsindex 1,473 in den Apparat eingefüllt hatte, und zunächst durch denselben gegen einen leuchtenden Punkt mit freiem Auge hinblickte, zeigte es sich, dass wegen der vielfachen Schlieren in der Flüssigkeit kein auch nur annähernd brauchbares Bild des leuchtenden Punktes zu Stande kam.

Ich musste die Lösungen so stark mit Wasser verdünnen, bis sie nur mehr einen Brechungsindex $n_D = 1{,}380$ hatten, um die Schlieren los zu werden.

In dieser Concentration hatte die rechtsdrehende Lösung ein Drehungsvermögen [1]) von $[\varrho]_A = + 18^0$ für rothes Licht, und von $[\varrho]_{ts} = + 22^0$ für die teinte sensible. Die beiden entsprechenden Werthe für die linksdrehende Lösung waren:

$$(\varrho)_A = -7^0 \text{ und } (\varrho)_{ts} = -8{,}5^0.$$

Das Dispersionsvermögen dieser beiden Lösungen war merklich dasselbe, woraus der Vortheil erwuchs, dass weisses Licht zu dem Versuche verwendet werden konnte.

Die Versuchsanordnung war folgende: Vor der als Lichtquelle dienenden Gasflamme stand ein undurchsichtiger Schirm, in dessen Mitte sich ein von einer feinsten Oeffnung durchbohrtes Stanniolblättchen befand. Das von diesem kommende Licht fiel auf die eine Endplatte des Prismenapparates, welcher natürlich sorgfältig horizontal gestellt war, und in dessen Hohlräume alternirend die beiden Lösungen eingefüllt waren. Etwa fünf Meter vor dem Prismenapparate war das erwähnte Fernrohr aufgesellt, welches für diesen Versuch mit einem astronomischen Oculare versehen war, das 65fache Vergrösserung gab, und welches auf das Loch im Stanniol eingestellt war. Blickte man durch das Fernrohr, so sah man nicht einen hellen Punkt, sondern deren zwei nebeneinander. Der Anblick war ganz der eines gut aufgelösten Doppelsternes.

Da die später zu besprechende Prüfung mittels einer $\frac{\lambda}{4}$ Platte und eines Nicol'schen Prismas zwar gelang, und ein befriedigendes

1) Das Drehungsvermögen der Flüssigkeiten bestimmte ich durchwegs mit dem Mitscherlich'schen Apparate. Die Werthe für den „rothen Strahl" finden sich in dieser Arbeit aus dem Grunde immer angegeben, weil wegen der Färbung einiger der zu untersuchenden Flüssigkeiten die Beobachtung mit Natriumlicht oder mit der couleur de passage an ihnen undurchführbar war. Die Ablesung bei rothem Lichte geschah durch Vorkleben eines Stückes intensiv gefärbten rothen Ueberfangglases (Kupferoxydulglas) vor das der Lichtquelle zugewandte Ende des Apparates. Der Index „A" rechts an der Klammer bedeutet, dass die betreffende Bestimmung des Rotationsvermögens mit rothem Lichte gemacht wurde, der Index „ts" bedeutet, dass die Bestimmung mit weissem Lichte mittels Einstellung auf die teinte sensible gemacht wurde.

Resultat gab, mit dem starken Fernrohrocular, welches diese Flüssigkeiten bedingten, aber äusserst mühsam, und an der Grenze der Ausführbarkeit war, so suchte ich nach Flüssigkeiten mit stärkerem Drehungsvermögen, und folglich stärkerer Doppelbrechung, die erlaubte, das schwächere, nur 15 malige Vergrösserung gebende, astronomische Ocular meines Fernrohres zu verwenden. Zwischen dieses Ocular und das Auge konnte der für die erwähnte Prüfung nöthige Apparat eingeschaltet werden, ohne dass dadurch die Beobachtung so erschwert wurde, wie diess bei dem starken Oculare der Fall war.

Ich verwendete bei dem nächsten Versuche als rechtsdrehende Flüssigkeit Orangenöl, eine ganz klare, leichtbewegliche, blassgelbliche, sehr stark und angenehm duftende Flüssigkeit, das aus Pomeranzenschalen gewonnene Oel (nicht das aus den Pomeranzenblüthen gewonnene, auch unter dem Namen „Neroli" bekannte).

Nach einer in Wüllner's Lehrbuch citirten Angabe[1]) kommt diesem Oel ein sehr hohes Drehungsvermögen zu. Meine Messungen am Orangenöl ergaben:

$$(\varrho)_u = +98{,}3^0;\ (\varrho)_A = +74{,}1^0.$$

Der Brechungsindex des von mir verwendeten Orangenöles war $n_D = 1{,}4713$. Abgesehen von den anderen Gründen, die gegen eine Herabsetzung desselben durch Verdünnung mit inactiven Flüssigkeiten sprachen, musste ich, wie die Rechnung lehrte, eine solche jedenfalls vermeiden, wenn die durch meinen Apparat gegebene Divergenz der beiden, verschieden gebrochenen Strahlen schon bei 15-facher Vergrösserung mit Sicherheit zur Erzeugung zweier, deutlich als getrennt zu erkennender Bilder führen sollte. Und selbst hiefür war es sehr wünschenswerth, als Gegenflüssigkeit eine möglichst stark linksdrehende Substanz anzuwenden. Das linksdrehende Terpentinöl, für dessen Verwendung ich mich entschied, hatte aber nur ein Brechungsvermögen $n_D = 1{,}4678$. Dieses musste erhöht werden auf den Betrag von 1,4713; denn frühere Versuche hatten mich darüber belehrt, dass bei einem Unterschiede von drei und ein halb Einheiten der dritten Decimalstelle zwischen den Brechungsindices der beiden, in die Prismen meines Apparates zu füllenden Flüssigkeiten, keine Rede davon gewesen wäre, dass das durch die eine Endplatte senkrecht eintretende Licht überhaupt noch durch die andere Endplatte austräte; ja die Ablenkung war selbst bei völliger Uebereinstimmung der dritten Decimale in dem mitgetheilten Versuche mit den Zuckerlösungen so störend, dass ich daraus die Nothwendigkeit entnahm, auch noch die vierte Decimalstelle

1) Gernez, Annales de l'école norm. T. I. Paris 1864.

des Brechungsindex zu berücksichtigen. Zur Erhöhung des Brechungsindex des Terpentinöles benutzte ich ein Ricinusöl vom Brechungsindex $n_D = 1{,}4780$, und stellte aus diesen beiden Flüssigkeiten eine ganz klare, fast farblose Mischung vom Brechungsindex $n_D = 1{,}4713$ her, also von demjenigen des Orangenöles. Allerdings war das Ricinusöl rechtsdrehend, $(\varrho)_{\omega} = +\,9^0$, und es wurde durch seine Beimischung zum Terpentinöl das Linksdrehungsvermögen der Mischung herabgesetzt auf: $(\varrho)_{\omega} = -\,25{,}5^0$, eine Zahl, die mit der durch die Rechnung[1]) erhaltenen vollkommen übereinstimmte.

---

1) Dieser Rechnung lagen zu Grunde: die von Wiedemann für das Terpentinöl gefundenen Zahlen, die von mir für das Ricinusöl gefundene Zahl, das Mischungsverhältniss der beiden Flüssigkeiten (1 : 0,52239), und die Voraussetzung, dass die beiden specifischen Drehungsvermögen sich in der Mischung nicht ändern. — Das Mischungsverhältniss war selbst wieder unter der Voraussetzung berechnet, dass die optische Dichte der Mischung genau proportional sei den Mengen und optischen Dichten der Bestandtheile, welche Voraussetzung sich für diesen Fall vollkommen bestätigt fand.

Die sämmtlichen, in dieser Abhandlung vorkommenden Bestimmungen von Brechungsindices sind mit einem aus der Zeiss'schen Werkstätte hervorgegangenen „grossen" Abbe'schen Refractometer gemacht. Je länger ich mit diesem vortrefflichen Instrumente arbeitete, desto mehr lernte ich den Umstand bedauern, dass an demselben Klemmvorrichtung und Mikrometerschraube zur feinen Einstellung, ferner ein Nonius und eine Ableselupe fehlen. Ueber das Vertrauen, welches mit diesem Instrumente ausgeführte Messungen verdienen, möchte ich mir folgende Bemerkungen erlauben. Meine eigenen Messungen an Flüssigkeiten mit grossem Lichtbrechungsvermögen (über 1,4) stimmten untereinander (wenn sie an demselben Objecte gemacht wurden) so genau überein, dass ich als Fehlergrenze zwei Einheiten der vierten Decimale bezeichnen möchte. Nun war mein College, Professor Sigmund Exner zufälligerweise gleichzeitig mit mir (jedoch zu einem mit dieser Untersuchung nicht im mindesten zusammenhängenden Zwecke) darauf angewiesen, mit demselben Instrumente zahlreiche Messungen stark lichtbrechender Flüssigkeiten zu machen. Die Genauigkeit, mit welcher die Messungen meines Freundes unter einander übereinstimmten, war ebenso gross, wie die, welche ich oben für mich angegeben habe. So oft wir aber beide den Brechungsindex an demselben Objecte maassen, zeigte sich ein constanter Unterschied von 2 bis 3 Einheiten der vierten Decimale, immer in demselben Sinne, zwischen unseren Resultaten. Dieser Unterschied rührt — wie wir uns direct überzeugten — davon her, dass jeder von uns auf eine andere Intensität innerhalb der Schattengrenze einstellte. Wer aber Recht hatte, weiss ich nicht. Wie soll man sich überhaupt darüber belehren, auf was man einzustellen hat? Das Auskunftsmittel, destillirtes Wasser von bekannter Temperatur zwischen die Glaskeile zu bringen, den dieser Temperatur entsprechenden Brechungsindex genau einzustellen, und dann durch das Instrument zu sehen, hat keinen Werth, denn bei Flüssigkeiten von so kleinem Brechungsindex liegt ohnehin keine Schwierigkeit vor. Diese beginnt erst, wenn man es mit Flüssigkeiten zu thun hat, deren Brechungsvermögen sich dem des Glases im Apparate nähert. Ich weiss keinen anderen Ausweg, als: an einer stark brechenden Flüssigkeit auf andere Weise (mit dem Spectrometer) den Brechungsindex für Licht von der Wellenlänge

Die beiden Flüssigkeiten konnten nun in den Apparat nicht ohne weiteres eingefüllt werden, da die Glastheile, aus denen er ausschliesslich besteht, mit einem Schellackkitt aneinander befestigt waren, der zwar wasserdicht war, aber den neuen Flüssigkeiten sicher nicht Stand gehalten hätte. Ich sah mich also zu der sehr lästigen Aufgabe genöthigt, den Apparat ganz frisch zu kitten. Hiezu bediente ich mich einer Chrom-Gelatine, die dann belichtet wurde, und die sich recht zweckentsprechend erwies.

Der Versuch selbst war ganz so angeordnet, wie der früher beschriebene mit den Zuckerlösungen. Die neuen Flüssigkeiten hatten zwar an und für sich keine Schlieren, dagegen in ziemlich hohem Grade die Tendenz, an Glaswänden emporzuklettern, so dass die Hohlprismen nicht ganz angefüllt werden durften, wenn nicht zu bald Berührung und Mischung der beiden Oele, und infolge hievon Schlierenbildung eintreten sollte.

Ferner war das Dispersionsvermögen der beiden Flüssigkeiten ein so verschiedenes, dass bei Besichtigung eines weissleuchtenden Punktes durch den gefüllten Apparat, mit freiem Auge, ein linienförmiges, sehr breites Spectrum erschien. Es wurde desshalb als Lichtquelle hinter dem Schirme eine sehr hell leuchtende Natriumflamme angebracht.

Selbst bei der geringeren Vergrösserung meines schwächeren Oculares sah man aber bei diesem Versuche die beiden Bilder weiter von einander getrennt, als bei der starken Vergrösserung mit den Zuckerlösungen; auch waren wegen der vollkommenen Klarheit der Flüssigkeiten die Bilder absolut scharf. Die oben, bei der Schilderung des Versuches mit den Zuckerlösungen, nur flüchtig erwähnte Probe bestand in Folgendem:

Wenn die optisch activen Flüssigkeiten wirklich doppelbrechend sind, und wenn die beiden Bilder, welche ich mittels meines Apparates beobachtete, wirklich von dieser Doppelbrechung herrühren, so müssen sie aus circular polarisirtem Lichte bestehen, und die Richtung der Polarisation muss in dem einen Bilde entgegengesetzt der Richtung der Polarisation in dem zweiten Bilde sein. Nun ist bekanntlich circular polarisirtes Licht, welches eintritt in ein Glimmerplättchen, das gerade

---

der *D*-Linie genau zu messen, diese Flüssigkeit dann zwischen die Glaskeile des Refractometers zu bringen, den vorher ermittelten Brechungsindex am Apparate einzustellen, und dann genau zu studiren, und sich gut zu merken, welcher Theil der Schattengrenze eingestellt ist. Bei Beobachtung dieses Verfahrens, und unter der Voraussetzung, dass die oben erwähnten Hilfsmittel zur feineren Einstellung und Ablesung angebracht wären, müsste das besprochene treffliche Instrument sich für Messungen von noch grösserer Genauigkeit schicken, als dasselbe nach seiner Einrichtung dermalen zu prätendiren scheint.

so dick ist, dass der eine der beiden Strahlen, in die das Licht in ihm zerfällt, gegen den anderen um eine Viertelwellenlänge verzögert wird, nach dem Austritte aus dem Glimmer linear polarisirt; und zwar ist, wenn man sich das Glimmerplättchen in einer bestimmten Orientirung festliegend denkt, die Polarisationsebene des austretenden Strahles parallel oder senkrecht zu einer bestimmten Richtung, je nachdem der Lichtstrahl vor dem Eintritte in den Glimmer rechts oder links circular polarisirt war. Waren also die Lichtstrahlen, welche die beiden von mir beobachteten Bilder erzeugten, in dem einen Bilde rechts, in dem anderen links circular polarisirt, so mussten sie, nachdem sie durch ein $\frac{\lambda}{4}$ Glimmerplättchen gegangen waren, in beiden Bildern linear polarisirt sein, in dem einen Bilde in einer bestimmten Ebene, in dem anderen Bilde in der darauf senkrechten Ebene. Betrachtete ich nun die ganze Erscheinung durch ein Nicol'sches Prisma, welches ja linear polarisirtes Licht, das in einer bestimmten Ebene schwingt, nicht durchlässt, so musste bei einer gewissen Stellung des Nicol'schen Prismas das eine Bild verschwinden; und bei einer um 90° gegen die erste gedrehten Stellung des Nicol'schen Prismas musste das andere Bild verschwinden. Dieses Verhalten mussten die beiden Bilder beobachten lassen, wenn ich mit Bestimmtheit jede andere Provenienz des Doppelbildes ausschliessen wollte. Es war aber um so nothwendiger, diese Erscheinung zu beobachten, je mehr Gelegenheit durch die zahllosen Reflexionen in meinem Apparate für das Zustandekommen eines Nebenbildes geboten war.

Ich habe schon oben bemerkt, dass es mir an dem, durch die Zuckerlösungen hervorgebrachten Doppelbilde gelungen ist, zu beobachten, wie, nachdem die aus dem Fernrohre austretenden Strahlen durch eine $\frac{\lambda}{4}$ Platte gegangen waren, bei Betrachtung des Phänomens durch ein Nicol'sches Prisma, von den beiden Bildern nur eines übrig blieb, bei zwei bestimmten, auf einander senkrechten Orientirungen des Nicol'schen Prismas. Da jedoch bei dieser Beobachtung das Auge, wegen der Anbringung der $\frac{\lambda}{4}$ Platte und des Nicol'schen Prismas zwischen ihm und dem Oculare, ziemlich weit von letzterem sich zu entfernen gezwungen ist, so war die ganze Beobachtung mit dem stärkeren der beiden Oculare, über die ich verfügte, äusserst schwierig; immerhin aber hatte sie einen mich vollständig beruhigenden Grad von Deutlichkeit.

Da ich aber die Versuche auch Anderen zeigen wollte, so trachtete ich danach, eine etwas weniger mühsame und unbequeme Anordnung

herzustellen. Die beträchtlich stärkere Doppelbrechung in den zuletzt angewandten Flüssigkeiten gestattete, wie schon gesagt wurde, die Benutzung des schwächeren Oculares, und dieses wieder erlaubte dem Auge des Beobachters, sich in die gebotene Entfernung zu begeben, ohne dass die Auffindung und Festhaltung des Bildes dadurch in so erheblichem Maasse schwieriger und anstrengender wurde, wie bei dem starken Oculare. Bei dem Versuche mit Orangenöl, und der Mischung von Ricinus- und Terpentinöl gelang es denn sowohl mir, als auch Anderen verhältnissmässig leicht, das Verschwinden des einen der beiden Bilder bei einer gewissen Stellung, und des anderen Bildes bei der darauf senkrechten Stellung des Nicol'schen Prismas zu beobachten, als zwischen dieses und das Fernrohrocular eine $\frac{\lambda}{4}$ Platte gestellt war.

Auf Grund der geschilderten Versuche halte ich mich für berechtigt, folgende Sätze auszusprechen:

Es gibt doppelbrechende Flüssigkeiten. —

Die beiden Strahlen, in die ein — ordinärer oder linear polarisirter — Lichtstrahl in diesen Flüssigkeiten zerfällt, sind circular und einander entgegengesetzt polarisirt. —

Aus der ungleichen Geschwindigkeit dieser beiden Strahlen in der Flüssigkeit folgt eine, dem Wege in der Flüssigkeit proportionale Phasendifferenz, welche die ganze und einzige Ursache der Circumpolarisation dieser Flüssigkeiten ist. —

Die doppelbrechenden flüssigen Körper haben keine optische Axe; — sondern die Wellenoberfläche des Lichtes in diesen Flüssigkeiten besteht aus zwei concentrischen Kugelflächen. —

Die elektrische Leitungsfähigkeit des im Vacuum destillirten Wassers[1]).

Von

F. Kohlrausch.

Die Frage nach dem elektrischen Leitungsvermögen des Wassers ist noch nicht erledigt. Durch eine Anzahl von Vorsichtsmaassr egeln, durch besondere Sorgfalt in der Herstellung und Aufbewahrung gelang es mir allerdings schon früher, Wasser zu erhalten, dessen Leitungsvermögen bei 22° nur 72 Billiontel von demjenigen des Quecksilbers betrug[2]). Aber wenn auch dieser oder ein naheliegender Werth bei verschiedenen Destillationen wiederholt die erreichbare untere Grenze bildete, so liess sich doch nicht behaupten, dass derselbe nun wirklich das Leitungsvermögen des Wassers darstelle, weil die Herstellung ganz reinen Wassers auf gewöhnlichem Wege mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verknüpft zu sein scheint.

Eines von den Hindernisssen besteht nun wahrscheinlich in der Mitwirkung der Luft bei der Destillation. So wie man im Regenwasser Verbindungen von Stickstoff, Wasserstoff und Sauerstoff, z. B. salpetrigsaures Ammon gefunden hat, so könnten ja auch bei der künstlichen Destillation sich Spuren von ähnlichen Producten bilden. Und um das oben erwähnte Leitungsvermögen aus dieser Ursache zu erklären, genügen jedenfalls so geringfügige Mengen, dass dieselben chemisch nicht nachweisbar wären.

Auch ist ja nicht von vornherein ausgeschlossen, dass die blosse Absorption von Luft die Leitungsfähigkeit bedinge oder wenigstens vermehre. Ich habe bei derselben Gelegenheit zuerst darauf hin-

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Berl. Akad. Bd. 40 S. 961 (1884).

2) Sitzungsberichte der mathem.-physik. Classe der kgl. bayer. Akademie d. Wiss. zu München Bd. 5 Jahrg. 1875 S. 285. — Pogg. Ann. 1876 Bd. 159 S. 270.

gewiesen, dass die Elektrolyte ihr Leitungsvermögen wesentlich erst durch Mischung erhalten, und so könnte vielleicht der Zusatz eines Gases, auch wenn dieses selbst nicht leitet, schon einen Einfluss ausüben. Die Untersuchung dieser Frage mit der Luftpumpe scheiterte damals an anderen hierdurch eingeführten Fehlerquellen.

In der That ergibt sich nun, dass die Destillation von Wasser im Vacuum auf ein noch vielfach kleineres Leitungsvermögen als das früher gefundene führt.

Nach Art des sog. Wasserhammers ist ein solcher Destillationsapparat verhältnismässig einfach herzustellen. Ein gläsernes Gefäss von 100 bis 200 ccm Inhalt, welches als Retorte dienen soll, ist durch ein Glasrohr mit einem kleineren Gefässe verbunden, welches die Vorlage bildet und welches zum Zwecke der Widerstandsbestimmung des Destillates mit zwei platinirten Platinelektroden (von je etwa 5 qcm wirksamer Fläche) versehen ist. Die Widerstandscapacität des letzteren Gefässes bei der Füllung zu verschiedenen markirten Höhen war mittels einer äusserst verdünnten Salmiaklösung ermittelt worden, deren Leitungsfähigkeit anderweitig bekannt war. Die Gefässe waren alsdann gut ausgewässert worden.

Nun gab man beiden verbundenen Gefässen durch ein noch offenes Zuflussrohr eine frische Füllung mit einer passenden Menge schon sehr reinen Wassers, verband das Zuflussrohr mit der Quecksilber-Luftpumpe und liess das Wasser in deren Vacuum sieden, und als kein Sieden mehr eintreten wollte unter beständigem Schütteln bei mässiger Temperatur noch etwa eine Viertelstunde lang verdampfen. Gekühlte Schwefelsäure nahm den Wasserdampf auf. Um den Destillirapparat mit seinem Wasser kräftig bewegen zu können war die Verbindung mit der Quecksilber-Luftpumpe in der von Kundt angegebenen Weise mittels langer gebogener Glasröhren ausgeführt worden. Schliesslich wurde das frühere Zuflussrohr abgeschmolzen. Der Glaskünstler Herr Otto Wiegand in Würzburg, welcher auch das Doppelgefäss hergestellt hatte, lieh bei diesen Operationen seine erfahrene Hülfe.

Das so erzielte Vacuum schätze ich auf höchstens 0,01 mm Luftdruck.

Im Apparat befindet sich jetzt noch so viel Wasser, dass dasselbe, in das grössere Gefäss gebracht, letzteres etwa zu zwei Dritteln füllt. Unter Anwendung eines mässig warmen Heizbades von 30° bis 45° und eines Kühlbades zwischen 0° und — 8° (wobei ein Gefrieren wegen der Condensationswärme nicht eintritt) wurden nun die erforderlichen 6 bis 8 ccm Wasser in das Widerstandsgefäss hinüberdestillirt. Je nach den Umständen dauerte dies 8 bis 15 Minuten.

Die Quecksilbercapacität der beiden angewendeten Apparate bei normaler Füllung betrug nur etwa 0,00002 Siem. Die Wasserfüllung

hatte trotzdem bis zu 800000 Siem. Widerstand. Wegen der geringen Empfindlichkeit des Dynamometers oder des Telephons für diese Verhältnisse wurden zur Messung nicht Wechselströme, sondern sehr kurz dauernde einzelne Stromstösse mit einem höchst empfindlichen rasch schwingenden Galvanometer in der Brücke angewandt. Zwei Smee'sche Elemente erregten den Strom. Verfährt man vorsichtig, so lassen sich so grosse elektrolytische Widerstände mit einer für uns ausreichenden Genauigkeit auf diesem Wege bestimmen. Der Strom ist so schwach, dass die Polarisation bis zu ihrer merklichen Entwickelung einige Zehntel einer Secunde bedarf. Durch die Anwendung einer wechselnden Anzahl von Elementen, durch gelegentliches Stromwenden und verschiedene Stromdauer liess eine Genauigkeit bis auf 1 oder 2 % sich controliren. Auf genügende Isolation der Stromschlüssel muss natürlich geachtet werden.

Auch im Vacuum zeigte sich nun der Widerstand eines Destillates nicht constant, sondern verringerte sich mit der Zeit. In dem einen der Gefässe war diese Abnahme sogar sehr beträchtlich, so dass der Widerstand eines Destillates, welcher $5^{\min}$ nach Beendigung des Destillirens 700000 Siem. betrug, in weiteren $10^{\min}$ auf 400000, in 1^{h} auf 250000, in 3^{h} auf 90000, in 15^{h} auf 28000 Siem., also auf den 25. Theil des ersten Werthes gesunken war. Die anfängliche Zunahme des Leitungsvermögens ist fast gleichförmig. Ob die Glaswände, ob vielleicht die Platinelektroden diese Wirkung haben, weiss ich vorläufig nicht zu sagen. In dem anderen Gefässe nahm der Widerstand viel langsamer ab.

Jedenfalls musste man sich nach beendigter Destillation mit der Widerstandsmessung beeilen, so dass die Temperatur, mochte man sie nach dem Gefühle beurtheilen oder mochte man ein Bad anwenden, nur geschätzt worden ist.

Acht verschiedene Destillationen ergaben folgende auf das Quecksilber bezogene Leitungsvermögen, denen die Temperatur und die seit dem Ende der Destillation verflossene Minutenzahl vorgesetzt ist.

Gefäss I			Gefäss II		
20^0	$3^{\min}$	$29{,}10^{-12}$	16^0	$3^{\min}$	$29{,}10^{-12}$
12	2	25	18	4	28
20	3	32	20	3	27
8	3	25	20	4	31

Die Versuchsverhältnisse führten also in allen Fällen auf nicht sehr verschiedene Leitungsfähigkeiten. Den kleineren Zahlen kommt natürlich die entscheidende Bedeutung zu, da keine Ursachen zu denken sind, welche das Leitungsvermögen zu klein erscheinen lassen.

Wegen der seit und während der Destillation verflossenen Zeit sind ferner die Zahlen jedenfalls noch zu gross. Eine unparteiische Erwägung würde wohl aus ihnen das Leitungsvermögen des Wassers bei 18^0 gleich

0,000 000 000 025 oder 1 : 40 Milliarden

von demjenigen des Quecksilbers schätzen, so dass ein um die Erde gelegter Quecksilberfaden denselben Widerstand besässe wie ein ebenso dicker 1^{mm} langer Wasserfaden.

Der Widerstand von 1 Ohm wäre hiernach durch eine Wasserschicht von 1^{qmm} Querschnitt bei einer Dicke von etwa 26 Billionteln Millimeter dargestellt. Die „Wasserwiderstandseinheit“, eine Wassersäule von 1^{qmm} und der Länge von 1^m hat fast $4 \cdot 10^{10}$ Ohm. Um denselben Widerstand zu besitzen müsste ein Kupferdraht von 1^{qmm} die Länge $24 \cdot 10^{8\,km}$ haben, eine Strecke, welche das Licht in etwa 2,2 Stunden durchläuft. — Würde man in die Oberfläche einer grossen Wassermasse eine halbkugelige Elektrode von 1^m Durchmesser einsenken, so betrüge der Ausbreitungswiderstand etwa 12000 Ohm.

Einen Körper von einem so geringen Leitungsvermögen wird man für galvanische Elektricität in vielen Fällen als einen Nichtleiter behandeln dürfen.

Die Destillation im Vacuum hat nach obigem den sehr befriedigenden Erfolg gehabt, auf einem einfacheren Wege als dem früheren zu einem fast dreimal kleineren Leitungsvermögen des Wassers oder, wie man mit einer gewissen Berechtigung sagen darf, zu einem mindestens dreimal reineren Wasser zu führen.

Mit Sicherheit kann man auch jetzt nur behaupten, dass die angegebene sehr kleine Leitungsfähigkeit wieder eine obere Grenze darstellt.

Ueber eine neue Fallmaschine[1]).

Von

Dr. Paul Mönnich.

Die nachstehend beschriebene Fallmaschine ist hauptsächlich für den Vorlesungsversuch bestimmt und eignet sich besonders zu diesem Zwecke, weil dieselbe, leicht zu handhaben und mit nur geringen Fehlern behaftet, das Gesetz des freien Falles in äusserst einfacher und instructiver Weise demonstrirt. Für Experimente im Auditorium wird es in der Regel genügend sein, die Richtigkeit des Fallgesetzes ohne weitere Berücksichtigung des absoluten Werthes von g allgemein nachzuweisen, d. h. einfach zu zeigen, dass die Fallräume den Quadraten der Fallzeiten proportional sind. Mitunter aber erscheint es wünschenswerth, auch die Fallconstante zu bestimmen. Unser Apparat kann nun beiden Zwecken dienen, einmal in seiner ursprünglichen Form zur allgemeinen Demonstration des Fallgesetzes, dann in etwas modificirter Anordnung unter gleichzeitiger Benutzung eines gut justirten Chronographen zur Messung der Grösse g, welche bei aufmerksamer Beachtung aller störenden Einflüsse von Seiten des Experimentators recht zufriedenstellend bestimmt werden kann. In dieser Weise angewandt dürfte sich das Instrument vornehmlich zu Uebungen für Praktikanten eignen.

Wir wollen zunächst die Maschine als einfachen Demonstrationsapparat behandeln und dann in Kürze zeigen, wie man Messungen der Fallconstante mit derselben anstellen kann.

D a s P r i n c i p d e s A p p a r a t e s. Ein fallendes, an einem senkrecht ausgespannten Führungsdrahte leicht und mit unmerklich geringer Reibung niedergleitendes Gewicht markirt die in gleichen, auf einander folgenden Zeitabschnitten zurückgelegten Fallräume direct

1) Der Apparat ist für das Deutsche Reich patentirt.

auf einen zur Bewegungsrichtung parallelen weissen Papierstreifen elektrolytisch durch kleine dunkle Flecke, welche dem ganzen Auditorium sichtbar sind. Jeder Zuhörer erhält auf diese Weise ein übersichtliches Bild der Fallscala.

Construction und Wirkungsweise des Apparates im Einzelnen. Das Stativ der Maschine (Fig. 1) besteht aus dem Grundbrett G, der hohlen Holzsäule H, dem Kopfbrett K und kann mittelst dreier Stellschrauben so gerichtet werden, dass der zwischen dem Grundbrett und dem Kopfbrett ausgespannte Führungsdraht M eine lothrechte Lage einnimmt. Die straffe Spannung dieses am Grundbrett G befestigten Drahtes geschieht mit Hilfe der über dem Kopfbrett K auf das Drahtende aufgeschraubten Mutter n. An diesem Drahte kann der der Länge nach durchbohrte, birnförmige Fallkörper B, welcher den in eine Schneide auslaufenden Rand r trägt, leicht nach unten gleiten. In die Holzsäule H ist parallel zu der Richtung des Drahtes M ein schmaler Metallstreifen N (Fig. 2) eingelassen. Die Distanz zwischen dem Drahte und dem Metallstreifen ist eine derartige, dass der gleitende Fallkörper mit der Peripherie seines zugeschärften Randes durchweg etwa 2^{mm} von dem Streifen entfernt bleibt. Zwecks der Markirung der von dem Gewichte durchfallenen Strecken wird über den Metallstreifen ein etwas breiterer, mit Wasser angefeuchteter, weisser Papierstreifen π (Fig. 1) geklebt. Nachdem dies geschehen, bestreicht man das Papier vermittelst eines Borstenpinsels mit gekochtem Jodkaliumstärkekleister. Während nun das Gewicht niederfällt, springen von dem Rande r desselben in gleichen kleinen Zeitabschnitten (etwa $1/8$ bis $1/10$ Sec.) elektrische Funken auf den Papierstreifen über und markiren so die Fallräume durck kleine dunkle

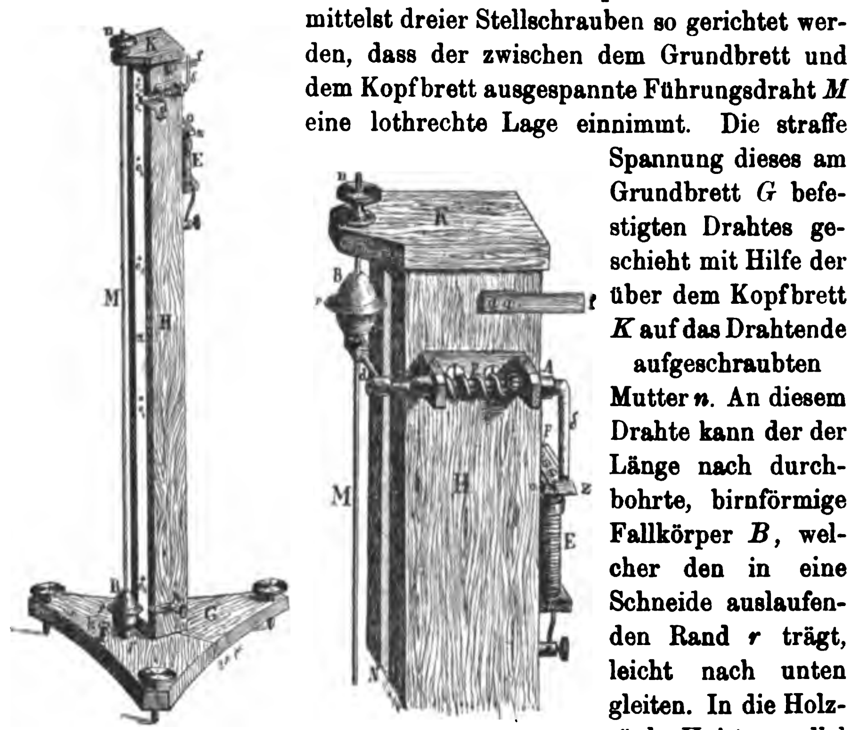


Fig. 1. Fig. 2.

Flecke e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, indem das durch elektrolytische Zerlegung des Jodkaliums frei werdende Jod die Stärke dunkelblau färbt. Die Funken werden dem Fallkörper von einem Funkeninductor mitgetheilt.

Die Vorrichtung zum Auslösen des Gewichtes (Fig. 2) besteht aus einem um die Axe A in den Axenlagern α drehbaren Doppelhebel, dessen beide Arme d und δ Winkel von etwa 90° mit der Axe bilden. Um die Axe ist eine Spiralfeder p gewunden, welche das Bestreben hat, die Hebelarme so zu drehen, dass dieselben in die Lagen d resp. δ (Fig. 1) gelangen. Hier wird die weitere Bewegung durch eine an der Holzsäule befestigte Messingfeder f gehemmt, gegen welche der Hebelarm δ anschlägt. Das Gewicht B erhält in der Anfangsstellung seine Stütze durch d, während δ durch den Sperrhaken z festgehalten wird. Dieser ist an der Messingfeder F angebracht, welche auch den eisernen Anker o trägt. Wirkt nun die Anziehungskraft des Elektromagneten E auf diesen Anker, so wird der Sperrhaken zurückgezogen, der Hebelarm d schnellt nach unten fort, das Gewicht findet keine Stütze mehr und beginnt zu fallen. Um den Stoss des Fallkörpers gegen das Grundbrett zu mildern, sind unten auf den Führungsdraht einige kleine in der Mitte durchbohrte Filzscheiben γ geschoben.

Es kommt nun bei den Versuchen sehr darauf an, dass die elektrischen Funken, welche die Fallräume markiren, in möglichst genau gleichen Zeitabschnitten auf den Papierstreifen überspringen, weil sonst bei der schnellen Bewegung des fallenden Gewichtes beträchtliche Fehler entstehen würden. Für die ersten Versuche, welche wir mit unserer Fallmaschine anstellten, benutzten wir zur Unterbrechung des constanten Stromes den Wagner'schen Hammer eines Ruhmkorff'schen Funkeninductors. Allein es stellte sich diese Vorrichtung bald als sehr unzuverlässig heraus. Einzelne Experimente gelangen vollkommen, während andere höchst unbrauchbar ausfielen. Wir schieben die ungleichmässigen Resultate dieser Versuche auf das bei dem Wagner'schen Hammer stets mehr oder minder starke Auftreten von Combinationsschwingungen. Es handelte sich also vor allen Dingen darum, einen durchaus zuverlässigen Stromunterbrecher zusammen zu stellen. Wir haben uns bei der Construction eines solchen hauptsächlich bemüht, Einfachheit mit leichter Handhabung zu verbinden. Als unterbrechende Vorrichtung (Fig. 3) wird jetzt eine rotirende Messingscheibe von ungefähr 10cm Durchmesser und 2cm Dicke benutzt. Die Scheibe M ist an einer stählernen Axe a befestigt. Diese läuft in Stahlspitzen,

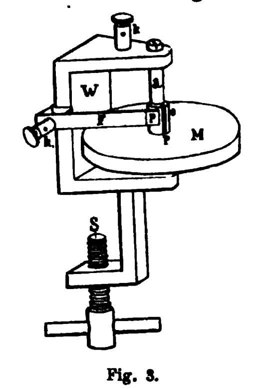


Fig. 3.

welche von dem metallenen Winkel *W* gehalten werden. Um die Axe *a* ist ein isolirender Elfenbeinring *e* gelegt. Derselbe trägt an einer Stelle seiner Peripherie einen mit der Axe in leitender Verbindung stehenden Platinstift *P*. Auf den Ring drückt mit einem Platinansatz *p* die an dem Winkel *W* befestigte und von diesem durch eine isolirende Zwischenlage *i* getrennte Messingfeder *F*. Das Ganze kann durch die Schraube *S* an einer Tischkante befestigt werden. Versetzt man nun die Messingscheibe durch mehrmaliges Anschlagen mit der flachen Hand gegen die Peripherie in schnelle Umdrehung, so wird dieselbe infolge ihrer Trägheit mehrere Minuten lang in Bewegung bleiben und ihre Rotationsgeschwindigkeit regelmässig, aber nur langsam verlieren. Bei jedesmaliger Umdrehung kommt der Platinstift der Axe mit dem Platinansatz der Messingfeder *F* auf kurze Zeit in leitende Berührung. Verbindet man nun die Poldrähte eines constanten Stromes, welcher zugleich die primäre Spirale eines Funkeninductors durchfliesst, mit den beiden Klemmschrauben k und k_1, so übernimmt die rotirende Vorrichtung die Rolle eines Stromunterbrechers und gibt bei jeder Umdrehung Anlass zur Bildung eines Inductionsfunkens. Für kurze Zeiträume, etwa eine halbe Secunde — und länger gebraucht man den Unterbrecher zur Anstellung eines Versuches mit der Fallmaschine nicht —, kann die drehende Bewegung der Scheibe ohne grossen Fehler als gleichförmig und somit das Ueberschlagen der elektrischen Funken als in gleichen Zeitabschnitten stattfindend angesehen werden.

Um einen Versuch mit der Fallmaschine anzustellen, überzeugt man sich zunächst von der senkrechten Lage des Führungsdrahtes, entfernt demselben etwa anhaftende Unreinigkeiten mit einem trockenen Tuche oder polirt, wenn dies nicht ausreichen sollte, den Draht mit feinstem Schmirgelpapier. Dann klebt man über den Metallstreifen einen etwas breiteren mit Wasser angefeuchteten Papierstreifen und bestreicht diesen mit gekochtem Jodkaliumstärkekleister. Nachdem dies geschehen, wird der Fallkörper in die Anfangsstellung (Fig. 2) gebracht und durch den Hebelarm *d* unterstützt, während der Sperrhaken *z* vor das untere zugeschärfte Ende des Armes δ geschoben wird. Hierauf beginnt man mit der Stromschaltung und befestigt die Drähte derart, dass der constante Strom einer Kette von etwa vier kräftigen Bunsenelementen die Windungen des Elektromagneten *E* und zugleich die primäre Spirale eines mit dem rotirenden Unterbrecher verbundenen Funkeninductors[1]) durchfliessen kann. Vorläufig lässt man die Leitung

---

1) Als Funkengeber benutzt man am zweckmässigsten einen Apparat von 1 bis 2 cm Schlagweite.

noch unterbrochen und bringt an irgend einer Stelle des Stromkreises eine gute Contactvorrichtung an, welche die Kette schnell und sicher zu schliessen gestattet. Am besten wird hierzu ein mit Quecksilber gefülltes Näpfchen verwandt, in welches der eine Poldraht dauernd eintaucht, während man den anderen erst beim Anstellen des Versuchs durch schnelles Einsenken mit dem Metall in leitende Berührung bringt. Von den beiden Polenden der secundären Spirale des Funkeninductors wird das eine durch die Klemmschraube k mit dem Führungsdraht M, das andere durch die Klemmschraube k_1 mit dem Metallstreifen N verbunden. Ist nun soweit alles in Ordnung, so versetzt man die Messingscheibe des Unterbrechers durch mehrmaliges Gegenschlagen mit der flachen Hand gegen die Peripherie in eine Rotation von etwa 8 bis 10 Umdrehungen pro Secunde und taucht dann das freie Polende der Bunsen'schen Kette schnell in das Quecksilber ein. Bei der jetzt eintretenden ersten Berührung der Messingfeder mit dem Platinstifte an der Axe des Unterbrechers wird der Stromkreis geschlossen, der Elektromagnet E wird magnetisch, zieht den Sperrhaken s schnell nach unten und löst dadurch den Fallkörper aus. In demselben Augenblick tritt aber auch wieder eine Unterbrechung des Stromkreises ein, die secundäre Spirale des Inductors liefert einen elektrischen Funken, welcher von dem Rande des Gewichtes auf den Papierstreifen überspringt und den Nullpunkt der Fallscala markirt. Während nun das Gewicht niederfällt, bezeichnen weitere Funkenspuren die durchfallenen Räume. Der Papierstreifen kann zu mehreren Versuchen hintereinander benutzt werden, ohne dass ein erneuertes Bestreichen mit Jodkaliumstärkekleister nöthig wird. Die dunklen Flecke lassen sich leicht durch Abwischen mit dem Finger entfernen.

Einen Beweis für die Richtigkeit des allgemeinen Fallgesetzes:

$$s = \tfrac{1}{2} g t^2$$

leitet man aus einer so erhaltenen Fallscala am zweckmässigsten dadurch ab, dass man vermittelst Division der einzelnen Fallräume durch die Quadrate der resp. Zeiten die Constanz der Grösse g darlegt. Dabei sieht man den Zeitabschnitt, welchen das Gewicht zum Durchmessen des ersten Raumes gebrauchte, als Zeiteinheit an. Aus Versuchen, welche wir mit der Fallmaschine im physikalischen Institute der Universität zu Rostock mit gütiger Erlaubnis des Hrn. Prof. Matthiessen in Gegenwart der Herren Assistenten Karnatz und Schwartz anstellten, erhielten wir ohne weitere Berücksichtigung irgend welcher Correctionen Resultate, unter welchen die auf obige Weise gewonnenen relativen Werthe der Fallconstante im Maximum und Minimum nur

um vier pro mille von einander abwichen, also Erfolge, welche für den Demonstrationsversuch als vollständig befriedigend bezeichnet werden können.

Um die Fallräume bequem zu messen, befestigt man zweckmässig an dem Holzstativ parallel zu dem Metallstreifen N einen in Millimeter getheilten Maassstab (auf der Figur nicht vorhanden) und liest die Strecken mit Hilfe einer kleinen hölzernen Gleitschiene ab.

Messung der Grösse g. Will man die Fallconstante ihrem absoluten Werthe nach bestimmen, so bedarf es der Anwendung eines Chronographen, welcher kleine Zeitmomente mit grosser Genauigkeit zu messen gestattet. Ein für die Zwecke der Fallmaschine vorzüglich geeignetes Instrument ist das v. Beetz'sche Vibrationschronoskop[1]). Das Princip des Apparates ist kurz folgendes: Eine in Schwingung versetzte Stimmgabel, deren Schwingungszahl pro Secunde genau bekannt, schreibt mit einer an der einen Zinke befestigten spitzigen Messingfeder auf eine glatte, lackirte und dann berusste Metallfläche, über welche sie schnell hinweggeführt wird, eine regelmässige Sinuscurve. Will man nun einen Zeitraum messen, so braucht man nur den Anfang und das Ende desselben auf der Sinuscurve durch je ein Zeichen zu markiren und dann die zwischen beiden Marken liegenden Schwingungen zu zählen. Die beiden Zeichen erzeugt man am fehlerfreiesten durch elektrische Funken, welche man von der Schreibspitze der Stimmgabel auf die berusste Metallfläche überspringen lässt. Das Instrument gestattet Zeitbestimmungen bis zur Maximaldauer von zwei Secunden mit einer Genauigkeit von 0,0005 Sec.

Um nun bei unserer Maschine die Zeiten zu messen, in welchen das Gewicht die einzelnen durch kleine dunkle Flecke markirten Strecken durchfällt, könnte man einfach so verfahren, dass man das Chronoskop zugleich mit in den Stromkreis der secundären Spirale des Funkeninductors einschaltet. Dieselben momentanen Inductionsströme, welche auf dem Papierstreifen die Punkte erzeugen, markiren dann auch auf dem Chronoskop zugehörige kleine Zeichen, durch welche die Fallzeiten abgelesen werden können. Allein diese Methode ist aus verschiedenen Gründen für genauere Messungen nicht recht zu empfehlen. Wir haben deshalb für diese Zwecke die Jodkaliumregistrirung aufgegeben und eine andere Einrichtung getroffen, welche im Princip allerdings nicht durchweg neu, in anderer Form bereits von Edelmann[2])

1) Vgl. v. Beetz, Pogg. Ann. Bd. 135 S. 126. — Ferner M. Th. Edelmann, Neuere Apparate für naturwissenschaftliche Schule und Forschung Bd. 1 S. 31. Stuttgart 1882. — Dieser Apparat ist aus dem phys.-mech. Institute des Herrn Dr. M. Th. Edelmann in München zum Preise von 110 Mk. zu beziehen.

2) Edelmann, Neuere Apparate Bd. 1 S. 37.

bei seinem Fallapparat angewandt worden ist. Dieser Methode liegt folgende Idee zu Grunde: Ein Gewicht durchfällt eine gemessene Strecke. Beim Beginn sowohl als auch am Ende der Bewegung wird je ein constanter Strom, welcher zugleich die primären Windungen eines Funkeninductors durchfliesst, unterbrochen. Dadurch entstehen zwei Inductionsfunken, welche auf der Sinuscurve des Chronoskops direct die Fallzeit registriren. Es handelt sich nun darum, beide Markirungen durchaus fehlerfrei geschehen zu lassen. Dies wird dadurch erreicht, dass einerseits die Auslösungsvorrichtung selbst, andrerseits am unteren Ende des Fallraumes ein federnder, in losem Contact mit einem Metallstückchen stehender Draht die Stromunterbrechungen besorgen.

Um den Auslöser als Unterbrecher zu benutzen, braucht man nur den Hebelarm δ mit dem einen, den Sperrhaken s mit dem anderen Polende der Leitung zu verbinden (Fig. 5). In der Ruhelage des Gewichtes geht dann der Strom von δ nach s u. s. w. In genau demselben Augenblicke nun, in welchem der Sperrhaken durch den Elektromagneten zurückgezogen wird, vollziehen sich sowohl die Stromunterbrechung als auch die Auslösung des Fallkörpers.

Die untere Unterbrechungsvorrichtung ist in Fig. 4 dargestellt. Ein mit einer Spiralfeder p verbundener Messingdraht d, welcher rechtwinkelig zu dem Führungsdraht M steht und von diesem etwa 1^{mm} entfernt ist, wird an dem einen Ende vermittelst der Schraube s in dem Metallstück b festgehalten, während das andere in loser Berührung mit b_1 steht. Sowohl b als auch b_1 sind durch die Kupferdrähte k resp. k_1 mit der Leitung eines constanten Stromes verbunden, welcher ungehindert circuliren kann, so lange d gegen b_1 drückt. Das Ganze wird durch den an der Säule H verschiebbaren, hölzernen Schlitten R getragen. Sobald

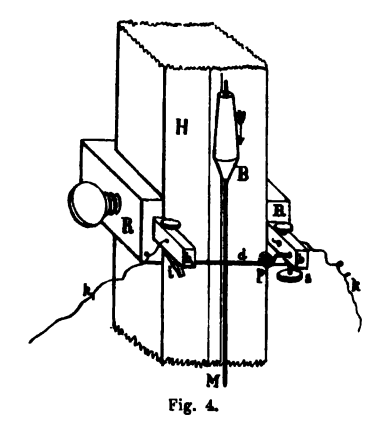


Fig. 4.

nun der Fallkörper B, welcher für Messungsversuche zur Verringerung der schädlichen Wirkung des Luftwiderstandes eine längliche, nach unten zugespitzte Form erhalten hat, während seiner Bewegung am Ende des Fallraumes den Drahl d berührt, tritt die sofortige Unterbrechung des Stromkreises ein. Um nach dem Fall des Gewichtes durch das Zurückschnellen des Unterbrechungsdrahtes nach oben einen weiteren Stromschluss zu verhindern, ist an b das isolirende Sperrstück i angebracht.

Die Stromschaltung wird ohne weitere Beschreibung übersichtlich durch Fig. 5 erläutert. Die Contactvorrichtung A[1]) am Chronoskop besorgt automatisch die Einleitung der nöthigen Stromschlüsse und die

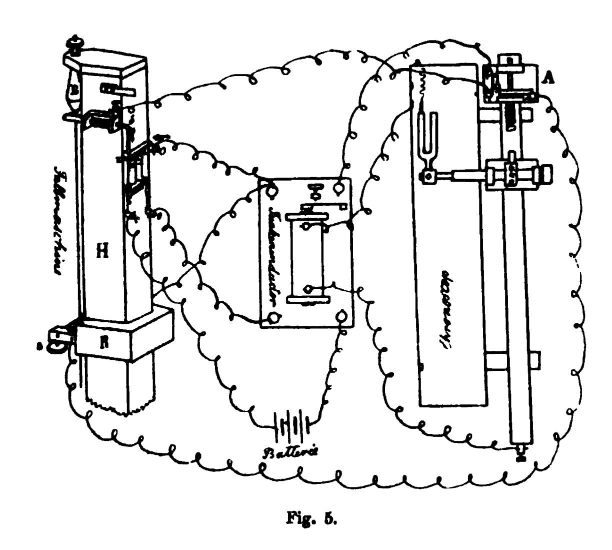


Fig. 5.

sofortige Ingangsetzung der Fallmaschine, sobald die schwingende Stimmgabel mit der Hand in gleitende Bewegung gesetzt wird.

---

1) Diese Vorrichtung wird von Edelmann zu jedem Chronoskop geliefert. Ihre Construction siehe: Edelmann, Neuere Apparate Bd. 1 S. 35.

Ueber den Betrag der atmosphärischen Absorption[1]).

Von

S. P. Langley.

Die Erde ist von einer absorbirenden Atmosphäre umgeben, und wir sehen die Sonne und die Sterne nur durch diese Atmosphäre hindurch.

Wenn wir die absolute Helligkeit der Sonne oder eines Sternes kennen lernen wollen, so müssen wir zuerst fragen, in welchem Maasse und in welcher Art eine Absorption eingetreten ist; es ist daher die direct beobachtete Lichtmenge um jenen Betrag zu klein, welcher durch die Atmosphäre weggenommen wurde. Wer immer sich mit solchen Untersuchungen befasst, muss daher direct oder indirect die Grösse dieser Absorption bestimmen oder dieselbe auf Treu und Glauben aus den Bestimmungen Anderer nehmen, welche Alle in grosser Uebereinstimmung diese Absorption (in Meeresniveau) auf etwa 20% festsetzen. So ergaben schon die frühesten Beobachtungen im letzten Jahrhundert die Lichtabsorption zu 19%. Die überaus sorgfältigen Arbeiten von Seidel aus München geben 21%, die von Pritchard zu Oxford 21%, die neueren Untersuchungen von Müller zu Potsdam 17°, während die Beobachtungen über die Sonnenwärme von Pouillet 18 bis 24% liefern; die allermeisten der Versuche, welche wir sowohl bezüglich des Lichtes als der Wärme citiren könnten, ergeben etwa 20%. Man hat allerdings während der letzten Jahre die Erfahrung gemacht, dass »Licht«-Strahlen im allgemeinen einer Absorption mehr unterworfen sind als »Wärme«-Strahlen, und dass blaues Licht ganz besonders absorbirt wird; der Unterschied jedoch, welchen man bei Anwendung der gebräuchlichen Methoden für die mittleren Coefficienten von Licht und Wärme findet, ist so gering, dass wir auch bei der Wärmeabsorption die 20° beibehalten können, welche sich für das Licht ergeben hatten. So liefert die überaus sorgfältige Versuchsreihe von Ericsson für die Sonnenwärme

1) Uebersetzt aus Phil. Mag. (5) vol. XVIII Oct. 1884.

etwa 21% Absorption. Es scheinen also faktisch viele Tausende von Beobachtungen zahlreicher Beobachter während des vergangenen sowohl, als auch des gegenwärtigen Jahrhunderts dieses Verhältnis mit aller nur erreichbaren Genauigkeit bestimmt zu haben.

Ich bin nun zu einem so total verschiedenen Resultate gelangt, dass ich gegenüber solchen Autoritäten fast zögere, dieselben mitzutheilen; ich wurde nämlich zur Ueberzeugung gedrängt, dass alle diese Bestimmungen fehlerhaft seien und zwar nicht um ein Weniges, sondern um eine Grösse, welche wahrscheinlich dem fraglichen Werthe mindestens gleich ist.

Ich beeile mich hinzuzufügen, dass ich keineswegs die Genauigkeit der zahllosen und sorgfältigen Arbeiten der verschiedenen Experimentatoren von bekanntem Rufe, welche die Bestimmungen gemacht haben, in Zweifel ziehe, ich erkläre mich nur nicht einverstanden mit jener Methode, welche zur Reducirung dieser Bestimmungen in fast allgemeinem Gebrauche ist. Das ist ja sicher, dass keiner dieser Beobachter ausserhalb unserer Atmosphäre gewesen ist, um die wirkliche Strahlung zu messen, und so musste jeder schliesslich irgend eine Folgerung zu Hilfe nehmen, um zu bestimmen, wie gross diese Strahlung wäre, wenn er sie hätte beobachten können. Es ist sicher, dass nahezu Alle eine Formel gebraucht haben, welche, wie leicht zu zeigen, nicht nur fehlerhaft zu sein scheint, sondern bei der auch alle Fehler in einer Richtung liegen, so dass sie insgesammt die berechnete Absorption zu klein liefern. Ferner lässt sich mit einer Klarheit, welche wohl zwingend erscheinen dürfte, nachweisen, dass der numerische Werth dieses Fehlers im Vergleiche zu der in Rede stehenden Grösse ungemein bedeutend ist.

Ich wurde indessen nicht nur durch theoretische Betrachtungen allein, sondern auch durch experimentelle Untersuchungen (während welcher ich sowohl nahe am Meeresspiegel als auch in grossen Höhen experimentirte) zu dem Schlusse geführt, dass jene Gesetze, welche für die atmosphärische Absorption des Lichtes und der Wärme von Sonne und Sternen gelten, so verwickelt sind, dass deren vollständiges Verständnis einstweilen ausserhalb der Möglichkeit unseres Könnens liegen; wohl aber können wir durch ein vorläufiges Studium unsere gegenwärtigen Methoden verbessern. Wie sorgfältig auch alle Forscher experimentirten, so haben sie doch gewöhnlich den zusammengesetzten Charakter der Reduction dieser Beobachtungen nicht berücksichtigt; indem sie annahmen, dass dies Gesetz so einfach wäre, als wir es wünschten, berechneten sie das Resultat mittels einer Formel, welche allerdings, wenn die Natur derselben entspräche, überaus bequem wäre. Die Tendenz, irgend ein wissenschaftliches Dogma, welches achtenswerthe Bürgen aufweist und Arbeit spart, als glaubwürdig anzunehmen, ist natürlich, und infolge dessen blieb jene einfache Regel, welche vor einem Jahrhundert von Bouguer aufgestellt, durch Herschel und Pouillet benutzt und sanctionirt wurde, bis zu unseren Tagen in allgemeiner Geltung, denn damals umfasste sie allerdings noch sämmtliche derzeit bekannten That-

sachen. Gleichwohl können wir uns leicht überzeugen, dass sie den uns bekannten Erscheinungen nicht mehr entspricht.

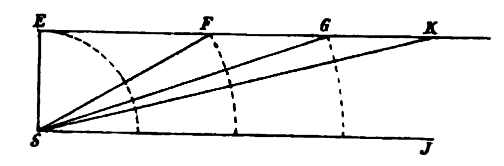
Um all das bis jetzt Gesagte zu rechtfertigen, wollen wir das Problem betrachten, wie es auf den ersten Blick erscheint, und jene Lösung geben, die zunächst liegt. Wenn ein Bündel Sonnenstrahlen durch eine Spalte in ein dunkles Zimmer tritt, so wird das Licht durch Theilchen von Rauch oder Staub in der Luft theilweise aufgehalten und der Raum wird durch das so nach der Seite hin reflectirte oder diffundirte Licht sichtbar gemacht, so dass die Strahlen, nachdem sie den Raum durchsetzt, weniger hell sind, als vorher. Für einen im Sonnenstrahl stehenden Beobachter ist, nach der gewöhnlichen Ausdrucksweise, das directe Licht zum Theil absorbirt, und es fragt sich nun in welchem Grade. Wenn ein bestimmter Theil des Lichtes (nehmen wir an ein Fünftel) auf diese Weise zerstreut wurde, so erscheint der Lichtstrahl, nachdem er den Raum durchsetzt, nur mehr vier Fünftel Mal so hell, als bei seinem Eintritt. Wenn wir nun den so geschwächten Strahl in ein zweites ganz gleichgeartetes Zimmer leiten, so erscheint auf den ersten Blick die Annahme überaus triftig, dass auch hier der gleiche Bruchtheil (d. h. vier Fünftel des Restes) hindurchgelassen wird, und dass das Licht von gleicher Art sei wie früher, nur seinem Werthe nach (im Verhältnisse $^4/_5 \times {}^4/_5$) geschwächt. Die eingangs erwähnte Hypothese nun, welche von Bouguer[1]) herrührt, und welcher Herschel und Pouillet beipflichteten, überträgt diese Methode auf die atmosphärische Absorption der Sonnenstrahlung und behauptet, dass der ursprüngliche Wärmebetrag mittels dieser einfachen Progression berechnet werden könne. (Hier ist natürlich jener geringe Energiebetrag, welcher auf die Erwärmung der Luft verwendet wird, mit eingeschlossen.)

Wir wollen (um Bouguer's Schluss zu wiederholen) irgend ein homogenes, absorbirendes Medium in auf einander folgende Schichten von identischer Dichte und identischer chemischer Zusammensetzung zerlegen.

A sei die Strahlung irgend einer Wärme- oder Lichtquelle, deren Intensität nach dem Durchgange durch die erste Schichte mittels des Bruchtheiles p des ursprünglichen Betrages dargestellt werde, so dass aus A jetzt Ap geworden. Da nun die zweite Schichte mit der ersten sowohl in Bezug auf Zusammensetzung als Grösse identisch ist und daher (der Annahme nach) identisch wirken muss, so wird nach der Hypothese Bouguer's wieder der Bruchtheil p des eintretenden Strahles hindurchgehen und aus der zweiten Schichte nur mehr Ap^2 herauskommen, und so fort. Der durch die Einheit der Schichte hindurchgehende Bruchtheil p (der Transmissionscoefficient) ist ersichtlich einfach der Factor einer geometrischen Progression, so dass von der ursprünglichen Wärme A durch e Schichten Ap hindurchgehen wird, und der zu irgend einem Punkte gelangende Wärmebetrag der Ordinate einer logarithmischen Curve entspricht.

1) Bouguer, Traité de la lumière. Paris 1760.

Um auf diese Weise die Wärme ausserhalb der Atmosphäre (d. h. vor der Absorption) zu schätzen, sei SJ ein kleiner Theil der Erdoberfläche und EK die obere Fläche der Atmosphäre, welche der Annahme nach überall gleich dicht und chemisch gleich zusammengesetzt sein soll. (Die Wirkung der factisch ungleichen Dichtigkeit der auf einander folgenden Luftschichten wird, wie man annimmt, durch eine eigene Berechnung eliminirt.)



Es sei S der Standpunkt des Beobachters, dann ist ES die Richtung eines Strahles, wenn die Sonne genau im Zenithe steht; es sei ferner $FS = 2ES$, $GS = 3ES$, $KS = 4ES$ etc. Die ursprüngliche Wärme A wird nach Passirung einer Schichte (ES) zu Ap; dieselbe würde dann dieser Annahme nach (wenn die Zenithdistanz ESF geworden) nach Absorption in den beiden Schichten zwischen F und S zu Ap^2, nach Absorption in den drei Schichten zwischen G und S zu Ap^3 etc. Die ursprüngliche Wärme A und der Transmissionscoefficient p sind unbekannt; wenn wir jedoch jene Wärme messen, welche längs FS den Beobachter S erreicht (nennen wir diese Wärme m), und etwas später am Tage jene längs KS (nennen wir diese zweite beobachtete Grösse n), so haben wir für den speciellen Fall unserer Annahme

$$Ap^2 = m, \quad Ap^3 = n,$$

wodurch sowohl A als p bekannt werden. Bezeichnen wir die Anzahl der Schichten durch e und die beobachteten Grössen (m oder n) durch t, so haben wir dann $Ap^e = t$, die Exponentialformel von Pouillet und den späteren Forschern. Diese Annahme (und dies ist der Fehler) beruht in erster Linie darauf, dass der Transmissionscoefficient (p) constant ist.

Es ist zweifellos richtig, dass ein ganz beträchtlicher Theil der Sonnenstrahlung durch irgend einen Process in unserer Atmosphäre zerstreut wird. Wir müssen jedoch nach unserem gegenwärtigen Wissen in Betracht ziehen, dass diese Strahlung, welche ihrer Wirkungen wir auch betrachten, nie einfach, sondern stets zusammengesetzt ist. Wir müssen uns erinnern, dass Wärme, ebenso wie Licht, sehr verschiedenartig ist. Es würde, um ein Beispiel Melloni's anzuführen, die strahlende Wärme, wenn irgend ein Auge sie sehen könnte, sehr verschieden gefärbt erscheinen. Wir dürfen nun für die strahlende Wärme ebenso wenig in Bezug auf irgend ein absorbirendes Medium ein einheitliches Absorptionsverhältnis anwenden, als ein blauer oder ein rother Strahl durch ein rothes Glas mit gleicher Leichtigkeit hindurchgeht. Die Anführung dieser Thatsache mag dem Leser vielleicht überflüssig erscheinen, denn sie ist in gewissem Sinne längst gar wohl bekannt. In einem anderen, überaus wichtigen Sinne ist sie jedoch keineswegs bekannt, und

es kann nicht überflüssig sein, in der gegenwärtigen Untersuchung an ihre Tragweite zu erinnern, da ja gerade der Umstand, dass man die Consequenzen derselben ausser Acht gelassen, den eingangs erwähnten Irrthum veranlasste. Es ist ja die Sonnenenergie, ob wir sie nun in ihrer Gesammtheit als Wärme oder chemische Wirkung oder in einem ihrer Theile als Licht betrachten, die Summe einer unendlichen Anzahl von Strahlungen, die durch die verschiedenen atmosphärischen Bestandtheile in unbegrenzt verschiedenfältiger Weise beeinflusst werden können. So werden die grossen Theilchen die Wärme oder das Licht eher reflektiren als diffundiren und so auf alle Wellenlängen in nahezu gleicher Weise einwirken oder die directe Strahlung durch eine nahezu allgemeine Absorption schwächen; die kleineren werden bereits anfangen, auswählend oder am einen Ende des Spectrums mehr als an dem anderen zu wirken; noch kleinere Theilchen, sei dies nun Staub oder feiner Nebel oder noch kleinere Partikelchen, bilden eine wahrscheinliche Folge von immer bestimmter auftretender auswählender Wirkung bis hernieder zum wirklichen Molekül, dessen Schwingungen im rein auswählenden Spectrum als fast nur mehr einzelner Strahl verspürt werden. Es werden also die grösseren Staubtheilchen eine allgemeine und verhältnismässig indifferente »Ahsorption« aller Strahlen bewirken, worauf das Spectrum überall in gleicher Weise weniger hell und weniger warm erscheint. Der Effect der molecularen Absorption geht dahin, das Spectrum mit den Anzeichen der auswählenden Wirkung in Form dunkler tellurischer Linien zu füllen, welche gewisse Arten von Licht und Wärme herausnehmen, andere aber nicht, so dass nach der Absorption der Rest nicht nur seiner Grösse nach vermindert, sondern auch in seiner Art geändert erscheint. Zwischen diesen beiden äussersten Beispielen der Absorption muss, wir wiederholen dies, eine unbegrenzte Anzahl anderer Absorptionen bestehen; wir wollen jedoch den Gegenstand zunächst der Einfachheit wegen so behandeln, als ob nur diese beiden Gesichtspunkte maassgebend wären, ein Vorgehen, welches bereits viel genauer ist, als das ursprünglich von Bouguer, Herschel und Pouillet befolgte; wir müssen jedoch unser Vorgehen als ein Uebereinkommen ansehen, das uns die Natur in ihrer Mannigfaltigkeit aufzwingt.

Es ist somit leicht einzusehen, dass die ursprünglich von Pouillet befolgte Methode auf einer Annahme beruht, welche dahin lautet, dass gleiche Dicken immer das gleiche Verhältnis absorbiren. Wenn man indes, wie dies Melloni bereits vor langer Zeit gethan, mit verschiedenen Medien im Laboratorium praktische Versuche anstellt, so findet man, dass gleiche Dicken keineswegs immer dasselbe Verhältnis der auffallenden Strahlung absorbiren; als Grund hierfür ergab sich die eben erwähnte Thatsache, dass die strahlende Energie durchaus nicht eine einheitliche Erscheinung, sondern die Summe einer Unzahl verschiedenartiger Wirkungen ist, von welchen jede ein specielles Absorptionsverhältnis zeigt. Es folgt daraus, dass der Transmissionscoefficient

nur dann wahrhaft constant bleibt, wenn wir es mit einem absolut homogenen Strahle zu thun haben, welcher aber mit einem gewöhnlichen Photometer oder Thermometer niemals, mit den feinsten linearen Termosäulen oder Bolometer jedoch nur angenähert herausgefunden werden kann. Man vermag daher den ursprünglichen Betrag des Sternenlichtes oder der Sonnenwärme und die absorbirte Menge auch im allerbesten Falle nur angenähert zu bestimmen. Wiewohl in einigen Zweigen der Physik dieses Princip allbekannt ist, so haben die Astronomen und Meteorologen dennoch gezögert, es im vorliegenden Falle anzuwenden; sie zögerten niemals, die Helligkeit oder die Sonnenconstante aus Beobachtungen abzuleiten, in denen die Strahlung entweder als absolut homogen angenommen wurde, oder in welchen man die Nicht-Homogenität kaum als Factor von irgend welcher Bedeutung berücksichtigte[1]).

Die Thatsache, dass man eine directe Anwendung der Beobachtungen von Melloni, selbst nachdem sie von Biot erklärt und erweitert worden waren, vernachlässigte, erklärt sich dadurch, dass Apparate, um die Absorption selbst für nur annäherungsweise homogene Strahlen zu messen, erst seit allerjüngster Zeit existiren und dass ein Aufgeben der alten Formel, für welche diese Schwierigkeiten nicht existiren, die Entdeckung neuer experimenteller Methoden in sich schliesst. Selbst wenn wir durch die Anwendung solcher neuer Methoden schliesslich dahin gelangen, die Absorption für annäherungsweise homogene Strahlen zu messen, so bezieht sich diese Näherung hauptsächlich auf Homogenität der Wellenlängen, nicht aber auf Gleichheit der physikalischen Eigenschaften in diesen neben einander liegenden Wellenlängen, so dass wir auch dann nicht im Stande sind, die Absorption als irgend eine continuirliche Function der letzteren darzustellen. Wir können also mit anderen Worten in verschiedenen sehr kleinen Partien des Spectrums ($\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2$ etc.) Messungen anstellen und hier überall den scheinbaren Transmissionscoefficienten bestimmen; dieser ist dann zwar in jedem dieser Fälle

---

1) Wir müssen indes von dieser Bemerkung ausschliessen die frühzeitige Arbeit von Forbes (Royal Society's „Philosophical Transactions“ Miri 1842) und die neueren Arbeiten von Crova (Academie des Sciences de Montpellier 1876). Siehe ferner das ausgezeichnete kleine Büchlein „Actinométrie“ von Radau. In diesem Werke ist der Gebrauch zweier Coefficienten vorgeschlagen, wurde jedoch keineswegs von Anderen adoptirt, welche wie Violle (Annales de Chemie et de Physique 1879) beharrlich fortfuhren, nur einen Transmissionscoefficienten zu gebrauchen. In noch neuerer Zeit jedoch wiesen Lecher und Pernter und vielleicht noch Andere auf die Wichtigkeit der Betrachtung, auf welche der Schreiber dieser Zeilen dringt, hin. Es erscheint die Anwendung der Methode von Forbes, besonders in der von Crova gegebenen Modification und Ausdehnung, für Alle, welche mittels des Actinometers oder Photometers beobachten, überaus empfehlenswerth. Diese Methode ist indes bei ihrer praktischen Anwendung leider sehr beschränkt und liefert ein Resultat, welches zwar grösser als das von Pouillet, jedoch immer noch nothwendigerweise zu klein ist.

eine Function der Wellenlänge, gleichwohl aber dürfen wir für die originelle Energie des himmlischen Körpers die Gleichung

$$A = \int_{\lambda_n}^{\lambda_m} (\Phi\lambda)^{-\epsilon} d\lambda$$

nicht ansetzen, weil unsere $\Phi\lambda$ in Wirklichkeit discontinuirlich ist. Die Wichtigkeit der Bemerkung wird im folgenden noch viel klarer werden. Allerdings steht es uns zunächst wenigstens frei, das Spectrum in eine bestimmte Anzahl gleicher Partien zu theilen und dieselben mechanisch zu summiren.

Ich habe bereits an anderer Stelle[1] die Behauptung ausgesprochen, dass wir bei Vernachlässigung der Thatsache, dass die Absorption eine auswählende ist, nicht nur fehlen, dass vielmehr auch alle diesbezüglichen Fehler nach einer Richtung liegen und sich summiren; so oft wir also die Absorption nach der gewöhnlichen und fehlerhaften Formel bestimmen, finden wir nie einen zu grossen, sondern stets einen zu kleinen Werth. Man kann dies in ganz einfacher Weise zeigen und, wiewohl eine derartige Darstellungsweise in der eben citirten Arbeit bereits angeregt ist, scheint sie bisher noch nie versucht worden zu sein.

Wir wollen zunächst annehmen, dass die Strahlung des himmlischen Körpers aus zwei Theilen A und B bestehe. A sowohl als B habe einen besonderen Transmissionscoefficienten a resp. b. Nehmen wir ferner (nur aus Gründen der Bequemlichkeit) an, dass jeder dieser beiden Theile vollkommen homogen sei, so können wir die Resultate in der Form zweier geometrischer Progressionen niederschreiben.

Tabelle I.

Ursprüngliche Strahlung	Absorptionsfactor	Strahlung nach dem Durchgange durch eine Schichte	durch zwei Schichten	durch drei Schichten	durch vier Schichten
A	a	Aa	Aa^2	Aa^3	Aa^4
B	b	Bb	Bb^2	Bb^3	Bb^4
$A+B$		$Aa+Bb = (M)$	$Aa^2+Bb^2 = (N)$	$Aa^3+Bb^3 = (O)$	$Aa^4+Bb^4 = (P)$

Es ist nun

$$\frac{Aa+Bb}{A+B} < \frac{Aa^2+Bb^2}{Aa+Bb} < \frac{Aa^3+Bb^3}{Aa^2+Bb^2} < \frac{Aa^4+Bb^4}{Aa^3+Bb^3} < \text{etc.} \ldots$$

und

$$\frac{Aa^2+Bb^2}{Aa+Bb} < \left(\frac{Aa^3+Bb^3}{Aa+Bb}\right)^{\frac{1}{2}} < \left(\frac{Aa^4+Bb^4}{Aa+Bb}\right)^{\frac{1}{3}} < \text{etc.} \ldots$$

1) Compt. Rend. vol. XCII p. 701 (1881).

Diese Brüche sind die Transmissionscoefficienten, berechnet aus Beobachtungen bei verschiedenen Zenithdistanzen. Sie sind ersichtlich verschieden, da ja jeder einzelne immer grösser ist als der vorhergehende.

In der obigen Tabelle bedeutet $Aa + Bb$ die Summe der beiden Strahlungen, wie sie nach dem Durchgange durch die Einheit der Schichte ($\sec \zeta = 1$) mittels des Photometers oder Aktinometers gefunden werden, ebenso $Aa^2 + Bb^2$ nach dem Durchgange durch zwei Schichten ($\sec \zeta = 2$) u. s. w. Wir nehmen aber hier an, dass wir den wirklichen Werth der beiden Constituenten vor der Absorption wüssten, und dies ist nie der Fall. Nach der gewöhnlichen Hypothese ist der Transmissionscoefficient, d. i. der Quotient, von der Absorption in n Schichten durch die Absorption in $(n-1)$ Schichten oder allgemeiner

$$\left(\frac{\text{Werth nach } n \text{ Absorptionen}}{\text{Werth nach } m \text{ Absorptionen}}\right)^{\frac{1}{n-m}}$$

immer constant. Dieser Werth ist aber, wie wir später zeigen werden, nicht constant. Vorher aber wollen wir beweisen, dass man mittels der gewöhnlichen Annahme für die ursprüngliche Strahlung eines Sternes stets einen zu kleinen Werth erhält. Würden wir nämlich eine Methode anwenden, welche zwischen den beiden Strahlungen unterschiede, so würden wir durch eine Beobachtung der Strahlung nach Absorption in einer und zwei Schichten erhalten:

$$A + B = \frac{(Aa)^2}{Aa^2} + \frac{(Bb)^2}{Bb^2}.$$

Bei Anwendung aber der gewöhnlichen Methode hätten wir die fehlerhafte Gleichung

$$A + B = \frac{(Aa + Bb)^2}{Aa + Bb}$$

und es wäre dann dieser Werth algebraisch kleiner als der richtige Werth, denn der Ausdruck

$$\frac{(Aa)^2}{Aa^2} + \frac{(Bb)^2}{Bb^2} > \frac{(Aa + Bb)^2}{Aa^2 + Bb^2}$$

lässt lich leicht auf die bekannte Form

$$a^2 + b^2 > 2ab$$

bringen. Weil nun $a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2$ ist, so wird der Fehler um so grösser, je grösser der Unterschied zwischen den beiden Coefficienten ist.

Nehmen wir nun im allgemeinen an, es sei die ursprüngliche Strahlung vor der Absorption aus beliebig vielen Theilen A_1, A_2, $A_3 \ldots$ mit Absorptionscoefficienten a_1, a_2, $a_3 \ldots$ zusammengesetzt, so wird uns

der wahre Werth von L durch eine Reihe von Brüchen gegeben sein, welche in folgender Form geschrieben werden können:

$$L = \Sigma \frac{(Aa)^2}{Aa^2} = \Sigma A,$$

während als ursprüngliche Energie nach der gebräuchlichen Formel

$$L_1 = \frac{\Sigma (Aa)^2}{\Sigma Aa^2}$$

resultiren wird. Da alle diese Grössen positiv sind, so muss nach einem bekannten Satze $L > L_1$ sein, und es wird diese Ungleichheit um so grösser sein, je grösser der Unterschied zwischen den Werthen der Coefficienten a_1, a_2, $a_3 \ldots$ ist.

Damit sagen wir aber mit anderen Worten, dass immer die durch Beobachtung verschiedener Transmissionscoefficienten gefundenen wahren Werthe grösser sind als in jenem Falle, wo wir auf den zusammengesetzten Charakter des Lichtes (oder der Wärme) des Sternes oder der Sonne nicht Rücksicht nehmen; der richtige Werth wird daher natürlich um so grösser, je grösser der Unterschied zwischen den Coefficienten ist.

Wir haben früher constatirt, dass die gebräuchliche Hypothese den Transmissionscoefficienten constant annimmt. Nun ersehen wir aber aus vorstehender Tabelle, dass derselbe von Schichte zu Schichte variirt, dass er um so kleiner ausfällt, je näher am Zenith wir unsere Beobachtungen vornehmen und immer mehr anwächst, je mehr wir uns dem Horizonte nähern. Da a und b kleiner sind als Eins, so ist jede der Summen $Aa + Bb$ etc. kleiner als die vorhergehende. Es ist also klar, dass das früher gegebene Verhältnis um so kleiner wird, je mehr wir uns dem Horizonte nähern, da ja

$$Aa^2 - Aa^3 > Aa^3 - Aa^4, \quad Bb^2 - Bb^3 > Bb^3 - Bb^4.$$

Es ist daher

$$(Aa^2 + Bb^2) - (Aa^3 + Bb^3) > (Aa^3 + Bb^3) - (Aa^4 + Bb^4).$$

Daraus folgt, dass der Unterschied zwischen den Zählern von folgenden zwei Brüchen

$$\frac{Aa^3 + Bb^3}{Aa^2 + Bb^2} < \frac{Aa^4 + Bb^4}{Aa^3 + Bb^3}$$

kleiner ist als der Unterschied der Nenner. Mit anderen Worten: obgleich sowohl Zähler als Nenner immer kleiner werden, so wachsen die Brüche gleichwohl fortwährend. Genau die gleiche Ueberlegung lässt sich an

$$\frac{Aa^2 + Bb^2}{Aa + Bb} < \left(\frac{Aa^n + Bb^n}{Aa + Bb}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

anlegen. Dies sind nun die in Rede stehenden Transmissionscoefficienten.

Ferner zeigt eine einfache Betrachtung der Form folgender Ausdrücke

$$Aa^2 - Aa^3 > Aa^3 - Aa^4, \quad Bb^2 - Bb^3 > Bb^3 - Bb^4,$$

dass alles, was wir für zwei Constituenten und zwei Coefficienten gezeigt haben, auch für eine beliebig grosse Anzahl derselben, mit denen wir es in Wirklichkeit zu thun haben, giltig bleibt.

Mit anderen Worten: immer, wenn wir positive Zahlen nehmen und a, b, c, $d \ldots$ echte Brüche sind, muss

$$\frac{Aa^{n+1} + Bb^{n+1} + Cc^{n+1} + Dd^{n+1} + \ldots}{Aa^n + Bb^n + Cc^n + Dd^n + \ldots} <$$

$$< \frac{Aa^{n+2} + Bb^{n+2} + Cc^{n+2} + Dd^{n+2} + \ldots}{Aa^{n+1} + Bb^{n+1} + Cc^{n+1} + Dd^{n+1} + \ldots}$$

sein. Immer also, wenn die einzelnen Transmissionscoefficienten positiv und kleiner als die Einheit sind (wie dies ja in Wirklichkeit der Fall ist), ist der allgemeine Transmissionscoefficient in der gewöhnlichen Formel

1. niemals eine Constante (und nach der gewöhnlichen Formel berechnet),
2. immer zu gross,
3. um so grösser und grösser, je mehr wir uns dem Horizonte nähern;
4. es ist jener Werth, welchen uns photometrische oder actinometrische Processe aus der gewöhnlichen Formel für die ursprüngliche Strahlungsenergie eines himmlischen Körpers liefern, immer zu klein.

Wir haben aber bis jetzt noch nicht gezeigt, um wie viel dieser Coefficient zu gross ist, es frägt sich daher immer noch, ob der fragliche Fehler nicht vielleicht praktisch zu vernachlässigen sei.

Der Gebrauch der alten Formel führt jedoch, wie sich leicht zeigen lässt, zu einem Fehler, welcher wenigstens ebenso gross ist wie die ganze in Rede stehende Absorption. Keiner von allen Jenen, welche die alte Formel anwendeten, hat eine derartige Fehlerquelle berücksichtigt. Man nahm vielmehr allgemein an, dass, wenn diese Fehlerquelle irgend wie beträchtlich wäre, sie sich bei all jenen zahlreichen Beobachtungen hätte offenbaren müssen, welche während des ganzen Jahrhunderts über der ganzen Erde auf dem Gebiete der Sternen- und Sonnenphotometrie angestellt würden, da ja z. B. die relative Grösse zweier Sterne auch dann fast ungeändert bleibt, wenn der eine nahe am Zenithe und der andere nahe am Horizonte sich befindet. Es scheint daher auf den ersten Blick, dass die gewöhnliche Formel auch für die absolute Grösse eines Sternes ziemlich richtige Werthe liefern wird, gleichwohl aber ist dieser scheinbare selbstverständliche Schluss ein falscher. Es lässt sich nämlich leicht erweisen, dass der Fehler ein ganz ungeheurer sein kann — dass z. B. statt 20 % 50 % zu setzen wären — ohne dass dieser un-

geheuere Unterschied durch die gebräuchliche Beobachtungsmethode entdeckt werden könnte. Da die gegenwärtig allgemein angewendete Methode, wie bereits erwähnt, aus ganz verschiedenen Beobachtungen, die bei den verschiedensten Höhen der Sonne oder des Sternes vorgenommen wurden, ziemlich genau (bis auf drei oder vier Procent) übereinstimmende Werthe lieferte, so dürfte der Beweis vorstehender Behauptung nicht überflüssig sein.

(Es wird angenommen, dass die ursprüngliche Energie in eine unbegrenzte Anzahl von Strahlen theilbar ist, von welchen jeder durch einen eigenen Transmissionscoefficienten charakterisirt wäre, und dass die Werthe dieser Coefficienten zwischen Null und Eins variiren.) Es sei diese ursprüngliche Energie der Strahlung des himmlischen Körpers gleich X, und bezeichnen wir wieder wie in Tab. I, die nach einer Absorption beobachtete Strahlung mit M, nach zwei mit N, nach drei mit O etc.

Jene nun, welche zwar die Existenz eines Fehlers zugeben, jedoch behaupten, dass dieser Fehler zu vernachlässigen sei, schliessen folgenderweise: Weil, wie wir wissen, sehr nahe $O:N = N:M$ ist, so müssen auch sehr nahe $N:M = M:X$ sein, oder, mit anderen Worten, wenn wir beweisen können, dass (innerhalb 3—4 %) $M = \frac{N^2}{O}$ sei, so könne auch die Gleichung $X = \frac{M^2}{N}$ nur in geringem Maasse fehlerhaft sein.

Wir können das Fehlerhafte dieses Schlusses dadurch überaus ersichtlich machen, dass wir zunächst einen speciellen Fall in Betracht ziehen. Es sei die ursprüngliche Energie in eine beliebige Anzahl von Theile A, B, C etc. (mit den entsprechenden Coefficienten a, b, c etc.) getheilt, so dass

$$\begin{aligned} Aa + Bb + Cc + Dd + \ldots Kk + Ll + \ldots \text{etc.} &= M \\ Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + Dd^2 + \ldots Kk^2 + Ll^2 + \ldots \text{etc.} &= N \\ Aa^3 + Bb^3 + Cc^3 + Dd^3 + \ldots Kk^3 + Ll^3 + \ldots \text{etc.} &= O \\ \text{etc. etc. etc.} \end{aligned}$$

Wir brauchen nun nur anzunehmen dass k, l etc. genügend nahe gleich Null sind (so dass K, L und alle anderen Strahlen solche Coefficienten besitzen, dass sie noch, bevor sie den Beobachter erreichen, fast vollständig verschwunden sind). Es gelangen daher nur mehr die Strahlen mit verhältnismässig grossen Coefficienten zur Beobachtung, nämlich A, B, C, D, etc.. so dass wir jetzt haben

$$\begin{aligned} Aa + Bb + Cc + Dd \text{ etc.} &= M \\ Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + Dd^2 \text{ etc.} &= N \\ Aa^3 + Bb^3 + Cc^3 + Dd^3 \text{ etc.} &= O \\ \text{etc. etc. etc.} \end{aligned}$$

Aus diesen Werthen M, N, O etc. können wir auf keinerlei Weise den Betrag an den ausgelöschten Strahlen K, L etc. schätzen, weil ja diese Werthe in der beobachteten Grösse in keinerlei Weise vorkommen.

Dann aber können wir trotzdem die Werthe für die überbleibenden Strahlen A, B, C, D etc. und ihre Coefficienten leicht so nehmen, dass sie die Differenz zwischen $\frac{M}{N}$ und $\frac{N}{O}$ möglichst klein erscheinen lassen, denn in der Gleichung

$$\frac{Aa + Bb + Cc + Dd + \text{etc.}}{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + Dd^2 + \text{etc.}} - \frac{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + Dd^2 + \text{etc.}}{Aa^3 + Bb^3 + Cc^3 + Dd^3 + \text{etc.}} = R$$

können wir dann A, a etc. immer solche positive und reelle Werthe geben, dass dadurch R beliebig klein wird.

R ist aber dann natürlich das, was uns aus der Formel als Fehler zwischen dem hohen und tiefen Stand der Sonne oder eines Sternes entgegentritt. Daraus folgt also, dass selbst bei sehr genauer Uebereinstimmung der verschiedenen Beobachtungen, welche man bei sehr verschiedenen Höhen irgend eines himmlischen Körpers gewinnt, keinerlei Berechtigung zu dem Schlusse vorliegt, dass der Fehler des schliesslichen Resultates nicht möglicherweise unendlich gross sei.

Nun könnte man aber, selbst zugegeben, dass die obigen Behauptungen an sich richtig seien, gleichwohl bezweifeln, ob irgend ein Grund für die Annahme vorhanden sei, dass so beträchtliche Partien der Sonnenstrahlung, noch bevor sie unser Auge erreichen, vollständig ausgelöscht würden. Dem könnte man entgegensetzen, es wäre in Wirklichkeit keineswegs nöthig, auf vorliegenden äussersten Fall zu greifen (dass nämlich ein grosser Theil der ursprünglichen Strahlung völlig absorbirt würde); wir beabsichtigten damit nur uuserem Beweise grössere Klarheit zu verleihen.

Wir wollen nur annehmen (und das ist sicher richtig), dass ein beträchtlicher Theil der Coefficienten nahezu gleich Null ist und ein anderer beträchtlicher Theil nur einem kleinen Bruchtheile der Einheit gleich ist, dann gilt alles das, was wir eben für einen extremen Fall erwiesen, auch für den vorliegenden Fall, weil wir ja aus den vorhergehenden Beispielen ersehen, dass je grösser der Unterschied zwischen den Coeffiicienten, desto grösser auch der Fehler sein wird, dass wir also in gleichem Maasse den wahren Werth der Absorption unterschätzen. Um bei den Schlussfolgerungen aus der gewöhnlichen Formel die wirklich stattfindenden Bedingungen kennen zu lernen, müssen wir die Entstehungsart der tellurischen Absorption näher ins Auge fassen. Von der allgemeinen oder nicht auswählenden Absorption, wie eine solche in einem Sonnenstrahle durch das Zerstreuen des Lichtes an grösseren Staubtheilchen entsteht, haben wir bereits gesprochen; es erübrigt uns daher nur mehr den Gegenfall davon, den Vorgang einer absolut auswählenden Absorption zu erörtern.

Ich habe hier einige Photographien, welche ich der Liebenswürdigkeit des Professors Rowland in Baltimore verdanke. Während auf dieser einen Photographie ein Theil des Sonnenspectrums in der Nähe von D zu einer Zeit photographirt wurde, wo die Sonne im Meridian stand,

haben wir hier eine zweite Platte, welche denselben Spectralbezirk um etwa halb vier Uhr Nachmittag, wo die durchgestrahlte Luftmasse nur um etwa die Hälfte grösser war, wiedergibt. Gleichwohl ist der Unterschied, welcher durch des Anwachsen der tellurischen Linien an dieser Stelle verursacht wurde, ein ungeheurer. Es ist hier auf dieser Platte kaum die Breite eines Haares, wo nicht solche Linien eingedrungen wären. Allerdings ist zwar das ganze Spectrum nicht so dicht mit Linien besäet, wie diese Region zur Zeit des Sonnenunterganges, indess ist fast das ganze Spectrum mit dicht nebeneinander stehenden tellurischen Linien erfüllt.

Was ist eine tellurische Linie? Eine sehr schmale und kalte Stelle im Spectrum, wo die Absorption ihr Werk bereits völlig gethan hat, oder eine Stelle, welche in jedem Falle so dunkel und so kalt ist, dass sie kaum mehr noch dunkler und noch kälter werden kann. Die Auslöschung des Strahles ist hier eine fast absolute oder, mit andern Worten, der Transmissionscoefficient ist überaus gering. Wenn wir dieselbe Stelle des Spectrums um Mittag betrachten, so finden wir, dass die von diesen Linien ausgefüllten Stellen dunkler sein müssen als sie es wären, wenn keine absorbirende Luft da wäre. Das gilt auch für den Fall, dass die individuellen Absorptionslinien noch nicht so weit vorgeschritten sind, um sichtbar oder bestimmt schwarz zu erscheinen. Nun finden wir aber, dass selbst zur Mittagszeit in gewissen Theilen einige derselben absolut schwarz erscheinen. Noch mehr, selbst wenn wir auf einem hohen Berge in die höheren Luftregionen emporsteigen, so finden wir auch hier schon gewisse Strahlen lange bevor sie den Meeresspiegel erreicht, vollständig ausgelöscht. In dieser Weise habe ich selbst zahlreiche, absolut schwarze tellurische Linien auf dem Aetna beobachtet, ja sogar noch in viel grösseren Höhen in der reinen und trockenen Luft der Sierra Nevada in Californien; wir haben daher allen Grund zu vermuthen, dass selbst in den höchsten Höhen, die menschlich erreichbar sind, gewisse Theile des Spectrums beinahe völlig verschwunden sind, und dass wir daher durch keinerlei Beobachtung der verschiedenen Absorptionsverhältnisse in den restirenden Spectralbezirken auf den Originalbetrag in correcter Weise werden schliessen können. Durch Irradiation erscheinen die tellurischen Linien schmäler und schwächer als sie in Wirklichkeit sind. Die Photographie liefert uns diesbezüglich viel vertrauenswerthere Angaben und das Studium solcher bewunderungswerther Photographien wird die Begriffe von Allen, welche mit dem Anblick des Spectrums einer tiefstehenden Sonne vertraut sind und welche von der Zartheit und Feinheit dieser Linien einen gewissen Eindruck gewonnen haben, in vortheilhafter Weise berichtigen. Das Mittagspectrum muss nicht nur dunkler erscheinen infolge jener tellurischen Linien, welche bereits sichtbar sind, sondern auch infolge jener, welche noch nicht individuell gesehen werden, welche noch latent sind, und erst dann individuell auftreten, wenn die Sonne tiefer steht. Aus dem bisher Besagten erhellt, dass der allein auf Rechnung der tellurischen Linien kommende Absorptionsbetrag beträchtlich grösser ist, als man

gewöhnlich annimmt und dass jene Absorptions- und Transmissionscoefficienten, wie sie durch verschiedene Beobachter durch das Actinometer oder Photometer erhalten wurden, in Wirklichkeit einen mittleren Coefficienten liefern, der aus hunderten solcher abwechselnder Absorptionen sich zusammensetzt. Daraus folgt aber noch viel mehr; selbst der kleinste Bezirk einer Beobachtung (ob die tellurischen hier separat sichtbar oder noch latent sind) enthält stets abwechselnde Stellen von Transmission und Absorption, und es muss daher, entsprechend unseren vorhergehenden Erläuterungen, selbst jenes Resultat, welches eine lineare Termosäule oder Bolometer ergibt, immer noch eine zu kleine Absorption liefern. Ich sprach bis jetzt ausschliesslich nur von der auswählenden Absorption; ich erinnere jedoch den Leser, dass wir hier auch die theilweise auswählende und die verhältnismässig nicht auswählende Absorption zu berücksichtigen haben und dass zwischen den tellurischen Linien und einer allgemeinen Absorption in Wirklichkeit jede Zwischenstufe zwischen Null und der Einheit vertreten ist. Die vorstehende Kritik gilt also, wenn auch in geringem Grade, bei jenen wenigen Untersuchungen, welche zwei oder mehrere Coefficienten in Verwendung zogen und selbst für alle Untersuchungen mittels Bolometer oder Thermosäule, wo man zahlreiche Coefficienten benutzte. Dasselbe gilt auch für meine eigenen Forschungen. Ich habe so viel ich konnte gethan, um den Fehler möglichst zu verkleinern, indem ich möglichst nahe homogenes Licht maass, d. h. indem ich so kleine Stellen des Spectrums herausgriff, dass dieselben wohl ohne Uebertreibung des Namens linear genannt werden dürfen, ein Name, der sicherlich für die arbeitende Fläche eines linearen Bolometers gilt, die eine haarähnliche Linie von ein Fünftel Millimeter Breite bildet. Wenn wir aber selbst diesen Streifen in das Spectrum bringen, so bedeckt er immer noch mehr als die Entfernung zwischen den beiden *D*-Linien; wenn wir daher diese wohlbekannte Region des Spectrums als Typus herausgreifen, so sehen wir, dass diese haarähnliche Linie sogar in diesem schmalen Intervalle fast ein Dutzend wechselnde Stellen von Helligkeit und fast gänzlicher Auslöschung bedeckt, so dass wir wohl in Bezug auf die Wellenlänge bei einem solchen Instrumente von angenähert homogenen Strahlen sprechen können, nie aber in Bezug auf eine solche locale Absorption. Ich bin überzeugt, dass niemand den Betrag dieser Absorption in Wirklichkeit kennt; wir können aber die ungefähre Grösse derselben schätzen und sind wohl jetzt in der Lage einzusehen, dass die Daten in der nebenstehenden Tabelle (Tab. II) die factischen Verhältnisse der Natur mit einiger Annäherung wiedergeben werden. Wir finden hier gewisse numerische Resultate, die alle auf der näherungsweise richtigen Hypothese fussen, dass die Gesammtwärme der Sonne oder der Sterne in eine bestimmte endliche Anzahl von Theilen zerfällt, von denen jeder ein eigenes Absorptionsverhältnis besitzt.

Wir machen hier die Annahme, dass die strahlende Energie vor ihrer Absorption in zehn Theile, *A*, *B*, *C* . . . *J*, zerfällt, von welchen

jeder einen eigenen Transmissionscoefficienten $a, b, c \ldots i$ besitzt. Wir wählen diese Anordnung, um im grossen Ganzen eine Vorstellung von der Verworrenheit dieses Problems und von der Methode seiner angenäherten Lösung zu geben; es handelt sich für uns hier nur um ein Beispiel für die Art und die Grösse jener Fehler, welche der Gebrauch der gewöhnlichen Formeln veranlasst. Es hängt auch das folgende Beispiel in keiner Weise von diesen numerischen Werthen ab, für deren angenäherte Richtigkeit ich nicht einzustehen brauche. Dieselben sollen uns nur einen numerischen Beleg und eine Rechtfertigung jener vorstehenden Behauptung erbringen, wonach die Absorption im grossen Ganzen mehr als doppelt so gross sein kann, als uns dieselbe ohne Berücksichtigung des aufgedeckten Fehlers die alte Formel liefert.

Es sei indess hier nebenbei bemerkt, dass diese Zahlen, welche uns zur Charakterisirung der Thatsachen dienen, mit einer gewissen Annäherung den wirklichen Werthen der Natur entsprechen. Man erhielt dieselben nämlich durch eine angenäherte Lösung von Gleichungen folgender Form:

$$Aa + Bb + Cc + Dd + Ee \text{ etc.} = M$$
$$Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + Dd^2 + Ee^2 \text{ etc.} = N$$
$$Aa^3 + Bb^3 + Cc^3 + Dd^3 + Ee^3 \text{ etc.} = O$$

wo M, N, O etc. von den Beobachtungsresultaten nicht allzusehr abliegen. Es dürfte daher die Schlussfolgerung dieses speciellen Beispieles im allgemeinen numerisch ziemlich richtig sein.

Wir haben hier angenommen, dass die strahlende Energie der Sonne oder eines Sternes, bevor dieselbe in unsere Atmosphäre eintritt, in zehn gleiche Theile zerlegt werde, von welchen jeder im allgemeinen eine verschiedene partielle Absorption besitzt. Kein Strahl wird absolut transmittirt oder absorbirt, ein bestimmter kleiner Theil aber (welcher im Spectrum durch die bekannten tellurischen Linien dargestellt wird) erscheint so stark absorbirt, dass sein Coefficient an der ersten Decimalstelle gleich Null ist, und ein viel grösserer Theil, welcher gewissen ultra-rothen Strahlen entspricht, hat einen Coefficienten, der von der Einheit nicht zu unterscheiden ist. Der grössere Theil der spectralen Energie aber liegt wahrscheinlicherweise zwischen diesen beiden Grenzfällen.

Die erste Reihe der folgenden numerischen Werthe gibt die Intensität vor der Absorption. (Wir haben in diesem speciellen Falle der Einfachheit wegen angenommen, dass $A = B = C \ldots = J = 1$, obwohl diese Bedingung keineswegs nothwendig ist. Es ist jedoch zu beobachten, dass dann in der zweiten Reihe $Aa = a$, $Bb = b$ etc. wird, so dass die Transmissionscoefficienten, die Factoren der einzelnen geometrischen Reihen in dieser einzelnen Reihe ebenso gross ist wie die Intensität nach der Absorption.

Tabelle II.

I Ursprüngliche Intensität (gewöhnlich unbekannt) A, B, C etc.	II Beobachtete Intensität nach einer Absorption Aa, Bb, Cc etc.	III Beobachtete Intensität nach zwei Absorptionen Aa^2, Bb^2, Cc^2 etc.	IV Beobachtete Intensität nach drei Absorptionen Aa^3, Bb^3, Cc^3 etc.	V Beobachtete Intensität nach vier Absorptionen Aa^4, Bb^4, Cc^4 etc.
1	0,01	0,0001	0,000	0,0000
1	0,1	0,01	0,001	0,0001
1	0,2	0,04	0,008	0,0016
1	0,6	0,36	0,216	0,1296
1	0,7	0,49	0,343	0,2301
1	0,7	0,49	0,343	0,2301
1	0,8	0,64	0,512	0,4096
1	0,9	0,81	0,729	0,6561
1	0,9	0,81	0,729	0,6561
1	1,0	1,00	1,000	1,0000
$10 = A + B + \text{etc.} = X$	$5{,}9 = Aa + Bb + \text{etc.} = M$	$4{,}65 = Aa^2 + Bb^2 + \text{etc.} = N$	$3{,}881 = Aa^3 + Bb^3 + \text{etc.} = O$	$3{,}3143 = Aa^4 + Bb^4 + \text{etc.} = P$

Wenn wir den Transmissionscoefficienten durch einen Vergleich von II und III bestimmen, so erhalten wir $\frac{N}{M} = 0{,}789$, von II und IV erhalten wir $\left(\frac{O}{M}\right)^{\frac{1}{2}} = 0{,}812$, von II und V aber schliesslich $\left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{,}825$ die entsprechenden mittleren Absorptionen sind also:

$$1 - \frac{N}{M} = 0{,}21, \quad 1 - \left(\frac{O}{M}\right)^{\frac{1}{2}} = 0{,}188, \quad 1 - \left(\frac{P}{M}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{,}175.$$

Es stimmen also alle Beobachtungen bei verschiedenen Höhen ziemlich gut überein und liefern eine Absorption von 18 bis 21%, trotzdem aber wären alle weiteren Schlüsse falsch.

Würden wir nach einer Methode beobachten, welche zwischen den verschiedenen Strahlungen, aus welchen Wärme oder Licht zusammengesetzt ist, unterscheidet, so hätten wir aus den Beobachtungen in Reihe II und III

$$A + B + C + \dots J = \frac{(Aa)^2}{Aa^2} + \frac{(Bb)^2}{Bb^2} + \frac{(Cc)^2}{Cc^2} + \dots \frac{(Ji)^2}{Ji^2} =$$
$$= \frac{0{,}01}{0{,}0001} + \frac{0{,}1}{0{,}01} + \frac{0{,}2}{0{,}04} + \dots \text{etc.} = 10$$

(dies ist der richtige Werth); die gewöhnliche, fehlerhafte Formel unterscheidet aber nicht zwischen den einzelnen Strahlen und gibt

$$A + B + C + \ldots = \frac{(Aa + Bb + Cc + \ldots)^2}{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2} = \frac{(5,9)^2}{4,65} = \text{nahe } 7,5.$$

Wir nehmen den für den Beobachter günstigsten Fall, wo er (was selten oder in Wirklichkeit nie durchzuführen ist) seine Beobachtungen beginnt, während die Sonne oder der Stern im Zenithe steht und der Himmel so gleichbleibend heiter ist, dass er seine Versuche so lange fortsetzen kann, bis die Secante $\zeta = 4$ (entsprechend der Reihe V), resp. die Höhe kleiner als fünfzehn Grade ist. Wir haben hier angenommen, dass wir sowohl den ursprünglichen Betrag des Lichtes oder der Wärme vor der Absorption, als auch die Zusammensetzung des Strahles kennen, während die gewöhnliche Formel hingegen mittels der gewöhnlichen Beobachtungen durch Photometer oder Actinometer diesen ursprünglichen Betrag erst ableiten muss.

Die aufeinander folgenden Absorptionen, welche in dieser Weise durch einen Vergleich einer Zenithbeobachtung mit drei succesive tieferen Höhen gefunden werden, sind 21 %, 19 %, 18 %. Dies liegt, wie jeder mit derlei Beobachtungen Vertraute leicht zugeben wird, innerhalb der wahrscheinlichen Fehlergrenze, und wir erhalten als schliesslichen Werth

$$1 - \frac{5,9}{10,0} \text{ oder } 41\,\%.$$

Nun ist hier zu bemerken, dass die bereits erwähnten Bestimmungen dieses Absorptionscoefficienten durch verschiedene Beobachter ebenso stark voneinander abweichen, als die oben gegebenen Werthe; wenn daher die eben gegebenen Bedingungen den in der Natur vorkommenden entsprechen, so muss daraus resultiren, dass selbst jahrelange Beobachtungen immer in genauer Uebereinstimmung als Gesammtabsorption eine falsche Zahl $19 - 22\frac{1}{2}\,\%$ liefern mussten und dass die sehr kleinen eben erörterten Unterschiede, welche sich nach unserer Theorie als im Wesen der Sache liegend erwiesen, wahrscheinlicherweise lange Zeit unentdeckt bleiben mussten. Früher mussten dem Beobachter, wir geben das zu, infolge der scheinbar ungemeinen Uebereinstimmung seiner Resultate, die Ueberzeugung sich aufdrängen, dass ein eventueller Fehler seiner Formel praktisch zu vernachlässigen sei, jetzt aber muss eine solche Anschauung nach unseren Ausführungen als eine trügerische bezeichnet werden, und der wirkliche Fehler kann, wie aus unseren numerischen Erläuterungen erhellt, den fraglichen Werth um die Hälfte zu klein machen, da ja die obigen Werthe ohne Einführung irgend welcher unwahrscheinlicher und den thatsächlichen Verhältnissen widersprechender Bedingungen ersichtlich vergrössert werden dürfen.

Der Verfasser hält es für nicht unwahrscheinlich, dass das Minimum jenes Werthes, welchen wir für die Absorption des Sonnen- oder Sternenlichtes am Meeresspiegel anzugeben haben, über 40 % beträgt.

Gleichwohl würde diese Thatsache nur in Berücksichtigung der Sterne wenig Bedeutung haben, da deren relative Grössen (ausser es würde irgend eine Farbe besonders vorherrschen) bei Anwendung der falschen und der richtigen Hypothese nahezu die gleichen blieben; wer immer sich mit Sternenphotometrie befasst, zieht ja nur die relativen Grössen in Betracht und sucht nur die relativen Helligkeiten am Zenithe, nicht aber ihre absolute Helligkeit ausser unserer Atmosphäre kennen zu lernen.

.Bei der Sonne aber liegt der Fall ganz anders. Hier handelt es sich um die absolute Wärme und das absolute Licht.

Denn wenn wir unsere obigen Schlüsse sowohl auf die Probleme der Sonnenphysik, als auch auf jene der Meteorologie anwenden, so bietet das Resultat plötzlich ein überaus weitgehendes Interesse. Wenn wir wüssten, wie viel Wärme den Erdboden erreicht, wie viel Wärme wieder weggestrahlt wird, und in welcher Weise diese weggestrahlte Wärme in ihrer Art geändert ist, so würden fast alle Erscheinungen der Meteorologie im Voraus zu bestimmen sein. Zur Lösung dieser Probleme müssen wir aber die in unserer Atmosphäre absorbirte Wärme kennen, und hier sprechen noch andere Gründe, wie die oben erwähnten dafür, dass diese Wärme den gewöhnlich angenommenen Betrag um das Doppelte übersteigt.

Es ist nämlich zu erwähnen, dass der Vergleich von Beobachtungen am Fusse und auf dem Gipfel sehr hoher Berge uns in den Stand setzt, viel genauere Resultate zu erreichen, als es durch das Beobachten der Sonne in grösserer oder minderer Höhe geschehen kann, und zwar nicht nur deshalb, weil die absorbirende Luftschichte kleiner wird, sondern auch weil wir auf diese Weise gewisse regelmässig vorkommende Schwankungen zwischen der Beschaffenheit der Atmosphäre am Mittage oder am Abend vermeiden, welche zu den bereits besprochenen Fehlern noch einige neue constante Fehler hinzufügen. Durch solche Beobachtungen wurde ich, auch unabhängig von der Theorie, zu dem Schlusse gezwungen, dass die Absorption grösser ist als man gewöhnlich annimmt. Ausser dieser Methode aber, welche nicht von jedermann angewendet werden kann, gibt es noch eine andere leicht ausführbare, deren Resultate in ihrer Bedeutung bis jetzt, wie es scheint, übersehen wurden.

Wenn wir zugeben, dass die Sonnenwärme nach ihrer Absorption nicht in unserer Atmosphäre angehäuft wird (weil ja dadurch unsere Atmosphäre zu einem glühenden Gase erhitzt würde), so müssen wir, nach meiner Meinung, annehmen, dass diese Wärme durch verschiedene Theilchen sowohl zu uns her, als auch von uns weg diffundirt werden muss. Es wird daher fast alles, was uns von dem directen Lichte und der directen Wärme der Sonne durch auswählende Absorption verloren geht, sich in jener Strahlung wiederfinden müssen, welche vom Himmel entweder zu uns oder in die Himmelsräume hinaus reflectirt oder auswählend diffundirt wird[1]). Ich habe Versuche über jene

1) Siehe die Arbeit von Tyndall über die Ursache der blauen Farbe des Himmels (Proc. Roy. Soc. vol. XVII p. 223). Siehe ferner die theoretischen Unter-

Wärme- und Lichtmengen angestellt, welche vom Himmel um die Sonne herum und von anderen Stellen desselben ausgehen. Diese Messungen sind noch unvollständig, und ich will daher nur erwähnen, dass sie mir z. B. folgendes zu zeigen scheinen: Der Durchschnittswerth des blauen Lichtes (um gegenwärtig nur vom blauen Lichte zu sprechen), welches auf diese Weise ein gewöhnlicher reiner und wolkenloser Himmel in Meereshöhe liefert, ergibt bereits eine auswählende Absorption von mehr als 40 % des ursprünglichen Blau des directen Sonnenlichtes; wenn auch die durchschnittliche Diffusion etwas geringer ist, so übersteigt sie gleichwohl 40 %, und wir müssen daher, um die wirkliche Strahlungsenergie der Sonne oder eines Sternes zu erhalten, immer über 40 % zu dem beobachteten Werthe hinzuaddiren. Um die Ideen dieser letzten Behauptung klar zu stellen, wollen wir noch erwähnen, dass jene hellen Wolken, welche (wie experimentell bekannt) uns mehr Licht zustrahlen als eine gleiche Partie des blauen Himmels, dies auf Kosten jener Theile der Erdoberfläche thun, die im Schatten liegen; das so erhaltene Licht dürfen wir dann selbstverständlich nicht zu der zu uns gelangenden Sonnenenergie hinzuaddiren. Bei einem gleichförmigen Himmel aber erhält jeder Punkt des Horizontes den gleichen Sonnenschein wie unsere Station; wenn wir jetzt die Atmosphäre plötzlich ganz wegnehmen könnten, so müsste natürlich die Sonne uns mehr Licht und zwar um so viel mehr Licht zustrahlen, als uns gegenwärtig die Atmosphäre sendet; ja die Helligkeit würde thatsächlich noch grösser sein, weil Licht nicht nur zur Erde, sondern auch in den Weltenraum hinaus zerstreut wird.

Im grossen Ganzen dürfen wir sagen, dass wir auf Meereshöhe im Durchschnitt vom Himmel ebenso viel Licht erhalten, als von der Sonne — wir empfangen am Mittag von der Sonne mehr Licht als vom Himmel, am Morgen und Abend aber mehr Licht vom Himmel als von der Sonne. Es ist keinerlei Grund für die Annahme, dass die zur Erde diffundirte Lichtmenge eines Sternes einem kleineren Verhältnisse unterliege und es ist diese Menge auch unabhängig von dem in den Himmelsraum hinausdiffundirten Lichte.

Alle meine eigenen Untersuchungen, seien dies nun Beobachtungen in Meereshöhe oder in Höhen von nahezu 15000 Fuss, lassen mich glauben, dass die mittlere Absorption des Lichtes (und auch der Wärme) wahrscheinlich mindestens doppelt so gross ist, als man sie gewöhnlich geschätzt hat; ich denke ferner, dass feine Staubtheilchen sowohl nahe an der Erdoberfläche als auch in grossen Höhen bei dieser allgemeinen sowohl, als auch auswählenden Absorption eine grössere Rolle spielen, als man bisher angenommen. Ich hoffe demnächst die Resultate einer Forschung veröffentlichen zu können über den zusammengesetzten Charakter der Strahlung als ein Anzeichen für die auswählende Absorption der Atmosphäre.

---

suchungen von Clausius (Pogg. Ann. Bd. 129 S. 330) und von Lord Rayleigh (Phil. Mag. Febr. 1871).

Allgemeine Theorie centrirter dioptrischer Systeme[1]).

Von

M. F. Monoyer.

Substituirt man den von Gauss angewendeten Formeln der analytischen Geometrie die der elementaren Algebra, so macht man die Theorie der dioptrischen Systeme einem grösseren Leserkreis zugänglich, ohne die Genauigkeit der Resultate irgendwie zu beeinträchtigen.

Diese Substitution bietet ausserdem den Vortheil, unmittelbar auf primitive oder Fundamentalgleichungen zu führen, die manchmal unerlässlich, oft aber bequemer sind als die vereinfachten zur Lösung der meisten auf die Zusammenstellung brechender Medien bezüglichen Probleme. Endlich erhalte ich durch eine passende Wahl der Grössen, mit denen ich operire, algebraische Ausdrücke, die unvergleichlich weniger complicirt sind als die meiner Vorgänger auf diesem Gebiete.

Kap. I. Primitive oder Fundamentalgleichungen der conjugirten Abscissen.

1. Allgemeine Beziehungen zwischen den conjugirten Abscissen.

Ist ein centrirtes System gegeben, das durch die Vereinigung einer beliebigen Zahl einfacher oder zusammengesetzter Diopter[2]) gebildet

1) Aus „Séances de la Soc. Franç. de Physique" (Juillet — Décembre 1883 p. 148—175) übersetzt.

2) Eine brechende Fläche zwischen zwei Medien von verschiedener Brechbarkeit nenne ich ein „einfaches Diopter". Die Vereinigung zweier oder mehrerer einfacher Diopter von unveränderlicher Stellung bildet ein „zusammengesetztes Diopter". In diesem Falle bildet jedes der inneren Medien einen Bestandtheil von je zwei aufeinander folgenden Dioptern. So sind z. B. die Linsen binäre oder Doppeldiopter.

ist, deren jedes durch seine beiden Brennweiten $(f_1 f'_1)$, $(f_2 f'_2) \cdots (f_n f'_n)$ bestimmt ist, und bezeichnet man durch δ_1, $\delta_2 \cdots \delta_{n-1}$ die Abstände des zweiten Brennpunktes jedes Diopters vom ersten Brennpunkte des folgenden Diopters, durch q und q^n die Abscissen von zwei beliebigen conjugirten Brennpunkten, deren erste vom ersten Brennpunkte des ersten Diopters an, deren zweite vom zweiten Brennpunkte des letzten Diopters an gerechnet wird, so erhält man nach Belieben entweder:

$$q = \cfrac{f_1 f'_1}{\delta_1 - \cfrac{f_2 f'_2}{\delta_2 - \cfrac{f_3 f'_3}{\cdots \, \delta_{n-1} - \cfrac{f_n f'_n}{q^n}}}} \tag{I}$$

oder

$$q^n = \cfrac{f_n f'_n}{\delta_{n-1} - \cfrac{f_{n-1} f'_{n-1}}{\delta_{n-2} - \cfrac{f_{n-2} f'_{n-2}}{\cdots \, \delta_1 - \cfrac{f_1 f'_1}{q}}}}. \tag{I^a}$$

Diese Kettenbrüche findet man, wenn man der Reihenfolge nach für jedes Diopter des Systems das Verhältnis bestimmt, das zwischen dem vom vorhergehenden Diopter gelieferten Bilde und dem von ihm (sc. dem betreffenden Diopter) selbst erzeugten Bilde besteht.

Nennt man q und q', $q_{\prime\prime}$ und q'', $\cdots q_n$ und q^n die Abscissen zweier, auf jedes Diopter bezüglichen conjugirten Brennpunkte, so erhält man nach den bekannten Formeln einfacher Diopter:

$$\left.\begin{aligned} q q' &= f_1 f'_1 \\ q_{\prime\prime} q'' &= f_2 f'_2 \\ &\cdots\cdots \\ q_n q^n &= f_n f'_n \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

und andrerseits ist:

$$\left.\begin{aligned} \delta_1 &= q' + q_{\prime\prime} \\ \delta_2 &= q'' + q_{\prime\prime\prime} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \delta_{n-1} &= q^{n+1} + q_n \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Letzteres (nämlich Gl. 2) in Anbetracht des Umstandes, dass das von einem Diopter gelieferte Bild als Object dient für das folgende Diopter.

Nun erübrigt nur noch, aus diesen beiden Gruppen von Gleichungen alle zwischenliegenden Abscissen $q_{\prime\prime}$, $q_{\prime\prime\prime}$, $\cdots q_n$ und q', q'', $\cdots q^{n-1}$ zu

eliminiren. Man erhält alsdann den einen oder den anderen Kettenbruch, je nach der Ordnung, in welcher man die Elimination ausführt, je nachdem man nämlich vom ersten Diopter ausgeht, und bis zum letzten fortschreitet oder umgekehrt.

Führt man in einem Kettenbruch die angedeuteten Operationen aus, so bringt man ihn auf die reducirte Form, wobei man nur noch zwei Ausdrücke hat: den Zähler N und den Nenner P.

Drücken wir durch $q^n = \frac{N_n}{P_n}$ die zu einem System von n Dioptern gehörige Reduction aus, so wird die Reduction des $(n+1)$ten Systems gegeben sein durch den allgemeinen Ausdruck:

$$q^{n+1} = \frac{f_{n+1} f'_{n+1}}{\delta_n - q^n} = \frac{f_{n+1} f'_{n+1} P_n}{\delta_n P_n - N_n}. \tag{3}$$

2. Werth von δ.

Die Grössen δ, welche in unsere Formeln eingehen, und die ihnen das Gepräge so grosser Einfachheit und Eleganz verleihen, sind gewöhnlich nicht unter den gegebenen Grössen eines Problems; wohl aber befinden sich unter den gegebenen Grössen die gegenseitigen Abstände $d_1, d_2, \cdots d_n$ der Diopter selbst, oder wenn diese letzteren zusammengesetzt sind, der Abstand zwischen dem zweiten Hauptpunkte jedes Diopters, und dem ersten Hauptpunkte des folgenden Diopters. Man wird sich also der folgenden Gleichung zu bedienen haben:

$$\delta_n = d_n + f'_n + f_{n+1}, \tag{4}$$

wobei die Brennweiten f'_n und f_{n+1} als positiv vorausgesetzt, d. h. in Bezug auf die als Ursprung der Abstände dienenden Brennpunkte nach der Seite der positiven Abscissen hin gerechnet werden.

Unter diesen Umständen sind die convergenten einfachen Diopter und die convergenten (d. i. Sammel-) Linsen so anzusehen, als hätten sie negative Brennweiten; in diesem Falle geht vorstehende Gleichung über in folgende:

$$\delta_n = d_n - f'_n - f_{n+1}. \tag{5}$$

Dieser letztere Werth von δ kann positiv oder negativ sein, je nachdem man hat:

$$d_n > f'_n + f_{n+1}$$

oder

$$d_n < f'_n + f_{n+1}.$$

3. Beziehungen zwischen den Coefficienten der primitiven Gleichung.

Ich setze jetzt voraus, dass man eine Tabelle über die Reduction des einen oder des anderen der Kettenbrüche angelegt habe und zwar für eine sehr grosse Zahl von Systemen, von 1 bis n Dioptern. Wenn man den Nenner jeder Reduction beseitigt und die Variablen q, q'' und qq'' als gemeinsamen Factor einstellt, so kommt man immer, welches auch die Zahl der dioptrischen Bestandtheile sein mag, auf eine Gleichung zweiten Grades von der Form:

$$f_1 f'_1 A' q'' + f_n f'_n B' q = f_1 f'_1 f_n f'_n C' + D q q'', \tag{II}$$

welche eine Hyperbel vorstellt, deren Asymptoten den coordinirten Axen parallel sind.

Wenn man nun aber drei aufeinander folgende Systeme betrachtet, die bezw. aus $(n-1)$, n, $(n+1)$ Dioptern zusammengesetzt sind, so constatirt man, dass die Coefficienten der drei correspondirenden Gleichungen folgende Beziehungen untereinander darbieten:

$$\left.\begin{aligned} A'_{n+1} &= \delta_n \; A'_n - f_n \; f_n \; A'_{n-1} \\ B'_{n+1} &= \delta_{n-1} B'_n - f_{n-1} f_{n-1} B'_{n-1} \\ C'_{n+1} &= \delta_{n-1} \, C'_n - f_{n-1} f'_{n-1} \, C'_{n-1} \\ D_{n+1} &= \delta_n \; D_n - f_n \; f'_n \; D_{n-1} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

und

$$\left.\begin{aligned} A'_{n+1} &= B'_{n+1\,(+1)} = D_{n\,(+1)} \\ B'_{n+1} &= D_n \\ C'_{n+1} &= A'_n \qquad = D_{n-1\,(+1)} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Die dem Index eines Coefficienten beigefügte Bezeichnung $(+1)$ bedeutet, dass man die Indices aller Grössen δ und ff', welche in den Ausdruck des bezüglichen Coefficienten eingehen, um eine Einheit erhöhen muss.

Diese Beziehungen zeigen, dass es, um die einem Systeme von beliebig vielen Dioptern entsprechende Gleichung bilden zu können, genügt, wenn man den entsprechenden Coefficienten D kennt.

4. Bildung des Coefficienten D.

Wegen der Wichtigkeit dieses Coefficienten geben wir zwei Wege an, ihn zu erhalten.

1. Ausgehend von $D_2 = \delta_1$ bezüglich eines binären Systems berechnet man der Reihe nach D_3, D_4, $\cdots D_n$, indem man das Bildungsgesetz Gl. 6 anwendet: $D_{n+1} = \delta_n D_n - f_n f'_n D_{n-1}$. Setzt man jedesmal das neue δ_n als gemeinsamen Factor zur Rechten des D_n an,

das man soeben gebildet, und von dem es durch einen Verticalstrich getrennt wird, so braucht man die schon angeschriebenen Glieder nicht unnützer Weise zu wiederholen; es genügt, darunter das entsprechende D_{n-1} zu wiederholen, dem eine Klammer vorangeht, vor welcher man $f_n f'_n$ als gemeinsamen Factor anschreibt. Wir geben hier als ein Beispiel für diese Anordnung den Werth von D_7; um Raum zu sparen haben wir angenommen, dass die beiden Brennweiten der dioptrischen Bestandtheile gleich sind, so dass wir also die Producte ff' durch f^2 ersetzen dürfen. In einer so angelegten Tabelle findet man nicht nur den Werth des D, für welches sie gefertigt worden ist, sondern alle vorhergehenden D; um z. B. D_6 zu haben, wird man die zwei Gruppen von Gliedern nehmen, deren eine durch δ_5, die andere durch f_5^2 angezeigt ist.

$$
\begin{array}{llllll}
\delta_1 \,| & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 \,| & \delta_5 \,| & \delta_6 \\
 & -f_2^2 & & & & \\
 & -f_3^2 & \{\delta_1 & & & \\
 & -f_4^2 & \left\{\begin{array}{l}\delta_1 \,| \\ \end{array}\right. & \begin{array}{l}\delta_2 \\ -f_2^2\end{array} & & \\
 & -f_5^2 & \left\{\begin{array}{l}\delta_1 \,| \\ \\ \\ \end{array}\right. & \begin{array}{l}\delta_2 \\ -f_2^2 \\ -f_3^2\end{array} & \begin{array}{l}\delta_3 \\ \\ \{\delta_1\end{array} & \\
 & -f_6^2 & \left\{\begin{array}{l}\delta_1 \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right. & \begin{array}{l}\delta_2 \\ -f_2^2 \\ -f_3^2 \\ -f_4^2 \\ \\ \end{array} & \begin{array}{l}\delta_3 \\ \\ \{\delta_1 \\ \left\{\begin{array}{l}\delta_1 \,| \\ \end{array}\right. \end{array} & \begin{array}{l}\delta_4 \\ \\ \\ \delta_2 \\ -f_2^2\end{array}
\end{array}
$$

2. Nun gebe ich noch ein anderes Verfahren an, und zwar ein sehr einfaches, leicht zu merkendes.

Man schreibt auf einer wagrechten Linie, nach wachsendem Index geordnet, alle δ des gegebenen Systems an. Darunter wiederholt man eine Serie von ähnlichen Reihen, die aus der ersten dadurch abgeleitet sind, dass man e i n δ unterdrückt und das folgende in ein Product ff' (oder f^2, wenn das betreffende Diopter äquifocal ist) mit demselben Index wie das ersetzte δ verwandelt. Diese doppelte Operation wiederholt man so lange, bis auch das letzte δ durch ein f^2 ersetzt ist. Die so erhaltenen Reihen werden nun ihrerseits auf dieselbe Weise behandelt, aber nur in Bezug auf die δ, welche dem letzten Producte ff' oder f^2 jeder Reihe nachfolgen. Man fährt mit dieser Operation so lange fort, bis die angegebene doppelte Operation an den letzterhaltenen Reihen nicht mehr ausführbar ist. Jede Reihe umfasst die Grössen, deren Product ein Glied des Coefficienten D bildet.

δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6
—	f_2^2	0	0	0	0
0	—	f_3^2	0	0	0
0	0	—	f_4^2	0	0
0	0	0	—	f_5^2	0
0	0	0	0	—	f_6^2
—	f_2^2	—	f_4^2	0	0
—	f_2^2	0	—	f_5^2	0
—	f_2^2	0	0	—	f_6^2
0	—	f_3^2	—[1])	f_5^2	0
0	—	f_3^2	0	—	f_6^2
0	0	—	f_4^2	—	f_6^2
—	f_2^2	—	f_4^2	—	f_6^2

In dieser Tabelle ist das Zeichen — an die Stelle der gestrichenen δ, und das Zeichen 0 an die Stelle der beibehaltenen δ getreten. Setzt man alle δ als positiv voraus, so ist das Zeichen jedes Gliedes positiv oder negativ, je nachdem die entsprechende Reihe eine gerade oder ungerade Zahl von Minuszeichen oder von (f^2) enthält.

5. Fundamentalgleichung.

Nachdem dies feststeht, wollen wir mit Rücksicht auf die ferneren Bedürfnisse dieser Studie die primitive Gleichung der conjugirten Brennpunkte (Gl. II) wieder aufnehmen und sie in die Form bringen:

$$Aq'' + Bq = C + Dqq''. \qquad \text{(III}$$

Setzt man: $A = f_1 f_1' A'$, $B = f_n f_n' B'$, $C = f_1 f_1' f_n f_n' C'$, oder dividirt man alle Glieder durch D, so ergibt sich:

$$aq + bq = c + qq''. \qquad \text{(III}^a$$

Die neuen Coefficienten a, b, c sind, wie leicht zu ersehen ist, ebenfalls Reductionen von Kettenbrüchen.

Daraus leitet man nach Belieben ab:

$$q'' = \frac{Bq - C}{Dq - B} = \frac{bq - c}{q - a}, \quad q'' = b + \frac{ab - c}{q - a}, \qquad \text{(IV}$$

oder

$$q = \frac{Aq'' - C}{Dq'' - B} = \frac{aq'' - c}{q'' - b}, \quad q = a + \frac{ab - c}{q'' - b}. \qquad \text{(IV}^a$$

---

1) Im Original steht irrthümlich 0 statt —. G. F.

Kap. II. Primitive Formeln der conjugirten Ordinaten.

Das Verhältnis zwischen zwei conjugirten Coordinaten y und y^n, die den Abscissen q und q^n entsprechen, ist nichts anderes als das Verhältnis der Grösse zwischen einem Objecte und seinem Bilde, d. h. die Verstärkung (grossissement) oder besser die Vergrösserung (grandissement) $G = \frac{y^n}{y}$. Nennt man $y, y', y'', \cdots y^n$ die Grössen der ersten Ordinate und ihrer successiven Conjugirten in Beziehung auf verschiedene Diopter, die irgend ein System bilden, so hat man:

$$\left.\begin{aligned} G &= \frac{y'}{y} \times \frac{y''}{y'} \times \cdots \times \frac{y^{n-1}}{y^{n-2}} \times \frac{y^n}{y^{n-1}} = \frac{y^n}{y} \\ &= g_1 \times g_2 \times \cdots \times g_n \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Folglich ist die durch ein System von n Dioptern bewirkte Vergrösserung gleich dem Producte der durch die einzelnen dioptrischen Bestandtheile bewirkten partiellen Vergrösserungen.

Ersetzt man diese partiellen Vergrösserungen durch ihren Werth, der für jedes Diopter einen doppelten Ausdruck besitzt: $g = \frac{f}{q} = \frac{q'}{f'}$, so erhält man:

$$G = \frac{P(f)}{P(q)} = \frac{P(q')}{P(f')}, \tag{9}$$

wobei

$$P(f) = f_1 f_2 f_3 \cdots f_n, \qquad P(f') = f'_1 f'_2 f'_3 \cdots f'_n,$$
$$P(q) = q_{\prime} q_{\prime\prime} q_{\prime\prime\prime} \cdots q_n, \quad P(q') = q' q'' q''' \cdots q^n.$$

Eliminiren wir alle Zwischenabscissen: $q_{\prime\prime}, q_{\prime\prime\prime}, \cdots q_n$ auf der einen Seite und $q', q'', \cdots q^{n-1}$ auf der anderen Seite, und zwar mittels der Gleichungen 1 und 2, die dazu gedient haben, dieselbe Elimination rücksichtlich der Abscissengleichung auszuführen, so resultirt daraus für $P(q)$ ein Ausdruck, der identisch ist mit dem Nenner der Reduction, die den Werth von q^n gibt, und für $P(q')$ der Nenner der Reduction, die q gibt. Man findet schliesslich:

$$P(q) = Dq - A \text{ und } P(q') = Dq^n - B,$$

und folglich:

$$G = \frac{P(f)}{Dq - A} = \frac{Dq^n - B}{P(f')}. \tag{V}$$

Man hätte die Werthe der Producte $P(q)$ und $P(q')$ auch direct aus der allgemeinen Abscissengleichung ableiten können und wäre zu denselben Resultaten gekommen.

Die Ausdrücke für G werden mit dem $+$ oder —Zeichen zu versehen sein, je nachdem die Producte $P(f)$ und $P(f')$ eine gleiche oder ungleiche Zahl negativer Brennweiten umfassen werden (Sammellinsen und einfache convergente Diopter).

Das Pluszeichen deutet an, dass die conjugirten Ordinaten gleichlagig (homothétiques) sind, d. h. auf derselben Seite der optischen Axe liegen (aufrechtes Bild); das Minuszeichen deutet an, dass sie gegenlagig (antithétiques) sind, d. h. dass die eine ober-, die andere unterhalb der optischen Axe liegt (umgekehrtes Bild).

Setzt man die beiden Werthe von G untereinander gleich, so hat man

$$(Dq - A)(Dq'' - B) = P(f) \times P(f') \tag{10}$$

oder, indem man die beiden Seiten durch D^2 dividirt:

$$(q - a)(q'' - b) = \frac{P(f)}{D} \times \frac{P(f')}{D}; \tag{11}$$

beide Gleichungen sind nothwendig identisch mit Gl. III und III^a. Multiplicirt man die beiden Werthe von G gliedweise, so erhält man:

$$G^2 = \frac{Dq'' - B}{Dq - A} \times \frac{P(f)}{P(f')}.$$

Nun aber wird man in Kap. III sehen, dass $\frac{P(f)}{P(f')} = \frac{m_0}{m_n}$, wo m_0 und m_n die Brechungsindices der beiden äussersten Medien bezeichnen. Man kann also auch noch auf folgenden Ausdruck kommen:

$$G = \sqrt{\frac{q'' - b}{q - a} \times \frac{m_0}{m_n}}. \tag{VI}$$

Kap. III. Beziehungen zwischen den Coefficienten der Fundamentalgleichung und den Abscissen der Cardinalpunkte des Systems.

Unter den 10 Paaren von dioptrischen Punkten, von denen wir fernerhin zu sprechen haben, sind zwei von besonderer Wichtigkeit; es sind dies die vier Cardinalpunkte, deren Kenntnis genügt, um ein wenn auch noch so complicirtes System zu bestimmen und ihm ein äquivalentes zu substituiren, das in diesen vier Punkten mit ihm übereinstimmend gemacht worden ist.

Wir wollen nun daran gehen, zwischen den Coefficienten A, B, D der Fundamentalgleichung der conjugirten Brennpunkte und den Abscissen der Cardinalpunkte Beziehungen aufzufinden, die uns erlauben, unmittelbar die Werthe dieser Distanzen anzuschreiben.

1. Ursprüngliche Abscissen der Brennpunkte q_φ, q_φ'.

Von den zwei Brenn- oder Hauptbrennpunkten des Systems ist der erstere derjenige Punkt, in welchem diejenigen Einfallsstrahlen zusammentreffen, die bei ihrem Austritte parallel zur optischen Axe werden, der andere derjenige Punkt, in welchem die parallel der optischen Axe eingetretenen Austrittsstrahlen zusammentreffen. Macht man nun in den Gleichungen III oder IV der Reihe nach $q'' = \infty$ und $q = \infty$, und theilt alle Glieder durch die gleich ∞ gesetzte Variable, so erhält man die Abscissen der zwei Brennpunkte, nämlich:

$$q_\varphi = \frac{A}{D} = a, \text{ und } q_\varphi' = \frac{B}{D} = b. \tag{13}$$

2. Ursprüngliche Abscissen der Hauptpunkte h, h'.

Da diese Hauptpunkte zwei conjugirte Brennpunkte sind, die charakterisirt sind durch die Gleichheit und Gleichlagigkeit der entsprechenden Ordinaten, so werden die Abscissen dieser Punkte gegeben sein durch die Ausdrücke der Vergrösserung Gl. V, deren jeder gleichgesetzt ist $= +1$. Man findet auf diese Weise

$$\left.\begin{aligned} h &= \frac{A + P(f)}{D} = a + \frac{P(f)}{D} \\ h' &= \frac{B + P(f')}{D} = b + \frac{P(f')}{D} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

oder, wenn man sich im voraus auf die weiter unten nachfolgenden Beziehungen stützt:

$$h = q_\varphi + \varphi \text{ und } h' = q_\varphi' + \varphi'. \tag{15}$$

3. Brennweiten des Systems φ, φ'.

Brennweite wird, wie man weiss, der Abstand zwischen einem Brennpunkte und dem entsprechenden Hauptpunkte genannt; sie würden besser „Hauptweite" heissen; denn sie ist die Abscisse eines Hauptpunktes.

Jede der Brennweiten des Systems ist offenbar gleich der Differenz zwischen der Abscisse eines Hauptpunktes und der Abscisse des entsprechenden Brennpunktes. Man hat also:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= h - q_\varphi = \frac{P(f)}{D} \\ \varphi' &= h' - q_\varphi' = \frac{P(f')}{D} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Man kann so die Brennweiten eines Systems direct berechnen, ohne seine Cardinalpunkte zu kennen. Man muss nur allein darauf bedacht sein, die Brennweiten der convergenten einfachen Diopter und der convergenten (= Sammel-) Linsen als negativ zu betrachten, um den Producten $E(f)$ und $E(f')$ die ihnen zukommenden Zeichen zu geben.

Man wird bemerken, dass die beiden Brennweiten φ und φ' eines dioptrischen Systems immer gleiches Zeichen mit einander haben werden, wenn man bedenkt, dass die Zähler $E(f)$ und $E(f')$ aus Grössen von gleichem Vorzeichen und in gleicher Zahl zusammengesetzt sind.

Das Verhältnis zwischen den zwei Brennweiten eines Systems hat als Werth:

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{E(f')}{E(f)} = \frac{f_1' f_2' \cdots f_n'}{f_1 f_2 \cdots f_n}$$

oder wenn man die Verhältnisse $\frac{f_1'}{f_1}, \frac{f_2'}{f_2}, \cdots \frac{f_n'}{f_n}$ durch die ihnen gleichen ersetzt: $\frac{m_1}{m_0}, \frac{m_2}{m_1}, \cdots \frac{m_n}{m_{n-1}}$, so erhält man:

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{m_1 m_2 \cdots m_{n-1} m_n}{m_0 m_1 \cdots m_{n-1}} = \frac{m_n}{m_0}. \tag{17}$$

Dies beweist, dass in jedem dioptrischen Systeme das Verhältnis der Brennweiten gleich ist dem Verhältnis der Brechungsindices m_0, m_n der äussersten Medien. Und wenn $m_n = m_0$ wäre, so würde folgen:

$$\varphi' = \varphi.$$

Daraus ergibt sich die Eintheilung der Systeme bezüglich des Brechungsvermögens in Systeme mit gleichen Brennweiten (équifocaux), deren beide Brennweiten gleich sind und bei denen folglich auch die Brechung der äussersten Medien gleich ist (gewöhnliche Linsen und die Mehrzahl der optischen Instrumente), und in Systeme mit ungleichen Brennweiten (inéquifocaux), in welchen die Ungleichheit der Brechung der beiden äussersten Medien die Ungleichheit der Brennweiten im Gefolge hat (Immersionslinsen, dioptrisches System des Auges).

Wenn man die Brennweiten von zwei aufeinander folgenden Systemen von $(n - 1)$ und n Dioptern kennt, so kann man die des folgenden Systems von $(n + 1)$ Dioptern berechnen mittels der Formeln:

$$\varphi_{n+1} = \frac{f_{n+1} \varphi_n \varphi_{n-1}}{\delta_n \varphi_{n-1} - f_n' \varphi_n} \text{ und } \varphi'_{n+1} = \frac{f'_{n+1} \varphi'_n \varphi'_{n-1}}{\delta_n \varphi'_{n-1} - f_n \varphi'_n}. \tag{18}$$

Bemerken wir nebenbei die Beziehung:

$$c = ab - \varphi\varphi', \tag{19}$$

die man nachweist, entweder indem man sich auf die Eigenschaften zweier aufeinander folgenden Reductionen eines Kettenbruchs stützt, oder durch Gleich- und Zusammenstellung der Gleichungen III[a] und 11.

4. Dioptrische Vermögen des Systems Φ, Φ'.

Den Namen „dioptrisches Vermögen“ habe ich der Umkehrung der Brennweite gegeben, einer Grösse, die als Maass dient für die Stärke eines dioptrischen Systems, und welche die Parallaxe des Brennpunktes vorstellt, oder auch den Winkel, den der im Abstande der Einheit der Länge parallel der Axe verlaufende Lichtstrahl und der durch den ersten Brennpunkt gehende conjugirte Strahl miteinander bilden. Die Betrachtung des dioptrischen Vermögens hat eine besondere Wichtigkeit erlangt seit der Annahme der „Dioptrie“, d. i. einer Maasseinheit, die ich definirt habe als p. d. dioptrisches Vermögen einer Linse, die eine Brennweite von einem Meter hat.

Nimmt man die umgekehrten Verhältnisse der Brennweiten, so hat man also die dioptrischen Vermögen:

$$\Phi = \frac{1}{\varphi} = D \times \mathcal{P}(F) \text{ und } \Phi' = \frac{1}{\varphi'} = D \times \mathcal{P}(F'), \tag{20}$$

wobei $\mathcal{P}(F)$ und $\mathcal{P}(F'')$ die Producte der ersten und der zweiten sich zusammensetzenden dioptrischen Vermögen bedeuten.

Damit man schliesslich die relative Einfachheit unserer Formeln beurtheilen kann, geben wir hier die Ausdrücke des zweiten dioptrischen Vermögens für die vier ersten zusammengesetzten Systeme:

$$\Phi'_2 = \delta F'_1 F'_2;$$

$$\Phi'_3 = (\delta_1 \delta_2 - f_2 f'_2) F'_1 F'_2 F'_3;$$

$$\Phi'_4 = [\delta_3 (\delta_2 \delta_1 - f_2 f'_2) - f_3 f'_3 \delta_1] \times F'_1 F'_2 F'_3 F'_4;$$

$$\Phi'_5 = \{\delta_4 [\delta_3 (\delta_2 \delta_1 - f_2 f'_2) - f_3 f'_3 \delta_1] - f_4 f'_4 (\delta_1 \delta_2 - f_2 f'_2)\} F'_1 F'_2 F'_3 F'_4 F'_5 =$$
$$= [(\delta_1 \delta_2 - f_2 f'_2)(\delta_3 \delta_4 - f_4 f'_4) - \delta_1 \delta_4 f_3 f'_3] F'_1 F'_2 \cdots F_5.$$

Um das erste dioptrische Vermögen Φ zu erhalten, genügt es $\mathcal{P}(F')$ durch $\mathcal{P}(F)$ zu ersetzen, oder Φ' durch das Verhältnis $\frac{m_n}{m_0}$ der Brechungsindices der beiden äussersten Medien zu multipliciren; denn man hat augenscheinlich:

$$\frac{\Phi}{\Phi'} = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{m_n}{m_0}.$$

Endlich hat man auch:

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{n+1} &= F_{n+1}\left(\delta_n \Phi_n - \frac{\Phi_{n-1}}{F'_n}\right) \\ \Phi'_{n+1} &= F'_{n+1}\left(\delta_n \Phi'_n - \frac{\Phi'_{n-1}}{F_n}\right) \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Kap. IV. Beziehungen der Coefficienten der Fundamentalgleichung zu anderen dioptrischen Punkten.

Führt man in die Gleichung III oder V die charakteristischen Bedingungen anderer dioptrischer Punkte des Systems ein, so wird man daraus die ursprünglichen Abscissen und folglich die Lage dieser Punkte ableiten, wie wir es für die Hauptpunkte soeben gethan haben. Aber in Rücksicht auf die Einfachheit der Beziehungen, welche zwischen den Brennweiten φ, φ' des Systems und den reducirten Abscissen der meisten dieser Punkte bestehen, ist es vortheilhafter, sie zu bestimmen mittels der unreducirbaren Gleichungen, wovon im folgenden Kapitel die Rede sein wird. Gleichwohl müssen wir eine Aus nahme machen zu Gunsten zweier Paare von Punkten, den einzigen, die immer vorhanden sind in einer Klasse von Systemen, wovon die Brennpunkte und die von diesen abhängigen Punkte ausgeschlossen sind; ich meine die confocalen und die Augenpunkte.

Die confocalen[1]) Punkte sind die conjugirten Punkte des zweiten Brennpunktes des letzten Diopters und des ersten Brennpunktes des ersten Diopters, d. h. der Ursprünge der primitiven Abscissen, oder von $q^n = 0$ und $q = 0$, woraus als ihre Werthe folgen:

$$q_0 = \frac{C}{B} \text{ und } q'_0 = \frac{C}{A}\cdot \tag{22}$$

Jeder der confocalen Punkte ist indessen nur der Brennpunkt gleicher Ordnung des Systemes, das übrig bleibt, wenn man das Enddiopter streicht, welchem der Brennpunkt angehört, der zu dem betrachteten confocalen Punkte conjugirt ist. Wie q_φ und q_φ', sind auch die confocalen Abscissen q_0 und q'_0 Reductionen von Kettenbrüchen.

Die Augenpunkte — im allgemeinen zwei, wiewohl man nie von mehr als nur einem gesprochen hat — sind die conjugirten Punkte der äussersten Diopter selbst, d. h. von

$$q^n = -f_n \text{ und } q = -f_1,$$

1) Diese confocalen Punkte darf man nicht verwechseln mit dem confocalen Punkte Bravais', der nichts anderes ist als einer von denjenigen, denen ich den Namen „symptosische Punkte" gegeben habe und die Listing „symptotische" genannt hat.

und folglich haben sie als ursprüngliche Abscissen:

$$o = \frac{Af_n' + C}{Df_n + B} = a - \frac{\varphi\varphi'}{b + f_n'} \text{ und } o' = \frac{Bf_1 + C}{Df_1 + A} = b - \frac{\varphi\varphi'}{a + f_1}. \quad (23$$

Kap. V. Transformation der primitiven Gleichungen.

In der Grundgleichung III oder III^a kann man nach Belieben entweder das unabhängige Glied C, bezw. c, oder die Glieder des ersten Grades in q und q^n, durch eine einfache Aenderung der Ursprünge der Abscissen zum Verschwinden bringen.

1. Reducirte oder unreducirbare Formeln.

Nimmt man als Ursprünge der reducirten Abscissen χ, χ' zweier conjugirter Brennpunkte nicht mehr die Brennpunkte der äussersten Diopter, sondern die Brennpunkte des Systems, wonach zu setzen ist: $\chi = q - a$ und $\chi' = q^n - b$, so verwandelt man die ursprünglichen Gleichungen III^a und V in vereinfachte oder unreducirbare, nämlich:

Formel der Abscissen: $\chi\chi' = \varphi\varphi'$, (VII

Formel der Ordinaten: $G = \frac{\varphi}{\chi} = \frac{\chi'}{\varphi'}$; (VIII

aus dieser letzteren zieht man noch:

$$G = \frac{\varphi + \chi'}{\varphi' + \chi} = \frac{x_N'}{x_N}, \quad (IX$$

wo $(\varphi + \chi')$ die Distanz x_N' des Bildes vom zweiten Knotenpunkte ist und $(\varphi' + \chi)$ die Distanz x_N des Objectes vom ersten Knotenpunkte.

Man hat auch

$$G = \sqrt{\frac{\chi'}{\chi} \times \frac{m_0}{m_n}}. \quad (X$$

Diese Ausdrücke sind identisch mit den Formeln der einfachen Diopter und führen zu denselben Schlüssen.

Wenn das System äquifocal ist, also $\varphi' = \varphi$, so gehen diese Formeln über in folgende:

$$\chi\chi' = \varphi^2, \quad (XI$$

$$G = \frac{\varphi}{\chi} = \frac{\chi'}{\varphi}, \quad (XII$$

$$G = \frac{\varphi + \chi'}{\varphi + \chi} = \frac{x'}{x}, \quad (XIII$$

$$G = \sqrt{\frac{\chi'}{\chi}}. \quad (XIV$$

Manchmal hat man das Bedürfnis, die Dicke (épaisseur) eines Bildes zu kennen oder den Weg, den es durchläuft, wenn man das entsprechende Object verrückt, oder im allgemeinen das Intervall e' zweier Punkte, welche bezw. conjugirt sind zu zwei anderen, die um das Intervall e von einander getrennt sind, und χ_1 und χ_2 zu Abscissen haben.

Man wird in diesem Falle mit Vortheil die Dichtigkeitsformeln anwenden:

$$\frac{e'}{e} = \frac{\varphi\varphi'}{\chi_1\chi_2} = \frac{\chi_1'\chi_2'}{\varphi\varphi'} = \frac{m_n}{m_0} G_1 G_2, \tag{XV}$$

welche für äquifocale Systeme übergehen in:

$$\frac{e'}{e} = \frac{\varphi^2}{\chi_1\chi_2} = \frac{\chi_1'\chi_2'}{\varphi^2} = G_1 G_2. \tag{XVI}$$

Der Beweis für diese Formel ist sehr leicht aufzufinden.

Es ist wichtig zu bemerken, dass die reducirten Abscissen χ, χ' der zwei conjugirten Brennpunkte immer gleiches Vorzeichen haben, sowie und weil dasselbe der Fall ist bei den Brennweiten φ, φ' eines dioptrischen Systems, — und dass folglich das Product $\varphi\varphi'$ immer positiv ist.

Betrachtet man eine Reihe von Paaren conjugirter Punkte, die (χ_1, χ_1') $(\chi_2, \chi_2') \cdots$ als reducirte Abscissen haben, so hat man offenbar:

$$\chi_1\chi_1' = \chi_2\chi_2' = \chi_3\chi_3' = \cdots = \varphi\varphi'.$$

Also: I n j e d e m d i o p t r i s c h e n S y s t e m e , d a s H a u p t b r e n n p u n k t e b e s i t z t , i s t d a s P r o d u c t z w e i e r c o n j u g i r t e r A b s c i s s e n e i n e c o n s t a n t e G r ö s s e und man kann die zwei Brennweiten ersetzen durch die reducirten Abscissen von zwei beliebigen conjugirten Punkten, namentlich durch die der gleich weit abstehenden Punkte (points équidistants), von denen eine jede gleich ist φ_e, was ergibt:

$$\chi\chi' = \varphi_e^2.$$

2. Umgewandelte Formeln.

Um nur allein das unabhängige Glied c verschwinden zu lassen, muss man zwei beliebige conjugirte Punkte zu Ursprüngen der neuen Abscissen x, x' nehmen. Man wählt gewöhnlich die Hauptpunkte und hat alsdann als umgewandelte Abscissenformel:

$$\frac{\varphi}{x} + \frac{\varphi'}{x'} = 1, \tag{XVII}$$

die man, falls $\varphi' = \varphi$ ist, auf die bekannte Form der Linsenformel bringen kann:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{\varphi},$$

oder, wenn man diese Brüche durch ihre Aequivalente in Dioptrien ersetzt:

$$X + X' = \Phi. \qquad \text{(XVIII}$$

Nähme man als ursprüngliche Abscissen x_e, x'_e die äquidistanten Punkte (s. Kap. VI), so wären die äquidistanten Längen (Abstände eines äquidistanten Punkts vom homologen Brennpunkte) untereinander gleich $(\varphi_e = \sqrt{\varphi\varphi'})$ und man hätte für die nicht äquifocalen Systeme eine transformirte Gleichung, die durchaus ähnlich ist der Formel der äquifocalen Systeme, nämlich:

$$\frac{1}{x_e} + \frac{1}{x'_e} = \frac{1}{\varphi_e}, \qquad \text{(XIX}$$

die man dann ebenfalls durch eine Formel in Dioptrien ersetzen könnte:

$$X_e + X'_e = \Phi_e. \qquad \text{(XX}$$

Man weiss, dass in den äquifocalen Systemen die äquidistanten Punkte mit den Hauptpunkten zusammenfallen.

Kap. VI. Dioptrische Punkte.

Unter der gemeinsamen Benennung „dioptrische Punkte“ haben wir alle Punktepaare zusammengefasst, die man erhält, wenn man in der Gleichung $\chi\chi' = \varphi\varphi'$ entweder χ oder χ' besondere Werthe in einfachem Verhältnisse gibt, — die einen mit den Brennweiten φ, φ', die anderen mit den ursprünglichen Abscissen der Brennpunkte des Systems q_φ, q_φ', oder mit den Brennweiten $f_1 f'_n$ der äussersten Diopter. Alle so bestimmten Punkte zeigen eine interessante und nützliche Eigenthümlichkeit. Den früher von Biot, Gauss, Bravais, Moebius, Listing und Töpler angegebenen Punkten habe ich einerseits die äquidistanten und die antiäquidistanten, andrerseits die confocalen beigefügt, wodurch die Gesammtzahl der Punktepaare sich auf 10 erhöht.

Die äquidistanten Punkte sind zwei wechselseitig conjugirte Punkte, deren jeder vom homologen Brennpunkte gleichweit absteht, und deren correspondirenden Ordinaten „homothetisch“ (gleichlagig) sind. Mit anderen Worten: diese Punkte sind charakterisirt durch die Bedingung $\chi_e = \chi'_e$, woraus sich ergibt, dass ihre reducirten Abscissen alle beiden gleich $\sqrt{\varphi\varphi'}$ sind, mit $G = +\frac{\varphi}{\chi_e} = +\sqrt{\frac{\varphi}{\varphi'}}$.

Wie man sieht, ist die Abscisse jedes dieser Punkte die mittlere Proportionale zwischen den Abscissen φ und φ' des Haupt- und des

Knotenpunkts, und der Werth der zugehörigen Vergrösserung ist ebenfalls die mittlere Proportionale zwischen den Vergrösserungen 1 der Hauptordinaten und $\frac{\varphi}{\varphi'}$ der Knotenordinaten.

Abgesehen von dem Nutzen, den die Verwendung der äquidistanten Punkte als Abscissenursprünge uns bieten kann, um der transformirten Gleichung der conjugirten Brennpunkte in den nicht äquifocalen Systemen dieselbe Form zu geben wie in den äquifocalen Systemen (s. Kap. V. 2.), besitzen diese Punkte noch andere interessante Eigenschaften: ihr gegenseitiger Abstand oder äquidistanter Raum ergibt ein Minimum oder ein Maximum der Entfernung der conjugirten Brennpunkte, je nachdem ihre Abscissen positiv oder negativ sind (s. Kap. VII).

Die antiäquidistanten Punkte unterscheiden sich von den äquidistanten nur durch das Zeichen ihrer Abscissen und der entsprechenden Vergrösserung; infolgedessen ist jeder von ihnen in Bezug auf den Brennpunkt gleicher Ordnung der symmetrische Punkt des äquidistanten, und die antiäquidistanten Ordinaten sind antithetisch (gegenlagig). Der antiäquidistante Raum bietet ein Maximum oder Minimum der Entfernung der conjugirten Brennpunkte, je nachdem der äquidistante Raum einem Minimum oder einem Maximum entspricht.

Wir geben in nachfolgender Tabelle das Verzeichnis der dioptrischen Punkte mit ihren reducirten Abscissen und der entsprechenden Vergrösserung. Das vor den Abscissen stehende + oder —Zeichen hat nur relativen Werth, indem es nur anzeigt, ob man das eigentliche Zeichen der betrachteten Grösse beibehalten (dies bedeutet +) oder wechseln muss (dies wird durch — ausgedrückt). Dagegen kommt dem Zeichen der Vergrösserung absoluter Werth zu; + bedeutet den Homo-, — den Antithetismus der Ordinaten.

		χ	χ'	G
Cardinal-Punkte	Brennpunkte	$1^0 \cdots 0$ / ∞	∞ / $2^0 \cdots 0$	∞ / 0
Cardinal-Punkte / Homothetische Punkte	Hauptpunkte	$+\varphi$	$+\varphi'$	$+1$
Homothetische Punkte	Knotenpunkte	$+\varphi'$	$+\varphi$	$+\frac{\varphi}{\varphi'}$
	Aequidistante Punkte	$+\sqrt{\varphi\varphi'}$	$+\sqrt{\varphi\varphi'}$	$+\sqrt{\frac{\varphi}{\varphi'}}$
Antithetische Punkte	Gegen-Hauptpunkte	$-\varphi$	$-\varphi'$	-1
	„ Knotenpunkte	$-\varphi'$	$-\varphi$	$-\frac{\varphi}{\varphi'}$
	„ Aequidist. Punkte	$-\sqrt{\varphi\varphi'}$	$-\sqrt{\varphi\varphi'}$	$-\sqrt{\frac{\varphi}{\varphi'}}$

	χ	χ'	G
Symptosische Punkte	$1^0 \ldots \sigma_1 = -(i - \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'})$	$\sigma'_1 = -(i + \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'})$	$\pm \frac{\varphi}{\sigma_1}$
	$2^0 \ldots \sigma_2 = -(i + \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'})$	$\sigma'_2 = -(i - \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'})$	$\pm \frac{\varphi}{\sigma_2}$
Augen-punkte	$1^0 \ldots \omega = -\frac{\varphi\varphi'}{f_* - q_{\varphi}'}$,	$f_* - q_{\varphi}'$	$\pm \frac{f_* - q_{\varphi}'}{\varphi'}$
	$\ldots f_1 - q_{\varphi}$	$2^0 \ldots \omega' = \frac{\varphi\varphi'}{f_1 - q_{\varphi}}$	$\pm \frac{\varphi}{f_1 - q_{\varphi}}$
Confocale Punkte	$1^0 \ldots \chi_{\varphi} = -\frac{\varphi\varphi'}{q_{\varphi}'}$	$-q_{\varphi}$	$\pm \frac{q_{\varphi}'}{\varphi'}$
	$\ldots -q_{\varphi}$	$2^0 \ldots \chi_{\varphi}' = -\frac{\varphi\varphi'}{q_{\varphi}}$	$\pm \frac{\varphi}{q_{\varphi}}$

Unter diesen zehn Punktepaaren sind nur sechs, deren jedes seine zwei Punkte als wechselseitig conjugirte besitzt; es sind diejenigen, welche die zwei Gruppen mit homo- und antithetischen Ordinaten bilden. Wir haben die Definitionen und charakteristischen Eigenthümlichkeiten der äqui- und antiäquidistanten Punkte bereits gegeben. Die andern Punkte mit wechselseitiger Verbindung sind bekannt. Wir wollen nur beifügen, dass die antithetischen Punkte vornehmlich in den graphischen Constructionen von Nutzen sind, als Ersatzmittel für die homothetischen Punkte, wenn diese letzteren allein über die Grenzen der übrigen Zeichnung hinaustreten.

In den äquifocalen Systemen reduciren sich, weil $\varphi' = \varphi$, die zwei homo- und antithetischen Gruppen je auf ein Paar, das die charakteristischen Eigenschaften derjenigen drei Paare in sich vereinigt, deren Punkte gleicher Ordnung sich verschmolzen haben; diese Eigenschaften sind: die Aequidistanz der conjugirten Punkte und die Gleichheit der entsprechenden Coordinaten und der Winkel, die zwei conjugirte Strahlen, deren jeder durch einen dieser Punkte geht, mit der optischen Axe bilden (Parallelismus oder Antiparallelismus der secundären Axen). Hier legt sich eine Frage nahe, die nicht ohne Interesse ist, weil sie verschiedene Lösungen gefunden hat: Mit welchem Namen soll man diese Punkte bezeichnen, die zugleich Haupt-, Knoten- und äquidistante Punkte sind? Für Gauss konnten sie nur Hauptpunkte sein, da diese die einzigen aus der Gruppe sind, welche von dem gelehrten Astronomen erkannt wurden. Aber seit der Arbeit Listing's sind eben diese Punkte mit ihren vielfachen Functionen von manchen Autoren den Knotenpunkten verglichen worden. Aber auf diese Benennung scheinen sie uns am wenigsten Ansprüche zu haben.

Betrachtet man die den drei homothetischen Paaren entsprechenden Vergrösserungen, so ist die der Hauptordinaten (+ 1) die einzige, die ihren Werth nicht ändert, wenn φ und φ' einander gleich werden. Die Aequifocalisirung eines Systems lässt also die charakteristische Eigenschaft der Hauptpunkte unberührt und mag sie beide (Hauptpunkte) oder nur einen aus ihnen von der Stelle rücken, so theilt sie ihnen überdies die Eigenschaften mit, die den Knoten- und den äquidistanten Punkten eigen sind. Sie hat dieselbe Wirkung auch in Bezug auf die antithetische Gruppe, so dass also die Totalzahl der Paare in den äquifocalen Systemen auf sechs reducirt ist.

In allen dioptrischen Systemen, wie sie auch beschaffen sein mögen, zieht ein Stellungswechsel des betrachteten Objects eine Ortsveränderung des entsprechenden Bildes in gleichem Sinne, aber mit verschiedener Geschwindigkeit nach sich, mit Ausnahme des ganz absonderlichen Falls eines afocalen Systems mit gleichen Coefficienten (Kap. IX). In den mit Hauptbrennpunkten versehenen Systemen ändert sich das Verhältnis $\frac{\chi'}{\chi}$ der von zwei conjugirten Brennpunkten durchlaufene Wege — ein Verhältnis, das gleich ist dem ihrer Geschwindigkeiten in der Ortsveränderung — im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats des vom Object durchlaufenen Weges.

Daraus ergibt sich die Möglichkeit eines Zusammentreffens oder Zusammenfallens (der „Symptose") des Objects mit seinem eigenen Bilde; den Punkt, wo dieses Uebereinanderliegen der zwei wechselseitig conjugirten Brennpunkte stattfindet, nenne ich „symptosischen" Punkt.

Jeder symptosische Punkt hat als Repräsentant zweier mit einander conjugirter Punkte nothwendig zwei Abscissen, deren erste σ vom ersten Brennpunkte aus, deren zweite σ' vom zweiten Brennpunkte aus gerechnet wird, so dass man immer hat: $\sigma\sigma' = \varphi\varphi'$. Bezeichnet man durch $2i$ den focalen Zwischenraum des Systems (die zwischen den beiden Brennpunkten genommene Distanz), so muss, damit daselbst eine Symptose statthabe, offenbar (wie in Kap. VII gesagt werden wird)

$$\sigma + \sigma' = 2i \tag{24}$$

sein. Ersetzt man hier σ' durch seinen Werth $\frac{\varphi\varphi'}{\sigma}$ und löst die daraus hervorgehende Gleichung zweiten Grades auf, so erhält man daraus:

$$\sigma = -\left(i \mp \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'}\right). \tag{25}$$

Es gibt also im allgemeinen zwei symptosische Punkte, die zu Abscissen haben:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= -(i - \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'}) \text{ und } \sigma_1' = -(i + \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'}) \\ \sigma_2 &= -(i + \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'}) \text{ und } \sigma_2' = -(i - \sqrt{i^2 - \varphi\varphi'})\end{aligned}\right\} \quad (26$$

Wie leicht einzusehen, ist die Zahl der symptosischen Punkte gleich:

$$\left.\begin{matrix}0\\1\\2\end{matrix}\right\} \text{ je nachdem man hat: } i \left\{\begin{matrix}<\\=\\>\end{matrix}\right. \sqrt{\varphi\varphi'}.$$

Man wird auch noch sehen, dass in Systemen mit zwei symptosischen Punkten diese Punkte immer im focalen Zwischenraume liegen, jeder von ihren gleichweit entfernt vom zugehörigen Brennpunkte, aber ausserhalb des äquidistanten homothetischen oder antithetischen Raumes, der sich in den focalen Zwischenraum eingeschlossen findet.

Wenn nur eine einzige Symptose vorhanden ist, so fällt sie auf die äqui- (oder antiäqui-) distanten Punkte, und der symptosische Punkt nimmt die Mitte des focalen Zwischenraumes ein. Die Symmetrie der Lage der symptosischen Punkte entspringt aus den Gleichungen

$$\sigma_1 = \sigma_2', \quad \sigma_2 = \sigma_1',$$

die zu setzen erlauben:

$$\sigma_1\sigma_2 = \sigma_1'\sigma_2' = \sigma_1\sigma_1' = \sigma_2\sigma_2' = \varphi\varphi'.$$

Die Existenz aller dioptrischen Punkte, mit Ausnahme der symptosischen, der Augen- und der confocalen Punkte, ist gebunden an die der Brennpunkte. Falls die letzteren in einem Systeme in Wegfall kommen, findet man darin weder mehr die homo- noch die antithetischen Punkte. Zum Ersatze bleiben die Augen- und die confocalen Punkte niemals aus in gleichem Falle; dieser Umstand gibt besonders den letzteren eine thatsächliche Wichtigkeit, woraus wir beim Studium der afocalen Systeme Nutzen ziehen werden.

Kap. VII. Dioptrische Räume und Zwischenräume (espaces et intervalles dioptriques).

Um diese Studie über die dioptrischen Systeme abzuschliessen und um die Grundlagen zu einer rationellen Eintheilung festzustellen, muss ich noch die gegenseitigen Abstände der conjugirten Brennpunkte und die der dioptrischen Punkte bestimmen.

Um die Darstellung zu kürzen, doch ohne sie undeutlich zu machen, haben wir zur Bezeichnung des Abstands zweier Punkte Bezeichnungen angewendet, die je nach der Natur der betrachteten Punkte verschieden sind. Während der Ausdruck „Abscisse“ den Abstand eines beliebigen Punktes von dem als ihrem entsprechenden Ursprung gefassten Punkte bedeutet, haben wir den Namen „Längen“ den reducirten Abscissen der dioptrischen Punkte vorbehalten. Wir haben sohin „Hauptlängen“ (ein Ausdruck, der dem gewöhnlich gebrauchten „Hauptfocallängen“ vorzuziehen ist) und ebenso: „Knotenlängen“, „äquidistante, symptosische Längen“ etc. Das Wort „Raum“ wende ich an zur Bezeichnung des gegenseitigen Abstandes zweier conjugirter Punkte: conjugirter Raum, Hauptraum, Knotenraum etc. Handelt es sich um zwei dioptrische Punkte, die nicht conjugirt, aber von derselben Art sind, so wird ihr gegenseitiger Abstand „Zwischenraum“ genannt werden; ein solcher ist das „focale Intervall“, d. i. der Theil der optischen Axe, der zwischen den beiden Brennpunkten des Systems liegt, das symptosische Intervall, d. i. der gegenseitige Abstand der zwei symptosischen Punkte etc.

In allen anderen Fällen werde ich mich des allgemeinen Ausdrucks Abstand („distance“) bedienen.

Focaler Zwischenraum.

Bezeichnet man ihn mit $2i$ und den gegenseitigen Abstand der zwei äussersten Brennpunkte, die den primitiven Abscissen als Ursprünge dienen, mit $\varDelta$, so hat man augenscheinlich:

$$2i = \varDelta + q_\varphi + q_\varphi' = \varDelta + \frac{A+B}{D}. \qquad (27$$

Dieser Ausdruck kann positiv oder negativ sein oder gleich Null, je nachdem die Vorzeichen und die relativen Werthe des $\varDelta$ und der Grössen q_φ, q_φ' oder der drei Coefficienten A, B, D der Fundamentalgleichung sind.

Conjugirter Raum.

Bezogen auf die primitiven Abscissen hat der conjugirte Raum E als Ausdruck:

$$E = \varDelta + q + q'',$$

oder wenn man q'' durch seinen Werth ersetzt:

$$E = \varDelta + q + \frac{Bq - C}{Dq - A} = \varDelta + q + b - \frac{\varphi\varphi'}{q - a}. \qquad (28$$

Bezieht man ihn auf die reducirten Abscissen, so hat man:

$$E = 2i + \chi + \chi' = 2i + \chi + \frac{\varphi\varphi'}{\chi}. \tag{29}$$

Von den aus dieser Gleichung, die ebenfalls eine Hyperbel vorstellt, zu ziehenden Schlüssen wollen wir nur die zwei interessantesten angeben, deren einer sich auf die Maximum- oder Minimumabweichung der conjugirten Brennpunkte, der andere auf ihre Symptose bezieht.

Wenn man in der Gleichung des conjugirten Raumes das Derivat des zweiten Gliedes der Null gleich setzt, so erhält man:

$$1 - \frac{\varphi\varphi'}{\chi^2} = 0,$$

und daraus:

$$\chi = \pm\sqrt{\varphi\varphi'}.$$

Wir finden auf diese Art die Abscisse der äquidistanten, positiven oder negativen Punkte als einem Maximum oder Minimum des conjugirten Raums entsprechend. Dieser letztere wird alsdann:

$$E = 2\left(i \pm \sqrt{\varphi\varphi'}\right). \tag{30}$$

Die Discussion dieses Ausdrucks würde zeigen, dass er ein Maximum bedeutet für die im focalen Zwischenraume, zwischen den zwei symptosischen Punkten liegenden äquidistanten Punkte, und ein Minimum für die äquidistanten Punkte, die dasselbe Vorzeichen wie i haben, und folglich ausserhalb des focalen Zwischenraums liegen. Zur Bestimmung der symptosischen Punkte reicht es hin, das zweite Glied in der Gleichung des conjugirten Raums gleich Null zu setzen, wie wir es im vorhergehenden Kapitel gethan haben. Man findet so, dass der conjugirte Raum zwei Mal den Werth „Null" passirt, wobei jedesmal das Zeichen gewechselt wird.

Dioptrische Räume.

Gibt man in der Gleichung des conjugirten Raums dem χ der Reihe nach die verschiedenen Werthe der Abscissen der dioptrischen Punkte, so erhält man offenbar die diesen Punkten entsprechenden Räume. Auf solche Weise findet man für den Hauptraum und den Knotenraum denselben Ausdruck:

$$\varepsilon = 2i + \varphi + \varphi', \tag{31}$$

der positiv oder negativ sein kann, je nach den Vorzeichen und relativen Werthen von i und der Summe $(\varphi + \varphi')$.

Ebenso findet man für den äquidistanten Raum den schon weiter oben gegebenen Ausdruck als einer Maximum- oder Minimumabweichung der conjugirten Brennpunkte entsprechend.

Kap. VIII. Eintheilung der dioptrischen Systeme mit Hauptbrennpunkten.

Die vier Cardinalpunkte, auf welche jedes dioptrische, mit Hauptbrennpunkten versehene System sich zurückführen lässt, können in ihrer Beziehung aufeinander eine grosse Zahl von verschiedenen Lagen einnehmen und so zu ebenso vielen verschiedenen Anordnungen Anlass geben. Jedoch Dank dem Umstande, dass die zwei Focallängen eines Systems immer dasselbe Vorzeichen haben, ist die Zahl der Permutationen der fraglichen vier Punkte auf die Hälfte reducirt und geht nicht über 12 hinaus; es sind sonach 12 Anordnungen zu benennen.

Hierzu komme ich dadurch, dass ich gleichzeitig das Vorzeichen und den relativen Werth der Focallängen, des focalen Zwischenraums und des Hauptraums berücksichtige. Ich sage: ein System ist homonym oder gekreuzt, je nachdem sein Focalzwischenraum positiv oder negativ ist; es ist ein exoteres (ἐξωτερός = äusseres) oder endoteres (ἐνδοτερός = inneres), je nachdem seine Hauptpunkte ausser- oder innerhalb des focalen Zwischenraums liegen. Hat der Hauptraum ein dem des focalen Zwischenraums entgegengesetztes Vorzeichen, so wird dieser Umstand dadurch ausgedrückt, dass man den Eigenschaften „homonym“ oder „gekreuzt“ ein mi = halb vorsetzt. Ebenso nennt man das System ein „halb-äusseres“ oder „halb-inneres“, wenn nur der erste Hauptpunkt allein inner- oder ausserhalb des focalen Zwischenraums liegt.

Folgende Tabelle enthält die 12 Anordnungen, die den vorhergehenden Angaben gemäss klassificirt sind und deren jede durch eine Bezeichnung wiedergegeben ist, die sich von selbst erklärt, sobald man weiss, dass Φ, Φ' die Brennpunkte, und H, H' die Hauptpunkte bedeuten.

	Homonyme Systeme		Gekreuzte Systeme	
	1. $H\Phi\Phi'H'$	äussere	1.' $H'\Phi'\Phi H$	
halbhomonyme	2. $H'\Phi\Phi'H$	äussere	2.' $H\Phi'\Phi H'$	halbgekreuzt
	3. $\Phi H'\Phi'H$	halbäussere	3.' $H\Phi'H'\Phi$	
	1. $\Phi HH'\Phi'$	innere	1.' $\Phi'H'H\Phi$	
halbhomonyme	2. $\Phi H'H\Phi'$	innere	2.' $\Phi'HH'\Phi$	halbgekreuzt
	3. $H'\Phi H\Phi'$	halbinnere	3.' $\Phi'H\Phi H'$	

Die sechs homonymen Systeme liefern durch Umkehrung der Ordnung ihrer Cardinalpunkte die sechs gekreuzten Systeme. Die

homonymen haben alle, mit Ausnahme des ersten, negative Focallängen; umgekehrt haben die gekreuzten alle, mit Ausnahme des ersten, positive Focallängen.

Kap. IX. Unvollständige Fundamentalgleichung. — Afocale Systeme.

Wiederholen wir die Fundamentalgleichung der ursprünglichen Abscissen.

$$Aq'' + Bq = C + Dqq''.$$

Bisher haben wir stillschweigend vorausgesetzt, dass wir es mit Systemen zu thun haben, deren Fundamentalgleichung complet ist. Nun aber kann diese Gleichung eines Gliedes und selbst zweier beliebiger Glieder beraubt sein, ohne doch aufzuhören, die conjugirten Brennpunkte eines dioptrischen Systems darzustellen. Aber dann entstehen hieraus für die Lage der dioptrischen Punkte mehr oder weniger beträchtliche Aenderungen, die in manchen Fällen dazu angethan sind, die Gestalt und die Eigenthümlichkeiten des betrachteten Systems tiefeingreifend umzugestalten.

Wir werden uns nicht aufhalten bei den Systemen, in welchen die Coefficienten A und B, beide oder der eine oder andere von beiden, gleich Null sind. Die Annullirung dieser Coefficienten zieht keine anderen Folgen nach sich, als dass die Abscissen der Brennpunkte q_φ, q_φ' auch Null und die der confocalen Punkte q_0, q_0' unendlich werden, dass infolgedessen die Brennpunkte des Systems zusammenfallen mit den Brennpunkten der äussersten Medien, die als Abscissenursprünge dienen, und dass die confocalen Punkte ins Unendliche rücken, d. h. ausfallen.

Interessanter ist der Fall, wo $C = 0$ ist — eine Bedingung, die immer verwirklicht wird in dem binären System oder im allgemeinen in den gleichen Systemen, deren gleiche δ alle Null sind. Man hat dann: $q_0 = q_0' = 0$, d. h. jeder der beiden confocalen Punkte fällt mit dem entsprechenden Abscissenursprung zusammen, und infolgedessen sind die äussersten Brennpunkte der dioptrischen Bestandtheile gegenseitig conjugirt.

Die Gleichung der primitiven Abscissen reducirt sich auf:

$$Aq'' + Bq = Dqq'', \qquad \text{(XXI}$$

die man auf die Form bringen kann:

$$\frac{a}{q} + \frac{b}{q''} = 1 \text{ oder } \frac{q_\varphi}{q} + \frac{q_\varphi'}{q''} = 1. \qquad \text{(XXII}$$

Man hat auch noch:

$$c = ab - \varphi\varphi' = 0$$

und daraus:

$$ab = \varphi\varphi' = q_\varphi q_\varphi'.$$

Afocale Systeme.

Setzen wir endlich $D = 0$, was in dergleichen Systemen der Fall ist, wenn alle ungleichen δ Null sind.

In derartigen Fällen hat man:

$$q_\varphi = q_\varphi' = \infty, \quad \varphi = \varphi' = \infty, \quad \Phi = \Phi' = 0;$$

demzufolge sind die Brennpunkte und nebst ihnen alle homo- und antithetischen Punkte ins Unendliche verlegt. Mit anderen Worten: das System hat weder Hauptbrennpunkte, noch einen der von diesen abhängigen Punkte; es ist afocal oder sein dioptrisches Vermögen ist Null. Dagegen können weder die Augen-, noch die confocalen Punkte in Wegfall kommen, da weder A noch B gleichzeitig mit D Null sein können.

Die Gleichung der primitiven Abscissen erniedrigt sich zum ersten Grade und wird:

$$Aq^n + Bq = C, \tag{XXIII}$$

oder wenn man alle Glieder durch C theilt und die confocalen Abscissen q_0, q_0' einführt:

$$\frac{q}{q_0} + \frac{q^n}{q_0'} = 1. \tag{XXIV}$$

Die Formel der conjugirten Ordinaten reducirt sich unter denselben Bedingungen auf:

$$G = -\frac{E(f)}{A} = -\frac{B}{E(f')} \tag{XXV}$$

oder

$$G = \sqrt{\frac{B}{A} \times \frac{m_0}{m_n}} = \sqrt{\frac{q_0'}{q} \times \frac{m_0}{m_n}}, \tag{XXVI}$$

und wenn die äussersten Medien gleiche Brechung haben ($m_n = m_0$), so ist:

$$G = \sqrt{\frac{q_0'}{q_0}}.$$

Wie man sieht, ist das Vorzeichen und der Werth der Vergrösserung constant in einem und demselben Systeme, welches auch die Lage des Objects oder des Bildes sein mag.

Die Dichtigkeitsformel wird:

$$\frac{e'}{e} = \frac{B}{A} = \frac{q_0'}{q_0} = \frac{m_n}{m_0} G^2. \qquad \text{(XXVII}$$

Dies zeigt, dass die Beziehung der Dichtigkeiten des Bildes und des Objectes ebenfalls constant ist.

Endlich kann das afocale System auch einen, aber nur einen symptosischen Punkt haben, dessen Lage gegeben ist durch den der Null gleichgesetzten Ausdruck des conjugirten Raums:

$$E = \Delta + q_0' + \left(1 - \frac{q_0'}{q_0}\right) q = 0, \qquad (32$$

woraus man findet:

$$q = \frac{\Delta + q_0'}{q_0 - q_0'} q_0. \qquad (33$$

Man kann auch die Abscissengleichung vereinfachen, wenn man den Abstand, sei es des Objects oder des Bildes, vom entsprechenden confocalen Punkte aus rechnet. Nehmen wir z. B. an, man wähle als Abscissenursprung des Bildes den zweiten confocalen Punkt, wonach zu setzen ist:

$$q'' - q_0' = x';$$

man erhält alsdann als vereinfachte Gleichung:

$$x' = -\frac{B}{A} q = -\frac{q_0'}{q_0} q \qquad \text{(XXVIII}$$

oder

$$x' = -\beta q,$$

eine Gleichung, die eine durch den Coordinatenursprung hindurchgehende Gerade ausdrückt.

Es ist leicht zu finden, was geschieht, wenn C zu gleicher Zeit mit D Null ist; man hat dann ein afocales System, in welchem die Brennpunkte der äussersten Medien conjugirt sind und die Gleichung der primitiven Abscissen sich auf die Form reducirt:

$$A q'' + B q = 0;$$

hieraus:

$$q'' = -\frac{B}{A} q = -\beta q. \qquad \text{(XXIX}$$

Hier haben die Augenpunkte als Abscissen:

$$o = \frac{A}{B} f_n \text{ und } o' = \frac{B}{A} f_1,$$

woraus man findet:

$$o o' = f_1 f_n.$$

Je nachdem dieses Product positiv oder negativ ist, haben die Coefficienten A und B entgegengesetztes oder gleiches Vorzeichen und ist die Vergrösserung negativ oder positiv.

Endlich im Falle, wo $A = B$ ist, hat man einfach:

$$q'' = -q \tag{XXX}$$

und

$$G = \pm 1.$$

Protokoll der Generalversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 4. Nov. 1884.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. V. v. Lang.

Das Protokoll der letzteu Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Bei der Wahl des Vorstandes für 1884/85 erscheint gewählt

als Präsident: Prof. Dr. K. Exner,

als Stellvertreter des Präsdenten: Prof. Dr. H. Skraup,

als Secretär: Dr. Ernst Lecher.

Hierauf hielt Herr Prof. Dr. E. v. Fleischl den angekündigten Vortrag: Ueber die Circumpolarisation des Lichtes in Flüssigkeiten.

Prof. Dr. V. v. Lang, Präsident.

Dr. Ernst Lecher, Secretär.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 18. Nov. 1884.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. K. Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Vorträge wurden gehalten von Prof. Dr. L. v. Barth über „Hydrochinonderivate“ und von Herrn Regierungsrath Prof. v. Oppolzer über die „Erdrotation, das Maass der Zeit“.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Secretär.

Eingesendete Bücher.

F. R. Helmert, Prof., Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. II. Theil: Die physikal. Theorien. Leipzig, G. Teubner. 1884. 610 S. — Das sehr reiche, klar und schön behandelte Material dieses zweiten Bandes ordnet sich in folgende acht Kapitel: 1. Allgemeine Eigenschaften der Niveauflächen. 2. Bestimmung der Abplattung aus Schweremessungen. 3. Ableitung einer Formel für die Schwerkraft im Meeresniveau aus den Beobachtungen; continentale Abweichungen des Geoïds. 4. Synthetische Untersuchungen über den Einfluss gegebener Massen auf die Niveauflächen in der Nähe der Erdoberfläche. 5. Zeitliche Aenderungen der Niveauflächen. 6) Verwerthung astronomischer Angaben für die Erkenntnis der Erdgestalt und des Erdinneren. 7. Das geometrische Nivellement. 8. Die trigonometrische Höhenmessung.

L. Blum, Prof., Lehrbuch der Physik und Mechanik für gewerbliche Fortbildungsschulen. 3. Aufl. Leipzig, C. F. Winter. 1885. 539 S. mit 385 Figuren. 5 Mk. — Dieses im Auftrage der kgl. Commission für gewerbliche Fortbildungsschulen in Württemberg herausgegebene Buch dürfte nach der Reichhaltigkeit seines Inhaltes sowie nach der Anordnung desselben seinem Zwecke vollkommen entsprechen.

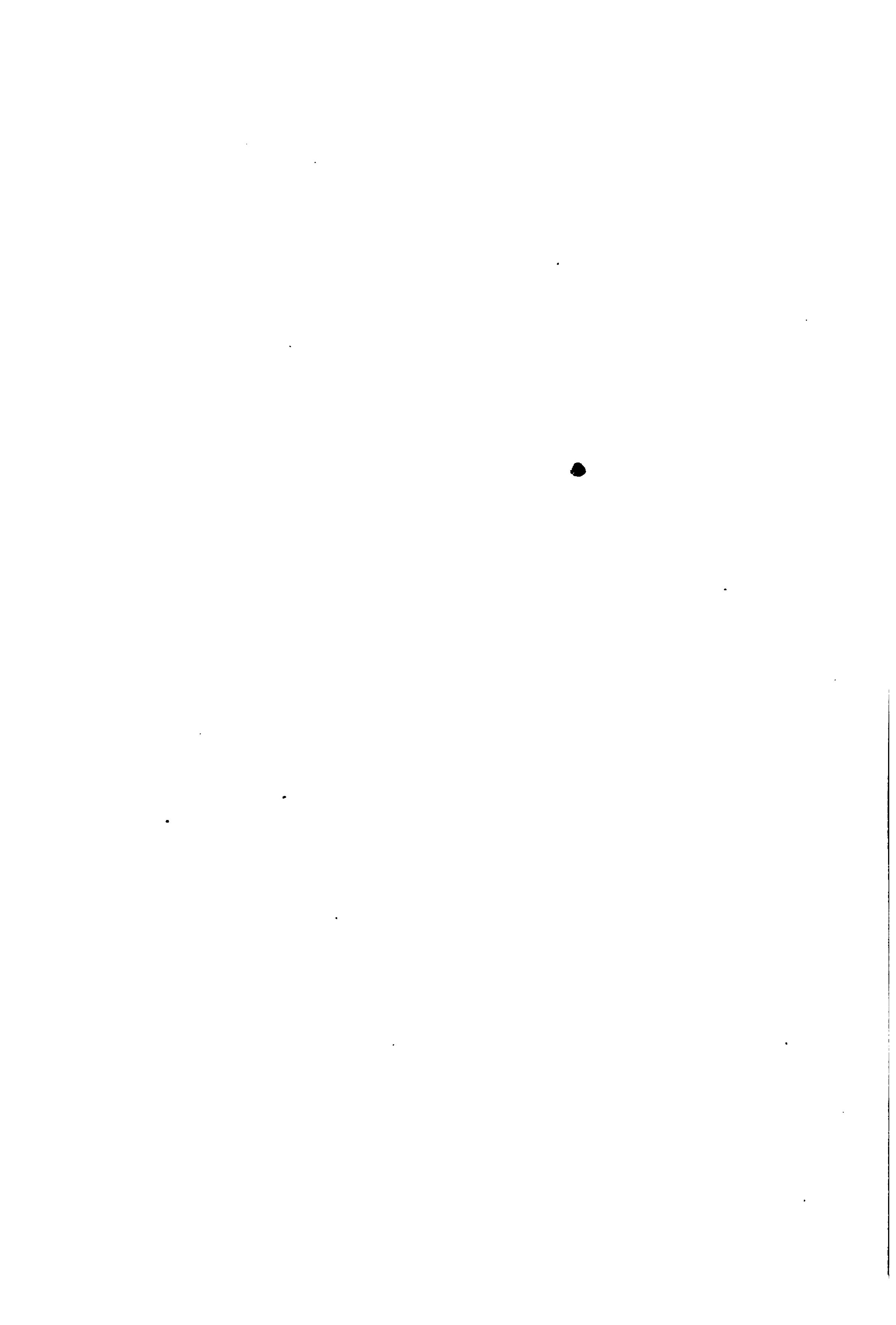
F. Uppenborn, Das internationale elektrische Maasssystem im Zusammenhang mit anderen Maasssystemen. 2. Aufl. München, Oldenbourg. 1884. 26 S. 1 Mk. — Enthält eine übersichtliche Ableitung und Zusammenstellung der elektrischen Einheiten und ihrer Dimensionen im absoluten Systeme.

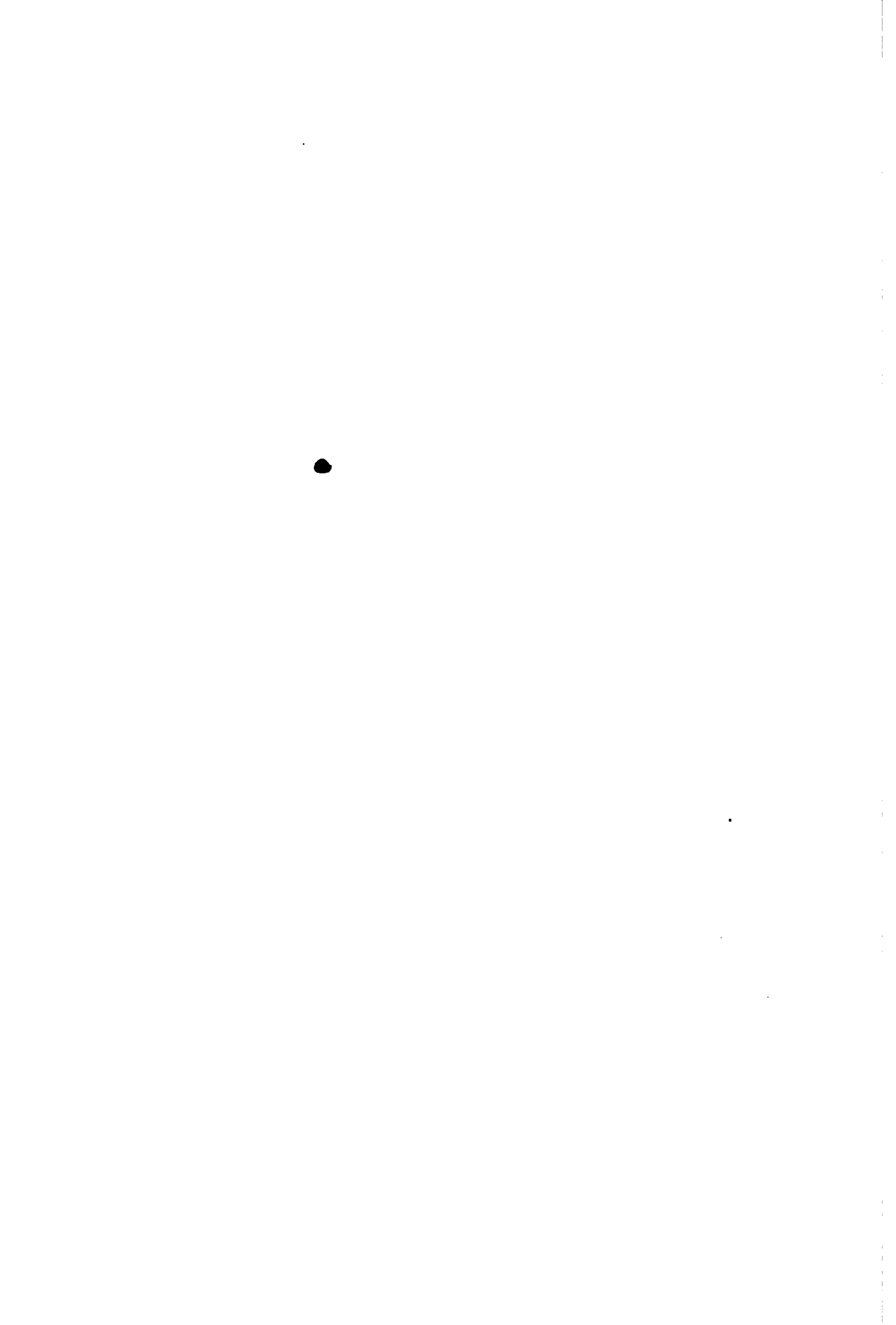
Physikalisches Jahrbuch, herausgegeben vom Breslauer physikalischen Verein. Breslau, J. U. Kern's Verlag (Max Müller). 1884. 84 S. 1 Mk. 50 Pf. — Enthält folgende Aufsätze: Die Bedeutung Humboldt's für die Auffassung einer einheitlichen Ursache aller Naturkräfte. 66 Sätze aus den Anschauungen der Lehre vom Massendruck in die Ferne, von A. Anderssohn. Die Erscheinungen des Sehactes vom Standpunkte der Drucktheorie aus betrachtet, mit einem historischen Rückblick, von Magnus. Die Lebenserscheinungen am thierischen (menschlichen) Organismus vom Standpunkte der Drucktheorie, von Krause. Vortrag über die Mechanik des Pflanzenwachsthums, von Schwarz. Ueber das Wesen des Magnetismus vom Standpunkte der Drucktheorie betrachtet, von Anderssohn.

M. Clouth, Sammlung geometrischer Instrumente, deren Zweck, Construction und Gebrauch. Trier, Selbstverlag. 1884. Heft 1—3. 180 S. mit 425 Figuren. 2 Mk. — Sehr ausführliche, durch gute Abbildungen erläuterte Darstellung aller geometrischen Messinstrumente.

F. Uppenborn, Kalender für Elektrotechniker. 1885. München, R. Oldenbourg. 4 Mk. — Enthält die bekannte, namentlich für praktische Elektriker höchst werthvolle Zusammenstellung aller nothwendigen Formeln und Behelfe aus dem Gebiete der Elektricitätslehre.

R. Biedermann, Chemiker-Kalender. 1885. Berlin, J. Springer. 3 Mk. — Enthält alle für den Chemiker zum Nachschlagen wichtigen Formeln und Constanten Tafeln, sowie in einer Beilage Münztabellen, mathematische, Maass- und Gewichtstabellen und Tafeln über das Verhalten der Körper gegen Wärme.





Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speziell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 11).

Jahrgang 1884 Nr. 31 enthält:

Rundschau. — **Das neue Wechselgestell für Telephon-Centralstationen auf der elektrischen Ausstellung in Philadelphia.** Von Dr. Victor Wietlisbach in Bern. — **Ueber Vertheilung elektrischer Energie.** Von F. Uppenborn. — **Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung.** — **Bibliographie.** — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Finanzielle und industrielle Nachrichten.** — **Patente.**

Jahrgang 1884 Nr. 32 enthält:

Rundschau. — **Correspondenz.** — **Elektrotechnische Apparate aus dem physikal.-mechan. Institute** von Dr. M. Th. Edelmann in München. — **Ueber Strom- und Spannungsmesser.** Von Ingenieur Hummel in Nürnberg. — **Eine neue Form des Bunsen-Photometers.** Von Dr. Hugo Krüss. — **Bibliographie.** — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Patente.**

Jahrgang 1884 Nr. 33 enthält:

Rundschau. — **Zur Theorie des Telephons.** Von Dr. Victor Wietlisbach in Bern. — **L. Epstein's Accumulatorenfabrik** in Plagwitz-Leipzig. — **Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung.** — **Literatur.** E. Cadiat et Dubost, Traité pratique d'électricité industrielle. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Finanzielle und industrielle Nachrichten.** — **Patente.** — **Briefkasten der Redaction.**

Jahrgang 1884 Nr. 34 enthält:

Rundschau. — **Correspondenz.** — **Elektrotechnische Eigenschaften des Nickels.** Von Dr. Emil Boettcher, Oberstabsarzt I. Cl. a. D. in Leipzig. — **Beschreibung des Patentgelenkes für elektrische Leitungen.** — Von L. A. Riedinger. — **Die Platinlichteinheit** nach den Beschlüssen der internationalen **Elektrikerconferenz in Paris.** — **Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung.** — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Hiebei eine Beilage von der Gasmotorenfabrik Deutz.

XXI. Band. 2. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 2. Heftes.

Galvanischer Widerstand von Drähten bei verschiedener Anspannung. Zweite Mittheilung. Von H. Götz und A. Kurz. S. 87.
Zusammenstellung von Verwandtschaftstafeln, die aus den Dichtigkeitsverhältnissen der chemisch wirksamen Stoffe abgeleitet sind. Von W. Müller-Erzbach. S. 115.
Emissionsspectra von Metalldämpfen im Ultraroth. Von H. Becquerel. S. 122.
Bestimmung der Wellenlänge der hauptsächlichsten Linien und Banden im ultrarothen Theil des Sonnenspectrums. Von H. Becquerel. S. 125.
Ueber die centrirten katoptrischen Systeme. Von Angelo Batelli. S. 128.
Ueber ein neues Polarisationsprisma. Von H. Bertrand. S. 149.
Ueber ein Amperometer, das auf dem Peltier'schen Effect beruht. Von H. Hesehus. S. 151.
Protokoll der Wochenversammlung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 2. December 1884. S. 154.
Protokoll der Wochenversammlung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 16. December 1884. S. 155.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speziell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 1).

Jahrgang 1885 Nr. 1 enthält:

Rundschau. — Rundschau auf dem Gebiete der Telephonie. Von Dr. Victor Wietlisbach in Bern. — Elektrische Bogenlampe. Von W. E. Fein. — Elektrische Beleuchtung einer Buchdruckerei. Von F. Uppenborn. — Die elektrische Leitungsfähigkeit des im Vacuum destillirten Wassers. Von Friedrich Kohlrausch. — Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung. — Literatur. v. Fischer-Treuenberg, Die Kriegstelegraphie in den neueren Feldzügen Englands. — A. L. Ternant, Les télegraphes. — Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Finanzielle und industrielle Nachrichten. — Patente. — Briefkasten der Redaction.

Jahrgang 1885 Nr. 2 enthält:

Rundschau. — Correspondenz. — Compound-Wickelung oder Nebenschluss. — Ampère- und Voltmeter von L. Scharnweber. — Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung. — Auszüge aus Patentschrif en. — Kleinere Mittheilungen. — Finanzielle und industrielle Nachrichten. —Patente.

Jahrgang 1885 Nr. 3 enthält:

Rundschau. — Correspondenz. — Zink-Braunstein-Elemente. Von Dr. Emil Boettcher, Oberstabsarzt I. Kl. a. D. in Leipzig. — Auszug aus dem Bericht über die Verwaltung der Eisenbahnen in Elsass-Lothringen im Rechnungsjahr 1883/84. — Vorschriften der Feuerversicherungsgesellschaften in Schweden bei Anlegung von elektrischer Beleuchtung. — Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung. — Kleinere Mittheilungen. — Patente. — Briefkasten der Redaction.

Jahrgang 1885 Nr. 4 enthält:

Rundschau. — Die elektrische Stadtbeleuchtung in Temesvar. — Bemerkungen über elektrische Eisenbahnen. — Literatur. Kalender für Elektrotechniker 1885. — Bibliographie. — Kleinere Mittheilungen. — Finanzielle und industrielle Nachrichten.

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Galvanischer Widerstand von Drähten bei verschiedener Anspannung.

Zweite Mittheilung[1]).

Von

H. Götz und **A. Kurz.**

§ 1. Tomlinson's Versuche[2]). Zu diesen stehen unsere bisherigen insoferne nicht in der Verwandtschaft der Concurrenz, als Tomlinson stets mit Drähten operirte, die er vorher gestreckt hatte, indem er sie bis nahe zum Zerreissungsgewichte ($^3/_4$ oder $^4/_5$ desselben) belastete, während wir frischen Draht successive steigend belasteten und den jeweiligen Widerstand maassen.

Seine Abhandlung zerfällt in zwei Theile, deren erster von den Elasticitätsmoduli handelt (S. 2—38), während der zweite S. 39—172 umfasst und den Titel führt: Elektrisches Leitungsvermögen. Hiervon sollen gleich die ersten acht Experimente S. 47—50 angeführt werden:

Exp. I. Geglühter Kupferdraht von $0{,}154^{cm}$ Durchmesser war einige Stunden lang mit 70^{kg} belastet worden; an den drei folgenden Tagen wurden je zwei Versuche gemacht mit

$$\tfrac{1}{4}\cdot 70 \qquad \tfrac{2}{4}\cdot 70 \qquad \tfrac{3}{4}\cdot 70^{kg},$$

1) Die erste sieh in Bd. 20 S. 739—745.

2) S. a. a. O. S. 739. Seither hatte noch Herr Prof. v. Beetz die Güte, uns durch eine Postkarte auf den Auszug aus Tomlinson's Abh. vom Jahre 1881 aufmerksam zu machen, in den Beibl. zu Wied. Ann. Bd. 6 S. 291 und Bd. 7 S. 712, und Herrn Director der kgl. Staatsbibliothek in München, Dr. Laubmann, verdanken wir die gegenwärtige Benutzung der Philosophical Transactions vom Jahre 1883, welche S. 1—172 Tomlinson's Abh. The influence of Stress and Strain on the Action of Physical Forces enthalten. Wir ergreifen diese Gelegenheit zum Ausspruche unseres geziemenden Dankes. Tomlinson arbeitete mit einer Regierungsunterstützung von 4000 Pfd. St.; er spricht hiefür und an S. W. Thomson seinen Dank in der Anm. S. 1 aus.

und es ergab sich die Zunahme des Widerstandes in Theilstrichen der Verschiebung, die man im Schema der Wheatstone'schen Brücke vornehmen musste, um das Gleichgewicht jeweils wieder herzustellen,

$$n = 188{,}8, \quad \text{dazu} + 194{,}8, \quad \text{dazu} + 199{,}5$$

als Mittel aus je sechs Messungen.

Neben dem Versuchsdrahte diente ein ebensolcher als Vergleichsdraht, von welch guter Einrichtung wir seither auch Gebrauch machten (s. § 10 unten). Nennen wir, um die von Tomlinson angegebene Formel zu entwickeln, $w + \Delta w$ und w die Widerstände des Versuchs- und Vergleichsdrahtes und A nahe gleich B die bekannten Widerstände der beiden Summanden des Messdrahtes, ausgedrückt in Theilstrichen des letzteren, endlich n die Anzahl der Theilstriche, um welche man behufs Herstellung des Gleichgewichts die Contactstelle verschieben muss, so ist

$$(w + \Delta w) : w = (A + n) : (B - n),$$

woraus

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{A+n}{B-n} - 1 = \frac{A}{B}\left(1 + \frac{n}{A} + \frac{n}{B}\right) - 1 \text{ nahezu},$$

also auch, wenn man $\frac{A}{B} = 1$ setzt:

$$\frac{\Delta w}{w} = n\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right)$$ [3].

Exp. II. Derselbe Draht, mit 76^{kg} wiederholt belastet, zeigte hernach bei wiederum

$$\tfrac{1}{4} \cdot 70 \qquad \tfrac{2}{4} \cdot 70 \qquad \tfrac{3}{4} \cdot 70^{\text{kg}}$$

die Widerstandszunahmen

$$n = 207{,}0, \quad \text{dazu} + 209{,}7, \quad \text{dazu} + 212{,}7 \text{ kleine Theile,}$$
$$(\text{sagen wir} \quad 207 \qquad + 210 \qquad + 213).$$

Exp. III. Geglühter Platindraht (1)[4] war wiederholt mit 12^{kg} belastet worden.

---

3) Warum Tomlinson nicht auch hierin $A = B$ setzt, also $\frac{\Delta w}{w} = \frac{2n}{A}$, sagt er nicht; er stellt überhaupt meist nur die schliesslichen Formeln hin.

4) Laut Angabe in Tab. III S. 30 vom Querschnitte nahe $\frac{1}{2}^{\text{qmm}}$.

Kilogramme	Zunahme n	Zunahme per Kilogramm	Differenzen
4	108,5	27,13	—
6	163,5	27,25	0,12
8	219,0	27,38	0,13
10	277,0	27,70	0,32
12	339,0	28,25	0,55

Exp. IV. Beim selben Draht, der aber jetzt bis zu 15 kg belastet gewesen war, zeigt die dritte Colonne die Werthe von 27,50 bis zu 28,67 (Belastungen 1, 3, 5 bis 15 kg) und die vierte Colonne die Differenzen wachsend von 0,17 bis 0,36.

Exp. V. Geglühter Silberdraht (1)[5] war bis zu 8 kg belastet worden und wurde es wieder mit den Stufen 2, 4, 6, 8; die dritte Colonne lieferte 47,00 bis 47,88, die vierte 0,25 bis 0,38.

Tomlinson nennt (S. 50) diese Zuwachse in den vierten Colonnen comparatively rapid (während sie vielleicht gerade gross genug erscheinen können, um aus den Beobachtungsfehlern hervorzuragen).

Exp. VI. Sehr hart gezogener Platinsilberdraht (1)[6] war mehrmals bis zu 20 kg be- und wieder entlastet worden.

Kilogramme	Zunahme n	Zunahme per Kilogramm	Differenzen
4	79,00	19,75	—
8	161,80	20,23	0,48
12	246,25	20,52	0,29
16	330,00	20,63	0,11

Exp. VII. Geglühter Eisendraht, welcher 24 Stunden lang 30 kg getragen hatte.

Die Belastung wurde von 2 auf 4, 6 u. s. w. bis 26 kg gesteigert;

dabei zeigte die dritte Colonne 9,00, 10,25, 10,73, 11,00 u. s. w. bis 11,92;

und dem entsprechend die vierte Colonne 1,25, 0,48, 0,27 u. s. w. bis 0,062.

In diesen beiden letzten Experimenten ist die Abnahme der Differenzen (gegenüber der Zunahme derselben in den vorhergehenden) gewiss bemerkenswerth; aber Tomlinson fügt bei die Worte: up to

5) Nur wenig stärker als der vorige Draht, vgl. Anm. 4.

6) Nur wenig stärker als $^3/_4$ qmm, vgl. Anm. 4.

a certain degree of stress, and afterwards begins (die Zunahme per Kilogramm in der dritten Colonne) to increase more and more rapidly, whereas with the annealed metals (in den Exp. I—V, also mit Ausnahme des Eisens[7]) im Exp. VII) the average alteration increases at first by almost equal amounts. Diese Worte gehen offenbar theils über den Rahmen der von Tomlinson (und hier) mitgetheilten Versuche hinaus, theils schwächen sie das unmittelbar nach Exp. V mitgetheilte Urtheil in einer den Berichterstattern und auch wahrscheinlich den Lesern zusagenden Weise ab. Man hat überhaupt den Eindruck, dass aus wenigen Beobachtungszahlen zu viel gefolgert werde. Vgl. § 12 unten. Dies wird auch jetzt gleich noch mehr hervortreten im

Exp. VIII. Der Platindraht wie in III[8]), auch wiederholt mit 12 kg belastet gewesen, wurde unmittelbar hierauf geprüft:

Kilogramme	Zunahme n	Zunahme per 2 Kilogr.[9])	Differenzen
2	66,5	66,5	—
4	134,0	67,0	0,5
8	276,0	69,0[10])	2,0
Nach 20stündiger Entlastung, mit Ausnahme der 2 kg schweren Wagschale:			
2	67,0	67,0	—
4	136,0	68,0[11])	1,0
8	281,0	70,25	2,25

Dass jetzt die Zunahme des Widerstandes per 1 kg rund 33 bis 35 Theile beträgt, während im Exp. III nur 27 bis 28, dieser von Tomlinson gar nicht erwähnte Unterschied (s. Anm. 8 und 9) ist doch viel grösser als das, worauf Verfasser unmittelbar nach dieser Tabelle den Leser hinweist und was deshalb unverkürzt folgen soll:

7) Probably also in the case of any metal possessing a coercive force comparable with that of iron, lautet die beigefügte Note Tomlinson's; und Exp. VI generalisirt er für alle hart gezogenen Drähte. Da überdies der Eisendraht in VII nicht numerirt wurde wie in III, V und VI, so kann nur muthmaasslich, vgl. Anm. 4, 5, 6 aus Tab. III, der Querschnitt des Eisendrahtes zu nahe $^3/_8$ qmm angegeben werden.

8) Diese Verknüpfung mit III gibt Tomlinson nur insoferne an, als er in VIII wie in III den Draht mit der Nummer (1) versieht.

9) Hier fehlt im Originale die Zahl 2 (Kilogramm).

10) So steht im Originale; es muss aber entweder hier 71 heissen oder in der 3. Colonne 272,0; berührt auch die 4. Colonne.

11) Hier ein ähnlicher Fehler wie in Anm. 10.

From the last exp. it is evident that part of the increase of elasticity which is gained by repeated heavy loading and unloading is lost by allowing the wire to rest, and, moreover, that the departure from „Hookes law“ which we have seen to be appreciably lessened under the influence of the former cause is increased again by the latter.

Davon heisst also der erste Theil im Sinne Tomlinson's: Wenn man die temporäre Widerstandszunahme des Drahtes bei seiner Belastung gleich der altbekannten temporären Längenzunahme als Elasticität auffast (welche um so grösser, man denke an den Elasticitätsmodul, je kleiner solche Zunahme), so geht in dem Maasse, als die drei letzten Zahlen der dritten Colonne grösser erscheinen als die drei ersten, durch die Ruhe etwas an Elasticität verloren.

Noch nicht übersetzt, bezw. gedeutet, sind aber hiermit die Worte im ersten Theil: which is gained by repeated heavy loading and unloading; ferner lassen die bloss relativen Versuche Tomlinson's gar nicht erkennen, ob und inwieweit man es mit einer temporären Zunahme zu thun hat, da eine permanente gewiss nicht Elasticität genannt werden kann und da ferner von dem fatalen Zwischengliede der elastischen Nachwirkung ausdrücklich wenigstens nirgends die Rede ist. Deshalb und wegen des zweiten Theils jenes Satzes müssen wir jetzt zurückgreifen auf

§ 2. Tomlinson's Elasticitätsmoduli (vgl. § 1 Abs. 2).

Exp. I. Eisendraht von 0,62^{mm} im Durchmesser war durch 14^{kg} gestreckt worden um 1½ %.

Derselbe streckte sich bei der Belastungszunahme

von 2 auf 6^{kg} um 7,95 Halbmillimeter[12])
„ 6 „ 10 „ 8,15 „
„ 10 „ 14 „ 8,25 „

Exp. II. Derselbe Draht, having been elongated by traction to the extent of 29,4 centims[13]), wurde sogleich nachher mit denselben Gewichten wie im Exp. I belastet.

Er streckte sich jetzt bei der Belastungszunahme

von 2 auf 6^{kg} um 8,45 Halbmillimeter
„ 6 „ 10 „ 8,92 „
„ 10 „ 14 „ 9,61 „

---

12) Ueber die (ursprüngliche) Länge des Drahtes ist nur anderweitig (S. 9) entnehmbar, dass sie 8,6^{m} betragen habe; in Halbmillimeter ist der Maassstab getheilt (mit Nonius), der die Längenzunahme des Versuchs- gegenüber dem gleichgearteten Vergleichsdrahte anzeigte.

13) Im Exp. I wurde die procentische Zunahme und das Gewicht angegeben, im Exp. II die absolute Zunahme und kein Gewicht.

Exp. III. Derselbe Draht wurde nochmals um 11,8 ^{cm} ausgedehnt, so dass der Stand der Scala 3,40 war; nach Entfernung der Wagschale für 1 Minute und Wiederanbringung stand die Scala auf 2,40; nach Entfernung für 30 Minuten und Wiederanbringung stand die Scala auf 2,18 [14]).

Jetzt zeigte der Draht bei der Belastungszunahme

von 2 auf 6 ^{kg}	die Längenzunahme	8,50	Halbmillimeter
„ 6 „ 10	„ „	9,00	„
„ 10 „ 14	„ „	9,80	„

Exp. IV. Nach zweitägiger Entlastung kam bei der Belastungszunahme

von 2 auf 6 ^{kg}	die Längenzunahme	8,23	Halbmillimeter
„ 6 „ 10	„ „	8,19	„
„ 10 „ 14	„ „	8,28	„

Die zwölf Zahlen dieser vier Experimente will nun Tomlinson dadurch noch sprechender machen, dass er sie auf gleichen Drahtquerschnitt reducirt, auf den Querschnitt im Anfange des Exp. I; die ursprüngliche Länge war schon jedesmal dieselbe. Da er nämlich durch preliminary experiments keine Aenderung der Dichte der in voriger Weise veränderten Drähte nachweisen konnte, so macht er die unverantwortliche Annahme, dass die permanente Querschnittsverkleinerung gleichkomme [15]) der Längenvergrösserung. Wir haben auch einmal eine Drahtspirale der specifischen Gewichtsbestimmung unterzogen und die Luftbläschen, von denen auch Tomlinson u. a. S. 107 spricht, nicht ganz zu beseitigen vermocht. Wir haben auch Messungen der Drahtdicke gemacht mit dem Mikroskope und keine

14) Sonst keine Spur einer Angabe über diese elastische Nachwirkung.

15) Nur so würde das Volumen der Masse 1 constant bleiben, also auch die Dichte. Tomlinson hat aber statt des obigen Wortes das Wort proportional. Dieses Wort entspricht dem wahren Sachverhalte allerdings besser und so lange, als das bekannte Verhältnis der Verkürzung der Querdimension zur Verlängerung der Längsdimension constant bleibt; aber es lässt noch die drei möglichen Fälle zu. Wenn nämlich dieses Verhältnis $\sigma \gtreqless \frac{1}{2}$, so wird die Dichte des ausgezogenen Körpers ebenfalls $\gtreqless$ als die Dichte des nicht verlängerten Körpers. Da die bisherigen Messungen Werthe von $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ herausstellen, so wird die Dichte dieser Körper, wie auch a priori einleuchtend, durch Ziehen (nach einer Dimension) verringert. Wäre Tomlinson's preliminary exp. zutreffend, so müsste jenes Verhältnis $\frac{1}{2}$ sein. Der Fall $\sigma' > \frac{1}{2}$ ist auszuschliessen, also $\sigma = \frac{1}{2}$ ein Grenzwerth.

Dieses Verhältnis spielt noch seine Rolle in der Tomlinson'schen Abhandlung, wovon wir in § 4 berichten werden. Um so auffallender ist deshalb das oben gerügte Hinwegsetzen über dasselbe. Wie wenig sich Tomlinson Zeit genommen hat, hierüber nachzudenken und zu rechnen, davon zeugt auch eine Stelle nach seiner Tabelle XVIII über die procentische Aenderung der Dichte von neun Drähten,

Verringerung derselben nachweisen können. Demnach könnte man also auch mit gleichem Rechte den Querschnitt constant annehmen. Die Wahrheit liegt irgendwo in der Mitte der Tomlinson'schen und der letzteren falschen Annahme. Wäre das in der Anm. 15 erwähnte Verhältnis genau $\frac{1}{4}$ (Mitte zwischen $\frac{1}{2}$ und Null), so wäre auch die Wahrheit genau in der Mitte. Lassen wir nun Tomlinson's Tabelle folgen und fügen derselben noch zwei Spalten zu, welche diesem Mittelwerthe Rechnung tragen.

Exp.	Beobachtete Längenzunahme	Tomlinson's berechnete Längenzunahme	Tomlinson's Mittelwerth	Mittelwerth der 2. Spalte	Mittel beider
	7,95	7,95			
I	8,15	8,05	8,04	8,12	8,08
	8,25	8,12			

Es lässt sich auch gegen das Zusammenfassen dieser drei Werthe zu einem einzigen überhaupt einwenden, dass dadurch drei Vorgänge an drei, strenge genommen, verschiedenen Drähten zu einem Vorgange an einem gedachten Drahte verschmolzen werden. Indessen sehen wir davon ab und gehen in der Tabelle weiter, so müssen wir nochmals eine Spalte mehr anbringen, indem Tomlinson statt der beobachteten Längenzunahmen gleich die von ihm reducirten einsetzt, die wir noch in der dritten Colonne unterbringen wollen:

	8,45	8,16	8,16			
II	8,92	8,65	8,41	8,41	8,99	8,70
	9,61	9,20	8,67			
	8,50	8,11	8,11			
III	9,00	8,59	8,35	8,38	9,10	8,74
	9,80	9,35	8,68			
	8,23	7,85	7,85			
IV	8,19	7,81	7,83	7,84	8,23	8,04
	8,28	7,90	7,85			

Nun folgen Remarks on the preceding experiments (S. 9).

Erstes Alinea: Ueber „temporär“ und „permanent“ haben wir schon am Schlusse unseres § 1 uns geäussert und weisen der Kürze wegen darauf hin. Dann spricht Tomlinson von einer Zunahme

beim Strecken um 1 % der Länge, beim Hämmern und beim Drillen. Er fügt nämlich dieser Tabelle S. 109 als Reductionsformel bei

$$x = S \cdot \Delta_1 : \Delta_2 ,$$

wo Δ_1 und Δ_2 die Dichtigkeiten vor und nach dem Strecken und S und x den un-

der Elasticität von II auf III, nämlich nur gestützt auf seine Zahlen 8,41 und 8,38 der vierten Colonne, welche beide Zahlen aber, wie auch unsere der letzten Colonne (8,70 und 8,74), nahezu gleich sind, wenn wir nicht (mit der gleichen Berechtigung wie Tomlinson) von einer Abnahme der Elasticität sprechen wollen.

Zweites Alinea: Dagegen ist es eine sehr merkliche Zunahme der Elasticität, wie sich Tomlinson ausdrückt, von III auf IV, also durch Ruhe hervorgebracht. Diese Erscheinung ist auch schon lange bekannt; Tomlinson weist noch nach, dass sie nicht, as was at first supposed would to be the case, herrührt von any appreciable permanent shortening.

§ 3. Dieselbe fehlerhafte Querschnittsreduction macht Tomlinson in seinem Exp. XI über Permanent alteration of elasticity produced by permanent extension (S. 15). Er streckte da einen Kupferdraht, den er in Exp. VIII [16]) nur mit den Worten geschildert hatte: a soft copper wire capable of bearing a load of 18 Kilogs., bei vier separate occasions respectively by 7, 15, 10, 7 1/2 centims und entfernte nach jeder solchen Streckung die Belastung auf 24 Stunden. Nach jeder solchen Ruhepause wurde die temporary alteration of length, produced by 8 Kilogs., gemessen, the vernier after each permanent extension having been shifted to its original position.

Die nun folgende Tabelle enthält fünf (nicht vier) Zahlen.

Beobachtete Längenzunahme	Berechnet wie nach Exp. I—IV [17])	Total percentage of perm. extension produced before testing
12,88	12,88	4,0
13,02	12,87	5,1
13,32	12,87	7,5
13,50	12,84	9,0
13,65	12,83	10,2

corrigirten und corrigirten specifischen Widerstand bedeuten sollen. Nun ist aber, Länge und Querschnitt mit l und q bezeichnet und entsprechend numerirt,

$$l_1 q_1 \Delta_1 = l_2 q_2 \Delta_2 \text{ und } \frac{S l_2}{q_2} = \frac{x l_1}{q_1},$$

woraus durch Elimination der beiden l

$$x = \frac{S \Delta_1}{\Delta_2} \cdot \left(\frac{q_1}{q_2}\right)^2$$

hervorgeht; es müsste also $q_1 = q_2$ sein.

16) Im Original steht irrthümlich X, welches Exp. aber einen Eisendraht betrifft.

17) Im Original steht irrthümlich as in Exp. V; es ist aber die von uns mitgetheilte (und erweiterte) Tabelle gemeint, welche im Originale keine Nummer trägt.

These results are the means of several observations in each case, and show that the elasticity of copper is very slightly increased by these particular amounts of perm. extension, when the wire is allowed to rest unloaded.

Gemäss unserem vorigen Paragraphen sieht man, dass viel eher das Gegentheil wahr ist; denn die Zahlen der zweiten Colonne, auf welche sich Tomlinson stützt, sind nahezu gleich, während die Zahlen der ersten Colonne und auch noch mittlere zwischen der ersten und zweiten viel merklicher zunehmen, als diejenigen der zweiten Colonne abnehmen.

Auch in den Exp. XII und XIII mit geglühtem Eisendraht kehrt diese fehlerhafte Berechnung on unit area wieder.

§ 4. Mit Uebergehung [18]) der nun folgenden Versuche über den Schub-Elasticitätsmodul r (torsional rigidity) müssen wir noch, um unseres in § 1 aufgenommenen Gegenstandes willen, auf die Tabelle II S. 28 [19]) zu sprechen kommen, auf die auch schon in unserer Anmerkung 15 hingewiesen wurde.

Diese Tabelle enthält die spec. Gewichte, dann die Werthe von dem ebengenannten r und von dem gewöhnlichen Elasticitätsmodul e (Youngs modulus), beide in Grammen per Quadratcentimeter, und das Verhältnis σ der Quercontraction zur Längsdilatation, berechnet nach der Formel

$$\sigma = \frac{e}{2r} - 1,$$

für theils geglühte, theils hartgezogene Drähte, dieselben, deren Zunahme des galvanischen Widerstandes bei wachsender Belastung im zweiten Theile [20]) der Tomlinson'schen Abhandlung angegeben wird.

Da variirt σ für die fünf Eisen- und Stahldrähte zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ist auch nahezu der Mittelwerth aller geglühten Metalle, wie Tomlinson selbst angibt, bei Platin ist σ ungefähr nur $\frac{1}{20}$ und $\frac{3}{40}$, bei Neusilber $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ und $\frac{1}{2}$ [21]), bei Kupfer in vier Sorten 0,3 bis 0,7 [22]) und ein solcher Werth, der grösser als $\frac{1}{2}$, kommt in der Tabelle unter 25 Fällen viermal vor, stets bei hartgezogenen Drähten.

In den Bemerkungen zu dieser Tafel sagt übrigens Tomlinson selbst, dass die Formel $\sigma = \frac{e}{2r} - 1$ Isotropie voraussetzt und dass

18) Vorbehaltlich etwa späteren Zurückkommens auf diesen Gegenstand.

19) Tab. I S. 22 handelt von der Torsion.

20) Tabelle I dieses Theils; von uns mitgetheilt im § 5.

21) Dieser hartgezogene Neusilberdraht würde also beim Ziehen gemäss Anm. 15 seine Dichte nicht ändern.

22) Dieser hartgezogene Kupferdraht würde demnach beim Ziehen dichter werden.

diese Werthe von σ keinen Anspruch auf grosse Genauigkeit machen können insbesondere bei den durch Ziehen sehr hart gemachten Metallen; here we meet with apparently impossible results.

Da uns die vorausgehenden §§ 2 und 3 wohl in den Stand setzen, über den Schluss des § 1 zur Tagesordnung zurückzukehren, so kommen wir mit Tomlinson unmittelbar von Exp. VIII zu seiner Tabelle I (S. 50):

§ 5. Tomlinson's Tabelle[23]) über die Widerstandszunahme x by stress of 1^g per Quadratcentimeter.

Nennt man die auf den Querschnitt s des Drahtes treffende Belastung W, so ist gemäss der schon im § 1 gebrauchten Bezeichnungen

$$x = \left(\varDelta w : \frac{W}{s}\right) : w.$$

Ferner enthält die Tabelle noch eine Colonne für

$$y = e \cdot x,$$

d. h. also die verhältnismässige Widerstandszunahme bei der Belastung mit dem Elasticitätsmodul e (sufficing to double the length of the wire), und als letzte Colonne

$$z = y - (1 + 2\sigma)$$

unter dem Titel: Increase per unit of specific resistance which would be caused by stress sufficing to double the length of the wire.

Es mag am Platze sein, wenn wir den Beweis, dass z den von der Formänderung corrigirten Widerstandszuwachs unter den angegebenen Bedingungen bedeutet, noch hieher setzen:

$$w = l : kq,\; w + \varDelta w = (l + \varDelta l) : (k - \varDelta k)(q - \varDelta q) = \frac{l}{kq}\left(1 + \frac{\varDelta l}{l} + \frac{\varDelta k}{k} + \frac{\varDelta q}{q}\right),$$

also

$$\frac{\varDelta w}{w} = \frac{\varDelta l}{l} + \frac{\varDelta k}{k} + \frac{\varDelta q}{q} = \frac{\varDelta k}{k} + \frac{\varDelta l}{l} + 2\sigma\frac{\varDelta l}{l} = \frac{\varDelta k}{k} + \frac{\varDelta l}{l}(1 + 2\sigma);$$

multiplicirt man mit $s : W$, so kommt $x = \frac{s\varDelta k}{Wk} + \frac{s\varDelta l}{Wl}(1 + 2\sigma)$ oder, da bekanntlich $\varDelta l = \frac{1}{e} \cdot \frac{lW}{s}$ ist, so wird $ex = e\frac{s\varDelta k}{Wk} + (1 + 2\sigma)$ oder $y = z + (1 + 2\sigma)$.

23) Diese Tabelle enthält dieselben 25 Drahtsorten wie die im vorigen Paragraphen besprochene; nur sind in der einen oder anderen ein paar Druckfehler hinsichtlich der Drahtnummern enthalten.

Die Tabelle enthält vierziffrige und ein paar fünfziffrige Angaben, während kaum zwei Zifferstellen durch den Versuch festgestellt sein mögen; oder wenn auch drei Zifferstellen für ein Drahtindividuum zutreffen würden, so treffen sie doch nicht zu für ein anderes derselben Gattung. Ueberdies ist die letzte und für uns gerade die wichtigste Colonne (der z) durch die Unsicherheit in Betreff des σ inficirt, wegen welcher auf voranstehenden Paragraphen erinnert wird. Wir lassen nun die Tabelle mit solch abgekürzten Zahlen folgen, wobei der absolute Widerstand je eines Cubikcentimeters bei 12° C. mit w bezeichnet werde (natürlich between opposing faces), welches die dritte Colonne füllt.

Drähte	Zustand	$w \cdot 10^7$	$x \cdot 10^{10}$	y	z
Eisen (1)	Geglüht	170	21	4,2	2,6
„ (2)	Hartgezogen	122	21	4,3	2,6
„ (3)	„	120	22	3,7	2,0
Piano Stahl (1)	„	165	19	3,6	2,1
„ (2)	„	188	18	3,6	2,1
Platin (1)	„	—	22	3,3	2,2
„ (1)	Geglüht	143	23	3,4	2,3
Neusilber (1)	„	283	15	1,9	0,11
„ (2)	„	—	15	2,1	0,35
„ (2)	Hartgezogen	271	19	2,1	0,14
Kupfer (1)	Geglüht	24,1	22	2,6	0,93
„ (1)	Hartgezogen	24,4	20	2,9	—
„ (2)	Geglüht	20,1	23	2,7	1,1
„ (3)	„	18,7	24	2,9	1,0
Platinsilber (1)	„	324	23	2,5	0,62
„ (1)	Hartgezogen	313	24	2,5	—
Messing (1)	„	83,4	23	2,3	0,10
„ (2)	„	65,7	22	2,2	0,23
Zink	„	—	44	3,4	2,1
Silber (1)	Geglüht	16,2	43	3,9	1,5
„ (1)	Hartgezogen	17,4	46	3,5	1,7
Aluminium (1)	„	31,7	19	1,3	—0,42
„ (1)	Geglüht	31,1	19	1,3	—0,26
Zinn	Gezogen	117	105	2,9	1,6
Blei	„	214	173	2,9	1,6

Eisen steht also am höchsten in der Colonne der z. Wegen des hier negativ auftretenden Aluminiums wiederholen wir den über die Werthe von σ ausgesprochenen Zweifel (§ 4). Das Platinsilber bestand

aus zwei Theilen Silber und einem Theil Platin. Die Reihenfolge der Metalle ist nach fallenden Werthen des Elasticitätsmoduls geordnet, wie die in unserem § 4 besprochene Tabelle zeigt, deren Wiedergabe wir unterlassen haben (s. Anm. 20 u. 23); deswegen kann uns auch das Voranstehen des Eisens in der z-Colonne nicht Wunder nehmen.

Diese Verquickung vom Elasticitätsmodul e mit der verhältnismässigen Abnahme des specifischen Leitungsvermögens ($\Delta k : k$) in dem Ausdrucke

$$z = e\frac{\Delta k}{k} \cdot \frac{s}{W}$$

kann auch zum mindesten noch verfrüht erscheinen, und wir werden sie beim nachfolgenden Berichte über unsere eigenen weiteren Messungen nur insoferne vornehmen, wenn wir unsere Resultate mit den Tomlinson'schen vergleichen wollen.

§ 6. Unsere Messungen. Harter Stahldraht II, von selber Stärke wie derjenige in unserer ersten Mittheilung, den wir deshalb jetzt mit I bezeichnen wollen, Querschnitt 1,2 qmm, Länge 3,5 m. Wir erhielten nach dem Verfahren und mit den Bezeichnungen des § 8 der ersten Mittheilung:

	p	t	t'	t''	m	w	$\Delta w : w\Delta p$	$\Delta k : k\Delta p$
29. Juli	2 kg	2,3	3,3	2,5	—	0,62947	—	—
„	10	2,3	3,5	2,5	30,20 cm	63029	0,00016	—
„	20	2,3	3,5	2,5	30,43	63178	0,00024	0,00014
30. Juli	2	1,7	2,0	1,9	30,00	63089	—	—
„	10	2,0	2,6	2,0	30,25	63156	0,00013	—
„	20	2,0	2,7	2,1	30,42	63241	0,00014	0,00004
31. Juli	20	2,5	3,6	2,8	30,46	63144	—	—
„	30	2,3	3,5	2,7	30,68	63262	0,00018	0,00006
1. Aug.	30	2,7	3,4	3,0	30,70	63206	—	—
„	40	2,8	4,1	3,1	30,97	63339	0,00021	0,00008
2. Aug.	40	3,4	4,1	3,9	30,98	63205	—	—
„	50	3,5	4,4	3,9	31,25	63341	0,00022	0,00008
4. Aug.	50	4,4	5,5	5,0	31,31	63199	—	—
„	60	4,4	5,7	5,1	31,57	63378	0,00029	0,00014
5. Aug.	60	5,3	6,8	6,0	31,62	63214	—	—
„	70	5,3	6,9	5,8	31,92	63376	0,00024	0,00007
6. Aug.	70	5,3	6,3	5,8	32,00	63418	—	—

Von da ab streifte die Wagschale auf dem Boden.

Die hier neu hinzugekommene Spalte, mit dem Kopfe m, bedeutet den Stand der Mire, die wir am unteren Ende des Drahtes anbrachten, um dessen Verlängerung zu messen und mittels dieser und des angenommenen Werthes $\frac{1}{3}$ für das Verhältnis σ der Quercontraction zur Längsdilatation (s. Anm. 15 und § 4) das Verhältnis $\Delta k : k\Delta p$ zu berechnen, welches in der letzten Colonne vorgetragen ist. So ist z. B.

bei der Belastungszunahme von 10 auf 20 kg durchschnittlich beobachtet worden:

$$\Delta l : l = 0{,}22 : 350,$$

und mit

$$\Delta q : q = \frac{2}{3}\frac{\Delta l}{l}$$

wird aus

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta q}{q} + \frac{\Delta k}{k} = \frac{5}{3}\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta k}{k} \left(\frac{5}{3} = 1 + 2\sigma \text{ s. in § 5 oben} \right),$$

also

$$\frac{\Delta w}{w \Delta p} = \frac{5}{3} \cdot \frac{22}{350000} + \frac{\Delta k}{k \Delta p},$$

weil $\Delta p = 10$ kg.

Die so berechnete letzte Colonne schwankt zwar zwischen den Werthen 0,00004 und 0,00014; aber wenn man bedenkt, dass jener kleinste Werth am 30. Juli erhalten wurde, nachdem am 29. Juli schon dieselbe Belastung war ertheilt worden, und dass dieser grösste Werth am 29. Juli und am 4. August auftrat, am letzteren Tage schon ziemlich nahe dem Bruchgewichte (s. § 9 der ersten Mittheilung), während inzwischen eine successive Steigerung dieser Abnahme $\Delta k : k\Delta p$ der Leitungsfähigkeit eintrat, so kann man mit diesen Resultaten wohl schon ziemlich zufrieden sein.

Immerhin wollen wir ihnen nicht zu viel Vertrauen schenken und sie deshalb um des Vergleiches mit Tomlinson'schen und späteren Resultaten unserer Versuche willen zunächst nur noch summarisch behandeln, indem wir das arithmetische Mittel der sieben Werthe von $\Delta k : k\Delta p$ nehmen, das ist 0,00009. Wir berechnen daraus $(\Delta k : k) : (\Delta p : q) = 0{,}00011$, da nahezu $q = 1{,}2$ qmm, und multipliciren dieses Verhältnis noch mit dem Elasticitätsmodul des Eisens $e = 20000$ (Kilogramm : Millimeter²), so kommt die Tomlinson'sche Grösse z (s. § 5) zum Vorschein, an der man jetzt wie auch im § 5 sieht, dass sie (gleich dem y daselbst) dimensionslos oder eine reine Constante ist; es wird sonach für unseren Strahldraht

$$z = 2{,}2$$

und Tomlinson hat in der Tabelle (des § 5, 4. und 5. Zeile) dafür 2,1. Das ist eine gute Uebereinstimmung [24]).

Zum Vergleiche der Werthe vom Stahldrahte II mit demjenigen I in unserer ersten Mittheilung addirten wir die Werthe von $(\Delta w : w\Delta p)$

---

24) Viel weniger stimmen die z der 2. und 3. Zeile jener Tabelle, 2,6 und 2,0.

im § 2, 4, 7, 8[25]), 9 daselbst, das sind 26 Werthe, und zogen das Mittel

$$\Delta w : w\Delta p = 0{,}00021 \text{ für Stahldraht I,}$$

während

$$\Delta w : w\Delta p = 0{,}00020 \text{ für Stahldraht II}$$

das Mittel wird aus den 9 Zahlen in der vorletzten Colonne der letzten Tabelle. Wieder eine gute Uebereinstimmung.

Auch mit den Mousson'schen Werthen im § 1 der ersten Mittheilung findet sich eine ziemlich gute Uebereinstimmung, wenn wir diese jetzt noch näher betrachten. Mousson hat nämlich versäumt, die vier (dort reproducirten) Zahlen durch Berücksichtigung des Querschnitts q[26]) vollständig vergleichbar zu machen, weshalb jetzt die vier Mousson'schen Werthe (in § 1 unserer ersten Mittheilung) nochmals mit Weglassung des Zuviel der Decimalstellen wiedergegeben und mit den zwei Spalten q und $(q\Delta w : w\Delta p)$ ergänzt werden sollen:

	q in Quadrat-millimeter	$\Delta l : l\Delta p$	$\Delta w : w\Delta p$	$q\Delta w : w\Delta p$
Stahldraht	0,33	0,00015	0,00064	0,00021
Eisendraht	„	22	79	26
Harter Kupferdraht	„	33	78	26
Geglühter „	1,1	09	55	61

Unser Stahldraht I und II hat den Querschnitt $q = 1{,}2^{\text{qmm}}$; also ist für beide

$$\Delta w \cdot q : w \cdot \Delta p = 0{,}00025 \text{ resp. } 0{,}00024,$$

während nach Mousson für Stahl- und Eisendraht sich ergibt

$$\Delta w \cdot q : w \cdot \Delta p = 0{,}00021 \text{ resp. } 0{,}00026;$$

also, wie gesagt, eine ziemliche Uebereinstimmung[27]).

Wegen der zwei Kupferdrähte daselbst behalten wir uns noch je eine Notiz für die folgenden zwei Paragraphe vor. Jetzt kann schon ein Vergleich mit der Tomlinson'schen Tabelle in § 5 gezogen werden, wo auch in der vierten Spalte (für x) das Eisen mit dem Kupfer nahe gleichwerthig erscheint wie bei Mousson wenigstens

25) Für jenen § 8 haben wir die Werthe $\Delta w : w\Delta p$ noch nachträglich berechnet und auch die negativen unter denselben in Rechnung gezogen.

26) Laut Anm. 2 daselbst kannten wir dessen numerische Beträge auch noch gar nicht bei der Abfassung unserer 1. Mittheilung. Man sieht in der folgenden Tabelle, wie anders die 4. Zahl der letzten Colonne gegen die vorausgehenden Zahlen absticht als in der vorletzten Colonne.

27) Demnach ist der letzte Satz im vorletzten Alinea des § 5 der 1. Mittheilung zu streichen.

mit dem harten Kupferdraht; aber der geglühte Kupferdraht figurirt bei Mousson mit einem 2 bis 3 Mal so grossen Werthe von

$$\frac{\Delta w \cdot q}{w \cdot \Delta p} \frac{\text{Millimeter}^2}{\text{Kilogramm}}.$$

Zum Schlusse dieses Berichtes über unseren Stahldraht (I und II) wiederholen wir die verhältnismässige Abnahme des specifischen Leitungsvermögens mit der Zunahme der Belastung um 1^{kg} per Quadratmillimeter

$$\frac{q \cdot \Delta k}{k \cdot \Delta p} = 0{,}00011 \frac{\text{Millimeter}^2}{\text{Kilogramm}}.$$

§ 7. Harter Kupferdraht I und II, von derselben Sorte, im Querschnitt nahe $0{,}8^{qmm}$.

Der Kürze wegen lassen wir die Angaben der Temperaturen $tt't''$ in der nun folgenden Versuchstabelle weg, da das Beobachtungs- und Rechnungsverfahren ganz das gleiche war wie im vorigen Paragraphen bezw. in unserer ersten Mittheilung.

	p	m	w	$\Delta w : w \Delta p$
18. Aug.	2	29,48	0,20477	—
„	5	29,64	504	0,00045
19. Aug.	5 [28])	29,62	531	—
„	10	29,93	541	10
20. Aug.	10	29,92	522	—
„	15	30,18	566	44
21. Aug.	15	30,18	580	—
„	20	30,38	601	21
22. Aug.	20	30,39	679	—
„	25	30,64	691	12
23. Aug.	25	30,66	668	—
„	30	30,99	739	71
26. Aug.	30	31,01	—	—

Bei 32^{kg} zerriss der Draht.

Ein zweiter Draht derselben Sorte lieferte, im October auf dieselbe Art untersucht, noch viel weniger harmonirende Resultate. Deshalb spannten wir noch einen weiteren Draht (II) dieser Art auf, welcher in der letzten Colonne die wiederum besser stimmenden Werthe lieferte:

$$\Delta w : w \cdot \Delta p = 0{,}00045 \quad 0{,}00032 \quad 0{,}00054 \quad 0{,}00028 \quad 0{,}00064;$$

dieser Draht (II) riss bei 29^{kg}, der vorhergehende bei 27.

---

28) Ueber die vorhergehende Nacht war stets das Anfangsgewicht des betreffenden Tages die wirksame Belastung.

Kupferdraht I liefert durchschnittlich $\Delta w : w\Delta p = 0{,}00034$
„ II „ „ „ 0,00045
Mittel beider 0,00040.

Zur Bildung von $\Delta k : k\Delta p$ (vgl. vorigen Paragraphen) ist wiederum mit $\sigma = \frac{1}{3}$

$$\frac{\Delta w}{w \cdot \Delta p} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{35000} + \frac{\Delta k}{k\Delta p},$$

da 350^{cm} die Drahtlänge und 0,05 durchschnittlich die Längenzunahme für $\Delta p = 1^{kg}$ war, also

$$\Delta k : k\Delta p = 0{,}00016.$$

Daraus wird wiederum für $q = 0{,}8$

$$q \cdot \Delta k : k\Delta p = 0{,}00013,$$

und wenn man diesen Werth mit dem Elasticitätsmodul $10000 \frac{\text{Kilogramm}}{\text{Millimeter}^2}$ des Kupfers multiplicirt, so würde daraus das Tomlinson'sche

$$z = 1{,}3$$

für unseren harten Kupferdraht. Aber in Tomlinson's Tabelle (§ 5) steht an der Stelle des hart gezogenen Kupferdrahtes ein Gedankenstrich und nur für die drei geglühten Kupferdrähte der Werth von ungefähr 1,0. Der Grund dieses Gedankenstriches ist wohl in Anm. 22 und in der Formel des § 5

$$z = y - (1 + 2\sigma)$$

zu suchen, welche bei dem Tomlinson'schen $\sigma = 0{,}7$ und $y = 2{,}9$ den kleinen Werth

$$z = 0{,}5$$

geliefert hätte.

Mit dem aus Mousson's Zahl im vorigen Paragraphen für den harten Kupferdraht berechneten Werthe

$$q \cdot \Delta w : w \cdot \Delta p = 0{,}00026$$

stimmt der unsrige

$$q \cdot \Delta w : w \cdot \Delta p = 0{,}00032$$

auch noch leidlich.

Vorläufig also dient als Abschlagszahlung für unseren harten Kupferdraht I und II, man vergleiche den Schluss des vorigen Paragraphen,

$$\frac{q \cdot \Delta k}{k \cdot \Delta p} = 0{,}00013 \frac{\text{Millimeter}^2}{\text{Kilogramm}}.$$

§ 8. Geglühter Kupferdraht, im Querschnitt nahe 0,7 qmm (Ende October und Anfang November untersucht).

Auch da wurden drei Stücke untersucht, wovon das erste nur Vorversuche abgab, das zweite unter sechs Malen vier Mal den Werth

$$\Delta k : k\Delta p = 0{,}0005,$$

sowie ein Mal 0,0003, und endlich, von 8 auf 9 kg belastet, 0,0030 lieferte. Bei 10 kg stand die Wagschale schon am Boden auf, nachdem sie sich bei 3, 4, 5 ... 9 kg immer stärker gesenkt hatte. Um so weniger dürfte jenes vier Mal erhaltene (aus $\Delta w : w\Delta p$ und $\Delta l : l$ berechnete) Resultat von $\Delta k : k\Delta p$ ein zufälliges sein. Also ist das Mittel von 4 oder 5 Werthen, mit Ausschluss des excessiven 0,0030,

$$\Delta k : k\Delta p = 0{,}0005$$

und es wird unser

$$q \cdot \Delta k : k\Delta p = 0{,}00035 \frac{\text{Millimeter}^2}{\text{Kilogramm}}.$$

Zur Vergleichung mit dem entsprechenden Werthe der in § 6 wiederholten Mousson'schen Versuche (vierte Zeile daselbst)

$$q \cdot \Delta w : w\Delta p = 0{,}00061$$

tragen wir noch nach, dass bei unserem geglühten Kupferdrahte, als die Belastung von 3 auf 4 und von 4 auf 5 kg gesteigert wurde, sich ergab

$$q \cdot \Delta w : w\Delta p = 0{,}00070,$$

das ist eine Uebereinstimmung beider auf 15 %.

Dagegen stimmt Tomlinson's Angabe, $z = 1$ ungefähr (s. die drei letzten Paragraphen), bei weitem nicht mit unserem Resultate, welches, wegen $e = 10000 \frac{\text{Kilogramm}}{\text{Millimeter}^2}$ ungefähr,

$$z = e\frac{\Delta k}{k} : \frac{\Delta p}{q} = 3{,}5$$

liefern würde. Um uns jenem $z = 1$ zu nähern, hätten wir $q \cdot \Delta k : k\Delta p =$ 0,00010 beobachten müssen, wie wir

beim Stahldraht (§ 6) beobachteten	0,00011,
beim harten Kupferdraht (§ 7) . .	0,00013,
hingegen jetzt beim geglühten . .	0,00035.

Im allgemeinen ist auch ein Werth $> 0{,}00013$ im letzten Falle wahrscheinlicher als das Gegentheil. Denn der weiche Draht wird durch Belastung in höherem Grade härter als der schon harte, und

die Härte erhöht den specifischen Widerstand. Dazu kommt ferner noch ein anderer Grund, welchem der nächste Paragraph gewidmet werden soll.

Vorher noch die Bemerkung, dass unser drittes Exemplar dieses geglühten Kupferdrahtes bei den mittleren und höheren Belastungen bedeutend grössere Werthe als die vorigen mit dem zweiten Exemplar erhaltenen lieferte. Ihre viel geringere Regularität, als beim letzteren beobachtet wurde, veranlasste uns, dieselben von diesem Berichte auszuschliessen, um so mehr, da auch der Verdacht hinzukam, ob dieser dritte Draht, den wir von unserer Bezugsquelle hatten nachkommen lassen, unter ausdrücklichem Verlangen derselben Sorte wie vorher, wirklich auch von derselben Sorte (und von denselben Antecendentien) war.

§ 9. Einfluss der Drahtdicke auf die Zunahme des specifischen Widerstandes. Chwolson's Versuche mit Messingdrähten. Dass dünnere Drähte in höherem Maasse durch Ziehen härter werden als dickere, lässt sich wohl vermuthen, da diese Einwirkung von der Oberfläche aus doch auf eine gewisse Tiefe ins Innere sich erstreckt, also den dünneren Draht im Verhältnisse zu seinem Volumen[29]) (Querschnitt) mehr ergreift als den dickeren. Wenn dies richtig ist, so wird $\frac{\Delta k}{k}$ bei dünneren Drähten grösser ausfallen als bei dickeren vom selben Material. Vgl. das vorletzte Alinea im vorigen Paragraphen. Wiederholen wir deshalb unsere dort zusammengestellten Zahlen mit Hinzufügung der Querschnitte

	$\frac{\Delta k}{k}:\frac{\Delta p}{q}$	q
Harter Stahldraht . . .	0,00011	1,2
Harter Kupferdraht . . .	0,00013	0,8
Weicher „ . . .	0,00035	0,7

so könnte darum an den beiden letzteren Werthen von $\frac{\Delta k}{k}:\frac{\Delta p}{q}$ noch etwas in Abzug zu nehmen sein, weil die bezüglichen Querschnitte kleiner sind.

Wirklich hat auch Chwolson[30]) an drei von fünf (oder sechs) Messingdrähten (63⅔ % Kupfer), deren erster 0,91, der zweite 0,79,

---

29) Man kann da auch an den Mangel an Isotropie denken, wie Tomlinson, s. das vorletzte Alinea im obigen § 4 in Betreff des σ.

30) Auf seine Abh. „Ueber die Wirkung des Spannens auf den elektr. Widerstand von Kupfer- und Messingdrähten“ in Bd. 19 S. 155—167 hat uns Herr Redacteur im December gelegentlich freundlichst aufmerksam gemacht. Die Resultate

der vierte 0,46 mm dick war, für $\frac{\Delta k}{k} : \frac{\Delta}{l}$ beobachtet bezw. 0,298, 0,316 und 0,413. Es sind dies allerdings auch nur drei Werthe, indem seine zwei (oder drei) anderen Messingdrähte bei der experimentellen Bestimmung von σ nach der oben im § 5 erwähnten Formel von den drei vorhin genannten so weit abwichen, dass sie statt $\sigma = 0{,}44$ lieferten: der eine 0,24, der andere 0,60. Von dieser Schwierigkeit ist schon im § 4 die Rede; Tomlinson hat in der dort erwähnten Tabelle für die zwei Messingsorten (s. auch Tabelle in § 5) die ebenfalls unmöglichen Werthe 0,72 und 0,59[31]).

Die Chwolson'sche Form $\frac{\Delta k}{k} \cdot \frac{\Delta l}{l}$ ist nichts anderes als das Tomlinson'sche s; zu vgl. § 5, aus dessen Tabelle die von Tomlinson für Messing (1) und (2) angegebenen $s = 0{,}10$ und 0,23 uns aus gerade wiederholt angedeutetem Grunde nicht viel interessiren können. Viel wahrscheinlicher richtig ist nach Chwolson's Versuchen eine zwischen 0,3 und 0,4 liegende Zahl für das Messing, die wie gesagt, bei dünnen Drähten grösser ausfallen kann als bei dickeren. Aber ebenso vag als unrichtig ist der S. 167 im vorletzten Alinea ausgesprochene Zweifel: „Ob dies lediglich eine Folge der veränderten geometrischen Verhältnisse ist, oder damit zusammenhängt, dass der Elasticitäts- und der Torsionscoefficient (Moduli) kleiner werden, oder damit, dass der absolute elektrische Widerstand (w) grösser wird, lässt sich nicht entscheiden". Denn sowohl die geometrischen als die elastischen Verhältnisse sind ja bei s schon in Abzug gebracht (allerdings die elastischen Verhältnisse mit dem fatalen σ), und es handelt sich nicht mehr um den absoluten elektrischen Widerstand w, der nur im Minuenden vorkommt (s. § 5f.), sondern eben um $\frac{\Delta k}{k} : \frac{\Delta l}{l}$[32]) oder s, d. h. hauptsächlich um die verhältnismässige Zunahme des specifischen Leitungsvermögens (k), um $\Delta k : k$.

---

mit den sieben Kupferdrähten daselbst nennt Chwolson S. 158 selbst „kaum unter einander vergleichbar", weshalb sie nur „summarisch angegeben werden" und zu keinem Vergleiche in unserem § 7 oder 8 Anlass geben.

31) Kirchhoff hat in Pogg. Ann. Bd. 108 S. 369—392 für drei Stahlstäbe im Mittel gefunden $\sigma = 0{,}294$ und für einen hart gezogenen Messingstab $\sigma = 0{,}387$.

32) In den gesperrt gedruckten Sätzen S. 161 und 162 ist $\Delta k : k$ irrthümlich „relative spec. Widerstandsänderung" genannt. Der erstere Satz: „Wir müssen uns damit begnügen, für das Verhalten der rel. spec. Widerstandsänderung zur relativen Längenänderung Grenzwerthe anzugeben" ist auch insoferne selbstverständlich, also unnöthig, da das letztere bei allen Messungen, insbesondere den schwierigen, der Fall ist.

Ausser Mousson und Tomlinson[33]) erwähnt Chwolson noch auf S. 156 die Abhandlung von Mac Gregor (Proc. Soc. Edinb. 1875/76 oder Wied. Beiblätter Bd. 1), welcher gefunden haben will, dass die beim Spannen von Silberdrähten beobachtete Widerstandsänderung sich vollkommen aus der Verjüngung des Querschnittes ableiten lasse, wozu wir allem Anscheine nach wohl ein Fragezeichen setzen müssen.

§ 10. Vereinfachung unserer Versuchsanordnung. Schon im § 8 haben wir den neben dem Versuchsdrahte parallel laufenden Vergleichsdraht v (s. § 1) von derselben Sorte und stets mit 2^{kg} belastet, angewendet statt der Siemensbüchse (Einheit) im Diagramm der Wheatstone'schen Brücke (s. unsere erste Mittheilung); aber den Zuleitungsdraht x hatten wir da noch beibehalten, so dass statt der Formel § 7 daselbst für den § 8 hier zu stehen kommt die Formel

$$\frac{w}{1-\alpha' t' + \beta' t'^2} + \frac{x}{1-\alpha t + \beta t^2} = \frac{a}{b} \cdot \frac{v}{1-\alpha t' + \beta' t'^2}.$$

Ein Vortheil dabei ist, dass die einer raschen und anderen Temperaturänderung als der Versuchsdraht unterworfene Doseneinheit nur mehr bei der vorgängigen Abaichung von v nothwendig war, wofür bei $3\frac{1}{2}^m$ weichen Kupferdrahtes von nahe $0{,}7^{qmm}$ Querschnitt $v = 0{,}0872$ Siemenseinheiten gefunden wurden. (Nimmt man die Leitungsfähigkeit des Kupfers zu 55 gegenüber Quecksilber als Einheit, und den mikroskopisch gemessenen Querschnitt $q = 0{,}68^{qmm}$ [34]), so hat man bei der Länge von $3{,}5^m$ für diesen Kupferdraht

$$\frac{3{,}5}{55 \cdot 0{,}68} = \frac{7}{11 \cdot 6{,}8} = \frac{7}{74{,}8} = 0{,}09 \text{ Siemenseinheiten.)}$$

Aber noch vortheilhafter ist es, wenn man die Zuleitung x ganz entbehrlich machen kann, wie wir von jetzt ab, bei den im § 11 und weiterhin zu berichtenden Versuchen, den vom Galvanometer kommenden Draht zur Zimmerdecke leiteten, wo der betreffende Strom sich in den Versuchs- und den Vergleichsdraht spalten konnte, von welchen er je am unteren Ende mittels eines $2-3^{mm}$ dicken und $1-2^m$ langen Kupferdrahtes gleich den direct von der Thermosäule kommenden

---

33) Diesen nur aus den Proc. Roy. Soc. 1876 und 1877 oder Beiblätter 1 und 2. Jenem älteren Standpunkte entspricht wohl der Satz von Chwolson: „Eine Regelmässigkeit in der Aenderung des spec. Widerstandes beim Spannen mit der Aenderung des Querschnittes war (bei Tomlinson's Versuchen) nicht wahrzunehmen".

34) Im § 8 wurde dafür 0,7 gesetzt.

Drähten in die Enden des 1^m langen Messdrahtes aus Neusilber einmündete. Das andere Ende des Galvanometerdrahtes befindet sich am Grabstichel der Theilmaschine, welcher diesen Neusilberdraht in die Theile a und b (s. die letzte Formel) abtheilt. Diesen Neusilberdraht von nahe 1^{mm} Dicke haben wir nämlich am 12. Nov. statt des dünneren Platindrahtes auf der Messlatte (§ 3 unserer ersten Mittheilung) aufgespannt, da dieser letztere durch den kupfernen Ersatz des Grabstichels gleichwohl an den häufig gebrauchten Berührungsstellen bleibende Eindrücke erlangt hatte.

Hiermit haben wir wie im § 1 oben, Anm. 3:

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{2n}{A},$$

wo w den Widerstand des Versuchsdrahtes, Δw dessen Zunahme durch den Ueberschuss seiner Belastung über die 2^{kg} des Vergleichsdrahtes vom Widerstande v, und n die Millimeterzahl bedeutet, um welche man wegen des eingetretenen Δw den Grabstichel aus der Mitte des Messdrahtes, für welche A genau oder sehr nahe 500^{mm} beträgt, verschieben musste. Also wird jetzt

$$\frac{\Delta w}{w} = 0{,}004 \cdot n;$$

da ferner diese Verschiebung n durch u Umdrehungen an der Drehscheibe der Theilmaschine, wobei 1 Umdrehung dem Schraubengange gleich 0,7527 ($^3/_4$) ^{mm} entspricht, bewirkt wird, so ist

$$u \cdot 0{,}7527 = n,$$

also

$$\frac{\Delta w}{w} = 0{,}0030108\, u,$$

wofür wir getrost

$$\frac{\Delta w}{w} = 0{,}003\, u$$

setzen dürfen.

§ 11. Geglühter Stahldraht, von der Sorte I und II im § 6, den wir in der hiesigen Schulwerkstätte hatten ausglühen lassen.

Eine Bestimmung von w ist jetzt nicht mehr nöthig, da wir nach voriger Formel gleich das nothwendige Verhältnis $\Delta w : w$ erhalten. Wir führten sie aber dennoch mittels der Siemensbüchse, deren Inneres wir in letzter Zeit zur grösseren Temperaturconstanz mit Petroleum füllten, aus, indem wir zu diesem Zwecke nur $w + v$ hintereinander

zu schalten brauchten, statt nebeneinander, und fanden mittels der Formel

$$\frac{w+v}{1-\alpha''t''+\beta''t''} : \frac{1}{1-\alpha't'+\beta't'} = a:b \text{ (vgl. § 7 der ersten Mittheilung)}$$

$$w + v = 1{,}456 \pm 0{,}001 \text{ Siemenseinheiten}^{35}).$$

Hernach ergab sich aus dem Stande $a = 492{,}92^{\text{mm}}$ auf der Messlatte, also $b = 507{,}08$, das Verhältnis $\frac{w}{v}$ (nun nebeneinander geschaltet) und durch Elimination von v

$$w = 0{,}718 \text{ Siemenseinheiten bei } 3{,}40^{\text{m}} \text{ Länge.}$$

Verglichen mit unserer ersten Mittheilung gab dieser Stahldraht hart, bei $2{,}96^{\text{m}}$ Länge, den Widerstand 0,63, jetzt geglüht, bei $3{,}40^{\text{m}}$ Länge, den Widerstand 0,72. Da die Quotienten $\frac{340}{296}$ und $\frac{72}{63}$ sich nicht ganz um 1 % von einander unterscheiden, so kann wenigstens in dem Producte aus Querschnitt q und Leitungsfähigkeit k durch das Glühen keine grosse Veränderung vor sich gegangen sein. Man kann a priori und erfahrungsgemäss annehmen, dass sowohl q als k durch das Glühen zunehmen, und wirklich ist auch das

$$\text{Längenverhältnis} = \frac{340}{296} = 1{,}147 \text{ und das}$$

$$\text{Widerstandsverhältnis} = \frac{72}{63} = 1{,}143,$$

also das letztere kleiner geworden wegen des grösser gewordenen kq. Dies wird nur angeführt, um nochmals die Kleinheit der zu messenden Unterschiede zu zeigen und die Empfindlichkeit des galvanischen Verfahrens, welches solche Schwierigkeiten besiegen lässt.

Nun zur Versuchstabelle. Es bedeutet wiederum p die Anzahl der angehängten Kilogramme, u die Umdrehungszahl der Scheibe (auf Zehntel eingestellt für Ablenkung rechts und links und daraus die Hundertel für Ablenkung Null berechnet (vgl. § 3 der ersten Mittheilung), Δl die Verlängerung des Drahtes über die ursprüngliche Länge von 340^{cm} hinaus.

---

35) Mittels des im vorigen Paragraphen noch genannten Platindrahtes hatten drei Messungen geliefert 1,4538, 1,4570, 1,4550, was im Mittel 1,455 ± 0,002 gibt.

	p	u	Δl
14. Nov.	2	1,22	—
	4	1,24	0,20
15. Nov.	4	1,32	0,20 (über Nacht 4 kg)
	6	1,44	0,36
	4	1,35	0,32
	8	1,57	0,46
17. Nov.	6	1,40	fehlt (über die 2 Nächte 6 kg)
	10	1,64	0,54
	8	1,56	0,48
19. Nov.	8	1,51	0,46 (über 2 Nächte 8 kg)
	12	1,74	0,64
	10	1,67	0,58
20. Nov.	10	1,64	0,59
	14	1,96	0,70
	12	—	0,66
21. Nov.	12	1,94	0,68
	14	2,04	0,76
	16	2,13	0,84
	14	2,06	0,76
22. Nov.	14	2,01	0,76
	16	2,11	0,82
	18	2,26	0,88
	16	2,15	0,82

Am 25. und 26. Nov. zeigten sich Unregelmässigkeiten (wie am 20. bei 12 kg), die eine Revision des Apparates (Anziehen einer gelockerten Klemme) erheischten, aber es konnte weiter gefahren werden am

27. Nov.	22	2,55	1,06
	26	2,74	1,14
28. Nov.	30	Kleines Schadenfeuer an der Thermosäule	
	26	2,58	1,22
	30	2,94	1,24 (Schliesst sich wieder gut an)
	34	3,08	1,38
	30	2,79	1,32 } u gegen das frühere bei 30 kg um 0,2 zu klein
29. Nov.	30	2,70	1,32 }
	34	2,91	1,42
	38	3,28	1,54
	34	3,10	1,49 u gegen das frühere bei 34 kg um 0,2 grösser
1. Dec.	34	3,20	1,48
	38	3,42	1,54
	42	3,64	1,72 Grosser Zuwachs von Δl
	38	3,42	1,68
2. Dec.	38	3,42	1,69
	42	3,56	1,74

Bei 46 kg zerriss der Draht. Die in der Mitte der Drahthöhe jeweils abgelesene Temperatur fiel langsam von 19,7 bis 17,2 inner-

halb der Tage bis zum 19. Nov. und von 18 bis 15,7 vom 27. Nov. bis zum 1. Dec.

Zeichnet man die p als Abscissen auf und als Ordinaten die u-Werthe, nachdem von ihnen deren erster am 14. Nov. ($u = 1{,}22$) abgezogen worden, so bilden die letzteren, resp. deren Mittelwerthe, so ziemlich die gerade Linie, die von $p = 2$ in der Abscissenaxe anhebt und bei der Abscisse $p = 42$ bis zur Ordinate nahe 2,40 ansteigt. Von 5 bis zu 10^{kg} bleiben die Ordinaten etwas unterhalb dieser Geraden, bei 12^{kg} läuft die Gerade mitten durch die zwei Gipfel der Ordinaten, bei 15 und 20^{kg} liegt die Gerade unterhalb dieser Gipfel, im ganzen späteren Verlaufe wieder zwischen den Gipfeln, deren Differenz auf eine Nachwirkung hinweist, welche als Analogie zu der länger bekannten elastischen Nachwirkung hinsichtlich Δl betrachtet werden kann.

Complicirter, aber immerhin noch einfach genug, sieht die Curve der Δl aus, mit den nämlichen Abscissen gezeichnet und sich nur bis zur höchsten Ordinate 1,74 erhebend: ihre Punkte liegen bis zur Abscisse $p = 16$ etwas über der vorhin beschriebenen Geraden; bis dahin wird nämlich auch der Draht nicht vollkommen gestreckt; von diesem Kreuzungspunkte an ist aber der weitere Verlauf ziemlich gerade von der Ordinate 0,82 bis 1,74 (Abscisse 16 bis 42), also minder steil als bei der vorigen Geraden.

§ 12. Derselbe geglühte Stahldraht noch einmal untersucht. Da der Riss am oberen Ende, wo der gerade gestreckte Draht zur Befestigung in gekrümmte Lage übergegangen, erfolgt war, so konnten wir denselben nochmals einspannen und der folgenden Untersuchung, die der Tomlinson'schen glich (s. Anfang des obigen § 1), unterwerfen:

	p	u	Δl	Δu	$\frac{\Delta u}{\Delta p:4}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p:4}$ [36]
3. Dec.	2	2,98	—	—	—	—
	6	3,23	0,20	0,26	0,26	20
	10	3,45	0,33	0,48	0,24	17
	14	3,64	0,47	0,66	0,22	16
4. Dec.	14	3,65	0,47	0,67	0,22	16
	18	3,85	0,56	0,86	0,22	16
	22	3,94	0,66	0,94	0,19	13
	26	4,24	0,75	1,24	0,21	13

36) Alle Δ hier, wie schon Δl im vorigen Paragraphen, nicht consecutiv verstanden, sondern mit dem obersten Werthe vom 3. December als beständigen Subtrahenten.

	p	u	Δl	Δu	$\frac{\Delta u}{\Delta p:4}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p:4}$	
5. Dec.	26	4,28	0,76	1,28	0,21	13	
	30	4,52	0,84	1,52	0,22	12	
	34	4,68	0,99	1,68	0,21	12	
	38	4,94	1,09	1,94	0,22	12	Entlastet und nach 20 Minuten:
	2	3,19	0,35	0,21			Ueber Nacht 2 kg
6. Dec.	2	3,27	0,34	0,30			

In dieser Versuchsreihe wurde das Zurückgehen auf mindere Spannungen innerhalb der Steigerung der letzteren vermieden, um wenigstens die hieraus hervorgehenden Nachwirkungen zu vermeiden, die wir im vorigen Paragraphen absichtlich kennen lernen wollten. Nur nachdem wir die höchste Spannung (mit Vermeidung des Reissens) erreicht hatten, entlasteten wir und beobachteten sogleich und am folgenden Tage, um über das „Permanent“ und „Temporär“ (Tomlinson) einen Schluss ziehen zu können (vgl. § 1—5 oben).

Man sieht daraus, dass permanent, wenigstens einen oder einige Tage lang, nur bleibt eine Widerstandszunahme, wie sie temporär durch Steigerung von 2 auf 6 kg, und eine Längenzunahme, wie diese temporär durch die Steigerung von 2 auf ca. 10 kg erreicht wurde. Alles Weitere ist temporären Charakters.

Im ganzen ist auch der Verlauf der Δl und Δu, mit dieser Colonne wurde die Tabelle zunächst gegen diejenige im § 11 noch erweitert, ein mehr regulärer als im § 11. Dies zu zeigen, dienen die zwei letzten Colonnen. Statt der ungefähren Geraden der Δu im § 11 bemerkt man jetzt eine leichte Krümmung der zur Abscissenaxe concaven Curve, wie diese auch hinsichtlich der Δl besteht und im § 11 der anfänglichen Geradestreckung des vielfach gekrümmten Drahtes zugeschrieben werden musste.

Vergleich mit Tomlinson's Experiment VII im § 1 oben: die dritte Colonne dort ist mit der vorletzten Colonne unserer gerade mitgetheilten Tabelle gleichbedeutend. Während aber diese Zahlen bei Tomlinson steigen, zeigen die unserigen einen bei ihrer wiewohl viel geringeren Glätte doch unverkennbaren Hang zum Fallen, der auch aus der letzten Colonne unserer Tabelle hervorleuchtet, da in viel stärkerem Grade. Tomlinson selbst hat auf den Parallelismus dieser beiden Beziehungen, der Widerstands- und der Längenzunahme mit der Belastungszunahme, grossen Werth gelegt. Bei der Widerstandszunahme ist noch der durch Längen-, überhaupt Formänderung herrührende Theil derselben in Abzug zu bringen, also bloss an den specifischen Widerstand zu denken (s. oben § 5, 6 u. a.). Es muss also die vorletzte Colonne entweder steigen (wie bei Tomlinson), oder, wenn sie fällt, wenigstens ein geringeres Fallen aufweisen wie die letzte

(das ist bei unserem Versuche der Fall), damit bei jenem Abzug die specifische Widerstandszunahme mit der durch Zug eintretenden Härtung noch übrig bleiben kann. Vgl. § 8, 9 u. a. oben.

§ 13. Es erübrigt noch, die soeben besagte Subtraction mit den in § 11 und 12 erhaltenen Resultaten vorzunehmen. In der Formel am Schlusse von § 10 ist gemäss Tabelle in § 11 einzusetzen:

$$\frac{\varDelta w}{w} = 0{,}003\,(3{,}64 - 1{,}22) = 0{,}00726$$

für $\varDelta p = 42 - 2 = 40^{\text{kg}}$ (1. Dec. und 14. Nov.);

also ist $\varDelta w : w\varDelta p = 0{,}000182$. Diese Zahl stimmt bis auf 10% mit derjenigen des Stahldrahtes I und II, als derselbe im harten Zustand untersucht wurde, überein (§ 6). Immerhin kann auffallen, dass die gegenwärtige Zahl die kleinere von beiden ist, kleiner als diejenige für den harten Draht.

Für $\frac{\varDelta l}{l}$ erhält man aus der Tabelle in § 11, wenn man den grossen Zuwachs am 1. Dec. bei 38 bis zu 42^{kg} ausschliessen will, und auch die anfängliche grössere Steigung bis zu 16^{kg}:

$$\frac{\varDelta l}{l} = \frac{1{,}54 - 0{,}84}{340} = \frac{0{,}70}{340} = 0{,}00206$$

für $\varDelta p = 38 - 16 = 22^{\text{kg}}$ (1. Dec. und 21. Nov.);

also ist $\varDelta l : l\varDelta p = 0{,}000094$; dagegen kam im harten Stahldraht II § 6 nur 0,000063 zum Vorschein, was nicht auffallend ist; der geglühte Stahldraht ist viel dehnbarer als der harte bei gleicher Belastung.

Aber nun soll wie in § 6 gebildet werden

$$\frac{\varDelta k}{k\varDelta p} = \frac{\varDelta w}{w\varDelta p} - (1 + 2\sigma)\frac{\varDelta l}{l\varDelta p} \text{ oder}$$
$$= 0{,}00018 - (1 + 2\sigma)\, 0{,}00009,$$

wenn wir hier nicht wie im § 6 für das Verhältnis der Quercontraction zur Längsdilatation den Werth $\frac{1}{3}$ präjudiciren. Für $\sigma = \frac{1}{3}$ würde $\varDelta k : k\varDelta p = 0{,}00003$, also sehr klein, für ein kleineres σ, wie auch in Tomlinson's Tabelle (§ 4 und 5) der geglühte Eisendraht ein kleineres σ hat als die beiden harten Drähte, bis zu $\sigma = 0$ wird $\varDelta k : k\varDelta p$ grösser als 0,00003 bis zu 0,00009 [37]). Der letzte Betrag wurde

---

37) Für den anderen Grenzwerth $\sigma = \frac{1}{2}$ würde $\frac{\varDelta k}{k\varDelta p} = 0$; der Fall $\sigma > \frac{1}{2}$ würde $\frac{\varDelta k}{k\varDelta p}$ negativ machen, d. h. eine Zunahme der Leitungsfähigkeit mit der Zunahme der Belastung im Gefolge haben. Vgl. Anm. 15.

wirklich für den harten Stahldraht mit $\sigma = \frac{1}{3}$ gefunden (vgl. § 6 Alinea 3 nach der Tabelle).

Diese geringere Abnahme der Leitungsfähigkeit des geglühten als des harten Stahldrahtes liegt also in dem etwas kleineren $\Delta w : w\Delta p$ und hauptsächlich in dem grösseren $\Delta l : l\Delta p$ begründet. Für denselben geglühten Stahldraht, wie er hernach laut § 12 nochmals untersucht wurde, liefert derselbe Calcul nicht weit von den vorigen verschiedene Werthe. Wegen des dort besagten etwas gekrümmten Verlaufes der beiden Curven (für Δu und Δl) wurden zwei Intervalle gewählt, das eine von 6 bis 18 kg, das andere von 26 auf 38 kg. Diese beiden lieferten bezw.

$$\frac{\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}000155 - (1 + 2\sigma)\,0{,}000088$$

und

$$\frac{\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}000170 - (1 + 2\sigma)\,0{,}000081.$$

Der Vollständigkeit wegen im Zusammenhalte mit unseren von § 6 an hier mitgetheilten Versuchen sei noch $q \cdot \Delta k : k\Delta p$ gebildet, wobei der Querschnitt $q = 1{,}2^{\text{qmm}}$ gilt, wie im § 6; es ist für den geglühten Stahldraht

$$\frac{q \cdot \Delta k}{k \cdot \Delta p} = 0{,}00004 \text{ bis } 0{,}00011 \frac{\text{Millimeter}^2}{\text{Kilogramm}} \text{ ungefähr für } \sigma = \tfrac{1}{4} \text{ bis } 0.$$

Von solch kleinen Beträgen wie 0,00004 zu Null und zu negativen Werthen — diese bedeuten also Zunahme der Leitungsfähigkeit mit Zunahme der Belastung — ist kein grosser Schritt. Laut Tomlinson's Exp. XXVIII bis XXXII und Tab. XV S. 98—100 liegen auch solche Fälle vor, ebenfalls für geglühten Eisendraht und für Nickel. Ja, nach dieser Figurentafel, welche die Curven von noch sechs weiteren Metallen (Kupfer, Silber, Platin, Neusilber, Aluminium, Zink) enthält — die procentische Aenderung des specifischen Widerstandes als Abscissenaxe (Zunahme rechts positiv) und diejenige der Länge als Ordinatenaxe — hätte fast jedes dieser Metalle auch einen nach links verlaufenden Curvenast. Da indessen diese Tafel viel mehr enthält als die wenigen und unweit erstreckten Exp. XXVIII bis XXXII und auch die ihr angefügten Remarks auf Seite 101 vergleichsweise sehr dürftig sind, so mag wenigstens vorderhand diese kurze Notiznahme von denselben genügen. Auch in dem Summary of Part II, am Schlusse seiner ganzen Abhandlung S. 169—172 Nr. 1—34, ist dieser nach den

negativen Abscissen laufenden Curvenäste nicht anders als in der von uns im § 5 abgedruckten Tabelle, nämlich beim Aluminium und Nickel, gedacht.

Wir selbst haben gegenwärtig einen ebensolchen geglühten Stahldraht wie den zuletzt erwähnten in mehrfach wiederholte Untersuchung genommen, wovon wir mit vielleicht noch weiterem in einer dritten Mittheilung berichten zu können gedenken.

Nachtrag bei der Correctur: Bezüglich der von § 11 an verzeichneten Beobachtungen der Längenänderung bemerkten wir erst später eine Senkung am oberen Ende des Versuchsdrahtes (an der Zimmerdecke) bei den höheren Belastungen. Die beobachteten Widerstandszahlen werden hiervon nicht betroffen. Weiteres hierüber in der folgenden (dritten) Mittheilung. Seither haben wir auch einen glasharten Stahldraht und dieselbe Drahtsorte in noch ungehärtetem Zustande wiederholt untersucht. Nächstens kommt u. a. ein nahe 2^{mm} dicker weicher Kupferdraht an die Reihe.

Zusammenstellung von Verwandtschaftstafeln, die aus den Dichtigkeitsverhältnissen der chemisch wirksamen Stoffe abgeleitet sind[1].

Von

W. Müller-Erzbach.

Die nach dem Principe der kleinsten Raumerfüllung[2]) von mir berechneten und vereinzelt mitgetheilten Reihenfolgen für die chemischen Verwandtschaften habe ich zur Uebersicht über die so gefundenen Resultate nachstehend zusammengefasst. Daneben sind, um einen vollständigeren Ueberblick über den Stand der Verwandtschaftslehre zu geben, zugleich die wichtigsten der nach anderen Methoden abgeleiteten Reihen aufgeführt. Die aus der Dichtigkeit abgeleiteten Reihen sind so zu verstehen, dass jedes nachfolgende Metall oder Element in der bezeichneten Verbindung vor allem vorhergehenden unter Verminderung des Gesammtvolumens ersetzt werden kann, und dass die Abnahme des Volumens um so grösser ist, je weiter das eintretende Metall in der Reihe von dem ausscheidenden absteht. Ist das ganze Volumen der Summe $M_1X + M_2$ kleiner als $M_2X + M_1$, so ist die Verwandtschaft zwischen X und M_1 grösser als die von X und M_2. Von den Abweichungen durch den Unterschied in der Zusammendrückbarkeit der verglichenen Gruppen abgesehen, wird dabei angenommen, dass durch eine grössere Differenz der Volumina eine grössere Differenz der Verwandtschaften angezeigt wird. Die Raumverringerung kann um so beträchtlicher werden, je grösser die Volumina der Metalle sind und je mehr sie sich selbst unterscheiden. Bei solchen grösseren Volumdifferenzen der Metalle an sich sind die Angaben über ein grösseres Gesammtvolumen bei der einen oder anderen Gruppe der

1) Aus den Verh. d. Nat. Ver. in Bremen, Nov. 1884, vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

2) Verh. d. phys. Ges. Berlin, 1883, 38.

Umsetzungsstoffe zuverlässiger und von den Abweichungen der specifischen Gewichte weniger beeinflusst. Doch ist das Atomvolumen allein für den grösseren oder kleineren Rauminhalt einer ganzen Gruppe nicht entscheidend, es muss noch für die Componenten der Verbindung eine starke Contractionsfähigkeit hinzukommen. So sind die Atomvolumina von Silber, Quecksilber und Wismuth grösser als die mancher Leichtmetalle, aber es fehlt die Contractionsfähigkeit und deshalb ist auch die Verwandtschaft geringer. Die sog. allotropischen Modificationen der Elemente wie der Verbindungen werden für die Raumvergleichung und die Affinitätsbestimmung wegen des verschiedenen specifischen Gewichts und der verschiedenen chemischen Wirksamkeit besonders hinderlich, daher sind für viele sich nahe stehende Verbindungen die Abstufungen mit einiger Sicherheit gar nicht anzugeben. Wie stark häufig die Angaben für das specifische Gewicht von einander abweichen, habe ich zwar mehrfach hervorgehoben, aber es erscheint mir nicht überflüssig, wiederholt darauf hinzuweisen, dass selbst die erste Decimalstelle bei anerkannt sorgfältigen Beobachtern nicht immer übereinstimmt und als zuverlässig angesehen werden kann. So beträgt z. B. das specifische Gewicht des ganz beständigen wasserfreien schwefelsauren Manganoxyduls nach Bödeker 3,1 — nach Pettersson 3,25 — nach Schröder 2,97 — nach Thorpe und Watts 3,28 und Playfair gibt sogar 3,39 dafür an. Für alle Folgerungen aus solchen Zahlen ist deshalb die grösste Vorsicht geboten, und nur diejenigen Resultate dürfen als bestimmt angesehen werden, welche ausserhalb des Bereiches jener Schwankungen liegen.

Das allgemeine Ergebnis der nachstehenden und mit dieser Rücksicht entworfenen Tafeln besteht nun darin, dass alle grösseren Unterschiede in der Verwandtschaft trotz der verschiedenen Bestimmungsarten derselben ganz oder wenigstens nahezu übereinstimmend aufgefunden sind. Nur die Wärmetönungen, welche häufig verwickelten und im einzelnen nicht übersehbaren Vorgängen entnommen sind, bilden mehrere Ausnahmen und werden wohl auch meist nicht für einen überall sicheren Maassstab der Affinität gehalten. Die übrigen Resultate über die grösseren Unterschiede in der Verwandtschaft gewinnen durch ihre Uebereinstimmung einen höheren Grad von Zuverlässigkeit und deshalb erweist sich der Grundsatz, dass durch den chemischen Process der Schwerpunkt der wirksamen Massen niedriger gelegt wird, thatsächlich als ein einheitliches Mittel, um für feste Körper allgemein die Richtung einer möglichen Umsetzung nach den Dichtigkeitsconstanten zu bestimmen. Trotz der grossen Zahl der in Betracht gezogenen Einzelfällen ist nicht ein einziger vor-

gekommen, bei dem ein nach einer anderen Methode als wahrscheinlich ermittelter grösserer Unterschied in der Verwandtschaft von der Bestimmung nach der Dichtigkeit abgewichen wäre. Die grösseren Unterschiede lassen aber die Richtigkeit des Princips am leichtesten erkennen und müssen darüber entscheiden, doch bieten die nach demselben aufgestellten Tafeln selbst für diejenigen Chemiker, welche der Erklärung von anderer Seite entgegen den Folgerungen für die chemische Affinität zuzustimmen sich noch nicht entschliessen konnten, das physikalische Interesse, dass sie die Richtung angeben, in welcher die aufeinander folgenden und vielfach direct nachgewiesenen Umsetzungen den wirksamen Stoff auf einen immer engeren Raum zusammendrängen. Auch für die Verbindungen von festen Körpern und von Flüssigkeiten mit Wasser zu wässrigen Lösungen, sowie für die Umsetzung in solchen Lösungen konnte in zahlreichen Fällen eine dem Umsatz entsprechende Contraction erkannt werden. Sie findet regelmässig statt und die von der Neutralisation von Kali und Natron bekannte Ausdehnung ist nur eine secundäre Wasserwirkung und geht bei der Umsetzung der nicht verdünnten Säuren und Basen in Zusammenziehung über, wie ich im einzelnen nachgewiesen habe[1]). Aber die Beweisführung für das Zurückgehen auf einen kleineren Raum ist bei Flüssigkeiten wegen der das Volumen beeinflussenden Aenderungen in der specifischen Wärme schwieriger und deshalb unvollständiger geblieben. Doch hat noch in der letzten Zeit Herr Nicol[2]) aus seinen Versuchen den meinen Folgerungen entsprechenden Satz aufgestellt, dass vermischte Salzlösungen das Bestreben zeigen, dasjenige System zu bilden, welches den kleinsten Raum einnimmt. Er kommt also fast zu demselben Resultat, welches vorher[3]) Herr Kremers in den Worten aussprach: Soweit die bisherigen Versuche reichen, findet eine Contraction überall da statt, wo gelöste Salzatome sich zersetzen und die neu entstandenen Salzatome von dem lösenden Wasser gegen die früheren ausgetauscht werden.

Mag man die Contraction als Folge einer directen grösseren Anziehung der Componenten oder als eine Beschränkung der molecularen Bewegung[4]) ansehen, sie selbst ist jedenfalls für den Umsetzungsvorgang unter allen physikalischen eine hervorragend beachtenswerthe und charakteristische Veränderung. Dass z. B. alle bis jetzt untersuchten 16 Salzreihen für die Metalle der Alkalien

1) Ann. d. Chem. Bd. 221 S. 128.
2) Phil. Mag. (5) 17, 150.
3) Pogg. Ann. Bd. 98 S. 37.
4) Lothar Meyer, Mod. Theor. d. Chem. 388.

und alkalischen Erden mit unwesentlichen Abweichungen übereinstimmend bei der Bildung des Kaliumsalzes die grösste und mit fortgesetzter Abnahme in den Zwischengliedern bei der Bildung des Magnesiumsalzes die geringste Contraction zeigen, lässt uns bei der grossen Zahl der Einzelfälle ohne jeden Zweifel darin eine Gesetzmässigkeit in der räumlichen Anordnung des Stoffes erkennen. Jene Contractionen sind deshalb von Bedeutung, selbst wenn es ganz unberücksichtigt bleibt, dass nach allgemeiner Erfahrung in analoger Weise die chemische Verwandtschaft von Kalium zum Magnesium abnimmt. Da jedoch diese Analogie besteht und auch bei den schweren Metallen, wenn auch nicht mit gleicher Deutlichkeit sich nachweisen liess, und da ausser anderen Gründen[1]) bei den nicht salzartigen Phosphormetallen von geringerem Gegensatz der Bestandtheile, welche eine vollständig abweichende Reihenfolge der Contractionen zeigt, ebenso nach directen Bestimmungen die Verwandtschaft in einer den Contractionen entsprechenden Reihenfolge abweichend gefunden wurde, so erscheint es mir ungezwungen und als ein einfacher Ausdruck der Thatsachen, dass die Contraction durch die Verwandtschaft bedingt wird.

Wo in meinen früheren Abhandlungen die Metalle nicht nach fortlaufenden Verdichtungen der Gesammtmasse geordnet waren, ist es jetzt geschehen, damit der angenommene Grundsatz der kleinsten Raumerfüllung gleichmässige Anwendung findet. Die nach demselben abgeleiteten Reihen sind überall an die Spitze gestellt, und es ist jedesmal durch ein besonderes Zeichen ⏟ kenntlich gemacht, wo die Reihenfolge einzelner Metalle unter sich nach den Dichtigkeitsangaben unentschieden ist. Wegen der für die Berechnung der Volumina vorhandenen Data kommen fast nur Verbindungen von Metallen mit Metalloiden in Betracht.

1. Verbindungen mit Sauerstoff[2]).

K-Na-Sr Li Ba[3])-Ca-Mg-Zn Cd-Pb Cu Hg-Ag || Al-Sb Fe-As.

Reihe von Gmelin: **K-Na-Li?-Ba Sr Ca-Mg Al-Zn-Fe-Cd-Pb-Sb-Cu-As-Hg-Ag.**

1) Progr. d. Hauptschule in Bremen. 1879.

2) Ann. d. Chem. Bd. 210 S. 196.

3) Besonders wegen der verschiedenen Angaben für das Volumen von Ba unter sich unbestimmt.

Nach den Bildungswärmen der Hydrate: **Mg-Sr-Ba-Ca-K-Na** und nach den Bildungswärmen der Oxyde: **Zn-Cd-Pb-Cu-Hg-Ag || Al-Fe-Sb-As.**

2. Verbindungen des Schwefels[1]).

K-Na-Th-Ca ?-Ni-Fe (Fe S) Sn Zn Mn Cu Pb Hg-Ag-Pt || Bi (Bi_2 S_3)-Sb-As.

Reihe von Gmelin: **K** und andere Alkalimetalle **-Zn-Fe-Sn-Cu-Pb-Bi-Sb-Hg-Ag-Pt.**

Abstufungen nach Orlowsky[2]): Die Alkalimetalle, **Cu** hat unter den schweren Metallen die grösste Verwandtschaft, viel schwächere zeigen **Hg, Ag, Fe** und **Pb**, ganz schwache **Mg, Al, Cr** und **Pt.**

Nach den Bildungswärmen: **Ca-K-Na-Mn-Zn-Fe-Hg-Ni-Pb-Cu-Ag.**

3. Verbindungen mit Phosphor[3]).

Pd (Pd P_2)-Pt- || Fe (Fe_3 P)-Cu-Mn- || Ni (Ni_3 P_2)-Co-Zn- || Ag (Ag_3 P_3)-Au.
Reihe nach Schrötter[4]): **Pd-Pt-Ni-Co-Fe-Cu-Mn-Zn-Ag-Au.**

4. Verbindungen mit Chlor[5]).

K-Rb ?-Na-Ba Li Sr-Ca-Mg-Pb-Ag-Cd-Hg-Zn-Mn-Fe-Ni-Cu.
wenig Unterschied.

Reihe nach Gmelin: **K** und die Alkalimetalle - Erdmetalle **-Zn Fe-Cd-Pb-Cu-Hg-Ag.**

Reihe der Salzsäure nach Persoz: **Pb (4 Pb O)-K-Na-Ba-Sr-Ca-Mg-Ni-Hg-Zn-Mn-Fe-Cu.**

Nach den Bildungswärmen: **K-Na-Ba-Li-Sr-Ca-Mg-Mn-Zn-Cd-Pb-Fe (Fe Cl_2)-Ni-Hg (Hg Cl_2)-Ag-Cu (Cu Cl_2)** oder **Fe Hg (Hg Cl)-Ni-Cu (Cu Cl)-Ag.**

5. Verbindungen mit Brom.

K Rb-Na-Sr Ba Li[6])**-Ca-Pb-Ag-Cd-Hg Zn Cu.**

Nach den Bildungswärmen: **K-Na-Sr-Ba-Ca-Zn-Cd-Pb-Hg-Ag.**

6. Verbindungen mit Jod.

K-Rb-Na-Sr Ba-Li Pb Hg-Zn-Ag.

Nach den Bildungswärmen: **K-Na-Zn-Cd-Pb-Hg-Ag.**

---

1) Pogg. Ann. Bd. 130 S. 287.
2) Russ. phys.-chem. Ges. 1881 S. 547.
3) Verh. d. phys. Ges. Berlin 1882 S. 19.
4) Ch. Jahresber. 1849 S. 246.
5) Wie die drei folgenden Reihen Wied. Ann. Bd. 13 S. 522.
6) Unter sich unbestimmt wie bei Cl.

7. Verbindungen mit Rb, K, Na, Li, Ba, Sr, Ca, Mg, Zn, Cd, Hg, Cu, Pb, Ag, Al, Sb, P, B und Si.

Cl-Br-J. Nach Gmelin und nach den Bildungswärmen ist die Reihenfolge überall dieselbe. Bei der Sauerstoffverbindung folgt dagegen nach Gmelin wie nach den Contractionen in umgekehrter Folge das Chlor auf Jod.

8. Verbindungen mit Fluor[1]).

Rb-K-Na-Sr-Li-Ba Ca-Mg Pb-Ag || Al-As (AsF_3).

9. Verbindungen mit Kieselfluor SiF_6[2]).

Cs-Rb-K-Na-Ba.

10. Verbindungen mit N_2O_6[3]).

K-Na-Sr-Ba Ca-Pb-Ag.

Nach den Bildungswärmen: **K-Na-Sr-Ca-Pb-Ag.**

Ausscheidung aus den bekanntesten Salzreihen nach Fischer und Reid in der Reihenfolge: **Zn-Cd-Fe-Pb-Cu-Mn-Ni-Sb-As-Hg-Ag-Pd-Tl.**

Nach Schnaubert, Gay-Lussac und Persoz: **K-Na-Ba-Sr-Pb-Ca-Ag.**

11. Verbindungen mit SO_4.

K-Na-Sr Ba-Ca-Pb Mg-Zn Cu Ag.

Nach den Bildungswärmen: **K-Sr-Na-Ca-Mg-Zn-Pb-Cu-Ag.**

Nach Schnaubert, Karsten und Gay-Lussac: **Ba-Sr-K-Na-Ca-Mg-Pb-Zn-Cu.**

12. Verbindungen mit CO_3.

K-Na-Sr-Li Ba-Ca-Mg-Zn-Pb-Ag.

Nach den Bildungswärmen der Salze aus den Elementen: **Sr K-Na Ca-Mg-Zn-Ag.**

13. Verbindungen mit SeO_4[4]).

Rb-K-Na-Ba-Pb-Ag-Tl.

14. Verbindungen mit CrO_4.

K-Na-Ba-Pb-Ag. In allen Salzen desselben Metalls wird die Affinität der Chromsäure von der der Selensäure übertroffen.

---

1) Chem. Ges. Ber. 1881 S. 2212.

2) Ch. Ges. Ber. 1882 S. 1301.

3) Wie die beiden folgenden Ch. Ges. Ber. 1881 S. 217.

4) Wie die folgenden Verh. d. phys. Ges. Berlin 1883 S. 38.

15. Salze der Phosphorsäure[1].

K-Na-Ba-Ca-Tl.

16. Verbindungen mit ClO_3.

K-Na-Ag.

17. Verbindungen mit BrO_3 und OJ_3.

Uebereinstimmend **K-Na-Ba-Ag.**

18. Salze der Ameisensäure.

K-Na-Sr Ba-Ca-Pb-Zn Mn.

19. Salze der Essigsäure.

Na-Ba-Pb-Mg Ag-Zn-Ni Mn.

---

1) Wie die folgenden in Abhandl. d. naturw. Ver. in Bremen 1884, 81.

Emissionsspectra von Metalldämpfen im Ultraroth[1]).

Von

H. Becquerel.

Im letzten Jahre[2]) hatte ich die Ehre, der Akademie das Resultat meiner Untersuchungen über die Emissionsspectren im Ultraroth metallischer Dämpfe, welche bis dahin unbekannt waren, vorzulegen. Seit dieser Zeit habe ich diese Beobachtungen mit Hilfe eines speciellen Spectroskopes, das ich in einer nächsten Arbeit beschreiben werde, fortgesetzt; hier will ich nur daran erinnern, dass das Princip der Methode darin besteht, die Spectren, welche man beobachten will, auf eine richtig gewählte phosphorescirende Substanz zu projiciren, welche zuvörderst leuchtend gemacht wurde, und das vorübergehende Aufleuchten, das dem Verlöschen unter dem Einfluss der ultrarothen Ausstrahlungen vorhergeht, zu beobachten. Die wirksamen Linien und Bänder der Emissionsspectren erscheinen dann glänzend und können mit dem Mikroskop untersucht werden.

Als ich mehrere phosphorescirende Substanzen, namentlich gewisse Schwefelcalciumverbindungen, versuchte, fand ich darunter einige, die viel empfindlicher waren für die ultrarothen Strahlen als die anderen. Diese Stoffe machten es mir möglich, direct die Wellenlängen der glänzendsten Strahlen gewisser glühender Metalldämpfe (Kalium, Natrium, Cadmium etc.) zu bestimmen, indem ich die Spectren durch ein sehr schönes Metallgitter von Rutherford, das mir H. Mascart in liebenswürdiger Weise zur Verfügung stellte, entwarf.

Bei anderen Metallen wurden die Spectren mittels eines Prismas von Schwefelkohlenstoff entworfen. Die Stellung der Linien wurde mit denen von Kalium und Natrium verglichen und auch mit der Stellung der Bänder und Streifen, die für die ultrarothe Region des Sonnenspectrums charakteristisch sind, sowie mit den Absorptionsbändern des Samariums; die Wellenlänge jedes Strahles wurde sodann durch Interpolation mit ziemlich grosser Genauigkeit bestimmt.

---

1) Uebersetzt aus C. R. vol. XCIX p. 374 (1884).

2) C. R. vol. XCVII p. 71.

Die Wellenlänge der hauptsächlichsten Linien und Bänder des Sonnenspectrums im Ultraroth sind mittels des Gitters, das zu meiner Verfügung stand, neu bestimmt worden, und die sehr empfindlichen Substanzen, die ich verwendete, machten mir es möglich, diese Messungen viel weiter auszudehnen als bei meinen früheren Versuchen[1]). Ich habe vor, nächstens auf diese Arbeit zurückzukommen, durch welche es mir gelang, einige Zahlen in Bezug auf die Wellenlänge des weniger brechbaren Endes zu berichtigen; ich werde hier nur die Wellenlänge der bemerkenswerthesten Stellen anführen: das erste, in meiner früheren Arbeit von mir mit A^{II} bezeichnete Band ist aus zwei Bändern zusammengesetzt, deren Wellenlängen von 0,00115^{mm} bis zu 0,00119^{mm} und von 0,001132^{mm} bis zu 0,001142^{mm} betragen; das grosse Band A^{III} erstreckt sich von 0,001351^{mm} bis ungefähr 0,001400^{mm} und das äusserste Band A^{IV} erstreckt sich von 0,001800^{mm} bis zu 0,001900^{mm} ungefähr. Die direct bestimmten Wellenlängen der für das Samarium charakteristischen Absorptionsbänder betragen für das erste von 0,001079^{mm} bis 0,001097^{mm} und für das zweite von 0,001239^{mm} bis 0,001267^{mm}.

Die Metalle verdampften im Volta'schen Bogen. Die Intensität war so gross, dass man die Spalte sehr eng machen konnte, und auf der phosphorescirenden Substanz zeigten sich sehr interessante Details. Es ist in diesem Fall nothwendig, dass das Bild der Linien auf dem phosphorescirenden Schirm sehr genau im Brennpunkt sei, sonst kann man dasselbe, bei so enger Spalte, nicht mehr beobachten. Ich konnte bisher noch keinen Apparat construiren, mit welchem es möglich wäre, ein Gesammtbild des ganzen Spectrums im Ultraroth in den Brennpunkt zu bringen; aber durch fortlaufendes Verschieben gelingt es, genügend deutliche Bilder der Liniengruppen, die man zu beobachten wünscht, zu erlangen. Uebrigens beschäftige ich mich augenblicklich damit, einen Apparat zusammenzustellen, welcher noch genauere Beobachtungen gestatten wird.

Folgende Tabelle enthält die Wellenlängen der Linien, Bänder oder der intensivsten Liniengruppen, welche die Spectren einiger Metalldämpfe charakterisiren. Die Zahlen sind in Millionteln eines Millimeters ausgedrückt und sind im allgemeinen bis auf ein oder zwei Milliontel eines Millimeters genau bestimmt.

Wellenlängen der hauptsächlichsten Emissionslinien einiger glühender Metalldämpfe.

Wellenlänge	Kalium.	Wellenlänge	Aluminium.
770	Sehr glänzende Linien.	1128	Breit und intensiv; vielleicht doppelt.
1098		1361,5	
1162			
1233			

1) Ann. d. ch. et d. ph. (5) vol. XXX p. 5.

Wellenlänge

Natrium.

Wellenlänge	
819	Mit blossem Auge sichtbar. Abney hat diese Linie photographirt und gefunden, dass sie doppelt sei.
1142	do.

Strontium.

Wellenlänge	
870, .961, 1003, 1034, 1098	Schwächere Linien und Bänder, die Wellenlänge ist annähernd bestimmt.

Calcium.

Wellenlänge	
von 858 bis 876, von 883 bis 888	Breite Bänder, wahrscheinlich Gruppen von Linien.

Magnesium.

Wellenlänge	
899	Sehr intensiv, vielleicht vielfach.
1047(?)	Sehr schwach.
1200	Breit und vielleicht doppelt. — Diese Gruppe sieht wie die Gruppe *b* aus.
1212	Diese Gruppe sieht wie die Gruppe *b* aus.

Wellenlänge

Zink.

Wellenlänge	
1125, 1306	Breit und intensiv; vielleicht doppelt.

Cadmium.

Wellenlänge	
1050	do.

Blei.

Wellenlänge	
1059,8, 1087, 1133	Sehr intensiv.
1221, 1229	Schwächere Gruppe. Wellenlänge annähernd bestimmt.

Thallium.

Wellenlänge	
1150	Wellenlänge annähernd bestimmt.

Wismuth.

Wellenlänge	
837, 973	Die Wellenlänge ist annähernd bestimmt.

Silber.

Wellenlänge	
771, 825	Mit blossem Auge sichtbar.

Zinn.

Wellenlänge	
1083	do.
1199	do.

Nickel zeigte einige ziemlich schwache Bänder oder Liniengruppen; Eisen gab bei unseren Versuchen kein hinreichend intensives Band.

Die oben angeführten Resultate zeigen, wie reich das Beobachtungsfeld ist, welches durch die Phosphorescenz im Ultraroth des Spectrums zugänglich gemacht wird und welches allein ein Gebiet von Wellenlängen umfasst, das ausgedehnter ist als in der ganzen sichtbaren Region und in der des Ultraviolett.

Ausser dem Interesse, in den Spectren metallischer Dämpfe die Existenz von Ausstrahlungen nachzuweisen, deren Wellenlängen sehr beträchtlich sind, bietet diese Methode uns mehr als jede andere die werthvollsten Belehrungen über noch unbekannte Gesetze, nach welchen die Vibrationsbewegungen glühender Dämpfe vor sich gehen.

Bestimmung der Wellenlänge der hauptsächlichsten Linien und Banden im ultrarothen Theil des Sonnenspectrums[1].

Von

H. Becquerel.

In einem früheren Bericht[2]) über die Emissionslinien im Ultraroth glühender metallischer Dämpfe hatte ich Gelegenheit, die in einer anderweitigen Arbeit[3]) gefundenen Zahlen zu berichtigen, welche sich auf die Wellenlängen mehrerer Linien und Banden des Sonnenspectrums beziehen. Heute habe ich die Ehre, der Akademie das Endresultat meiner letzten Bestimmungen der Wellenlängen der Linien und Banden des Sonnenspectrums im Ultraroth vorzulegen.

Die Region des Ultraroth des Sonnenspectrums, von der Gruppe A bis zum äussersten der Beobachtung noch zugänglichen Ende, zeigt unter anderen vier breite Absorptionsbanden. Die beiden brechbarsten wurden schon in Gruppen von Banden und feineren Linien zerlegt, und es ist wahrscheinlich, dass eine genauere Beobachtung der beiden anderen zu gleichen Resultaten führen wird. In meinen früheren Arbeiten bezeichnete ich diese Banden, von A aus, mit den Buchstaben A^{I}, A^{II}, A^{III}, A^{IV}.

Die Banden A^{I}, A^{II}, A^{III} scheinen von den meisten Physikern beobachtet worden zu sein, welche mit Hilfe thermoskopischer Methoden das Sonnenspectrum im Ultraroth beobachtet haben, namentlich von J. Herschel, Fizeau und Foucault, Desains, Lamansky. Diese selben Banden wurden 1866 von meinem Vater mittels der Phosphorescenz untersucht, aber die Verschiedenheit der Werthe, welche alle diese Physiker den Wellenlängen dieser Strahlen zuschrieben, machte es unmöglich, die Resultate ihrer Versuche mit Sicherheit zu identificiren. 1847 gab Fizeau die Zahl $0{,}001445^{mm}$ für die Wellenlänge eines Bandes,

1) Uebersetzt aus C. R. vol. XCIX p. 417 (1884).

2) C. R. vol. XCIX p. 374 (siehe die vorstehende Abhandlung).

3) Ann. d. ch. et d. ph. (5) vol. XXX p. 5.

welches das Band A^{III} zu sein scheint. Andrerseits fand mein Vater mit Hilfe der phosphorographischen Methode verschiedene Zahlen zwischen 0,001460^{mm} und 0,001200^{mm} für dasselbe Band, und er blieb bei 0,001220^{mm} für den brechbarsten Rand dieses Bandes stehen. Es war nöthig, diese Wellenlängen direct mittels eines Gitters zu messen.

Im Jahre 1879 zeichnete Abney eine sehr schöne Karte des normalen Spectrums im Ultraroth, die er auf photographischem Wege erreicht hatte und welche sich bis zu der Wellenlänge 0,000980^{mm} erstreckt. In meinen früheren Versuchen konnte ich mit Hilfe der Wirkungen des Phosphorescirens die Wellenlängen in dem Diffractionsspectrum eines Gitters bis gegen 0,001000^{mm} messen, weiter konnte ich wegen der Schwäche des Spectrums nicht vorgehen; ich nahm die Zahl 0,001220^{mm} für den brechbarsten Rand des Bandes A^{III} an, welches man sehr leicht in prismatischen Spectren beobachtet. Die Zahlen, die höher sind als 0,001000^{mm}, die ich in der oben erwähnten Arbeit veröffentlichte, sind mittels einer auf diese Voraussetzung gegründeten Interpolation erlangt.

Langley leitet in einer Arbeit (1883 veröffentlicht) mittels einer sinnreichen Graduirung seines Spectrobolometers die Wellenlängen der Banden A^{I}, A^{II}, A^{III}, A^{IV} aus ihrer Stellung im prismatischen Spectrum ab, und die Zahlen, die er auf diese Weise findet, weichen, von 0,001000^{mm} ausgehend, beträchtlich von denen ab, zu welchen unsere Voraussetzung führte. Ich nahm mir vor, diese Bestimmungen von neuem zu machen, indem ich die Brechungsspectren eines Gitters auf phosphorescirende Stoffe projicirte, welche gegen die Ausstrahlungen des Ultraroth viel empfindlicher sind als diejenigen, die bei meinen ersten Versuchen zu meiner Verfügung standen. Diese Stoffe gestatteten mir, die Wellenlängen der in Frage stehenden Banden mit grosser Annäherung zu messen, und ebenso mehrere andere feinere Linien; die Zahlen, welche aus diesen Untersuchungen hervorgehen, nähern sich denen, die Langley mit seinem Bolometer gefunden hatte, ziemlich stark, aber meine Beobachtungsmethode gibt viel genauere Details.

Die Sonnenstrahlen, auf die enge Spalte des Collimators concentrirt, trafen auf ein sehr schönes Metallgitter von Rutherford, das mir Herr Mascart geliehen hatte. Diese Strahlen wurden durch eine Linse concentrirt und gingen dann durch ein Prisma von Schwefelkohlenstoff, dessen Kante senkrecht auf die Spalte und die Linien des Gitters stand, und bildeten auf der phosphorescirenden Substanz eine Reihe schräger Spectren, bei welchen die Strahlen der Spectren verschiedener Ordnung nicht übereinander, sondern nebeneinander fielen. Die Spalte war eng genug, um die hauptsächlichsten Linien der leuchtenden Region genau sehen zu können, und, indem man die Stellung der Linien und Bänder der ultrarothen Region des ersten Spectrums mit derjenigen bekannter Linien in der leuchtenden Region von Spectren zweiter oder dritter Ordnung verglich, erhielt man ihre Wellenlänge mit einer Genauigkeit, die nur von der Genauigkeit der Ausmessung abhängt.

Folgende Tabelle enthält die für die hauptsächlichsten Linien und Banden gefundenen Zahlen, welche bis zu 1 oder 2 Milliontel Millimeter genau zu sein scheinen und welche an Stelle derjenigen zu setzen sind, welche ich früher veröffentlichte.

Wellenlängen der hauptsächlichsten Linien und Banden im Ultraroth des Sonnenspectrums, in Millionteln Millimetern ausgedrückt.

Wellenlänge	Bezeichnung	Bemerkung
760,4	*A*	
771		
783		
791 bis 796		
804		
819		(Natrium).
830		
844		
858 bis 862		(entspricht einer Calciumgruppe).
876		
898 bis 900		(Magnesium).
917 bis 920		Band oder Liniengruppe.
934 bis 945 950 bis 965 968	A^{I}	Strahlengruppe und sehr nahe Banden.
992		
1025		
1069 bis 1075		
1115 bis 1119 1132 bis 1142	A^{II}	Gruppe von zwei Banden, welche diejenigen zu sein scheinen, die Abney φ_1 u. φ_2 nannte.
1142		(Natrium).
1200		(Magnesium).
1254		
1351 bis 1400	A^{III}	Der Rand genau bei 1351. Scheint das Band zu sein, das Abney ψ nannte.
1440		Schwaches Band.
1510 bis 1560		Gruppe von Banden.
1800 bis 1880	A^{IV}	Zahlen annähernd; ein Band, das Langley Ω nannte.

Die hier angeführten Resultate zeigen, dass die phosphorographische Methode, vorausgesetzt, dass man die phosphorescirenden Substanzen richtig wählt, es möglich macht, das Spectrum im Ultraroth ebenso genau zu untersuchen wie mit Hilfe der thermoscopischen Methode und genauer als mit Hilfe der photographischen. Die Methode hat unter anderem auch noch den Vortheil, die Resultate momentan zu geben und ein vollständiges Bild der beobachteten Region zu bieten.

Ueber die centrirten katoptrischen Systeme[1].

Von

Angelo Batelli.

Wir beabsichtigen hier die ganze Theorie über die Reflexion an einer beliebigen Zahl sphärischer Oberflächen zu geben, unter den zwei Voraussetzungen, dass 1. die spiegelnden Flächen ihre Mittelpunkte alle auf einer und derselben Geraden haben, und dass 2. die Winkel, welche die einfallenden Strahlen mit dieser Geraden bilden, sehr klein sind.

Diese Abhandlung ist eine Consequenz der Theorie dioptrischer Systeme, die in ihrer Strenge von Gauss begründet und allmählich von Listing und Anderen vervollkommnet worden ist.

Einen Wink hierfür hat Martin gegeben in seiner Abhandlung[2]: „Geometrische Interpretation und Fortsetzung der Linsentheorie von Gauss". Croullebois hat, mit Anwendung der geometrischen Methode, die Reflexion an zwei sphärischen Flächen studirt[3], doch nicht vollständig. Wir haben, um die Resultate auf jeden Einzelfall anwendbar zu machen, von der analytischen Methode Gebrauch gemacht, weil wir sie für geeigneter halten.

I. Kapitel.

Centrirtes System reflectirender Mittel oder centrirtes katoptrisches System nennen wir eine Reihe von reflectirenden sphärischen Oberflächen, die insgesammt ihr Centrum auf derselben Geraden haben, welche Centralaxe oder einfach Axe des Systems heisst. Wir wählen eben diese Axe des Systems zugleich als Axe der x[4]) und

---

1) Uebersetzt aus Atti della R. Acc. di Torino 1884 vol. XIX p. 297—319.

2) N. Martin, Annal. de Chim. et de Phys. Serie 4 Bd. X.

3) Croullebois, Annal. de Chim. et de Phys. Serie 5 Bd. XIX.

4) Axe der x = X-Axe = Abscissenaxe. G. F.

nehmen die Abscissen positiv im Sinne der Fortpflanzung des Lichts. Erste reflectirende Fläche nennen wir jene, die zuerst vom einfallenden Lichtstrahle getroffen wird; letzte aber diejenige, von welcher der letzte reflectirte Strahl ausgeht. Scheitelpunkte heissen wir die Durchschnittspunkte der Oberflächen mit der Axe. Dieses nun vorausgesetzt wissen wir aus der Theorie von Gauss, dass im Falle, wo nur zwei Medien, deren absolute Brechungsindices n und n' sein sollen, vorhanden sind, wenn die Einfallsgerade[1]) gegeben ist durch:

$$y = \frac{\beta}{n}(x - N) + b,$$

$$z = \frac{\gamma}{n}(x - N) + c,$$

(wo N die Abscisse des Scheitels der die beiden Medien trennenden Oberfläche ist), — der gebrochene Strahl gegeben sein wird durch:

$$y = \frac{\beta'}{n'}(x - N) + b',$$

$$z = \frac{\gamma'}{n'}(x - N) + c',$$

wo $b' = b$ ist, $c' = c$, $\beta' = \beta + \frac{n - n'}{r} b$[2]), $\gamma' = \gamma + \frac{n - n'}{r} c$.

Im Falle der Reflexion nun hat man nur ein einziges Mittel, und sonach wird die Austrittsgerade, deren Gleichungen wir oben gegeben haben, hier den reflectirten Strahl vertreten, wenn man $n' = -n$ macht; setzt man ferner der Einfachheit wegen $n = 1$, so wird man für die Einfallsgerade haben:

$$\left.\begin{aligned} y &= \beta(x - N) + b \\ z &= \gamma(x - N) + c \end{aligned}\right\} \qquad (1$$

und für die Reflexionsgerade:

$$\left.\begin{aligned} y &= -\beta'(x - N) + b' \\ z &= -\gamma'(x - N) + c' \end{aligned}\right\} \qquad (1^a$$

wo man, wie vorhin gesagt worden ist, hat:

$$b' = b,\ c' = c,\ \beta' = \beta + \frac{2}{r} b,\ \gamma' = \gamma + \frac{2}{r} c. \qquad (2$$

---

1) Die Bezeichnung „Einfalls- und Austritts-Gerade“ statt „-Strahl“ ist bereits durch Lippich's Uebersetzung des Ferraris'schen Buches bekannt und eingebürgert. G. F.

2) b fehlt im Originale, gehört aber augenscheinlich dazu. G. F.

Diese Gleichungen kann man auch direct beweisen. Man errichte (Fig. I) von O aus (dem Oberflächenmittelpunkte) eine zur Axe des Systems normale Ebene, die vom einfallenden Strahle in Q und vom

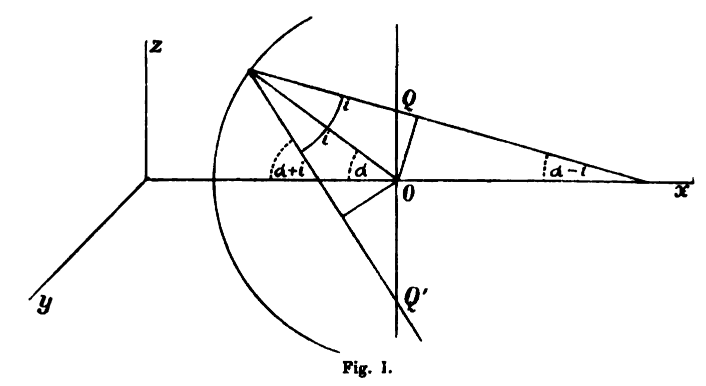


Fig. I.

reflectirten Strahle in Q' getroffen wird, und man ziehe von O aus die Perpendikel auf dieselben zwei Strahlen. Man hat nun:

$$\frac{OQ'}{OQ} = \frac{\cos(\alpha - i)}{\cos(\alpha + i)}.$$

Nun müssen aber in den Punkten Q und Q' die Coordinaten y und z im Verhältnisse stehen von OQ zu OQ'; und überdies hat man im Punkte Q:

$$y = \beta r + b; \qquad z = \gamma r + c$$

und im Punkte Q':

$$y' = -\beta' r + b'; \; z = -\gamma' r + c';$$

deshalb wird man haben:

$$b' - \beta' r = -\frac{\cos(\alpha - i)}{\cos(\alpha + i)}(b + \beta r)$$

$$c' - \gamma' r = -\frac{\cos(\alpha - i)}{\cos(\alpha + i)}(c + \gamma r).$$

Entwickelt man nun die Cosinus in Reihen und übergeht die unendlich kleinen Grössen dritter Ordnung, so erhält man:

$$\beta' = \beta + \frac{2}{r} b; \; \gamma' = \gamma + \frac{2}{r} c.$$

Der Fall eines beliebigen katoptrischen Systems.

Seien μ reflectirende Oberflächen gegeben, und nennen wir

$N^0 \; N' \; N'' \cdots N^*$ die Scheitel,

$M^0 \; M' \; M'' \cdots M^*$ die Centra derselben.

Die Reflexionsindices werden abwechselnd 1 und -1 sein. Die Gleichungen des reflectirten Strahls wird man schreiben können:

$$y = -\beta'(x - N') + b^0 - \beta'(N' - N^0)$$
$$z = -\gamma'(x - N') + c^0 - \gamma'(N' - N^0).$$

Und setzt man

$$b' = b^0 - \beta'(N' - N^0);\quad c' = c^0 - \gamma'(N' - N^0),$$

so wird sein:

$$\left.\begin{aligned} y &= -\beta'(x - N') + b' \\ z &= -\gamma'(x - N') + c' \end{aligned}\right\} \quad (3$$

Nach einer zweiten Reflexion wird werden:

$$y = \beta''(x - N'') + b'',$$
$$z = \gamma''(x - N'') + c'',$$

und nach μ Reflexionen:

$$y = \pm \beta^*(x - N^*) + b^*,$$
$$z = \pm \gamma^*(x - N^*) + c^*.$$

Offenbar wird man das Plus- oder Minuszeichen erhalten, je nachdem die Zahl der Oberflächen gerade oder ungerade ist.

Setzt man zur Abkürzung:

$$\left.\begin{aligned} &u^0 = \frac{2}{r^0};\ u' = -\frac{2}{r'};\ u'' = \frac{2}{r''};\ \cdots\cdots\ u^* = \pm\frac{2}{r^\mu} \\ &t' = -(N' - N^0);\ t'' = (N'' - N');\ \cdots\ t^* = \pm(N^\mu - N^{\mu-1}) \end{aligned}\right\} \quad (4$$

so wird man haben:

$$\left.\begin{aligned} \beta' &= \beta^0 + u^0 b^0 \\ b' &= b^0 + t'\beta' \\ \beta'' &= \beta' + u' b' \\ b'' &= b' + t''\beta'' \\ &\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (5$$
etc.

$$\left.\begin{aligned} \gamma' &= \gamma^0 + u^0 b^0 \\ c' &= c^0 + t'\gamma' \\ \gamma'' &= \gamma' + u' c' \\ c'' &= c' + t''\gamma'' \\ &\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (5^a$$
etc.

Um β^* und b^* als Functionen von β^0 und b^0 auszudrücken, genügt es, das System der Gleichungen 5 aufzulösen, deren Unbekannten $\beta', b'; \beta'', b'' \cdots$ sind. Setzt man alsdann:

$$k = \begin{vmatrix} u^0 & -1 & 0 & 0 \cdots 0 & 0 \\ 1 & t' & -1 & 0 \cdots 0 & 0 \\ 0 & 1 & u' & -1 \cdots 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 \cdots t^* & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \cdots 1 & u^* \end{vmatrix}$$

und ferner

$$l = \frac{dk}{du^0},\ g = \frac{dk}{du^*},\ h = \frac{dl}{du^*} = \frac{dg}{du^0} = \frac{d^2k}{du^0\,du^*},$$

so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} \beta^* &= kb^0 + l\beta^0 \\ b^* &= gb^0 + h\beta^0. \end{aligned}\right.$$

Und auf dieselbe Weise würde man erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \gamma^* &= kc^0 + l\gamma^0 \\ c^* &= gc^0 + h\gamma^0. \end{aligned}\right\} \quad (6$$

Und umgekehrt wird man — weil zwischen einer Determinante von der Form der Determinante k und ihren Derivaten l, g, h[1]) die Gleichung $gl - hk = 1 \cdots (a)$[2]) besteht, erhalten:

$$\left.\begin{aligned} -\beta^0 &= kb^* - g\beta^* \\ b^0 &= lb^* - h\beta^* \\ -\gamma^0 &= kc^* - g\gamma^* \\ c^0 &= lc^* - h\gamma^* \end{aligned}\right\} \quad (6^a$$

Die Bedingung (a) und diejenige, dass die Determinanten sich nicht ändern, wenn man die Horizontal- mit den Verticalreihen invertirt, zeigen mitsammen, dass ein Lichtstrahl, der bei den aufeinander folgenden Reflexionen einen bestimmten Weg durchlaufen hat, denselben Weg (rückwärts) durchliefe, wenn die Reflexionsgerade Einfallsgerade werden würde.

---

1) Die Determinanten l, g, h, die man durch eine einfache Differentiation von k erhält, sind „Derivate von k" genannt worden von Prof. N. Jadanza.

2) Siehe die Abhandlung von N. Jadanza: „Ueber eine verdrehte Determinante (‚det. gobbo')*) etc." in Atti dell' Accad. delle Scienze di Torino vol. XVII.

*) „Determinante gobbo" (skew, gauche) heisst nach Baltzer („Theorie d. Determ." 1870 § 7) die Determinante eines Systems, dessen correspondirende Elemente a_{ik} und a_{ki} entgegengesetzt gleich sind (also $a_{ik} = -a_{ki}$). G. F.

II. Kapitel. Conjugirte Punkte.

Aus der Refractionstheorie weiss man, dass einem Punkte P mit den Coordinaten ξ, η, ζ nach der Brechung ein anderer Punkt P^* entspricht mit den Coordinaten:

$$\xi^* = N^* - \frac{n^0 h - g(\xi - N^0)}{n^0 l - k(\xi - N^0)} n^*,$$

$$\eta^* = \frac{n^0 \eta}{n^0 l - k(\xi - N^0)}; \qquad \zeta = \frac{n^0 \zeta}{n^0 l - k(\xi - N^0)}.$$

Daraus wird im Falle der Reflexion:

$$\left.\begin{array}{l} \xi^* = N^* \mp \dfrac{h - g(\xi - N^0)}{l - k(\xi - N^0)}; \\ \eta^* = \dfrac{\eta}{l - k(\xi - N^0)}; \qquad \zeta^* = \dfrac{\zeta}{l - k(\xi - N^0)} \end{array}\right\} \tag{7}$$

Da ξ^*, η^*, ζ^* nur von ξ, η, ζ abhängen, so folgt daraus, dass der Punkt P^* für alle durch P hindurchgehenden Geraden derselbe bleiben oder dass P^* allen Reflexionsgeraden gemeinsam sein wird, die den durch P gehenden Geraden entsprechen. Und da die Verhältnisse $\frac{\eta^*}{\eta}$, $\frac{\zeta^*}{\zeta}$ constant sind, so werden die Punkte P und P^* sich mit der Axe des Systems in derselben Ebene befinden; und ferner entspricht einem Systeme von Punkten P, die auf einer zur Axe senkrechten Ebene liegen, ein System von Punkten P^*, die ebenfalls auf einer zur Axe senkrechten Ebene liegen.

Die beiden Punkte P und P^* werden conjugirte genannt.

III. Kapitel. Kardinalpunkte.

Bezieht man die zwei äussersten Strahlen statt auf die Scheitel N^0 und N^*, auf zwei beliebige Punkte E und E^*, die auch auf der Axe der x liegen, und bestimmt man dann E und E^* derartig, dass das ganze System so wirkt, als wäre nur eine einzige Oberfläche vorhanden, so findet man im Falle der Brechung:

$$E = N^0 - n^0 \frac{1 - l}{k}; \quad E^* = N^* + n^* \frac{1 - g}{k};$$

daraus wird im Falle der Reflexion:

$$\left.\begin{array}{l} E = N^0 - \dfrac{1 - l}{k} \\ E^* = N^* \pm \dfrac{1 - g}{k} \end{array}\right\} \tag{8}$$

Setzt man in der Einfalls- und Reflexionsgeraden bezw. $x = E$, $x = E^*$, so erhält man dieselben Werthe y und z. Folglich liegt der Schnittpunkt des Einfallsstrahls mit der Ebene $x = E$ und der des Austrittsstrahls mit $x = E^*$ auf einer zur Axe des Systems parallelen Geraden; ferner sind diese beiden Ebenen offenbar conjugirt zu einander, und deshalb sind die auf ihnen entstehenden zwei Bilder einander gleich. Die Punkte E und E^* werden wir Hauptpunkte des Systems und die Ebenen $x = E$, $x = E^*$ Hauptebenen nennen.

Wenn wir sodann die beiden äussersten Strahlen auf zwei Punkte F und F^* beziehen wollen, die so beschaffen sind, dass den zur x-Axe parallelen Eintrittsgeraden Reflexionsgerade entsprechen, die durch F^* hindurchgehen, und dass den durch F hindurchgehenden Einfallsgeraden zur x-Axe parallele Reflexionsgerade entsprechen, so erinnern wir uns, dass man im analogen Fall der Brechung gefunden hat: $F = N^0 + \frac{n^0}{k} l$; $F^* = N^* - \frac{n^*}{k} g$; darum wird man in unserem, d. i. dem Reflexionsfalle, haben:

$$\left.\begin{aligned} F &= N^0 + \frac{l}{k} \\ F^* &= N^* \mp \frac{g}{k} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Die Punkte F und F^* werden wir Hauptbrennpunkte und die durch sie normal zur Axe gelegten Ebenen Hauptbrennebenen nennen. Will man ferner die zwei Geraden des Ein- und Austritts auf zwei Punkte Ω und Ω^* in der Art beziehen, dass einer durch den ersten hindurchgehenden Einfallsgeraden eine durch den zweiten hindurchgehende, zur ersteren parallele, Reflexionsgerade entspreche, so genügt es zu beachten, dass man im analogen Falle für die Brechung gefunden hat:

$$\Omega = N^0 + \frac{n^0 l}{k} - \frac{n^*}{k}; \quad \Omega^* = N^* - \frac{n^* g}{k} + \frac{n^0}{k}.$$

Daraus wird für unseren Fall:

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= N^0 \mp \frac{1 \mp l}{k} \\ \Omega^* &= N^* + \frac{1 \mp g}{k} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Die Punkte Ω und Ω^* werden wir Knotenpunkte nennen und wir können sogleich constatiren, dass die Knotenpunkte mit den Haupt-

punkten zusammenfallen werden oder nicht, je nachdem die Zahl der Flächen gerade oder ungerade ist.

Nun kann man aber die Abscissen der Hauptpunkte auf folgende Art und Weise schreiben:

$$E = F - \frac{1}{k}, \quad E^* = F^* \pm \frac{1}{k},$$

und folglich:

$$\left.\begin{array}{r} FE = -\frac{1}{k} = \varphi \\ E^*F^* = \mp \frac{1}{k} = \varphi^* \end{array}\right\} \tag{11}$$

φ und φ^* werden wir bezw. erste und zweite Hauptbrennweite nennen. Und man kann unmittelbar den Satz ableiten, dass im Falle der Reflexion die Hauptbrennweiten immer gleich sein und gleiche oder entgegengesetzte Zeichen haben werden, je nachdem die Anzahl der reflectirenden Flächen gerade oder ungerade ist. Auf jeden Fall hat man immer:

$$F\Omega = \varphi^*, \quad \Omega^*F^* = \varphi, \quad E\Omega = E^*\Omega^* = \varphi^* - \varphi, \quad EE^* = \Omega\Omega^*.$$

Wenn man nun aber in den Coordinaten des dem Punkte (ξ, η, ζ) coordinirten Punktes für N und N^* ihre aus Gl. 8 gezogenen, als Functionen von E und E^* ausgedrückten Werthe substituirt, so hat man:

$$\left.\begin{array}{l} \xi^* = E^* \mp \frac{E - \xi}{1+k(E-\xi)}, \\ \eta^* = \frac{\eta}{1+k(E-\xi)}, \qquad \zeta^* = \frac{\zeta}{1+k(E-\xi)} \end{array}\right\} \tag{12}$$

Und wenn man für E und E^* ihre Werthe als Functionen von F und F^* setzt:

$$\left.\begin{array}{l} \xi^* = F^* \pm \frac{1}{k^2(F-\xi)}, \\ \eta^* = \frac{\eta}{k(F-\xi)}, \qquad \zeta^* = \frac{\zeta}{k(F-\xi)} \end{array}\right\} \tag{13}$$

Die erste Gleichung in 12 kann man auch schreiben:

$$\frac{1}{\xi^* - E^*} \pm \frac{1}{E - \xi} = -k \tag{14}$$

und die erste Gl. in 13

$$(\xi^* - F^*)(F - \xi) = \varphi\varphi^*$$

IV. Kapitel. Reflexion an **einer** Oberfläche.

Wenden wir nun die gefundenen allgemeinen Regeln auf einige besondere Fälle an, und zwar zuerst auf den Fall, wo nur ein Spiegel vorhanden ist. Sehen wir vor allem, welche Verhältnisse und Lagen zwischen zwei conjugirten Punkten bestehen. Da hier offenbar $k = u^0$, $l = 1$, $h = 0$, $g = 1$ ist, so gibt die letzte der Gleichungen 7 in diesem Falle:

$$\xi^* - N = -\frac{\xi - N}{1 - \frac{2}{r}(\xi - N)}$$

und setzt man zur Vereinfachung

$$\xi - N = p, \quad \xi^* - N = q,$$

so hat man:

$$q = -\frac{p}{1 - \frac{2}{r}p},$$

und daraus:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{r}. \tag{15}$$

Diese Gleichung sagt uns, dass der Abstand zweier conjugirter Punkte harmonisch getheilt ist vom Spiegel und seinem Krümmungsmittelpunkte.

Um also zu einem beliebigen Punkte M den conjugirten zu erhalten (Fig. 1), genügt es, die Gerade CM, die M mit dem Centrum verbindet, und durch M eine beliebige Gerade zu ziehen, auf der man zwei gleiche Abschnitte MA' und MC' nimmt. Zieht man hernach AA', CC' und von ihrem Begegnungspunkte O eine zu $C'A'$ parallele Linie OM', so wird der Punkt M' der conjugirte sein.

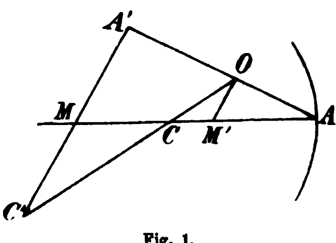


Fig. 1.

Sehen wir nun, welches in diesem Falle, wo nur ein Spiegel vorhanden ist, die Cardinalpunkte seien. Da $l = g = 1$, so werden die Hauptpunkte mit dem Scheitel des Spiegels zusammenfallen und die Brennpunkte werden gegeben sein durch

$$F = N + \frac{1}{u^0}, \quad F^* = N + \frac{1}{u^0}, \text{ oder } NF = NF^* = \pm\frac{r}{2}.$$

Das Pluszeichen werden wir für einen convexen, das Minuszeichen für einen concaven Spiegel haben.

Und man folgert demnach aus dem Gesagten, dass die beiden Brennpunkte im Halbirungspunkte des Spiegelradius zusammenfallen.

Die Knotenpunkte werden, wo es sich nur um eine Oberfläche handelt, nicht mit den Hauptpunkten zusammenfallen; wendet man die Formeln 10 auf unsern Fall an, so erhält man:

$$\Omega = \Omega^* = N \pm r,$$

d. i.: die zwei Knotenpunkte fallen immer mit dem Mittelpunkte der reflectirenden Fläche zusammen.

Daraus erhält man ein anderes einfaches Mittel, zu irgend einem Punkte M den conjugirten zu finden. Man führe (Fig. 2) durch denselben den der Axe parallelen Strahl; dieser wird nach seiner Reflexion durch F hindurchgehen; man leite einen andern Einfallsstrahl so, dass er durch C hindurchgeht. Da nun in diesem Punkte die zwei Knotenpunkte zusammenfallen, so wird das Bild von M sich auf der Verlängerung von CM befinden müssen, d. i. in M' sein.

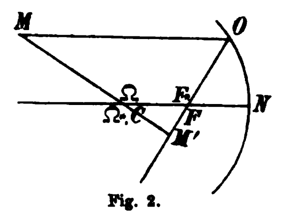


Fig. 2.

Die Constructionen sind für einen Hohlspiegel gefertigt; da aber dieselben Regeln auch für den Convexspiegel gelten, so ist klar, dass man gleicher Weise auch für einen convexen Spiegel sowohl nach der ersten als nach der zweiten Constructionsart das Bild eines Punktes M finden kann. Fig. 3 veranschaulicht beide Constructionen gleichzeitig.

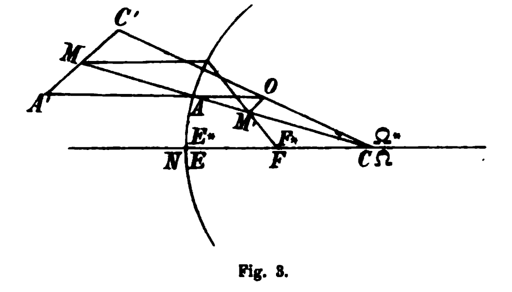


Fig. 3.

Wäre der Spiegel plan, dann würde $r = \infty$ sein und die Formel 15 gibt dann unmittelbar $p = -q$, d. i. die zwei Bilder sind rücksichtlich des Spiegels symmetrisch.

Um das Verhältnis zwischen dem Objecte und dem durch Reflexion an einem Spiegel erhaltenen Bilde zu finden, beachte man, dass aus den Formeln 7 unmittelbar hervorgeht, dass die Verhältnisse $\frac{\eta}{\eta^*}$ und $\frac{\zeta}{\zeta^*}$ einer und derselben Constanten gleich sind. Ferner ist klar, dass dieses Verhältnis genau das Verhältnis zwischen Object und Bild wiedergibt. Nun werden wir aber aus Gl. 13 erhalten:

$$\frac{\eta}{\eta^*} = \frac{\xi - F}{\varphi} = \frac{O}{I}.$$

Setzen wir zur Vereinfachung: $E - \xi = p$, so erhalten wir:

$$O = \frac{\varphi - p}{\varphi} I. \tag{16}$$

Ist der Ausdruck $\frac{\varphi - p}{\varphi}$ positiv, so wird das Bild ein aufrechtes sein, ist er negativ, so wird das Bild ein verkehrtes.

Substituirt man für φ seinen Werth: $\varphi = \pm \frac{r}{2}$, so erhält man:

$$O = \frac{r \mp 2p}{r} I.$$

V. Kapitel. Reflexion an zwei Oberflächen.

Gehen wir nun zu einem centrirten katoptrischen System über, das aus nur zwei spiegelnden Oberflächen zusammengesetzt ist.

Wir können ohne weiteres folgende Gesetze feststellen:

1. die Brennweiten sind gleich und haben gleiche Vorzeichen;
2. die Knotenpunkte fallen mit den Hauptpunkten zusammen und folglich reduciren sich die Cardinalpunkte auf vier.

Um diese Cardinalpunkte zu finden, bilden wir die Determinante k entsprechend diesem Falle:

$$k = \begin{vmatrix} u^0 & -1 & 0 \\ 1 & t' & -1 \\ 0 & 1 & u' \end{vmatrix},$$

wo, wie wir bemerken wollen, $u^0 = \frac{2}{r_1}$, $u' = \frac{2}{r_2}$, $t' = -(N' - N^0)$ ist.

Durch Entwickelung erhält man:

$$k = u^0 u' t' + u^0 + u'$$

und die derivirten Determinanten geben:

$$l = u' t' + 1; \quad g = u^0 t + 1; \quad h = t'.$$

Nennt man $\varDelta$ den Abstand der zwei Scheitel von einander

$$\varDelta = N^0 - N',$$

so wird man erhalten:

$$\left.\begin{aligned} k &= -\frac{4}{r_1 r_2}\varDelta + \frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_2} = \frac{2}{r_1 r_2}(r_2 - r_1 - 2\varDelta) \\ l &= -1 - 2\frac{\varDelta}{r_2},\ g = 1 + 2\frac{\varDelta}{r_1},\ h = \varDelta \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Sonach wird die Brennweite gegeben sein durch:

$$\varphi = -\frac{1}{k} = -\frac{r_1 r_2}{2(r_2 - r_1 - 2\Delta)}. \tag{18}$$

Nach den vorhergehenden Ausdrücken ist:

$$\frac{1-l}{k} = \frac{\Delta r_1}{r_2 - r_1 - 2\Delta}, \quad \frac{1-g}{k} = -\frac{\Delta r_2}{r_2 - r_1 - 2\Delta}$$

und durch Substitution in den Formeln 8 wird

$$\left.\begin{aligned} E &= N^0 - \frac{\Delta r_1}{r_2 - r_1 - 2\Delta} \\ E^* &= N^* - \frac{\Delta r_2}{r_2 - r_1 - 2\Delta} \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

und folglich werden die Strecken $N^0 E$ und $E^* N^*$ ausgedrückt werden durch:

$$\left.\begin{aligned} N^0 E &= -\frac{\Delta r_1}{r_2 - r_1 - 2\Delta} \\ E^* N^* &= \frac{\Delta r_2}{r_2 - r_1 - 2\Delta} \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Die gefundenen Formeln beziehen sich auf den allgemeinen Fall, wo zwei sphärische Oberflächen mit ihren Mittelpunkten auf derselben Axe liegen, im übrigen aber beliebig angeordnet sind. Nun wollen wir die verschiedenen Fälle besonders betrachten.

1. Setzen wir den Fall, dass die beiden Spiegel einander die Hohlseite zuwenden. Es ist klar, dass die Radien der sphärischen Oberflächen immer positiv gerechnet werden müssen in der Richtung des einfallenden Lichtes. Darum ist in unserem Falle der Radius der ersten Oberfläche negativ, derjenige der zweiten positiv, und folglich werden wir die auf den vorliegenden Fall bezüglichen Formeln dadurch erhalten, dass wir für r_1 das Zeichen wechseln, d. h. wir werden haben:

$$\varphi = \frac{r_1 r_2}{2(r_1 + r_2 - 2\Delta)}, \tag{21}$$

$$\left.\begin{aligned} N^0 E &= \frac{\Delta r_1}{r_1 + r_2 - 2\Delta} \\ E^* N^* &= \frac{\Delta r_2}{r_1 + r_2 - 2\Delta} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Wir werden deshalb sagen: Ein centrirtes System von zwei sphärischen Spiegeln wird con- oder divergent

sein, je nachdem die Brennweite positiv oder negativ ist. Folglich wird das vorliegende System als con- oder als divergentes functioniren, je nachdem die Summe der beiden Radien grösser oder kleiner ist als 2Δ. Im ersten Falle wird aus den Formeln 22 ohne weiteres hervorgehen, dass die Hauptpunkte immer ausserhalb des Systems liegen (Fig. 4).

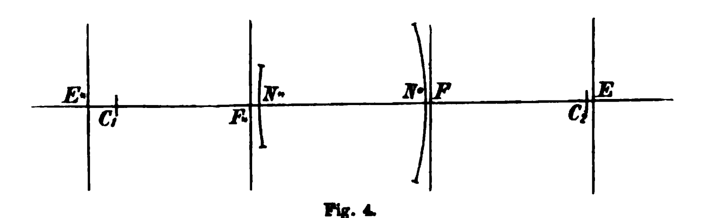


Fig. 4.

Im zweiten Falle (Fig. 5) sagen uns die Formeln 22, dass der erste Hauptpunkt ausser- oder innerhalb des Systems sein oder mit dem Scheitelpunkte zusammenfallen wird, je nachdem $\frac{r_1}{r_1+r_2-2\Delta} \gtreqless 1$ ist, oder auch, je nachdem $r_2 \lesseqgtr 2\Delta$ ist; und in gleicher Weise wird der zweite Hauptpunkt aussen oder innen liegen oder mit dem Scheitel coincidiren, je nachdem $r_1 \lesseqgtr 2\Delta$ ist.

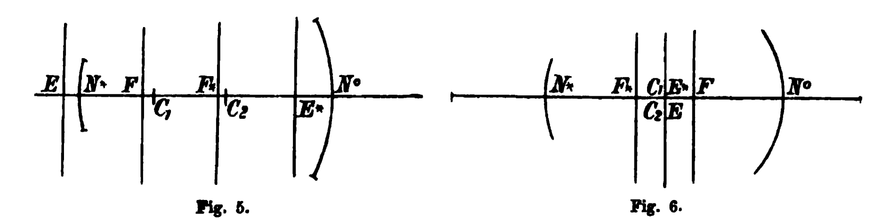


Fig. 5. Fig. 6.

In dem noch specielleren Falle, dass die zwei sphärischen Oberflächen einer und derselben Sphäre angehören, wird man haben $\Delta = 2r$ und sodann:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= -\frac{r}{4} \\ N^0E &= E^*N^* = -r \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

d. i.: die zwei Hauptpunkte werden mit dem den beiden Oberflächen gemeinsamen Centrum zusammenfallen und die zwei Brennpunkte werden ebenfalls innerhalb liegen und zwar je um den vierten Theil des Radius von eben diesem Centrum entfernt, wie man aus Fig. 6 ersieht.

Wir können ferner annehmen, einer der zwei Spiegel sei plan, und wir werden dann augenscheinlich zwei Fälle haben; die bezüg-

lichen Formeln erhält man aus denen in 21 und 22, wenn man ein Mal $r_1 = \infty$, das andere Mal $r_2 = \infty$ setzt.

1. Fall: $r_1 = \infty$. Dann hat man (Fig. 7):

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{r}{2} \\ N^0E &= \Delta,\ E^*N^* = 0 \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

2. Fall: $r_2 = \infty$. Dann hat man (Fig. 8):

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{r}{2} \\ N^0E &= 0,\ E^*N^* = \Delta \end{aligned}\right\} \tag{24a}$$

Fig. 7.

Fig. 8.

Also wenn man ein System von zwei Spiegeln hat, deren einer plan, der andere sphärisch und so gestellt ist, dass er ersterem die Hohlseite zuwendet, so hat ein solches System folgende Eigenschaften: 1. es ist immer convergent, 2. einer seiner Hauptpunkte fällt immer mit dem Scheitel der sphärischen Oberfläche zusammen, der andere liegt innerhalb des Systems auf der Seite der planen Oberfläche und zwar von dieser letzteren um eine Weite gleich Δ entfernt.

2. Nehmen wir jetzt an, zwei sphärische Oberflächen zu haben, die einander die convexe Seite zukehren. Alsdann wird der Radius der zweiten Oberfläche negativ sein; deshalb geben die Formeln 18 und 20 uns hier:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= -\frac{r_1 r_2}{2(r_1 + r_2 + 2\Delta)}, \\ N^0E &= \frac{\Delta r_1}{r_1 + r_2 + 2\Delta},\quad E^*N^* = \frac{\Delta r_2}{r_1 + r_2 + 2\Delta} \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Folglich ist, wenn zwei centrirte Spiegel einander die convexe Seite zuwenden, das System divergent; die zwei Hauptpunkte wie auch die zwei Brennpunkte sind ausserhalb desselben Systems, wie sich zeigt in Fig. 9.

Fig. 9.

Nehmen wir auch hier an, dass einer der beiden Spiegel plan wird. Wir haben dann wieder zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Fall: $r_1 = \infty$. Dies gibt (Fig. 10):

$$\varphi = -\frac{r_2}{2}, \quad N^0E = \Delta, \quad E^*N^* = 0. \tag{26}$$

2. Fall: $r_2 = \infty$. Dies gibt (Fig. 11):

$$\varphi = -\frac{r_1}{2}, \quad N^0E = 0, \quad E^*N^* = \Delta. \tag{26a}$$

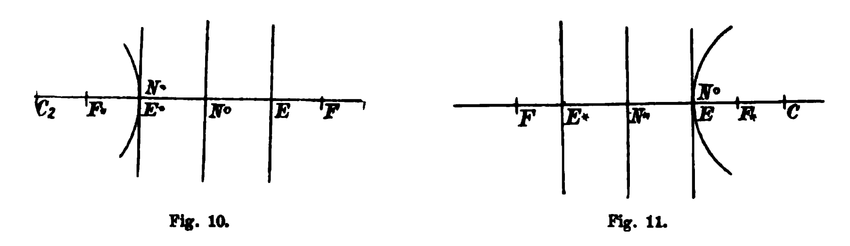


Fig. 10. Fig. 11.

Man schliesst daraus: 1. ein System von zwei Spiegeln, wovon der eine plan, der andere sphärisch ist, und der letztere dem ersteren die convexe Seite zuwendet, ist immer divergent; 2. in einem solchen Systeme fällt einer der Hauptpunkte mit dem Scheitel der sphärischen Oberfläche zusammen, der andere liegt ausserhalb und zwar in einem Abstande Δ von der planen Fläche entfernt.

3. Setzen wir schliesslich den Fall, dass die zwei Spiegel ihre hohle Fläche nach derselben Seite hin wenden, oder dass einer concav, der andere convex sei.

1. Fall: r_1, r_2 positiv $\div$. Für diesen Fall gelten offenbar die Formeln 18 und 20, die man auch so schreiben kann:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{r_1 r_2}{2(r_1 - r_2 + 2\Delta)}, \\ N^0E &= \frac{\Delta r_1}{r_1 - r_2 + 2\Delta}, \quad E^*N^* = -\frac{\Delta r_2}{r_1 - r_2 + 2\Delta} \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Man sieht unmittelbar, dass die Brennweite positiv sein wird, wenn man hat: $r_1 > r_2 + 2\Delta$[1]). Das heisst: das System wird convergent, wenn der Krümmungsradius der ersten Oberfläche grösser ist als die Differenz zwischen dem Radius der zweiten und der Grösse 2Δ. Und alsdann wird der erste Hauptpunkt immer ausserhalb des Systems sein; der zweite wird aussen oder innen liegen oder mit dem

1) Im Originale steht wohl irrthümlich $+2\Delta$ statt -2Δ. G. F.

Scheitel der convexen Fläche coincidiren, je nachdem der Bruch $\frac{r_2}{r_1 - r_2 + 2\varDelta}$ grösser oder kleiner als 1 oder gleich 1 ist, oder je nachdem r_1 kleiner ist oder grösser als $2(r_2 - \varDelta)$, oder diesem Ausdrucke gleich — wie man aus Fig. 12, Fig. 13, Fig. 14 ersehen kann.

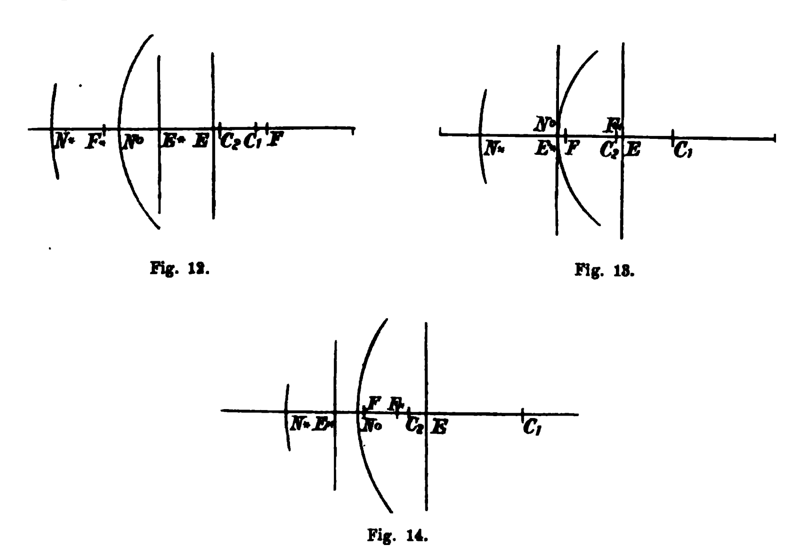


Fig. 12. Fig. 13.

Fig. 14.

2. Fall: r_1, r_2 negativ $\div$. Dann werden die Formeln 27:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{r_1 r_2}{2(r_2 - r_1 + 2\varDelta)}, \\ N^0E &= -\frac{\varDelta r_1}{r_2 - r_1 + 2\varDelta}, \quad E^*N^* = \frac{\varDelta r_2}{r_2 - r_1 + 2\varDelta} \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

Man wird φ positiv haben, wenn $r_2 > r_1 - 2\varDelta$ sein wird.

Darum wird das System convergent sein, wenn der Krümmungsradius der zweiten Oberfläche grösser ist als die Differenz zwischen dem der ersten und der Grösse $2\varDelta$. Und alsdann wird der zweite Hauptpunkt immer ausserhalb sein, der zweite Hauptpunkt aber wird aussen oder innen liegen oder mit dem Scheitel der convexen Oberfläche zusammenfallen, je nachdem $r_2 \gtreqless 2(r_1 - \varDelta)$ — wie man aus Fig. 15, Fig. 16, Fig. 17 (S. 144) entnehmen kann.

Daraus schliessen wir: sind zwei centrirte sphärische Oberflächen derart angeordnet, dass die hohle Seite der einen sich der convexen Seite der anderen Fläche zukehrt, so wird das System convergent sein, wenn der Radius des convexen Spiegels grösser ist als der Mehrbetrag des Hohlspiegelradius über den doppelten Abstand zwischen eben diesen zwei Spiegeln.

In einem solchen Falle wird ein Hauptpunkt immer ausserhalb, nach der Seite der convexen Fläche hin, liegen; der andere wird, nach derselben Seite hin, innerhalb sein, wenn der Radius des Convexspiegels kleiner ist als der doppelte Abstand von dem Scheitel desselben Spiegels bis zum Centrum des Hohlspiegels; ist er diesem (doppelten Abstande) gleich, so coincidirt der Hauptpunkt mit dem Scheitel des Convexspiegels; ist er grösser, so liegt der Hauptpunkt innerhalb des Systems.

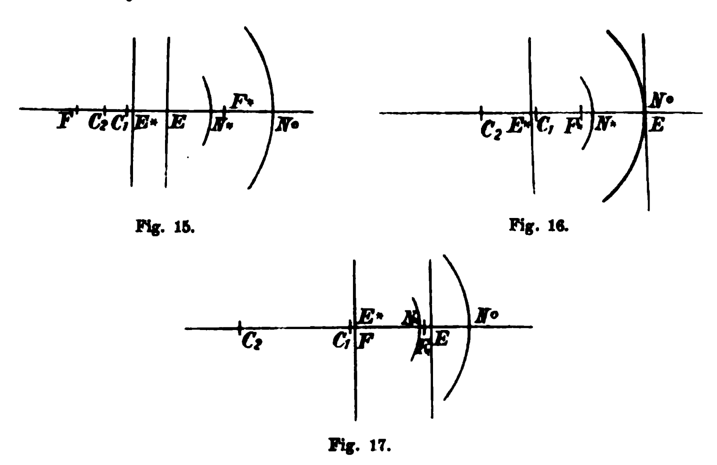


Fig. 15. Fig. 16.

Fig. 17.

In dem besonderen Falle, dass die zwei Oberflächen dasselbe Centrum hätten, würde man haben:

für die positiven Radien $r_1 - r_2 = -\Delta$,
für die negativen Radien $r_2 - r_1 = -\Delta$,

folglich in jedem Falle:

$$\varphi = \frac{r_1 r_2}{2\Delta}. \qquad (29$$

Fig. 18. Fig. 19.

Ferner wenn die Radien positiv sind (Fig. 18):

$$N^0 E = r_1, \quad N^* E^* = -r_2, \qquad (29^a$$

und wenn die Radien negativ sind (Fig. 19):

$$N^0 E = -r_1, \quad E^* N^* = r_2. \qquad (29^b$$

Folglich functionirt das System zweier sphärischer Spiegel, deren Hohlfläche nach derselben Seite hin gerichtet ist und die dasselbe Centrum haben, als convergentes System, und die Hauptpunkte fallen alle beide mit dem den zwei Oberflächen gemeinsamen Centrum zusammen.

Nachdem wir nun gesehen haben, wie man die Cardinalpunkte eines beliebigen centrirten Systems zweier Spiegel mit grösster Leichtigkeit finden kann, wollen wir dazu übergehen zu sehen, wie man das Bild eines Objectes graphisch construiren kann.

Beginnen wir mit einem convergenten Systeme, worin die Cardinalpunkte so liegen, wie man es in Fig. 20 sieht, wobei wir uns immer daran erinnern wollen, dass die Knotenpunkte mit den Hauptpunkten zusammenfallen.

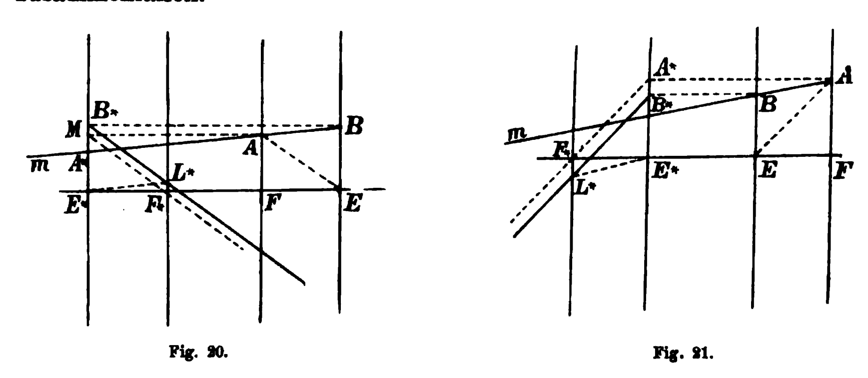


Fig. 20. Fig. 21.

Sei m eine Einfallsgerade, so wird man, wenn von B aus eine Parallele zur Axe gezogen wird, in B^* den zu B conjugirten Punkt haben, so dass also die Austrittsgerade durch B^* wird hindurchgehen müssen. Nun aber treten alle durch den Punkt A der Brennebene gehenden Geraden parallel zu einander aus, und wenn wir durch A, genau parallel zur Axe, AM ziehen, so wird sie beim Austritte durch F^* hindurchgehen; deshalb wird die Austrittsgerade von AB die zu MF parallele Gerade B^*L^* sein.

Man kann noch eine andere, einfachere Construction anwenden. Verbindet man A mit E (dem ersten Knotenpunkte), so muss die Austrittsgerade die zu AE parallele Gerade B^*L^* sein.

Man kann schliesslich noch eine dritte Construction in Anwendung bringen. In der That, alle parallelen Geraden gehen bei ihrem Austritte durch einen und denselben Punkt der zweiten Brennebene; deshalb wird, wenn man durch (den zweiten Knotenpunkt) E^* die zu AB parallele Gerade E^*L^* zieht, B^*L^* der zu AB gehörige Austrittsstrahl sein.

Hat man (Fig. 21) ein divergentes System, so wird man als Austrittsgerade für den Einfallsstrahl m die Gerade $B^* L^*$ dadurch erhalten, dass man irgend eine der drei eben angegebenen Methoden in Anwendung bringt.

VI.

Zum Schlusse wollen wir die gefundenen Verhältnisse anwenden auf die unter den Namen „Newton'sches, Gregori'sches und Cassegrain'sches Teleskop" bekannten Reflexionsinstrumente.

I. Newton's Teleskop.

Ein solches Instrument besteht aus zwei Spiegeln, wovon einer ein Hohl-, der andere ein Planspiegel ist; sie sind so gestellt, dass ihr Abstand von einander kleiner ist als die Brennweite des Hohlspiegels. Da man nun weiss, dass bei einem Hohlspiegel der Brennpunkt in der Mitte des Radius ist, so kann man vorstehende Bedingung so schreiben:

$$\Delta < \tfrac{1}{2} r_1.$$

Greift man sodann zu den Formeln 24^a, die genau für ein System gelten, wie das des Newton'schen Teleskopes ist, so wird man unmittelbar die Cardinalpunkte erhalten können, und folglich, nach den oben angegebenen Methoden, das Bild des Objectes AB finden, das man sich in sehr grossem Abstande befindlich denkt (Fig. 22).

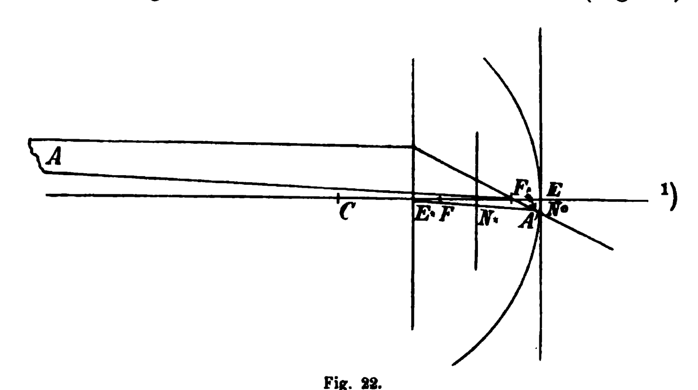


Fig. 22.

Um auch die Vergrösserung des Teleskops zu finden, greifen wir auf Gleichung 16 zurück; substituirt man in dieser für φ seinen Werth $\frac{r}{2}$, so hat man:

$$O = \left(1 - \frac{2p}{r}\right) I. \tag{30}$$

1) In Fig. 22 ist aus Versehen der Strahl AE als AF^* gezeichnet worden. G. F.

Nun ist aber p sehr gross, weil das Object sehr (resp. unendlich) entfernt ist; deshalb wird das Bild ein verkehrtes sein.

II. Das Teleskop von Gregori.

Dasselbe besteht aus zwei centrirten sphärischen Spiegeln, die einander die Hohlseite zukehren. Die Summe ihrer Brennweiten ist kleiner als der Abstand der beiden Scheitel, was man ausdrücken kann durch die Bezeichnung:

$$\tfrac{1}{2}r_1 + \tfrac{1}{2}r_2 < \varDelta, \text{ oder } r_1 + r_2 < 2\varDelta\text{ [1]}.$$

Nach der durch die Formel 21, die sich auf ein derartiges System bezieht, ausgedrückten Bedingung ist das Teleskop Gregori's divergent.

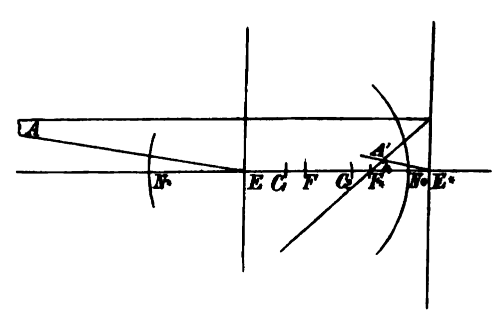


Fig. 23.

Dieselbe Formel 21 gibt uns in Verbindung mit den Formeln 22 die Möglichkeit, rasch die Hauptpunkte und die Hauptbrennpunkte zu finden; man braucht nur die zu drei gegebenen Längen proportionalen vierten Theile zu suchen (Fig. 23).

Durch Anwendung der Formel 16 hat man zwischen Object und Bild die Relation:

$$O = \left(1 + \frac{2\alpha p}{r_1 r_2}\right) I, \tag{31}$$

worin α den Abstand $2\varDelta - (r_1 + r_2)$ bedeutet; derselbe ist positiv, und folglich wird das Bild ein aufrechtes sein.

III. Cassegrain's Teleskop.

Dieses unterscheidet sich vom Gregori'schen durch den zweiten Spiegel, der convex ist, statt concav zu sein. Der Brennpunkt des convexen Spiegels liegt links von dem des concaven; wir werden also haben:

$$\tfrac{1}{2}r_2 > \tfrac{1}{2}r_1 - \varDelta, \text{ oder } r_2 > r_1 - 2\varDelta.$$

Dies ist nun genau die Bedingung, die wir als nothwendig erkannt haben, damit das System zweier Spiegel, deren concave Flächen nach derselben Seite hin gerichtet sind, convergent sei. Es ist sonach bewiesen, dass Cassegrain's Teleskop convergent ist.

---

1) Im Original steht offenbar irrthümlich: $< \varDelta$. G. F.

Die Cardinalpunkte werden hier durch die Formeln 28 gegeben sein und so liegen, wie es in Fig. 24 dargestellt ist.

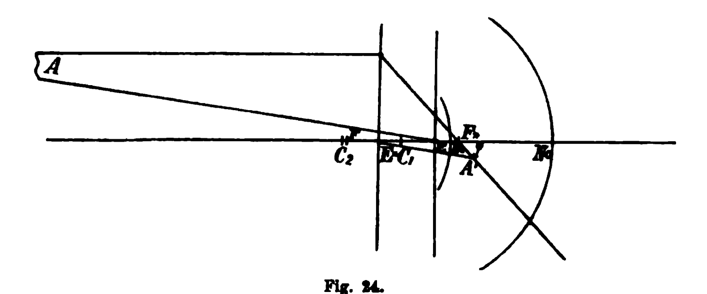


Fig. 24.

Aus der Formel 16 erhält man unmittelbar:

$$O = \left(1 - \frac{2\alpha' p}{r_1 r_2}\right) I, \tag{32}$$

wo α' die Grösse $r_2 - r_1 + 2\Delta$ bedeutet. die positiv ist.

Da das Object unendlich ferne ist, so geht daraus hervor, dass das Cassegrain'sche Teleskop das Bild umkehrt.

Ueber ein neues Polarisationsprisma[1]).

Von

E. Bertrand.

Das Nicol'sche Prisma ist derjenige Polarisationsapparat, der am meisten Verwendung findet; er hat jedoch einige Fehler, z. B. die schiefe Stellung der Endflächen gegen die Axe des Prismas; die Länge desselben, die ungefähr vier Mal so gross ist, als seine Breite; die geringe Ausdehnung des Feldes, die nicht 30° erreicht; endlich die Schwierigkeit, das zur Herstellung dieses Prismas nothwendige, reine und ziemlich grosse Stück isländischen Kalkspathes zu bekommen, da dieses Material sehr theuer ist und immer seltener wird.

Hartnack und Prazmowski[2]) haben diesen Apparat auf sehr glückliche Weise verbessert; die Endflächen ihres Prismas sind senkrecht auf die Axe, es ist kürzer und die Ausdehnung des Feldes beträgt 35°.

In dem Nicol'schen Prisma und ebenso in dem von Hartnack und Prazmowski wird der durch den Kalkspath gehende Lichtstrahl in zwei getheilt; der ordentliche Strahl wird von der Schicht von Canadabalsam oder Leinöl vollständig zurückgeworfen und es tritt nur der ausserordentliche heraus. Die Rechnung zeigt, dass das Feld im Inneren des Prismas nicht über 26° 33′ 45″ betragen kann. Beim Austreten in die Luft entfernen sich die Strahlen von einander und das Feld beträgt 35°. Es ist unmöglich, diesen äusseren Winkel zu überschreiten, wenn man ausserhalb des Prisma den ausserordentlichen Strahl benutzt; würde man jedoch den ordentlichen Strahl verwenden, so würde man, da der ordentliche Brechungsexponent viel grösser als der ausserordentliche ist, in der Luft ein Feld von 44° 46′ 20″ erreichen.

Um dieses Resultat zu erlangen, nehme ich ein Prisma von Flintglas, dessen Brechungsexponent gleich 1,658 ist und zerschneide dieses

---

1) Uebersetzt aus C. R. vol. XCIX p. 538 (1884).

2) Ann. d. ch. et d. ph. (4) vol. VII

Prisma in einer Ebene, die mit den Endflächen einen Winkel von 76° 43′ 8″ bildet; diese beiden auf diese Weise entstandenen Flächen sind polirt und durch einen Stoff, der einen Brechungsexponenten von 1,658 oder noch höher hat, wieder zusammengekittet, so dass das ursprüngliche Prisma wieder hergestellt wird, nachdem zwischen die beiden Stücke des Prismas ein richtig orientirtes Spaltungsstück von Kalkspath gebracht wurde.

Ein Strahl natürlichen Lichtes, der in das Prisma eintritt und an den Kalkspath kommt, kann durch diesen nur hindurchgehen, wenn er sich in zwei rechtwinklig polarisirte Strahlen theilt. Der ordentliche Strahl, dessen Brechungsexponent 1,658 beträgt, wird in gerader Linie fortgehen, dagegen wird der ausserordentliche Strahl, dessen Brechungsexponent zwischen 1,483 und 1,658 liegt, je nach der Richtung des Strahles, nicht in den Kalkspath eindringen können, wenn er geeignet einfällt; dieses findet in dem in Frage stehenden Prisma statt.

Man erhält also ein Polarisationsprisma ungefähr von derselben Länge wie das von Hartnack und Prazmowski, aber das äussere Feld beträgt 44° 46′ 20″. Es ist auch nicht nöthig, ein grosses Stück Spath dazu zu verwenden, da ein einfaches Spaltungsstück genügt; noch mehr, da die Endflächen von Flintglas sind, so kann man sie abwischen, ohne zu fürchten, dass man sie zerkratze, was bei den alten Prismen sehr leicht geschah.

Diese Art, das Prisma herzustellen, gestattet noch eine weitere Verbesserung; man nehme ein Flintglasprisma, dessen Brechungsexponent 1,658 ist, und zerschneide es in einer Ebene, die mit den Endflächen einen Winkel von 63° 26′ 15″ bildet, dann klebt man dies Prisma, wie oben gesagt, mit Einschaltung eines Kalkspathstückes wieder zusammen. Das auf diese Weise wieder hergestellte Prisma wird nochmals durchschnitten in einer Ebene, die in Bezug auf die Axe symmetrisch mit dem ersten Schnitt liegt; beide Theile werden zusammengeklebt, nachdem man ein Spaltungsstück von Kalkspath symmetrisch mit dem in dem ersten Schnitt befindlichen eingeschaltet hat. Auf diese Weise erhält man ein Polarisationsprisma, welches halb so lang ist wie das von Nicol und dessen Feld 98° 41′ 30″ beträgt.

Ueber ein Amperometer, das auf dem Peltier'schen Effect beruht[1]).

Von

H. Hesehus.

Nach meinen Angaben wurde im hiesigen Universitätsinstitute ein Apparat construirt, der hauptsächlich für Vorlesungszwecke bestimmt ist und insbesondere zur Demonstration des bekannten Peltier'schen Phänomens; doch kann derselbe auch als Galvanometer und Amperometer benutzt werden. Ich glaube, dass derselbe auch für die Elektrotechniker von Vortheil sein könnte, denn eben in praktischer Hinsicht bietet er gegenüber den sonst gebräuchlichen Apparaten einige Vortheile dar. Im Principe bietet mein Apparat (welcher in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu St. Petersburg den 27. März gezeigt wurde) nichts wesentlich Neues; das Neue daran ist nur seine Verwendung als Galvanometer und seine Construction, die es ermöglicht, ihn auch in der Praxis zu verwenden.

Er besteht im wesentlichen aus einem Differentialluftthermometer, in dessen beiden Reservoirs die zusammengelötheten Enden von Eisen- und Neusilberdrähten eingesetzt sind. Leitet man einen elektrischen Strom durch die Drähte, so wird die eine Reihe von Löthstellen (in dem einen Reservoir) erwärmt, die andere dagegen abgekühlt, weil auf der einen Seite der Strom vom Eisen zum Neusilber, auf der anderen Seite aber in entgegengesetzter Richtung geht. Diese Temperaturänderung und die damit zusammenhängende Aenderung des Luftdruckes in beiden Reservoirs bedingt eine Verschiebung der Flüssigkeit im Manometer, welches beide verbindet. Kehrt man die Stromrichtung um, so wechselt auch die Bewegung der Flüssigkeit.

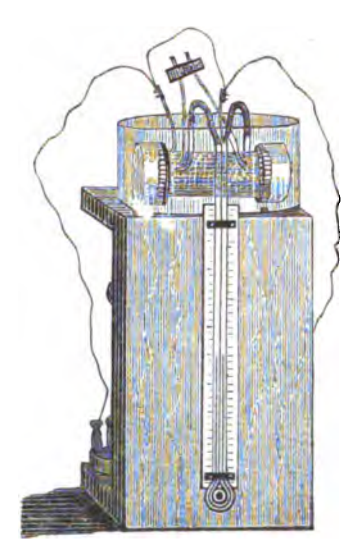
Diese Bewegung ist der Intensität des Stromes proportional. Es ist natürlich, dass die gewöhnliche Erwärmung der Drähte infolge ihres Widerstandes hier nicht von Einfluss ist, da dieselbe beiderseits in gleichem Betrage auftritt.

Die beistehende Figur gibt einen Begriff von der Construction des Apparates im allgemeinen; wir wollen dieselbe nun näher beschreiben.

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus dem Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. zu St. Petersburg Bd. 16 S. 452 (1884).

Zwölf Drähte aus Eisen und Neusilber (8 cm lang und 0,23 cm dick) sind in zwei runden Pfropfen befestigt und so zusammengelöthet, dass sie eine sechspaarige thermoelektrische Batterie bilden. Ausserhalb befinden sich vier freie Drahtenden, zwei davon bilden die Zuleitung des Stromes, die beiden anderen sind miteinander verbunden. Für gewöhnlich sind die thermoelektrischen Elemente hintereinander geschaltet, aber man kann sie auch bei starken Strömen parallel verbinden; dadurch wird die Empfindlichkeit des Apparates schwächer, aber die Drähte werden nicht so stark erwärmt. Die beiden Pfropfen kommen in zwei kleine Gläschen (3,5 cm hoch und 4,5 cm im Durchmesser) und sind mit Kitt gedichtet. Diese Gläschen bilden die Reservoirs des Luftthermometers. Ist der Apparat nur für Vorlesungen bestimmt, so kann man den Mendelejeff'schen Kitt anwenden (1000 Colophonium, 250 Wachs, 10 Leinöl, 400 geglühtes Eisenoxyd). Lässt dieser Kitt nach einiger Zeit Luft durch, so genügt eine gute Erwärmung, um ihn wieder dicht zu machen. Besser ist noch die Anwendung von Bleiglätte oder Mennige mit Glycerin oder mit Leinöl etc. Durch jeden Pfropfen gehen zwei rechtwinklig gebogene Glasröhren, von denen zwei die beiden Reservoirs durch Kautschukröhren mit dem Manometer verbinden, während die beiden andern, die auch hermetisch geschlossen werden können, mit der Luft communiciren.



Das Manometer besteht aus einer U-förmig gebogenen Glasröhre, die zur Hälfte mit Petroleum gefüllt ist; es ist an das verticale Brett, das den ganzen Apparat trägt, so befestigt, dass es jeder Zeit leicht abgenommen werden kann. Der untere Theil der Glasröhre sitzt auf einem Kautschukcylinder, welcher auf das Brett aufgeschraubt ist, und ausserdem ist dieselbe noch an zwei Stellen an das Brett befestigt. Hinter dem Manometer befindet sich eine Theilung auf Papier. Die Luft gelangt in die Reservoirs durch die beiden oben erwähnten Glasröhrchen, letztere, und damit auch die Reservoirs, können während des Experimentirens hermetisch verschlossen werden. Verschliesst man aber nur eines der Röhrchen, so wirkt der Apparat wie ein gewöhnliches Luftthermometer. Bei Vorlesungen ist es nützlich zu zeigen, dass auch in diesem Falle das Peltier'sche Gesetz sich bewahrheitet, wenn nur der Strom genügend schwach ist.

Es mag sein, dass es auch für die Praxis vortheilhafter sein wird, den Apparat auf diese Weise und nicht als Differentialthermometer zu gebrauchen und zwar unter Anwendung von Wechselströmen; dann spielt das Peltier'sche Phänomen keine Rolle mehr und der Apparat

wirkt als Dynamometer, so dass seine Angaben dem Quadrate der Intensität proportional sind.

Die beiden Thermometerreservoirs befinden sich in einem mit Wasser gefüllten Glasgefässe, wodurch die Manometerflüssigkeit sich schneller ins Gleichgewicht setzt. Bei Vorlesungsversuchen kann das Wasser auch fehlen, wenn es sich nur um eine Demonstration, nicht Messung der Erscheinung handelt. In der Praxis würde man das Glasgefäss durch ein solches aus dauerhafterem Materiale ersetzen und ebenso die Kautschukverbindungen durch solche aus Messing. An dem unteren Theile des verticalen Brettes ist der Commutator angebracht.

Um die Nützlichkeit dieses, in seiner Construction äusserst einfachen und billigen Apparates zu erläutern, wollen wir folgende Experimente anführen. Ein Grene-Element mit frischer Flüssigkeit gab am Manometer einen Ausschlag von 4^{mm}; bei Einschaltung einer Widerstandseinheit noch 2^{mm} und mit zwei Widerstandseinheiten noch $1{,}3^{mm}$. Mit alter Füllung gab dasselbe Element noch 3 resp. 2^{mm}. Es sind also die Angaben eines einzelnen Elementes noch aus der Ferne sichtbar. Bei 6 Bode-Elementen betrug der Ausschlag 6^{mm}, bei 12 Elementen dasselbe (folglich ist der Widerstand des Apparates sehr klein), bei 6 Elementen mit doppelter Oberfläche betrug der Ausschlag 11^{mm}. Man kann auf diese Weise in der Vorlesung zeigen, dass der Peltier'sche Effect der Stromintensität proportional ist. Eine Gramme'sche Maschine ergab einen Ausschlag von 10 bis 20^{mm}. Verglichen mit dem Apparate von Ayrton und Perry entspricht ein Scalentheil 0,68 Amperometertheilen. (Diese Versuche habe ich in Gemeinschaft mit dem Herrn Ljuboslawsky gemacht.)

Ich glaube, dass dieser Apparat nicht nur für Vorlesungszwecke, sondern auch in der Praxis, wo starke Ströme vorkommen, verwendbar ist. Man kann leicht die Empfindlichkeit desselben vergrössern: entweder durch Vermehrung der thermoelektrischen Paare oder durch Anbringung eines besonderen Manometers mit zwei Flüssigkeiten [1]).

Aeusserlich ist unser Amperometer dem gewöhnlichen Voltameter, auch dem unlängst erfundenen Quecksilbergalvanometer von Lippmann ähnlich [2]); die Vortheile, welche es bietet, sind folgende: 1. es gibt die Stromintensität für jeden Moment an und nicht einen Durchschnitt, wie die gewöhnlichen Voltameter; 2. es ist einfach und billig und kann, da es keinen Magnet enthält, in unmittelbarer Nähe einer dynamo-elektrischen Maschine gebraucht werden; 3. es bietet die Möglichkeit, sowohl constante als Wechselströme auszumessen, d. h. es kann sowohl als Galvanometer wie als Dynamometer dienen.

Ich glaube sonach, dass der Apparat bei Vorlesungen wie in der Praxis gute Dienste leisten kann.

---

1) Manometer differentiel de M. Kretz. Pellat. Cours de Physique vol. I p. 223.

2) Lum. él. 1884 vol. XII.

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 2. December 1884.

Vorsitzender: Prof. Dr. K. Exner.

Nach Verlesung und Genehmigung des Protokolls der letzten Sitzung hält zuerst Hofrath Prof. Dr. E. Brücke den angekündigten Vortrag: „Ueber Wahrnehmung von Geräuschen". Ferner sprach Prof. Dr. E. v. Fleischl: „Ueber Mikroskope". An keinen dieser Vorträge knüpft sich eine Discussion.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Sekretär.

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 16. December 1884.

Vorsitzender: Prof. Dr. K. Exner.

Nach Verlesung und Genehmigung des Protokolls der letzten Sitzung demonstrirte Ingenieur F. Breyer sein „Mikromembranfilter" und stellte mit demselben einige Versuche an. Hierauf hielt Prof. Dr. V. v. Lang den angekündigten Vortrag:

Elektromagnetische Experimente.

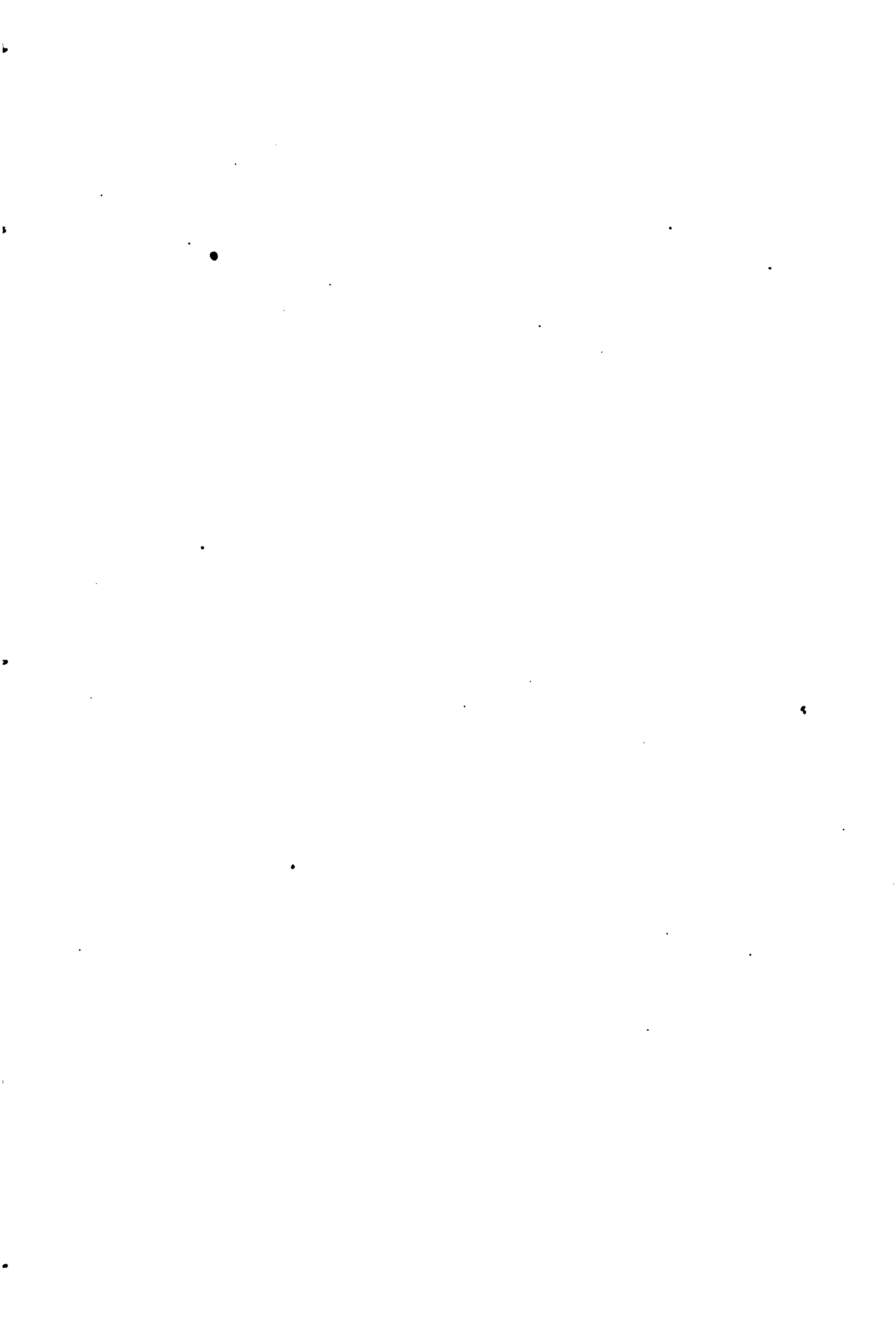
Dieselben betreffen die von Faraday entdeckte Erscheinung, dass die Bewegung guter Leiter durch Magnete gehemmt wird, eine Erscheinung, zu deren Illustration von verschiedenen Forschern Experimente ersonnen wurden. Als Einleitung zu einem neuen derartigen Versuche zeigt Prof. Lang zuerst das Verhalten gewisser aus Kupferdraht gebildeter Figuren, die an einen Faden zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagneten aufgehängt und in Rotation versetzt werden konnten. Ein Rechteck, das an einer Stelle durchschnitten ist, wird im homogenen magnetischen Felde in seiner Drehung nicht gehemmt; dies findet jedoch sogleich statt, wenn über die Trennungsstelle eine kleine Hülse aus Messing geschoben wird. Ebenso wird eine 8-förmige Figur nicht aufgehalten, so lange die in der Mitte sich kreuzenden Drahtstücke nicht metallischen Contact haben.

Das neue Experiment besteht in folgendem: Zwischen conischen Magnetpolen wird senkrecht zu ihrer Verbindungslinie mittels eines Schnurlaufes eine lange Messingschraube in Rotation versetzt. Diese Schraube geht durch die Axe eines Kupfercylinders, der auf der Schraube leicht gedreht werden kann. Dreht man nun das Messinggewinde und erregt gleichzeitig den Magnet, so dreht sich der Kupfercylinder nicht mit, sondern verschiebt sich bloss auf der Axe aufwärts oder abwärts, je nach dem Sinne der Drehung.

Prof. Lang zeigt ferner noch den von Prof. Waltenhofen angegebenen Versuch, indem auf den Elektromagnet ein Gestell mit dem entsprechenden Kupferpendel gesetzt wurde. Prof. Lang zeigt hiermit auch den Diamagnetismus des Kupfers, indem durch ein passendes Gegengewicht dem Pendel eine unsymmetrische Lage gegen die flachen Magnetpole gegeben wurde. Beim Schliessen des Stromes erhält man dann eine kräftige Abstossung des Pendels, die aber vorübergehend ist und daher nur von Inductionsströmen herrührt. Doch gelingt es auch, freilich nur mit Hilfe eines am Pendel befindlichen Spiegels, eine minimale bleibende Abstossung nachzuweisen.

Zum Schlusse zeigt Prof. Lang, dass das Gestell mit dem Kupferpendel auch zu einem von Prof. Mach angegebenen Versuche benutzt werden kann; die Schwingungsdauer des Pendels wird nämlich grösser, wenn man es in einer Stellung schwingen lässt, wo seine Drehungsaxe einen Winkel mit dem Horizont bildet.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Sekretär.



Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4. (20a/2)	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen und electr. Messinstrumente.
Schuckert, S., Nürnberg. (18a/2)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (19a/2)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.



Hierbei eine Beilage von Gebr. Körting in Hannover.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 3. Heftes.

Ueber die Wahrnehmung der Geräusche. Von Ernst Brücke. S. 155.
Die Grösse der Atome. Von Sir William Thomson. S. 182.
Beobachtungen über den gegenwärtig sichtbaren Sonnenring. Von A. Cornu. S. 192.
Die strahlende Wärme und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Von Adolph Bartoli. S. 198.
Eine neue Methode zur Bestimmung der Gravitationsconstante. Von Arthur König und Franz Richarz. S. 208.
Elektrische Lampen für Demonstrations- und Projectionszwecke. Von W. E. Fein. S. 211.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 13. Januar 1885. S. 214.
Eingesendete Bücher. S. 215.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Ueber die Wahrnehmung der Geräusche[1]).

Von

Ernst Brücke.

I.

In Pflüger's Archiv für die gesammte Physiologie Bd. 13 (1876) S. 228 ff. hat Sigm. Exner die Frage erörtert, mit welchem Theile unseres Gehörorgans wir Geräusche wahrnehmen. Er kommt zu dem Resultate, dass wir sie durch die Schnecke wahrnehmen und zwar mittels derselben Gebilde, mittels welcher wir Töne hören. Er stützt sich dabei hauptsächlich auf einen schon von Seebeck in anderer Form ausgeführten Versuch, nach dem man bei schnellerer Rotation eines Savart'schen Rades auch dann noch das Gefühl der Tonerhöhung hat, wenn man alle Zähne bis auf eine so kleine Gruppe herausgenommen hat, dass man keinen Ton mehr hört, sondern nur noch ein Geräusch. Man hat dieses Gefühl noch, wenn die Gruppe nur noch drei Zähne zählt. Exner modificirte diesen Versuch so, dass er zwei elektrische Funken nach einander überschlagen liess und das Intervall verkürzte. Auch hier konnte er, anscheinend paradoxer Weise, die Tonerhöhung noch wahrnehmen, obgleich kein Ton, sondern nur ein Geräusch vorhanden war. Die Schwierigkeiten, welche seiner Anschauung entgegenstehen, hat Exner ausführlich erörtert. Sie liegen wesentlich in der Kleinheit der Ausweichungen des Trommelfells, welche durch sehr deutlich hörbare Geräusche hervorgebracht werden, und Exner beseitigt sie durch die Annahme, dass es bei den Gehörsempfindungen nicht bloss auf die Amplitude, bis zu welcher die schwingenden Theile ausweichen, sondern auch auf die Plötzlichkeit des Anreissens, die Plötzlichkeit des Ausweichens ankomme.

Helmholtz hat sich in der vierten Auflage seiner Lehre von den Tonempfindungen (1877) der Ansicht von Exner angeschlossen

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsber. der Wiener Akad. Abth. III Bd. 90 S. 199 (1884).

und ich muss den ganzen auf das Hören von Geräuschen bezüglichen Passus des Buches hier wiedergeben, weil er für die nachfolgende Untersuchung von wesentlichem Belang ist.

Helmholtz sagt:

„Was die Wahrnehmung unregelmässiger Luftbewegungen d. h. der Geräusche betrifft, so wird ein elastischer, zur Ausführung von Schwingungen geeigneter Apparat keiner zeitweilig auf ihn wirkenden Kraft gegenüber in absoluter Ruhe bleiben können, und auch eine momentan oder in unregelmässiger Wiederholung andringende Bewegung, wenn sie nur stark genug ist, wird ihn in Bewegung setzen. Der eigenthümliche Vorzug der Resonanz auf den Eigenton beruht nur eben darin, dass unverhältnismässig schwache einzelne Anstösse, wenn sie in richtigem Rhytmus sich folgen, verhältnismässig ausgiebige Bewegungen hervorzubringen im Stande sind. Momentane starke Anstösse dagegen, wie z. B. die durch einen elektrischen Funken hervorgebrachten, werden sämmtliche Theile der Membrana basilaris in fast gleich starke Anfangsgeschwindigkeit versetzen können, wonach dann jeder dieser Theile in seiner eigenthümlichen Schwingungsperiode austönen wird. Dadurch würde eine gleichzeitige und wenn auch nicht gleich starke, doch gleichmässig sich abstufende Erregung sämmtlicher Schneckennerven entstehen können, die also nicht den Charakter einer bestimmten Tonhöhe haben würde. Selbst ein schwacher Eindruck auf so viele Nervenfasern wird wahrscheinlich einen deutlicheren Eindruck machen, als jeder einzelne Eindruck für sich. Wir wissen wenigstens, dass schwache Helligkeitsunterschiede eher auf grossen Theilen des Sehfeldes wahrgenommen werden, als auf kleinen, und geringe Temperaturunterschiede eher, wenn wir den ganzen Arm in das warme Wasser eintauchen, als wenn wir nur einen Finger eintauchen.

„So wäre also eine Wahrnehmung momentaner Stösse sehr wohl möglich durch die Schneckennerven, und zwar in der Weise, wie Geräusche empfunden werden, nämlich ohne ein besonders merkliches Hervortreten einer bestimmten Tonhöhe.

„Dauert der Druck der andringenden Luft auf das Trommelfell etwas länger, so wird dadurch schon die Bewegung in einzelnen Gegenden der Membrana basilaris begünstigt werden können gegen die in anderen Gegenden der Scala. Gewisse Tonhöhen werden vorzugsweise hervortreten. Man kann sich das so vorstellen, dass jeder Augenblick des Druckes als ein solcher betrachtet wird, der eine in Richtung und Stärke entsprechende und dann abklingende Bewegung in jeder Saite der Membrana basilaris erregt, und dass alle die auf solche Weise in jeder Faser erregten Bewegungen sich zu einander

addiren, wobei sie sich nach Umständen verstärken oder schwächen werden[1]). So würde ein gleichmässig anhaltender Druck die Excursion der schwingenden Masse steigern, wenn er während der ersten halben Schwingungsdauer derselben anhält, so lange also die erste positive Excursion dauert. Wenn er aber länger anhält, schwächt er die zuerst erregte Wirkung wieder. Schneller schwingende elastische Massen werden also durch einen solchen verhältnismässig weniger erregt werden als die, deren halbe Schwingungsdauer gleich oder grösser ist als die Dauer des Drucks. Dadurch wird ein solcher Eindruck schon eine gewisse, wenn auch schwach begrenzte Tonhöhe bekommen. Im allgemeinen scheint die Intensität der Empfindung bei gleicher lebendiger Kraft der Bewegung nach der Höhe hin zuzunehmen, so dass immer der Eindruck der höchsten immer gleich stark erregten Fasern überwiegt.

„Noch auffallender kann eine bestimmte Tonhöhe natürlich heraustreten, wenn der auf den Steigbügel wirkende Druck selbst nacheinander mehrere Male zwischen Positiv und Negativ wechselt, und so können alle Stufen von Uebergängen zwischen Geräuschen ohne bestimmte Tonhöhe und Klängen mit einer solchen zu Stande kommen, wie das auch in der That der Fall ist, und darin liegt eben auch der Nachweis, was Herr S. Exner mit Recht hervorgehoben hat, dass solche Geräusche von denjenigen Theilen des Ohres percipirt werden müssen, die der Unterscheidung der Tonhöhen dienen."

Diese Betrachtungen von Helmholtz in ihrem Zusammenhange mit den Untersuchungen von Sigm. Exner sind der Ausgangspunkt meiner Versuche gewesen.

Wenn die Geräusche, von denen wir zunächst die Explosivgeräusche als die einfachsten betrachten wollen, mit denselben Nerven gehört werden, mit denen wir hohe und tiefe Töne hören, und wenn diese ungleich von ihnen erregt werden, so muss auch eine subjective Verwandtschaft, eine Verwandtschaft der Empfindungen bestehen zwischen langwelligen Geräuschen und langwelligen Tönen und zwischen kurzwelligen Geräuschen und kurzwelligen Tönen. Man mache sich nur klar, was die Theorie von Helmholtz aussagt. Wir stehen ja nicht mehr wie Leibnitz auf dem Standpunkte der Lust am unbewussten Zählen, wir stehen auf dem Standpunkte, dass wir in den verschieden hohen Tönen nur die Erregung verschiedener Gruppen unserer Gehirnzellen empfinden, und es muss ein Zusammenhang bestehen zwischen den Empfindungen, welche uns erwachsen, wenn ein und

---

1) Hier weist Helmholtz auf die mathematische Beilage XI seines Werkes hin, welche die Schwingungsverhältnisse der Membrana basilaris behandelt.

dieselbe Hörzelle des Gehirns ein Mal dauernd, das andere Mal nur momentan erregt wird.

Für einen solchen Zusammenhang spricht auch die tägliche Erfahrung. Die Kanonenschüsse im Schlachtenlärm stellt die Musik durch Paukenschläge dar, und ihre Intention wird allgemein verstanden, obgleich der Kanonenschuss ein Geräusch ist und der Paukenschlag ein allerdings kurzer Klang von bestimmter Tonhöhe. Es ist hier nicht die Stärke der Detonation, welche in Betracht kommt, denn man wird nie versucht sein einen fernen Kanonenschuss mit einem nahen Gewehrschusse zu verwechseln. Ein Kanonenschuss, ein Gewehrschuss, die Detonation einer Zündkapsel und das Ueberspringen eines kleinen elektrischen Funkens bilden eine Reihe vom Tiefen zum Hohen, so dass man, wie ich es hinfort thun will, die Geräusche, auch die anscheinend einfachsten, eintheilen kann in tiefe und hohe, je nach der Stimmung der Schneckenzonen, welche von ihnen vorzugsweise erregt werden.

In der Lehre vom Percussionsschalle, der allerdings den Tönen näher steht und auch bisweilen als Ton bezeichnet wird, ist diese Reihe längst anerkannt und auf ihr beruhen Unterscheidungen, über deren Richtigkeit sich Niemand täuschen kann.

Die musikalische Höhe eines Klanges bestimmt der Grundton, die Obertöne bestimmen die Klangfarbe. Beim Geräusche existirt ein solcher Grundton nicht; das, was ich die Höhe des Explosivgeräusches genannt habe, hängt ab von der Stimmung derjenigen Gebilde, deren Nervenfasern am stärksten erregt werden, und deren Centralgebilde deshalb der subjectiven Empfindung ihr Gepräge geben. Diese Stimmung muss in ihrer Eigenart um so deutlicher hervortreten, je mehr sich die Schallquelle entfernt, denn um so mehr werden die von den übrigen schwächer erregten Nerven ausgehenden Empfindungen wegfallen, weil die jene Nerven treffende Erregung unter den Schwellenwerth sinkt. Ein in unmittelbarer Nähe abgefeuerter Kanonenschuss wird sicher alle Fasern unseres Hörnerven erregen, aber ein Kanonenschuss in solcher Ferne, dass wir ihn nur eben noch deutlich hören, ebenso sicher nur einen Theil derselben. In der That ist für mich im letzteren Falle die Verwandtschaft mit einem tiefen Tone viel grösser als im ersteren. Hiermit und mit der veränderten Wirkung des Echos hängt unzweifelhaft auch die grosse qualitative Verschiedenheit zusammen, welche der Donner zeigt, je nachdem die Entladung in grösserer Ferne erfolgt oder in grosser Nähe, ganz abgesehen von den accessorischen Geräuschen, wie Klirren der Fenster u. s. w.

Die hohen Explosivgeräusche zeigen diesen Unterschied nicht so auffallend, schon deshalb nicht, weil sie zu wenig laut sind, als dass

man den Abstand von der Schallquelle in so weiter Ausdehnung variiren könnte, wie dies bei einem Kanonenschusse möglich ist. Man kann zwar auch hier die Intensität durch Annähern und Entfernen sehr bedeutend variiren, aber dann muss man mit der Schallquelle sehr nahe an das Ohr heranrücken und es wird neben dem Gehörseindrucke in unserem Ohre eine peinliche Empfindung erzeugt, welche unser Urtheil beirrt.

Hierin mag zum Theil die Ursache liegen, dass uns bei hohen Explosivgeräuschen der subjective Zusammenhang zwischen Ton und Geräusch nicht so fühlbar ist, wie die Verwandtschaft zwischen einem Kanonenschuss und einem Paukenschlage. Man kann auch noch an einen anderen Grund denken. Nach Helmholtz tönen die schwingenden Gebilde im Ohr mit einer gleichen Anzahl von Schwingungen aus, die Zeit aber, die sie dazu brauchen, ist dann natürlich bei den tief gestimmten grösser als bei den hoch gestimmten. Während dieser Zeit aber werden die Nerven zur Tonempfindung angeregt, die Verwandtschaft mit dieser kann also deutlicher hervortreten, wenn die Zeit länger ist. Dieser Anschauung widersprechen auf den ersten Anblick Versuche von S. Exner. Er untersuchte die Anzahl von Schwingungen, welche nöthig ist, um einen Ton als solchen wahrzunehmen. Bei einem Tone von 128 Schwingungen in der Secunde fand er in einer Versuchsreihe als Mittel 17,1, in einer anderen 16,9. Für einen Ton von 64 Schwingungen in der Secunde fand er 16,8, also nahezu die gleiche Anzahl. Die Zeit war somit die doppelte gewesen.

Aber es handelt sich hier um etwas anderes als in unserem Falle. Hier ist die Zeit gemessen, die nothwendig war, um einen Ton als solchen zu hören, wenn man aber einen Kanonenschuss oder die Detonation einer Zündkapsel hört, so hört man keinen Ton; es handelt sich hier nur um die Zeit der Erregung, welche nothwendig ist, uns die Verwandtschaft der subjectiven Empfindung mit der Empfindung zum Bewusstsein zu bringen, welche ein höherer oder ein tieferer Ton verursacht, und diese Zeit braucht nicht wie die von Exner gemessene, in geradem Verhältnisse mit der Schwingungsdauer zu wachsen.

Ja wir haben hier nicht nur das Austönen der Gebilde im Ohr zu berücksichtigen, sondern auch das Austönen der Luftschwingungen als solcher. Wir werden bald sehen, dass dies bei einer Reihe von Explosivgeräuschen, und namentlich auch beim Knall der Feuerwaffen, sehr wesentlich in Betracht kommt.

Nach neueren, namentlich nach Hensen's und Mach's Versuchen sind keineswegs alle Explosivgeräusche einfache, d. h. solche, die aus einer Welle, nicht aus einer Reihenfolge von Wellen bestehen.



eine weniger hervor als die andere. Es ergibt sich hieraus, dass die primäre, durch die Detonation erzeugte Welle eine Schwingungsdauer hatte, die kleiner war als 1/528 Secunde. Vielleicht war sie sogar kleiner als 1/1056 Secunde; denn wo zwei nebeneinander stehende Zacken afficirt wurden, konnte die Affection der zweiten möglicherweise schon von einer secundären Welle herrühren.

Der zweite Punkt, auf den ich aufmerksam machen will, betrifft die Reflexionen, die sich in geschlossenen Räumen bemerklich machen. Bei stärkeren Detonationen, wie sie durch Zersprengen von Schweinsblasen, Zerschmettern von aufgeblasenen Papiersäcken, Abfeuern schwacher Pistolenladungen hervorgebracht wurden, erschienen in verschiedenen Abständen von der primären Zacke secundäre Zacken, die kaum eine andere Ursache haben konnten, als die Reflexion der Welle an den Umgebungen. Auf den akustischen Charakter des Schalles scheinen diese Reflexionen keinen maassgebenden Einfluss zu haben. Es ist zwar bekannt, dass Instrumente in verschiedenen Localen verschieden klingen, und auch der Schall als solcher von der Umgebung abhängig ist, aber jedermann weiss, dass er das Platzen einer grossen Blase, abgesehen von der grösseren Schallstärke, von dem Platzen einer kleinen Blase in den verschiedensten Umgebungen leicht unterscheidet, dass also die Grösse der Blase immer von stärkerem Einfluss auf die Qualität des Schalles ist, als die Beschaffenheit der Umgebungen.

Nachdem der oben beschriebene Apparat vermöge der hinreichenden Dämpfung der Glimmerplatte geeignet war, einfache Wellen als einfache darzustellen, konnte er insoferne dienen Explosivgeräusche zu untersuchen, als dieselben sicher zusammengesetzte waren, wenn sie regelmässig eine Reihe von Zacken im Spiegelbilde zeigten. Es interessirte mich zunächst, Explosivgeräusche zu untersuchen, welche in ähnlicher Weise zu Stande kommen, wie der Knall von Schusswaffen, aber schwächer sind. Ich liess mir dicke, an einem Ende geschlossene Bleiröhren machen von 33^{mm} Durchmesser in der Lichtung, von 7,5^{mm} Wanddicke und von verschiedener Länge, 0,32, 0,565 und 1,06^{m}. Nahe dem geschlossenen Ende war ein Messingröhrchen eingelöthet, das mittels eines dickwandigen Kautschukrohrs mit einer Compressionspumpe in Verbindung gesetzt wurde. Am offenen Ende des Bleirohrs wurde, nachdem dasselbe durch Umlegen eines eisernen Ringes gefestigt war, ein Kautschukstöpsel eingepasst. Er wurde vorher eingefettet und dann wurde das Fett mit einem Tuche wieder abgewischt. Hierdurch konnte bei vollkommen hermetischem Verschlusse die Haftung des Stöpsels so regulirt werden, dass er, nachdem die Luft in der Röhre mittels der Compressionspumpe bis auf einen gewissen Grad verdichtet war, mit einem kräftigen Puff herausflog.

Hierdurch nun wurde stets eine Reihe von Zacken von abnehmender Höhe hervorgebracht. Prof. Exner, Prof. v. Fleischl und ich, die wir die Versuche miteinander anstellten, glaubten auch in dem Puff eine Art von Klang zu hören, wie man ja auch einen solchen hört, wenn der Pfropfen einer Champagnerflasche springt. Dort kann er von der Resonanz der Flasche abgeleitet werden, hier aber schwerlich von der Resonanz des Bleirohrs als solchen. Auch von Resonanz durch Uebertragung konnte er nicht herrühren, denn er wurde noch gehört, wenn das Bleirohr frei mit den Händen gehalten wurde.

Ich muss deshalb annehmen, dass die Luftwelle am offenen Ende der Röhre eine Reflexion erlitt, eine zweite Reflexion am Boden der Röhre eintrat und so mehrmals nacheinander. Hiermit stimmte es auch überein, dass mir der Puff, den ich von der längsten Röhre erhielt, am tiefsten erschien, der, welchen ich von der kürzesten erhielt, am höchsten.

Ich versuchte nun die Fluctuationen der Luft in der Röhre dadurch zu hemmen, dass ich dieselben vor dem Versuche mit loser Baumwolle anfüllte. Dadurch aber wurde der akustische Effect fast vollständig zerstört. Wenn durch Arbeiten mit der Compressionspumpe der hinreichende Druck erreicht war, dann sprang der Stöpsel fast lautlos ab, indem zugleich ein Theil der Baumwolle herausgeschleudert wurde.

Wenn nun in unseren Bleiröhren solche secundäre Fluctuationen stattfanden, so kann man nicht zweifeln, dass sie auch jedesmal beim Abfeuern eines Gewehres oder einer Kanone vorhanden sind. Wir können also die Tieftonigkeit im Knalle der letzteren nicht mehr ausschliesslich von den Dimensionen der primär erzeugten Welle ableiten. Wir müssen anerkennen, dass in der Periode der aufeinander folgenden Luftstösse ein Moment liegt, vermöge dessen die tief gestimmten Elemente unserer Gehörsschnecke nicht nur absolut, sondern auch relativ stärker erregt werden, als dies bei einem Gewehrschusse der Fall ist.

Einen wie grossen Einfluss begrenzte Räume haben, in denen die Luft in Vibration versetzt werden kann, das erfährt man am deutlichsten, wenn man einen Resonator nach Helmholtz, z. B. einen solchen, der für den charakteristischen Ton des Vocals O oder U abgestimmt ist, ins Ohr steckt und dann an eine Bretterwand klopft, die rasch ausklingt, keinen als Ton erkennbaren Nachhall gibt; dann entsteht ein solcher Nachhall, und zwar sehr deutlich, mit dem Tone des Resonators. Dasselbe bemerkt man, wenn man mit einem Rohrstock auf eine Tafel Pappe schlägt, oder wenn man durch Biegen

einer Blechtafel Knacke hervorbringt. Auch beim Gehen hängt sich jedem Fusstritte ein Ton im Resonator an. Derselbe rührt her von der Erschütterung der Fussbohlen, welche die Luft in Schwingungen versetzt, nicht etwa von der Erschütterung des Resonators im Ohre; denn diesen kann man mit der Hand im Gehörgange hin und her bewegen ohne seinen Ton hervorzurufen.

Auf den ersten Anblick könnte es scheinen, als ob wir bei einem Kanonenschuss den Einfluss der secundären Luftwellen auf den Charakter der Tieftonigkeit vernachlässigen könnten, weil in grosser Entfernung, wo der Schall nahe daran ist, unter die Grenze der Hörbarkeit zu sinken, der Charakter der Tieftonigkeit nicht verschwindet. Man könnte glauben, hier müsse die Wirkung der secundären Wellen, die doch offenbar schwächer sind als die primäre, geschwunden sein. Dem ist aber nicht so. Bekanntlich ist in unsern Sinnesorganen unterhalb einer gewissen zeitlichen Grenze die Wirkung nicht allein abhängig von der Intensität des Reizes, sondern auch von der Dauer desselben. Es kommt also bei Momentangeräuschen nicht sowohl die Amplitude der einzelnen Welle in Betracht, als vielmehr die Summe der lebendigen Kräfte, welche durch die zwei oder drei oder mehr Wellen, die an unser Ohr gelangen, repräsentirt wird, und die einzelne secundäre Welle wird, wenn sie auch für sich allein nicht im Stande wäre, einen hörbaren Effect hervorzurufen, doch ihren Antheil am Gesammteffect nicht aufgeben. Sie trifft die für sie abgestimmte Zone der Membrana basilaris im geeigneten Momente und wird ihrer Bewegung neue hinzufügen, so dass sich ihre Action noch über dem Schwellenwerth befindet, wenn sie ohne diesen Zuwachs schon unter den Schwellenwerth gesunken wäre.

Wir haben in dem Bisherigen gesehen, dass wir im Knall der Schusswaffen eigentlich einen sehr kurzen Ton hören, einen Ton, der zu kurz ist, um als solcher empfunden und ausgewerthet zu werden, und dessen primärer Impuls ausserdem, wenn er uns aus der Nähe zukommt, so stark ist, dass er die gesammten Schneckenfasern gleichzeitig erregt. Man kann sich leicht überzeugen, dass beim sog. Knacken dasselbe stattfindet. Für Versuche, welche ich später beschreiben werde, liess ich mir eine Kinderknarre mit starker Feder aus Buchenholz machen, welche beim Vorüberpassiren eines Zahnes durch das Aufschlagen auf den nächstfolgenden ein lautes Knacken hervorbrachte.

Wenn ich nun die Knarre so in der Hand hielt, dass das Gestell derselben in allen seinen Theilen möglichst gedämpft war, während ich den Daumen auf die Feder drückte und ihn von der Wurzel derselben gegen das Ende vorschob, so wurde das Knacken unter Ab-

nahme des akustischen Effektes deutlich höher bis mein Daumen schon nahe am Ende der Feder angelangt war. Hier wurde der Unterschied unmerklich. Ueber die Erklärung dieses Wechsels kann man, glaube ich, nicht im Zweifel sein. Durch das Vorschieben des Daumens hatte ich den schwingenden Theil der Feder mehr und mehr verkürzt und dadurch den Ton desselben mehr und mehr erhöht bis endlich die Nachschwingungen unmerklich wurden und damit auch der Unterschied im Laute des Aufschlagens.

Es ist klar, dass der Laut von Hammerschlägen, von Stampfen u. s. w. in derselben Weise zu beurtheilen ist. Sein Charakter wird ihm aufgeprägt durch die Nachschwingungen der aufeinander treffenden Theile und derer, die mit diesen in solcher Verbindung sind, dass sie in Mitschwingungen versetzt werden. Dauern sie lange genug, so entsteht ein Ton, wie wenn ein Klöpfel an eine Glocke schlägt, sind sie zu kurz, um als Ton erkannt zu werden, so entsteht das Geräusch des Schlages oder Stosses, dem aber noch die Periode der Nachschwingungen ihren Charakter aufprägt.

Wenn wir nun daran gehen, experimentell zu untersuchen, welchen Einfluss die Länge einer einzelnen Schallwelle, von der unser Ohr getroffen wird, auf die Qualität der von ihr hervorgerufenen Gehörsempfindung hat, so eignen sich nach den mitgetheilten Erfahrungen hierfür Luftstösse nicht, deren Luftmassen mit ganz oder theilweise verschlossenen Lufträumen in Verbindung stehen, und zwar deshalb nicht, weil secundäre Pulsationen in den letzteren kaum zu vermeiden sind. — Andrerseits darf das Explosivgeräusch nicht zu laut sein, weil es sonst voraussichtlich sämmtliche Fasern unseres Gehörnerven afficirt.

Ich bin nach verschiedenen Versuchen stehen geblieben bei Seifenblasen, die mit einem Gemenge von Wasserstoff und von atmosphärischer Luft gefüllt waren. Mit Hilfe eines kleinen, sogleich zu beschreibenden Apparates gelangte ich dahin, dass sie im gedrehten Spiegel fast ausnahmslos nur eine einfache Welle anzeigten.

Mit reinem Knallgas gefüllte Blasen detoniren zu heftig. Bei einiger Grösse solcher Blasen kann man die Qualität des Lautes nicht mehr beurtheilen.

Ich liess mir nach einem im hiesigen chemischen Universitätslaboratorium befindlichen Apparate, der gleichfalls zur Erzeugung von Seifenblasen diente, ein Messingrohr verfertigen, das an einem Ende in einen Kautschukschlauch zu stecken war, am anderen war es eng gebohrt und ging in ein concaves Scheibchen von 14^{mm} Durchmesser aus, an dem die Seifenblase adhärirte.

Unmittelbar hinter der engen Bohrung brachte ich den Abschlusshahn an und zwar mit einarmigem, in den Hauptstellungen diagonalem

Griffe, so dass so nahe wie möglich hinter der Blase abgesperrt werden konnte. So explodirte nur das Gasgemenge in der Blase, der kleine Raum in der engen Bohrung kam kaum in Betracht.

Hier zeigte sich nun, dass, wie nach den Erfahrungen des gewöhnlichen Lebens zu erwarten war, der Laut der grossen Blasen immer dumpfer, nach unserer Ausdrucksweise tiefer war als der der kleinen Blasen. Die Stärke des Knalls kam hierbei nicht in Betracht.

Ich wusste aus früheren Erfahrungen, dass kleine Blasen aus reinem Knallgas, die mit stärkerem Krach als hier die grossen explodirten, nichts von deren dumpfem Laute zeigten.

Andrerseits war es klar, dass Schwingungsdauer und Wellenlänge bei den grossen Blasen grösser sein mussten als bei den kleinen; denn es kam ja hier die Dauer der sog. Explosionswelle in Betracht, die Zeit, welche dazu nothwendig war, dass sich die Vereinigung von Wasserstoff und Sauerstoff durch die ganze Masse des Gemenges fortsetzte.

Es ist unzweifelhaft, dass der Luftstoss im Ohre eine Reihe von Schwingungen erzeugte, denn die erschütterten Theile müssen ja ausklingen, aber darauf kommt es für unseren Zweck nicht an; für uns handelt es sich nur darum, dass in der äusseren Luft keine Nachschwingungen stattfinden, deren Periode von der Grösse der Blase abhängig ist. Ist dies nicht der Fall, so hat die Erfahrung bestätigt, dass schon die einzelne Welle je nach ihrer Schwingungsdauer verschieden stark auf die verschieden gestimmten Theile des inneren Ohres einwirkt, wie dies die oben wiedergegebenen Auseinandersetzungen von Helmholtz verlangen.

Aus theoretischen Gründen solche Nachschwingungen der äusseren Luft vorauszusetzen, haben wir bei der mässigen, ja bei manchen Gemengen von atmosphärischer Luft und Wasserstoff sehr geringen Stärke der Detonation keine Ursache.

Die Erfahrung wies mit seltenen Ausnahmefällen bei den Spiegelversuchen stets nur eine Welle nach. Die Erklärung der Ausnahmsfälle liegt uns nicht ob, da der akustische Unterschied zwischen der Detonation grosser und der kleiner Blasen ausnahmslos vorhanden war. Wir können also mit Sicherheit sagen, dass er noch vorhanden war bei nur einer Welle, die gar keine Nachschwingungen hatte oder doch nur solche, die sehr schwach waren, nicht allein sehr schwach im Vergleiche mit dem primären Impulse, sondern auch im Vergleiche mit den Nachschwingungen, welche die Luftwellen zeigten, die aus den Bleiröhren hervortraten, nachdem der Stöpsel herausgetrieben war.

Obgleich im Detonationslaute nichts von einem Nachhall zu spüren war, der dem bei den Versuchen mit den Bleiröhren gehörten hätte

verglichen werden können, so war doch der akustische Unterschied nach unserer Bezeichnung wiederum der vom Tiefen zum Hohen, er war also der subjectiven Auffassung nach derselbe wie bei Explosivgeräuschen, bei denen die primäre Welle unzweifelhaft von Nachschwingungen gefolgt war.

Es erklärt sich dies dadurch, dass in beiden Fällen der Charakter des Lautes bedingt war durch die vorzugsweise Erregung eines Theiles unserer Acusticusfasern.

II.

Es ist bekannt, dass man mittels Bewegungen von Luftmassen, die einzeln hohe Explosivgeräusche hervorrufen, keinen tiefen Ton erzeugen kann, auch wenn man die einzelnen Luftstösse hinreichend langsam aufeinander folgen lässt.

Dies wusste schon Savart, indem er sich bemühte, lange Impulse hervorzubringen, um tiefere und tiefere Töne zu erzeugen[1]). Es war ihm darum zu thun, noch Continuität in der Empfindung hervorzubringen; denn er meinte, so lange diese erhalten sei, müsse auch der Ton mit abnehmender Zahl der Impulse weiter sinken, während wir jetzt die untere Grenze der Tonempfindungen vom Vorhandensein von Nerven abhängig machen, die uns die Empfindungen von noch tieferen Tönen zubringen können.

Ferner bemerkt Exner, dass durch die Funkenreihe einer als Unterbrecher gebrauchten elektrischen Stimmgabel kein Ton erzeugt wird. Dies wird sicher jedermann bestätigen, und doch müsste man den Ton der Gabel erwarten, wenn der Satz, dass eine regelmässige Reihe von Luftstössen den Ton ihrer Periode hervorbringt, allgemein und unbedingt richtig wäre.

Helmholtz, der mittels seiner Doppelsirene sehr tiefe Töne, Töne von 36 bis 40 Schwingungen in der Secunde hervorbrachte, bemerkte, dass bei ihnen nicht wie gewöhnlich der Grundton der stärkste Ton war, sondern der erste harmonische Oberton, die höhere Octav. Erst bei mehr als 80 Stössen in der Secunde machte sich der Grundton akustisch geltend. Helmholtz fährt nach Beschreibung seiner Versuche fort: „Auch wenn die Wirkung des Klanges auf das Ohr erheblich verstärkt wird, ändert sich die Sache nicht. Es wurde bei den Versuchen mit der Sirene die oberste Platte des Blasebalgs durch die tiefen Töne in heftige Erschütterung versetzt, und wenn ich den Kopf auflegte, wurde mein ganzer Kopf so kräftig in Mitschwingung versetzt, dass ich die Löcher der rotirenden Sirenenscheibe, welche

1) Annales de chimie et de physique vol. 47 p. 74.

dem ruhenden Auge verschwinden, wieder einzeln sehen konnte vermöge einer ähnlichen optischen Wirkung, wie sie bei den stroboskopischen Scheiben vorkommt. Die angeblasene Löcherreihe schien festzustehen, die anderen Reihen bewegten sich, theils vorwärts theils rückwärts, und doch wurden die tiefsten Töne nicht deutlicher. Ein anderes Mal verband ich meinen Gehörgang durch eine passend eingeführte Röhre mit einer Oeffnung, die in das Innere des Blasebalgs führte. Die Erschütterungen des Trommelfells waren so stark, dass sie einen unleidlichen Kitzel verursachten, aber dennoch wurden die tiefsten Töne nicht deutlicher (a. a. O. S. 292).

Auf S. 293 sagt Helmholtz in einer Anmerkung: „Namentlich ist Savart's Instrument, wo ein rotirender Stab durch enge Spalten schlägt, ganz ungeeignet, tiefste Töne hörbar zu machen. Die einzelnen Luftstösse sind hier sehr kurz im Vergleich zur ganzen Schwingungsperiode, also müssen auch die Obertöne sehr stark entwickelt sein, und die tiefsten Töne, welche man hört bei 8 bis 16 Schwingungen, können nichts als Obertöne sein."

Wenn es sich ergibt, dass eine solche Folge von kurzen Stössen in langer Periode nur einen fast oder ganz unhörbar schwachen Grundton und starke Obertöne zur Folge hat, so ergibt sich damit auch, dass die Einwirkung jedes einzelnen Stosses auf die tief gestimmten Elemente sehr schwach sein muss. Hierfür sprechen auch W. Preyer's Erfahrungen (physiologische Abhandlungen I. Reihe I. Heft. Ueber die Grenzen der Tonwahrnehmung).

Die Unmöglichkeit, durch hohe Explosivgeräusche oder durch Schläge, welche ein hohes Geräusch geben, tiefe Töne zu erzeugen, kann nur darin ihren Grund haben, dass jedes einzelne dieser Geräusche die tiefgestimmten Gebilde des inneren Ohres nicht in eine solche Bewegung versetzt, dass die Nachwirkung noch besteht, wenn der zweite Impuls folgt, denn wenn diese Nachwirkung noch vorhanden wäre, so müsste sie sich in denjenigen der tiefgestimmten Endgebilde, welche beim Anlangen des zweiten Impulses in gleichsinniger Bewegung angetroffen werden, zu diesem zweiten Impulse addiren, die nun übrig bleibende grössere zu dem dritten und so fort bis die Energie der in der Zeiteinheit abgegebenen bewegenden Kräfte addirt zu der der gebildeten Wärme den Zuwachsen in derselben Zeiteinheit gleich geworden ist.

Wir hören also diese hohen Geräusche, wenn sie einander in längerer Periode folgen, einzeln als Geräusche, weil wir sie mittels schwingender Theile des inneren Ohres hören, welche so hoch gestimmt sind, dass sie in kürzerer Zeit als die der Periode ist, ausklingen, oder wo dies nicht vollständig der Fall ist, oder doch die Empfindungen

der Einzelstösse noch ineinander fliessen, hören wir Schwirren oder Zirpen, bei stärkeren Stössen Knarren oder Kreischen.

Das Savart'sche Rad widerspricht mit dem Umfange seiner Töne anscheinend dem hier Gesagten, da ja das Kartenblatt, mit dem man es in der Regel spielt, beim Aufschlagen einen verhältnismässig hohen Laut gibt.

Melde sagt in seiner Akustik (internationale wissenschaftliche Bibliothek Bd. 56 S. 348) von ihm folgendes: „Lässt man an die Zähne einer solchen Scheibe ein Kartenblatt oder sonst eine dünne biegsame Lamelle heranreichen, so leuchtet ein, wie diese Lamelle, so oft ein Zahn kommt, zunächst an diesen anschlängt, sodann ein Stück mitgenommen und dann wieder losgelassen wird, um sofort beim nächsten heranrückenden Zahn dasselbe zu erfahren. Man hätte es hier wohl zunächst mit sog. trockenen Schlägen zu thun, im Moment, wo allemal der Zahn an die Lamelle anschlägt; aber jedenfalls wird die Lamelle auch jedesmal der Länge nach eine Luftmasse verdrängen, so dass äusserst nahe gleichzeitig mit den trockenen Schlägen auch Luftstösse anzunehmen sind.“ Es ist unzweifelhaft, dass die Luftstösse, welche das Kartenblatt hervorbringt, mit zur Erzeugung des Tones beitragen, aber ebenso unzweifelhaft ist es, dass auch Theile des Apparates, auch des Tisches, auf dem er steht, vielleicht auch des Fussbodens, durch die Mitschwingungen, in welche sie versetzt werden, dazu beitragen. Ich habe mich davon auf folgende Weise überzeugt:

Ich liess mir ein Savart'sches Rad von 106^{mm} Radius aus Hartgummi machen. Hartgummi hatte ich gewählt als dasjenige Material, welches am wenigsten Klang hat, welches angeschlagen am wenigsten nachschwingt.

Die Zähne waren in der beigedruckten Weise abgedacht und das Rad wurde stets in der Richtung des Pfeiles gedreht. Es geschah dies mittels Handkurbel, aber nicht direct, sondern mittels einer Schnur, welche die Bewegung zwischen zwei zinnernen Kegeln übertrug, die mit Rillen für den Schnurlauf bedeckt waren, so dass die Geschwindigkeit innerhalb sehr weiter Grenzen verändert werden konnte.

Fig. 2.

Wenn ich eine kurze Fischbeinschiene fest zwischen Daumen und Zeigefinger hielt, so dass sie kaum 1^{cm} lang hervorragte und sie so auf den Zähnen des Rades schleifen liess, so konnte ich keine tiefen sonoren Töne erzeugen. Bei langsamer Drehung hörte man ein Knarren und daneben allerdings einen Klang mit tiefem Grundton, der aber wenig laut war. Dagegen hatte die Erzeugung hoher und schriller Töne keine Schwierigkeit.

Ich liess jetzt den Apparat so an den Tisch schrauben, dass er durch Filzlappen von demselben getrennt war, und liess beim Umdrehen der Scheibe mit flachen Händen zwei Filzlappen an dieselbe drücken, um sie zu dämpfen. Jetzt war der Klang, den man früher neben dem Knarren gehört hatte, verschwunden. Er hatte also nicht direct hergerührt von den Schlägen des Fischbeines auf die Zähne; die durch sie erzeugten Luftwellen waren im Verhältnis zu der Periode zu kurz gewesen, aber sie hatten, so lange sie nicht gedämpft war, durch ihre periodische Wiederkehr den Apparat in Schwingungen versetzt und diese secundären Schwingungen waren lang genug gewesen, jenen tiefen Klang zu erzeugen.

Wenn sich der Klang durch Dämpfung wegschaffen liess, so musste er sich auch verstärken lassen, wenn ich Körper von kräftiger Resonanz in Action setzte. Ich erinnerte mich an die sog. Waldteufel, welche ich in Berlin in der Weihnachtszeit so oft gehört hatte, und an die tiefen Brummtöne, welche sie hervorbrachten, wenn sie in grossen Dimensionen angefertigt waren.

Ich liess mir einen Cylinder aus Pappe anfertigen, der an seinem einen Ende durch einen flachen Boden, gleichfalls aus Pappe, geschlossen war. Er hatte 954^{mm} Länge und 204^{mm} im Durchmesser. Den freien Rand liess ich mit Tischlerleim bestreichen, um ihn etwas widerstandsfähiger zu machen. Diesen Rand nun liess ich auf den Zähnen des Zahnrades schleifen, während dasselbe langsam gedreht wurde. Auf diese Weise konnte ich tiefe und dabei laute, sonore Töne erzeugen. Wenn das Rad schneller gedreht wurde, so ging natürlich der Ton in die Höhe und das dumpfe Knarren, das anfangs noch als Ausdruck der beim Aufschlagen entstehenden Einzelimpulse geblieben war, verschwand mehr und mehr.

Die tiefe Resonanz des Hohlkörpers hatte hier mittels der langen Luftwellen, welche durch sie entstehen, die Erzeugung kräftiger tiefer Töne ermöglicht. Wurde das Rad schneller gedreht und endlich so schnell, dass das Intervall der Periode kleiner wurde als die Schwingungsdauer des Eigentons des Hohlkörpers, so beeinträchtigte dies die Tonerzeugung nicht. Die Höhe des Tons musste immer abhängen von der Periode, und nur die Klangfarbe konnte durch das Uebereinanderfallen der Wellen beeinflusst werden.

Diese Versuche zeigten wieder, dass, damit ein Ton entsteht, der einzelne Impuls in Rücksicht auf die Periode nicht zu kurz sein darf, aber sie liessen sich nicht benutzen, um annähernd die Höhe des Tones zu bestimmen, für dessen Erzeugung sich ein gegebenes hohes Geräusch als passend erwies. Man hatte immer noch mit der Resonanz des ganzen massigen Apparates zu kämpfen.

Da fiel mir ein, dass eine nach dem Principe der alten Nachtwächterknarre gebaute Kinderknarre, eine Schnarre, oder, wie man sie in Wien nennt, Raatschen, ein Savart'sches Rad mit sehr wenig Resonanz sei. Die gewöhnlichen Schnarren, wie sie die Spielwaarenhandlungen boten, waren zu schlecht gearbeitet. Ich liess mir also im Laboratorium eine solche machen, deren Zahnrad aus Hartgummi bestand und auf der Drehbank gefreest war. Die Zähne waren nicht abgedacht, sondern fielen zu beiden Seiten gleich steil und nahezu in der Richtung des Radius ab. Der Durchmesser des Radius betrug 37^{mm} und die Peripherie war in 12 Zähne getheilt. Das Gestell und die verhältnismässig starke Feder, 87^{mm} lang und 17^{mm} breit, waren aus Buchenholz. Die Handhabe, welche in die Axe auslief, war cylindrisch und konnte durch Abziehen eines um sie gewickelten Bindfadens in rasche Rotation versetzt werden. Je weiter die Feder durch Aufdrücken des Daumens gedämpft wurde, um so schneller musste der Bindfaden abgezogen werden, um das Schnarren in einen Ton überzuführen.

Um nun annähernd die Anzahl der in der Zeiteinheit erzielten Impulse zu bestimmen, wurde an dem Ende der Feder in der der Handhabe entgegengesetzten Richtung ein zur Schreibfeder zugeschnittener Reisstrohhalm befestigt. Er schrieb in berusstem Papier, das auf einer Messingplatte, die Prof. Sigm. Exner früher bei verschiedenen zeitmessenden Versuchen gebraucht hatte, aufgespannt war, während die Messingscheibe durch den früher erwähnten Motor in Rotation versetzt wurde.

Jeder einzelne Versuch gestaltete sich folgendermaassen. Nachdem der Motor in Gang gesetzt war und durch sein hörbares Reguliren anzeigte, dass er seine volle Geschwindigkeit erlangt hatte, wurde die Anzahl der Umdrehungen der Scheibe in der Minute gezählt nach dem Auftauchen eines hellen, vom Russ befreiten Fleckes am Rande der Scheibe an einer bestimmten Stelle des Sehfeldes. Diese Anzahl betrug bei verschiedenen Versuchen 122, 123, 124. In einem Falle wurden 127 Umdrehungen in der Minute gezählt.

Nun nahm ich die Schnarre, nachdem der Bindfaden aufgewickelt war, fest in beide Hände und legte den rechten Daumen auf die Feder nahe dem vorderen Ende derselben und nahe der Stelle, an der die Schreibvorrichtung befestigt war, und brachte diese in die Nähe der sich drehenden Scheibe. Nun wurde der Bindfaden mit möglichst gleichmässiger Geschwindigkeit abgezogen, und während dies geschah, suchte ich die berusste Scheibe während eines kurzen Zeitraums, der nicht über eine halbe Secunde betragen sollte, mit der Spitze des Strohhalms zu berühren. Das Papier wurde dann von der Seheibe

abgenommen und der Russ mit der in ihn gezeichneten Curve mittels Schellacklösung fixirt.

Behufs Zählung der Impulse in der Zeiteinheit wurde ein möglichst gutes Stück der Curve ausgewählt, dessen Verhältnis zum Kreisumfange bestimmt und dann die Anzahl der Maxima gezählt.

Bei geringeren Geschwindigkeiten, bei denen die Anzahl der Impulse doch schon über 200 betrug, hörte man ein blosses Raatschen ohne jeden Ton. Wenn man aber die Geschwindigkeit des Abziehens steigerte, so ging dieses Raatschen in einen Schrei über. Der Schrei war rauh und kreischend, so dass Prof. Sigm. Exner, der alle diese Versuche mit mir anstellte, ihn dem Schrei eines Arras verglich. Dies war noch der Fall bei mehr als 600 (ganzen) Schwingungen in der Secunde. Wenn man das Abziehen des Fadens noch mehr und zuletzt so viel, als es unter den gegebenen Bedingungen möglich war, beschleunigte, so erhielt man erst ein höheres Kreischen und endlich einen hohen, gellenden Ton, wie wenn eine sehr kleine Pfeife sehr stark angeblasen würde. Die Curve, welche beim Erscheinen eines solchen Tones geschrieben wurde, zeigte sich nicht mehr verwendbar für das Auszählen der Impulse.

Die wesentliche Schwierigkeit bei diesen Versuchen bestand darin, während des Abziehens des Bindfadens die behufs des Schreibens auszuführende Bewegung mit stetiger Hand zu machen und diese Schwierigkeit wurde natürlich um so grösser, je schneller der Bindfaden abgezogen wurde.

Andrerseits war es nicht gestattet, die Schnarre einzuspannen, weil man sonst durch secundäre Schwingungen über die wahre Tongrenze hätte getäuscht werden können. Sie musste mit den Händen gehalten werden und zwar so, dass sie in allen ihren Theilen möglichst gedämpft war.

Aus den beschriebenen Erfahrungen geht hervor, dass die von Melde sog. trockenen Schläge beim Savart'schen Rade nur für die hohen Töne das direct tonerzeugende sind. Für die mittleren und die tiefen Töne sind es, abgesehen von den primären Bewegungen des Kartenblattes, mit dem das Rad angespielt wird, secundäre Schwingungen, Schwingungen durch Resonanz, Nachschwingungen und übertragene Schwingungen, die zum Theil von breiten Flächen an die Luft übertragen und so hörbar werden. Was sind denn eigentlich die trockenen Schläge? Es sind als von Nachschwingungen möglichst frei gedachte, rasch verlaufende Impulse, welche durch das Anstossen des Zahns an ein Hindernis entstehen, sich der umgebenden Luft mittheilen und so ans Ohr gelangen. Freilich, bei den aus Metall gefertigten Savart-schen Rädern sind sie keineswegs frei von Nachschwingungen, wie dies

die Natur des Materials mit sich bringt. Aber eben deshalb sind sie auch nicht trockene Schläge im strengeren Sinne des Wortes.

III.

Mit dem Telephon lassen sich Versuche anstellen, welche theils zur Ergänzung der vorbeschriebenen dienen, theils dazu, ihre Resultate zu bestätigen. Ich verband ein gewöhnliches Bell'sches Telephon mit einem Telephondraht, der durch ein zweites in ein drittes Zimmer geleitet war, wo seine Enden mit der Inductionsspirale eines Schlitteninductoriums in Verbindung standen. Wenn dasselbe in Thätigkeit gesetzt wurde, so hörte man ein Knarren, ähnlich dem Quaken eines Frosches; wenn man es aber an das Ohr drückte, so hörte man ausserdem einen tiefen Ton, der jedoch höher war, als er hätte sein müssen, wenn er der Grundton einer Gehörsempfindung gewesen wäre, die durch einen Wellenzug von der Periode des Knarrens hervorgerufen wurde. Mehr will ich über ihn nicht aussagen, da ich sowohl der musikalischen Anlage als auch der musikalischen Ausbildung entbehre. Es liegt aber nahe, dass es ein harmonischer Oberton jenes Grundtones war, oder dass er sich aus mehreren solcher Obertöne zusammensetzte. Dass bei kleiner Schwingungszahl des Wellenzuges Obertöne stärker gehört werden als der Grundton, ja dass sie bisweilen noch ganz deutlich sind, wo letzterer unhörbar ist, das ist aus den Erfahrungen von Helmholtz und von Preyer bekannt. Hier konnte es um so mehr der Fall sein, als jede einzelne Welle wegen ihres kurzen Verlaufes mehr geeignet war, höher gestimmte als tiefer gestimmte Theile der Membrana basilaris in Schwingungen zu versetzen. Wir haben es mit einer langsamen Aufeinanderfolge kurz verlaufender Impulse zu thun. Die ganz tief gestimmten Elemente werden dieselben, wie gesagt, wegen ihrer geringen Wellenlänge nicht erregen und die hochgestimmten werden sie nicht in dauernde Schwingungen versetzen können, weil wegen des raschen Ausklingens derselben der neue Impuls zu spät ankommt. Die Impulse werden deshalb mit diesen hochgestimmten Elementen nur als Geräusche gehört. Aber zwischen den hoch gestimmten und den ganz tief gestimmten Elementen liegen solche, welche, wenn ihre Schwingungszahlen Multipla der Schwingungszahlen des Wellenzuges sind, von ihnen in stärkere oder schwächere dauernde Schwingungen versetzt werden können.

Wenn gefragt wird, warum wir den Ton nicht hören, wenn wir das Telephon frei in der Hand halten, wohl aber wenn wir es ans Ohr drücken, so bieten sich hierfür zunächst zwei Gründe dar, die wahrscheinlich beide nicht der wesentliche sind. Erstens sind die Anstösse, welche die Elemente erhalten, stärker, letztere schwingen

also unter sonst gleichen Umständen länger nach und können somit in dauernde Schwingungen versetzt werden unter Bedingungen, unter denen dies durch schwächere Anstösse nicht geschah. Zweitens übertrug die Telephonplatte sicher Schwingungen an die Holzbestandtheile des Telephons. Diese mussten zwar dieselbe Periode haben wie die der Platte, sie brauchten ihnen aber in Rücksicht auf den Verlauf nicht zu gleichen, sie konnten länger sein, und diese Schwingungen konnten durch die Ohrmuschel an die Kopfknochen und von diesen an das Gehörorgan übertragen werden.

Wenn dem so war, so mussten sie auch von anderen Theilen des Schädels aus, wenn auch schwächer, übertragen werden. Ich setzte deshalb das Telephon auf ein Scheitelbein, aber ich hörte den Ton nicht deutlich, so dass diese durch feste Theile übertragenen Schwingungen wohl sicher nicht seine einzige Ursache sind.

Wahrscheinlich kamen beim Andrücken des Telephons an das Ohr auch stehende Schwingungen mit in Betracht, welche in dem unmittelbar vor dem Trommelfell befindlichen unvollkommen abgeschlossenen Luftraume erzeugt wurden, und die wohl am kräftigsten zur Erzeugung des tiefen Tones beitrugen.

Das Knarren, welches das frei in der Hand gehaltene Telephon hören liess, musste sich in einen Ton verwandeln, wenn die Impulse, welche die Telephonplatte erhielt, rascher aufeinander folgten. Ich ersetzte deshalb die Unterbrechung mittels des Wagner'schen Hammers durch die Unterbrechung mittels eines Blitzrades, das in schnelle Umdrehung versetzt werden konnte. Natürlich erschien ein Ton, der sich mit weiterer Beschleunigung der Umdrehung mehr und mehr erhöhte und reinigte. Wenn schnell gedreht wurde, so glich, wie es Prof. Sigm. Exner und mir erschien, der Ton dem Singen einer Stechmücke, welche sich ganz nahe vor dem Ohre befindet. Auch erinnerte mich der Ton gelegentlich an den, welchen die Knaben hervorbringen, indem sie auf den hohl gegeneinander gelegten Händen pfeifen, während sie das schneidend scharfe Blatt eines Grases zwischen den Beeren und den Ballen der beiden Daumen ausgespannt und eingeklemmt halten.

Andrerseits musste auch bei langsamerer Schlagfolge ein Ton erhalten werden, wenn die Bewegung der Telephonplatte über einen grösseren Zeitraum ausgedehnt werden konnte. Ich liess mir eine Telephonplatte aus dickerem Blech schneiden und passte sie, nachdem sie ganz wenig concav gehämmert war, zwischen zwei Kautschukringen in das Telephon ein, wobei die Schrauben nur mässig angezogen wurden. Ich war hierdurch meinem Zwecke schon näher gekommen, aber der Erfolg war noch ein unvollkommener. Ich merkte nun beim Hin- und

Herprobiren, dass es vortheilhaft sei, nur eine Schraube des Telephons anzuziehen, die übrigen locker zu lassen. Nun vergrösserte ich die nur durch eine Schraube fixirte Telephonplatte und spannte endlich ein rechteckiges Eisenblech von 361 ^{mm} Länge und 252 ^{mm} Breite als solche ein. Nun erhielt ich einen deutlichen Ton, der noch im zweiten Zimmer hörbar war.

Ich muss bemerken, dass ich mich bei diesen Versuchen ausschliesslich der Hemholtz'schen Vorrichtung zum Unterbrechen des primären Stroms bedient habe, weil ich bemerkte, dass ich damit bessere Resultate erzielte. Auch die Extraströme eines grösseren Inductoriums habe ich mit Erfolg verwendet.

Wenn ich, während die secundäre Spirale mit einem gewöhnlichen Telephon verbunden war, den primären Kreis mit der Hand schloss und öffnete, so hörte ich am Telephon sowohl den Schliessungs-Inductionsschlag als den Oeffnungs-Inductionsschlag, aber den letzteren stärker.

An der Bussole geben Schliessungs- und Oeffnungs-Inductionsschlag denselben Ausschlag, weil die Dauer der Schläge verschwindend klein ist gegen die Zeit, welche der Magnet der Bussole zu seiner Bewegung braucht, und deshalb in beiden Fällen nur der Integralwerth in Betracht kommt. Daraus, dass hier der Oeffnungs-Inductionsschlag stärker gehört wird, muss man schliessen, dass die Dauer der Inductionsströme nicht mehr verschwindend klein ist im Vergleiche mit der Zeit, welche die Telephonplatte zu ihrer Bewegung gebraucht, wie sich dies auch aus anderen Gründen erwarten lässt.

Bei Anwendung der Helmholtz'schen Vorrichtung fand ich zwischen den akustischen Effecten beider Schläge keinen Unterschied.

Beim Experimentiren mit dem Telephon hatte ich auch versucht, die Töne von König'schen hölzernen Labialpfeifen einzeln zu übertragen und bemerkt, dass dies bei verschieden hohen Tönen mit sehr verschiedenem Erfolge geschah. Ich bediente mich theils der Bell-schen Telephone des Institutes, theils zweier Ader'scher Telephone, welche Herrn Prof. v. Fleischl gehörten, aber in beiden Fällen litt die Klangfarbe der tieferen Töne sehr beträchtlich. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Die vom Geber erzeugten Luftwellen stimmen mit denjenigen, welche den Empfänger erregen, weder in Rücksicht auf die Amplitude, noch auch in Rücksicht auf den zeitlichen Verlauf der einzelnen Welle überein. Ich glaube, Jedem, er mag noch so unmusikalisch sein, muss die Armseligkeit der tiefen Töne in übertragener Orchestermusik auffallen. Mir wenigstens ist sie in hohem Grade störend.

Ich verkenne dabei nicht, dass ein mittels Telephon übertragenes Concert für den Musikalischen sehr viel mehr Werth hat als für den

Unmusikalischen. Dem ersteren wird die Reihe der musikalischen Gedanken vollständig vorgeführt, und er kann das Fehlende aus seiner Phantasie ergänzen, der letztere, der die Schönheit der Töne unmittelbar empfinden muss, fühlt sich enttäuscht.

IV.

Indem wir auf das Bisherige zurückblicken und dabei die Untersuchungen von Sigm. Exner in Betracht ziehen, müssen wir uns sagen, dass wir der Annahme, es seien für das Hören von Geräuschen eigene Nerven vorhanden, nicht bedürfen. Wir würden ihrer nur bedürfen, wenn es sich zeigte, dass die Sensationen, welche wir Geräusche nennen, von denen, welche wir Tonempfindungen nennen, derartig verschieden wären, dass sie sich nicht auf Erregung derselben Elemente zurückführen lassen.

Nun lassen sich aber unter Anwendung des Ohm'schen Principes mittels der Voraussetzungen, welche Helmholtz über die Schnecke gemacht hat, unsere Gehörsempfindungen vollständig erklären. Wir nehmen mit Letzterem an, dass Töne entstehen, indem bestimmte Gruppen der Schneckenfasern dauernd erregt werden, und dass die Töne um so reiner sind, je gleichmässiger die Erregung ist, je weniger wechselnd, rasch wechselnd in ihrer Intensität.

Wir nehmen ferner an, dass Geräusche entstehen, wenn dieselben Nerven nur sehr kurze Zeit lang erregt werden, oder wenn die Erregungen in unregelmässiger und rascher Folge von einer Nervengruppe zur anderen überspringen oder wenn sie so viele Nervenfasern gleichzeitig[1]) oder in so rascher Aufeinanderfolge und in solchem Wechsel treffen, dass es nicht möglich ist, aus dem ganzen Eindruck einen Ton von bestimmter Höhe herauszuhören.

In der Annahme, dass dieselben Nerven Geräusche empfinden, wenn sie nur sehr kurze Zeit erregt werden, liegt schon die Voraussetzung, dass keine feste Grenze vorhanden sein könne zwischen Ton und Geräusch. Zwischen dem Ton, der beim Anschlagen einer Glocke erklingt, und dem Geräusche, das man hört, wenn man ein Stück Pappe anschlägt, liegt eine continuirliche Reihe, in der das Ausklingen immer rascher erfolgt, bis es sich endlich in so kurzer Zeit vollzieht, dass

1) Ich muss hier daran erinnern, dass wir die Empfindung nicht kennen, welche uns die gleichmässige und dauernde gleichzeitige Erregung sämmtlicher Nervenfasern einer Schneckenzone erregen würde, die breiter wäre als die Zonen sind, welche unserer Meinung nach durch einzelne Töne in Action versetzt werden. Wir haben kein Mittel, eine solche gleichmässige Erregung hervorzubringen, da das gleichzeitige Hervorbringen der bezüglichen Reihe von Tönen Schwebungen, bezw. Dissonanzen, d. h. Ungleichmässigkeit in der Erregung hervorruft.

kein Ton mehr gehört wird. Aber auch dann ist noch das Geräusch von verschiedener Qualität, je nachdem vorzugsweise oder ausschliesslich hoch gestimmte oder tief gestimmte Elemente des Gehörorgans erregt werden, und die zeitliche Grenze ist für verschiedene Menschen so verschieden, dass der Eine nur ein Geräusch vernimmt, wo der Andre nicht nur einen Ton hört, sondern ihm noch seinen Ort in der Tonleiter anweist.

Auch von einer Reihe von Explosivgeräuschen haben wir gesehen, dass sie sich durch die Nachschwingungen der Luft den rasch ausklingenden Tönen anreihen und dass sie gemäss der Periode dieser Nachschwingungen geeignet waren, bestimmte Gruppen von Nervenfasern stärker zu erregen als die übrigen. Denn die Nachschwingungen waren keineswegs bedeutungslos für den akustischen Effect. Sie addirten eben für diese Gruppen von Nervenfasern ihre Wirkung zu der der primären Welle.

Ja vielleicht ist die Bedeutung dieser Nachschwingungen für den akustischen Effect bisher bedeutend unterschätzt worden. Auch Hensen ist dieser Ansicht (a. a. O. S. 19). Ich erinnere daran, dass das Herauswerfen des Kautschukstöpsels aus der Bleiröhre fast lautlos wurde, als ich die Röhre mit loser Baumwolle gefüllt hatte. Allerdings war hier die Baumwolle auch ein Hindernis bei der Bildung der primären Welle, aber die Luft war doch bis zu demselben Grade comprimirt gewesen, wie in den Versuchen ohne Baumwolle, nur musste sie einen Theil der Energie an die Baumwolle übertragen, die sie auch zum Theil herausschleuderte.

Auch diesen Explosionsgeräuschen kam also die Qualität von Höhe und Tiefe zu, und da wir denselben qualitativen Unterschied noch bei Einzelwellen von verschiedener Schwingungsdauer fanden, bei denen keine nachweisbaren Nachschwingungen vorhanden waren, so schlossen wir, dass, wie es die Theorie verlangt, auch die Einzelwelle je nach ihrer Schwingungsdauer die verschiedenen Fasern des Gehörnerven ungleich stark erregt.

Wenn kurze Einzelwellen zu weit auseinanderrücken, so geben sie keinen Ton mehr, weder den der Periode, noch einen Oberton desselben, und zwar schon dann nicht, wenn man noch weit von der allgemeinen unteren Tongrenze entfernt ist. Es ist dies in voller Uebereinstimmung mit der Theorie für den Fall, dass die Nachwirkung in allen durch den Einzelimpuls primär bewegten Gebilden bereits aufgehört hat, wenn der nächstfolgende Impuls ankommt, denn der Grundton kann nicht entstehen, und für harmonische Obertöne können auch keine Impulse abgeleitet werden. Das Fourier'sche Theorem ist zwar noch auf die einzelnen Wellen, aber nicht mehr auf das ganze System anwendbar. Es ist wesentlich, diese Bedingung auch für die

harmonischen Obertöne hinzuzufügen, denn die Nachschwingungen erlöschen zwar unter gleichen Bedingungen 2, 3 . . . *n* fach früher in den Gebilden, durch welche jene vermittelt werden, als in denen, durch welche der Grundton vermittelt wird, aber die Bedingungen sind eben nicht die gleichen, indem die letzteren Gebilde primär schwächer erregt werden als die ersteren.

Hier muss ein besonderes Gewicht gelegt werden auf die Unfähigkeit kurzdauernder Einzelimpulse, Gebilde von sehr viel grösserer Schwingungsdauer in Bewegung zu setzen, da wo die Uebertragung unter ähnlichen Bedingungen wie im Gehörorgane, d. h. mittels Flüssigkeit, auf kleine feste Theile stattfindet. Wenn man berücksichtigt, dass es bei der Erregung einer Gehörsempfindung nicht nur auf die zuerst erzielte Ausweichung ankommt, sondern auch darauf, ob das bewegte Gebilde ausklinge, Nachschwingungen habe, oder ob es nach seiner ersten Schwingung seiner Energie bereits vollständig beraubt sei, dann muss man schon à priori erwarten, dass die Wirkung sehr gering sei im Vergleiche zu derjenigen, welche erzielt wird, wenn die Schwingungsdauer des Impulses mit der eigenen Schwingungsdauer des zu bewegenden Gebildes übereinstimmt, und dafür spricht auch die Erfahrung unseres Gehörsinnes.

Der gellende Pfiff einer Dampfpfeife, auch wenn er uns aus so unmittelbarer Nähe trifft, dass wir durch den plötzlichen Stoss peinlich betroffen zusammenfahren, gibt uns nicht die Mitempfindung eines tiefen Geräusches, auch nicht zu Anfang, weil der Einzelimpuls die tiefgestimmten Theile des Gehörorganes nicht so weit erzittern macht, dass dadurch eine Gehörsempfindung entstünde.

Ebenso verhält es sich, wenn zwei kurze Stahlcylinder dicht vor dem Ohre zusammengeschlagen werden, während der meilenweit entfernte Schuss aus einem schweren Geschütze, der die hochgestimmten Elemente unseres Gehörorgans vollkommen in Ruhe lässt, uns die Empfindung eines tiefen Geräusches verursacht. Mögen die Nachschwingungen, die durch ihre Periode die Fasergruppen bestimmen, welche erregt werden, in Betracht kommen oder nicht; sie können die Wirkung für diese verstärken, aber sie hätten die Wirkung des ersten Impulses auf andere Fasern nicht aufheben können, wo sie bereits eingetreten war.

Es ist auch für den obigen Fall, in welchem die Impulse zu weit auseinandergerückt werden, um einen Ton zu geben, nicht wesentlich, ob die Impulse einfach sind oder ob sie selbst wieder mit einigen Schwingungen ausklingen, welche dann durch ihre Periode die Fasergruppen bestimmen, die erregt werden; immer wird sich die Qualität des Geräusches nur nach der Wellenlänge richten, so lange die Geräusche einzeln gehört werden, und wenn sie bei Annäherung der Stösse

anfangen ineinander zu fliessen, so wird durch den raschen Wechsel in der Stärke der Erregung ein Kreischen entstehen, aber zunächst noch nicht der Ton, der gemäss der Periode, in der die Stösse folgen, entstehen sollte.

Es ist hier dieselbe Gedankenfolge anwendbar, welche Helmholtz abhielt, das Entstehen der sog. Tartinischen Töne, wie es früher geschehen war, aus dem Aneinanderrücken der Schwebungen zu erklären. Aus dem abwechselnden Stärker- und Schwächerwerden kurzer, rasch folgender Impulse kann an sich kein tiefer Ton entstehen, wenn keine Einzelimpulse vorhanden sind, welche die tief gestimmten Endgebilde in Bewegung zu setzen vermögen.

Es gibt also nicht nur eine untere Grenze der Töne überhaupt, sondern es gibt für jeden Einzelimpuls eine Grenze, unterhalb welcher er nicht mehr zur Tonbildung verwendet werden kann.

Wo dies, wie beim Savart'schen Rade, scheinbar dennoch geschieht, kommt die Täuschung daher, dass durch die in regelmässiger Folge erfolgenden Anstösse anderweitige Schwingungen von grösserer Schwingungsdauer ausserhalb unseres Ohres erzeugt sind, die nun den Ton der Periode, bezw. dessen harmonische Obertöne, in unserem Ohre hervorrufen.

Es liegt mir nun noch ob, ausser den Momentangeräuschen, den Explosionen und Schlägen, noch die continuirlichen Geräusche, das Rauschen, das Zischen, das Wehen, auf die Frage zu untersuchen, ob wir für sie der Annahme eigener Nerven bedürfen. Ich glaube nicht. Im Rauschen des Meeres und im Rauschen des Windes im Laubwalde kommen sehr viele kleine Explosivgeräusche und Schläge vor. Man kann sie bisweilen einzeln hören, wenn man sich ganz nahe an einen Baum begibt, durch dessen Blätter der Wind geht. Neben diesen kleinen Schlägen existiren im Rauschen offenbar Reibungsgeräusche, die sich in Rücksicht auf den Bewegungszustand der Lufttheilchen zu den Tonwellen verhalten wie die kleinen, unregelmässigen Wellen eines Baches, der zwischen Steinen dahinfliesst, zu den Wellen, welche auf dem Spiegel eines stehenden Gewässers erregt werden.

Es scheint nach unseren früheren Erfahrungen nicht, dass wir nöthig haben, für die Empfindungen, welche uns dadurch hervorgerufen werden, eigene Nerven anzunehmen.

Das Zischen unterscheidet sich vom Rauschen wesentlich dadurch, dass die Einzelgeräusche höher sind, wohl auch dadurch, dass sie gedrängter sind, rascher aufeinander folgen.

Das Hauchen und Wehen repräsentirt die schwächsten, durch Reibung verursachten unregelmässigen Luftbewegungen, welche noch durch unser Gehör wahrgenommen werden.

Alle uns so erwachsenden verschiedenen Sensationen zwingen uns nicht mehr, für sie eigene Nerven anzunehmen, nachdem wir einmal erkannt haben, dass wir die Momentangeräusche, die Explosionen und Schläge, dadurch empfinden, dass eine grössere oder geringere Partie unserer tonhörenden Nerven momentan erregt wird.

Um die Vielartigkeit dieser Sensationen zu erklären, haben wir genug Anhaltspunkte in der verschiedenen Wellenlänge und Amplitude der einzelnen Impulse, ferner in ihrer grösseren oder geringeren Unregelmässigkeit, in ihrer rascheren und langsameren Aufeinanderfolge und in ihrer Configuration, endlich in den secundären Wellen, welche der einzelne Impuls durch Resonanz erzeugt, wie dies z. B. beim Hineinblasen in eine frei vor den Mund gehaltenen Flasche geschieht. Andrerseits aber drängt sich die Frage auf, ob nicht, obgleich wir die Geräusche mit unseren tonhörenden Nerven hören, doch noch Nerven vorhanden seien, mit welchen wir zwar Geräusche, aber keine Töne wahrnehmen. Es müssten dies Nerven sein, denen infolge ihrer Endigungsweise das Vermögen Impulse zu summiren abgeht, die mit keinen nachschwingenden Gebilden in Verbindung stehen, an ihren Enden vollkommen gedämpft sind.

Wir würden kaum in Verlegenheit sein, solche Nerven anatomisch nachzuweisen. Ich sehe hier ab vom Nervus vestibuli, weil ich der Ansicht von Flourens bin, dass derselbe kein Gehörnerv sei, aber auch in der Schnecke endigen bekanntlich Nervenfasern, und zwar Acusticusfasern, zwischen den Zellen des inneren Epithels so, dass wir zweifeln können, ob sie durch bestimmte Töne vorzugsweise in Schwingungen versetzt werden. Es sind physiologische Schwierigkeiten, welche uns entgegenstehen, wenn wir diese Nerven für das Hören von Geräuschen allein verwerthen wollen. Warum kommen uns von ihnen keinerlei specifische Empfindungen, Empfindungen mit dem Charakter eines Geräusches zu, wenn starke Töne an unser Ohr schlagen? Allerdings haben die Versuche von Exner und von Urbantschitsch[1]) gezeigt, dass auch auf die tonempfindenden Nerven die einzelne Tonwelle relativ schwach einwirkt, und der kräftige akustische Effect erst infolge der Summation der Wirkungen der einzelnen Stösse zu Stande kommt, aber auf die mächtigen Anfragen des Nebelhorns und der Dampfpfeife sollten jene Nerven doch nicht ganz schweigen. Wir müssten denn annehmen, dass ihre Wirkung im Centralorgan hier von der überwältigenden Erregung der tonhörenden Nerven ganz übertäubt wird, während ihre Empfindung bei Geräuschen, bei denen Sonne und Wind zwischen ihnen und den tonhörenden Nerven gleich vertheilt sind,

1) Pflüger's Archiv f. d. ges. Physiol. Bd. 25 S. 323.

doch zur Geltung kommen kann, und diese Möglichkeit ist allerdings nicht ausgeschlossen. Aber dann fragt es sich, was ist den Geräuschen gemeinsam, in welchen die Erregung dieser Nerven als Gehörsempfindung auftreten soll? Man mag sich die Centren, mit denen diese Fasern verbunden sind, so vielartig vorstellen, wie man will; wenn sie die Eigenschaft der tonempfindenden Nerven, von Wellen, verschiedener Schwingungsdauer verschieden erregt zu werden, nicht haben, dann müssen sie, wenn ihnen gleiche Erregbarkeit zukommt, stets alle gleichzeitig erregt werden, also nur eine Art der Empfindung hervorrufen, die nur noch durch den zeitlichen Verlauf der Reizung modificirt wird, indem die Empfindung dauernd sein kann, oder momentan, bezw. durch Pausen oder Abschwächungen unterbrochen.

Wenn ihnen ungleiche Erregbarkeit zukäme, so konnte sich mit steigender Erregung allerdings die Gesammtempfindung ändern, aber die Empfindung, welche die erregbarsten unter ihnen vermitteln, würde doch aus der gemischten Empfindung nicht absolut verschwinden, sie würde doch als Bestandtheil derselben erkennbar sein; wenigstens ist dies nach der Analogie der Tonempfindung wahrscheinlich, da ja von Geübten ein Klang auch ohne äussere Hilfsmittel in den Grundton und die Obertöne zerlegt wird.

Die Grösse der Atome[1]).

Von

Sir William Thomson.

Es gibt vier auf Beobachtung beruhende Gründe dafür, dass die Atome oder Moleküle nicht unbegreiflich, nicht unmessbar klein sind. Ich gebrauche absichtlich die Worte „unbegreiflich“ und „unmessbar“. Denn alles, was messbar ist, ist auch begreiflich, und diese beiden Worte bilden daher zusammen eine Tautologie. Wir können in der That alles Unbegreifliche den Metaphysikern überlassen. Nichts von dem, was wir auf dem Gebiete der Physik messen können, ist unbegreiflich gross oder unbegreiflich klein. Es kann oft schwierig werden, die Zahlen zu verstehen, welche die Grösse darstellen; ob diese nun aber unendlich gross oder ganz klein sind, so ist doch die Natur jedes Dinges in Bezug auf die Grösse oder Kleinheit, oder in Bezug auf unsere Vorstellung, Annäherung und numerische Ausdrucksfähigkeit dieser Grösse vollkommen bestimmt. So läuft auch das allgemeine Resultat der oben erwähnten vier Gründe, welche auf der Wellentheorie des Lichtes, resp. auf den Erscheinungen der Contactelektricität, der Cappillaratraction und der kinetischen Gastheorie beruhen, ziemlich übereinstimmend darauf hinaus, dass die Atome oder Moleküle der gewöhnlichen Materie in ihrem Durchmesser etwa gleich dem $^1/_{10\,000\,000}$ oder gleich dem $^1/_{10\,000\,000}$ bis $^1/_{100\,000\,000}$ eines Centimeters sind. Es geschieht nicht ohne Absicht, wenn ich etwas ungenau von Atomen und Molekülen spreche. Ich muss die Chemiker um Verzeihung bitten, wenn ich diese Worte manchesmal falsch anwenden sollte; sie wissen ja aber selbst nicht, was das Atom ist. Sie wissen z. B. nicht, ob das Wasserstoffgas in seinen umherfliegenden Molekülen aus einer Vereinigung von je zwei Theilchen Materie bestehe oder ob jedes einzelne

---

1) Vortrag gehalten an der Roy. Inst. of Great Britain 1883; vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

Molekül dieser Substanz für sich untheilbar, d. h. wenigstens in seinen chemischen Wirkungen untheilbar sei. Ich will mich auf derartige Fragen nicht einlassen, sondern nur im grossen ganzen die Thatsache fixiren, dass die Materie, wiewohl sie uns ins Unendliche theilbar dünkt, trotzdem ohne Zersetzung nicht ins Unendliche theilbar ist. Etwas Analoges geschieht, wenn man ein Gebäude aus Ziegelsteinen in Theile zerlegt, in einen Theil mit 1000 Ziegeln und einen anderen mit 2500 Ziegeln; es wird dann jeder dieser Theile in gewissem Sinne als ähnlich oder homogen angesehen werden können. Sowie wir aber ein Ziegelgebäude in Unterabtheilungen zerlegt haben, welche nur mehr 9 Zoll dick sind, und nun eine weitergehende Zertheilung versuchen, so stossen wir auf eine Art von atomistischem Zustande, d. h. es ist eine weitere Zerlegung nicht mehr möglich, ausser wir würden die Elemente der Structur zerstören. Die Frage aber nach der Molecularstructur eines Gebäudes schliesst nicht nothwendigerweise die Frage in sich, ob auch ein Ziegel in Theile zerlegt werden kann, ob diese Theile dann noch weiter theilbar sind u. s. f. Es gestaltete sich die Frage allmählich zu einem Lieblingsthema metaphysisch veranlagter Schulmänner, ob die Materie unendlich theilbar sei oder ob auch der Raum unendlich theilbar sei, wie einige annahmen, während andere beschlossen, dass nur die Materie nicht ins Unendliche sich teilen lasse und dabei demonstrirten, wie bei einer unendlichen Zertheilung des Raums nichts Unbegreifliches vorliege. Warum auch nicht? Wurde ja sogar die Zeit in einzelne Zeitmomente (Zeitatome!) zerlegt und der Begriff der Continuität der Zeit in einen Schwall von Beweisen und metaphysischen — ich will nicht sagen absurden — Wortspielen vergraben, welche bei jeglichem Mangel eines würdigeren Gegenstandes gewiss sehr unterhaltend wären. Wenn wir aber die Bedeutung dieser Sache in nüchternem Ernste erfassen, so haben wir hier einen der wichtigsten Gegenstände für unsere Aufmerksamkeit, weil wir nämlich hier sowohl bei der Zeitmessung als auch in der Geometrie eine vollkommene Continuität finden; es wäre somit einfach Absurdität, wenn man hier bei Zeit und Raum an eine Grenze bei fortgesetzter Theilung denken wollte. Andrerseits aber ist die Frage von eminent praktischer Wichtigkeit, ob wir Glas in Stücke theilen können, deren Durchmesser kleiner ist als $^1/_{100\,000\,000}$ cm, wobei dann diese kleinen Theilchen ebenso wenig mehr die Eigenschaften des Glases besässen, als ein Ziegelstein die Eigenschaft einer Ziegelmauer besitzt; eine derartige Frage zu erörtern sind wir wohl befähigt.

Ich wünsche, dass nicht gleich am Anfange der Gedanke an die ungeheuere Kleinheit der Atome Ihre Aufmerksamkeit von unserem Gegenstande abschrecke. Die Atome sind ja in Wirklichkeit nicht

einmal gar so klein. Die eingangs von mir erwähnten vier Hauptgründe stellen es über allen Zweifel, dass die Moleküle der Luft, welche wir athmen, in ihrem Durchmesser, wenn überhaupt, so nur um ein Geringes kleiner sind, als der $^1/_{10000000}$ Theil eines Centimeters. Vor eben fünf Minuten sprach mir ein Freund die Meinung aus, dass Sie mich nicht verstehen würden, wenn ich Ihnen die Resultate in Centimetern gäbe. Doch kann ich eine derartige Verleumdung an der Royal Institution of Great Britain nicht zulassen; es sind zwar zweifelohne viele unter Ihnen als Engländer mit dem unglückseligen englischen Zolle besser vertraut, gleichwohl aber kennen Sie alle den Centimeter, dessen Grösse ja schon in den ersten Elementarschulen gelehrt wird. Blicken Sie auf die beistehende Tafel (Fig. 1)[1]) und es wird Ihnen dann die Vorstellung eines Zolles, eines Centimeters, eines Millimeters, eines $^1/_{10}$ Millimeters, eines $^1/_{100}$ Millimeters, eines $^1/_{1000}$ Millimeters und eines $^1/_{1000000}$ Millimeters nicht schwer fallen.

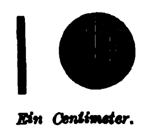


Fig. 1.

Hier sehen Sie einen Meter und einen Yard, darunter einen Decimeter und einen Kreis mit dem Durchmesser eines Decimeters, einen Centimeter und einen Kreis mit dem Durchmesser eines Centimeters, und einen Millimeter, der den $^1/_{10}$ Theil eines Centimeters oder ungefähr den $^1/_{40}$ Theil eines Zolles beträgt. Wir werden immer bei dem einfachen System bleiben, denn Sie ziehen das Yard und den Zoll nur darum dem Meter und Centimeter vor, weil Sie in England leben. Sie sehen auf unserer Zeichnung ferner den Meter, den Centimeter, den Millimeter und überall einen Kreis von dem gleichen Durchmesser. Einige von Ihnen werden behaupten, dass der Millimeter nicht hier sei. Ich sehe ihn noch nicht, aber er ist hier und ebenso auch ein Kreis, dessen Durchmesser ein Millimeter ist, beide sorgfältig schwarz auf weiss abgebildet. Ich behaupte, hier sei ein Millimeter und Sie können ihn nicht sehen. Stellen wir uns nun auch vor, es sei *hier* ein $^1/_{10}$ Millimeter und *hier* ein $^1/_{100}$ Millimeter und *hier* ein $^1/_{1000}$ Millimeter; da aber sei ein rundes Sauerstoffatom von $^1/_{1000000}$ Millimeter im Durchmesser. Jetzt sehen Sie es alle.

Wir müssen uns aber nun um ein praktisches Messmittel umsehen und ein solches liefert uns für das Tausendstel eines Millimeters

1) In dem englischen Originaltexte ist von dieser grossen, in der Vorlesung gezeigten Figur nur der kleine, oben abgedruckte Theil gegeben.
Anm. d. Uebersetzers.

die Optik. Es soll nämlich die Wellenlänge des Lichtes unser vorläufiges Normalmaass werden; da aber die Wellenlängen für die verschiedenen Farben des — sichtbaren und unsichtbaren — Lichtes im Verhältnisse von 1 zu 16 verschieden sind, so bildet die Wellenlänge eine ganz unbestimmte Grösse. Wenn wir eine Analogie aus dem Gebiete der Akustik hernehmen wollen, so kennen wir beim Lichte vier Octaven. Wie weit aber in Wirklichkeit die Grenzen ober- und unterhalb des bisher bestimmten Umfanges liegen, das können wir bei dem gegenwärtigen Stande unserer Wissenschaft nicht einmal muthmaassen.

Die Tabelle vor Ihnen (Tab. I) gibt Ihnen einen Begriff von der Grösse dieser Länge und ebenso von den kleinen Zeitintervallen.

Tab. I. Daten für das sichtbare Licht.

Spectrale Linie	Wellenlänge in Centimetern	Wellenhäufigkeit oder Anzahl der Perioden per Secunde
A	$7{,}604 \times 10^{-5}$	$395{,}0 \times 10^{12}$
B	6,867	437,3
C	6,562	457,7
D_1	5,895	509,7
D_2	5,889	
E	5,269	570,0
b	5,183	
F	4,861	617,9
G	4,307	697,3
H_1	3,968	756,9
H_2	3,933	763,6

In der Reihe links haben Sie die Wellenlänge des Lichtes in Bruchtheilen eines Centimeters; die Einheit, nach welcher diese Zahlen gemessen sind, ist der $^1/_{100000}$ Theil (oder 10^{-5}) eines Centimeters. Wir haben also beim sichtbaren Lichte Wellenlängen von $7\,^1/_2$ bis etwa 4 oder 3,9, Sie können daher in runden Zahlen sagen, dass wir für die Wellenlängen des sichtbaren Lichtes, welche allein in unserer Tabelle angegeben sind, Längen von 4 bis 8 in der Einheit eines $^1/_{100000}$ Centimeter haben. 8 bedeutet die unsichtbare Strahlung ein wenig ausserhalb des rothen Endes des Spectrums. Die tiefste, von Fraunhofer mit dem Buchstaben A bezeichnete Strahlung hat die Wellenlänge $7\,^1/_2$ eines $^1/_{100000}$ Centimeter. Ich will Ihnen nun an diesem Modell zeigen, was man unter einer „Wellenlänge" versteht. Man meint damit nicht die Länge eines Wellenkammes, wie sich dieselbe z. B. sehr scharf markirt, wenn die Meereswellen längs gerader

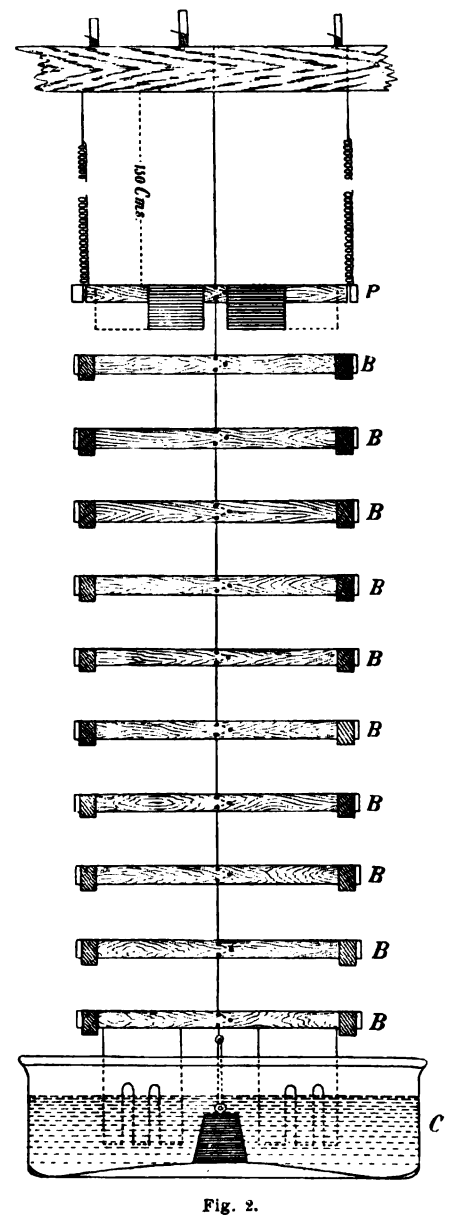


Fig. 2.

Küsten sich brechen, man meint damit die Distanz von einem Wellenberge bis zum nächsten. [Es wurde dies durch eine grosse Anzahl horizontaler Stäbe erläutert, welche übereinander an zwei von der Decke herabhängenden Fäden in ihrem Mittelpunkte bifilar aufgehängt waren; setzte man den untersten Stab in Bewegung, so pflanzte sich eine Welle nach aufwärts fort.[1])] Stellen Sie sich nun vor, es würden die Enden dieses Stabes Theilchen darstellen; es seien die Stäbe selbst unsichtbar und es wären nur die Enden derselben sichtbar, welche dann die Theilchen darstellen, welche gegenseitig mit elastischen Kräften, wie z. B. die Theilchen eines Kautschukbandes, einer Spiralfeder aus Stahl, einer Gallerte oder sonst irgend einer elastischen Substanz aufeinander wirken. In dem Modelle wirken sie infolge der Art ihrer centralen Befestigung aufeinander. Hier haben wir ein anderes Modell, welches uns gleichfalls Wellen darstellt (Fig. 2)[2]). Die weissen Scheiben an den Enden der Scheiben stellen uns Theile der Materie dar — ich will noch einstweilen hier den Namen Molekül nicht anwenden, wiewohl wir später diesen Namen gebrauchen werden. Das Licht besteht aus Schwingungen,

1) Es ist unnöthig, genauere Details dieser bifilaren Aufhängung zu geben, da die neue Form des Apparates, wo eine einzelne Klaviersaite aus Stahl die verlangten gegenseitigen Kräfte besorgt, sogleich wird beschrieben werden. Fig. 2 stellt dieselbe dar; sie ist leichter auszuführen und wirkt besser.

2) Dieser Apparat, welcher in Fig. 2 dargestellt wird, ist in folgender Weise construirt. Die übereinander hängenden gleichen Stäbe (B), deren Enden die Mole-

welche genau wie in diesem Modelle senkrecht auf der Fortpflanzungsrichtung stehen.

Wir können nun bei jenem schönen Versuche, welcher unter dem Namen der Newton'schen Ringe bekannt ist, rasch die Entfernung zwischen zwei Glasplatten bestimmen, welche eine bestimmte Farbe zeigen. Unter Wellenlänge versteht man etwas, was Sie hier in diesem Modelle sehen können, wenn ich den untersten Stab in Schwingung versetze: die Entfernung des einen fortschreitenden Hügelkammes vom nächsten. Ich habe hier eine Convexlinse von sehr grosser Brennweite und eine Glasplatte, deren untere Seite geschwärzt ist. Wenn ich nun die Linse an die Platte andrücke, so sehe ich gefärbte Ringe und ich werde Ihnen diese Erscheinung mit Hilfe eines elektrischen Lichtstrahles zeigen, welchen ich aus dem Luftraume zwischen den beiden Gläsern reflectire. Dieses Phänomen wurde zuerst von Sir Isaac Newton beobachtet, eine Erklärung desselben ergab aber erst die Wellentheorie des Lichtes. (Nun sehen Sie hier an diesem Schirme die Newton-schen Ringe in reflectirtem Lichte.) Wenn ich die Gläser gegeneinander presse, so sehen Sie im Centrum einen dunklen Fleck; rund herum liegen

---

küle des Mediums darstellen, und das Horizontalpendel (P), welches die Aufgabe hat, die Schwingungen zu erregen oder die Schwingungsenergie aufzuspeichern, sind Holzleisten, von denen jeder 50^{cm} lang, 3^{cm} breit und $1{,}5^{cm}$ dick ist. Als Aufhängedraht dient ein Pianofortedraht Nr. 22 B. W. G. ($0{,}07^{cm}$ dick); die einzelnen Stäbe sind an ihm in folgender Weise befestigt. Es sind in jedem Stabe drei Messinghaken in der angedeuteten Weise lose befestigt, so dass sie die Ecken eines gleichschenkligen Dreiecks bilden, dessen Basis dem Aufhängedrahte parallel ist. Der Aufhängedraht geht an in die Haken geschnittenen Rinnen unter dem obersten Haken, ausserhalb des Hakens an den Spitzen und schliesslich oberhalb des untersten Hakens durch. Das oberste Ende dieses Drahtes geht durch ein Loch des Aufhängebalken und von da zu einem Haken, um welchen er in der in der Figur angedeuteten Weise mehrere Mal herumgeschlungen ist. Ebenso ist dort gezeichnet, wie an jedem Ende des Pendelbalkens eine stählerne Spiralfeder befestigt ist. Das obere Ende dieser Federn führt zu Seilen, welche durch ein Loch im Aufhängebalken gehen und schliesslich um einen Haken ein oder zwei Mal herumgeschlungen sind. Diese Stahlfedern dienen als Magazin für die potentielle Energie, die sich dann bei jeder Schwingung in die kinetische Energie des Pendelstabes umsetzt. An den Enden der einzelnen Stäbe (B) sind Bleimassen befestigt. Viel grössere Bleimassen sind längs des Pendels (P) selbst verschiebbar; in der Figur sind sie ganz hineingeschoben gezeichnet. Der allerunterste Stab trägt nach abwärts zwei Flügel aus Zinn, welche in eine in c befindliche zähe Flüssigkeit (Syrup in Wasser) tauchen. Am Boden dieses Gefässes liegt ein schweres Gewicht, welches mittels eines gespannten Kautschukbandes das untere Ende des Aufhängedrahtes in richtiger Position erhält. Dadurch, dass man am Pendelstabe (P) die Gewichte hinein oder hinaus schiebt oder dass man die Stahlfedern mehr oder weniger spannt, kann man die Schwingungsdauer innerhalb weiter Grenzen ändern.

die Ringe. Um diesen unregelmässigen Fleck zu erzeugen, ist Druck nöthig. Warum? Die allgemeine Antwort muss zunächst behaupten, dass sich Glas in einer Entfernung von zwei oder drei Lichtwellenlängen abstösst, sagen wir z. B. in einer Entfernung von $^1/_{5000}$ eines Centimeters. Ich glaube daran aber nicht. Die scheinbare Abstossung rührt her von Staubtheilchen oder Staubsplittern. Der dunkle Fleck in der Mitte ist eine Stelle, wo die Entfernung der beiden Glasplatten kleiner ist als der vierte Theil einer Wellenlänge. Nun ist die Wellenlänge des gelben Lichtes ungefähr $^1/_{17000}$ eines Centimeters. Der vierte Theil von $^1/_{17000}$ ist aber $^1/_{70000}$. Der dunkle Fleck entspricht also einer Luftschichte von einer Dicke, die kleiner ist als $^1/_{70000}$ Centimeter. Wenn wir bis zum Lichtmaximum des nächsten Ringes kommen, so müssen wir zu dieser Entfernung eine halbe Wellenlänge hinzufügen, um die Distanz der beiden Gläser an dieser Stelle anzugeben; mit einer weiteren Wellenlänge kommen wir dann zum nächsten Lichtmaximum. Nur die Farben hindern uns noch, unsere Ausdrücke bestimmter zu fassen, weil wir ja ganz verschiedene Wellenlängen in Betracht zu ziehen haben. Ich will aber der Einfachheit wegen eine einzige Farbe, roth z. B., herausgreifen und setze zu dem Zwecke ein rothes Glas vor. Wir haben nun nur eine einzige Farbe, im ganzen aber viel weniger Licht, weil ja dieses Glas fast nur homogenes rothes Licht und ausserdem fast nichts mehr hindurchlässt. Wenn Sie nun wieder auf den Schirm blicken, so können Sie sich leicht davon überzeugen, dass zwischen den beiden Gläsern Zwischenpolster von Staub sich befinden. Durch ein Nachlassen der Schraube verblasst der mittlere Fleck, weil nun das Glas durch die elastische Kraft der Staubtheilchen aus einander geschoben wird; die Gläser sind ja nicht gegeneinander, sondern gegen diese Staubmoleküle gepresst. Zwischen den Gläsern befinden sich unzählige — sagen wir Tausende — von diesen kleinen Staubtheilchen, von welchen einige $^1/_{3000}$ eines Centimeters, z. B. fünf oder sechs Wellenlängen Durchmesser haben. Wenn Sie ein Glas über ein anderes legen, so meinen Sie Glas an Glas zu pressen, das geschieht aber keineswegs, Sie pressen einfach Glas auf Staub. Es ist dies eine ungemein schöne Erscheinung, und meine vorzüglichste Absicht bei diesem Versuche war zu zeigen, wie man da rasch zu einem linearen Maasse von $^1/_{100000}$ Centimeter kommt.

Nun will ich näher in die Details jener vier Gründe eingehen, welche uns eine Grenze für die Grösse der Moleküle liefern. Zuerst werde ich ganz kurz die Contactelektricität behandeln. Wenn ich diese zwei Stücke aus Zink und Kupfer nehme und dieselben miteinander in Contact bringe, so werden sie elektrisch und ziehen sich mit einer vollkommen bestimmten Kraft an, deren Grösse durch absolute Messungen

und der sicher fundirten Lehre von der Contactelektricität genau gegeben ist. Ich fühle diese Kraft nicht, weil sie sehr klein ist, wohl aber ist sie zu messen. Denken wir uns an der einen Platte einen kleinen metallischen Knopf oder einen Fortsatz von $^1/_{100\,000}$ Centimeter und legen wir die andere Platte darauf. Nehmen wir an, das Kupfer hätte drei solche Metallfüsse; ich will nun die Zinkplatte zuerst nur mit einem derselben in Berührung bringen und sie dann allmählich so drehen, dass sie schliesslich alle drei Füsse berührt. Bei dieser Stellung, wo zwischen den Platten eine Luftschichte von $^1/_{100\,000}$ Centimeter sich befindet, ist auf der Zink- und Kupferplatte positive, resp. negative Elektricität in solcher Menge angehäuft, dass eine gegenseitige Anziehung von 2^g Gewicht per Quadratcentimeter stattfindet. Die Arbeit, welche die elektrische Anziehung von jenem Momente an leistete, wo die beiden Platten zuerst mit einem Fusse sich berührten, bis zu jenem Momente, wo sie eine Entfernung von $^1/_{100000}$ eines Centimeters erreichten, beträgt unter der Annahme, dass jede Platte einen Quadratcentimeter gross ist, $^2/_{100000}$ Gramm-Centimeter.

Ich will nun einige Sätze eines Artikels. lesen, den ich vor 13 Jahren in der „Nature" veröffentlichte[1]).

„Nehmen wir nun an, es würde eine zweite Zinkplatte in ähnlicher Weise auf die andere Seite der Kupferplatte gebracht, dann wieder auf diese eine neue Kupferplatte u. s. f., bis eine Säule gebildet ist, welche aus 50001 Zinkplatten und 50000 Kupferplatten gebildet ist, die von einander durch 100000 Zwischenräume getrennt sind, wobei jede Platte und jeder Zwischenraum $^1/_{100\,000}$ Centimeter dick ist. Die Gesammtarbeit, welche durch elektrische Anziehung bei der Bildung einer derartigen Säule geleistet wird, ist 2 Gramm-Centimeter.

„Die Gesammtmasse an Metall ist 8^g. Es beträgt daher die Arbeit per Gramm des Metalles $^1/_4$ Gramm-Centimeter. Nun sind, entsprechend dem dynamischen Wärmeäquivalent von Joule, 4030 Gramm-Centimeter Arbeit nöthig, um ein Gramm Zink oder Kupfer um einen Grad der centigraden Scala zu erwärmen. Es könnte daher die durch die elektrische Attraction geleistete Arbeit die Substanz nur um $^1/_{16120}$ Grad erwärmen. Nehmen wir nun aber an, es sei die Dicke jeder Metallplatte und jedes Zwischenraumes $^1/_{100\,000\,000}$ Centimeter anstatt $^1/_{100000}$ Centimeter. Die Arbeit müsste dann eine Million

---

1) Siehe die Abhandlung: „On the Size of Atoms", veröffentlicht in der „Nature" vol. I p. 551, abgedruckt in Thomson und Tait, „Natural Philosophy" 2. Aufl. 1883 vol. I part. 2 Appendix F.

Mal grösser werden, ausser es läge 1/100000000 Millimeter bereits über der Grösse eines Moleküles. Es wäre daher dann das Wärmeäquivalent gross genug, um die Temperatur des Materiales um 62° zu erwärmen. Dies ist gemäss unserer gegenwärtigen Kenntnis oder besser gemäss unserer gegenwärtigen Unkenntnis der Verbindungswärme des Zinkes und Kupfers, wenn überhaupt, so gerade noch zulässig. Nehmen wir jetzt aber an, es würden die Metallplatten und die Zwischenräume noch vier Mal dünner, d. h. nehmen wir nun diese Dicke zu 1/400000000 Centimeter. Es würde dadurch die Arbeit und die Wärme 16 Mal so gross. Die Wärme wäre also 990 Mal so gross als jene, welche die Masse um einen hunderttheiligen Grad erwärmt. Es ist dies um viel mehr als bei einer thatsächlichen molecularen Vereinigung von Zink und Kupfer erzeugt werden kann. Hätte nämlich die Verbindungswärme irgendwie diese Grösse, so müsste eine Mischung von Zink- und Kupferpulver, wenn sie an irgend einer Stelle geschmolzen wird, dann von selbst miteinander sich verbinden, da dann die weiterhin nöthigen Schmelzwärmen durch die Verbindung selbst geliefert werden würden; in derselben Weise brennt ja eine grössere Menge Schiesspulver, wenn es an einer Stelle angezündet wurde, von selbst immer weiter, ohne dass eine neue Wärmezufuhr nöthig wäre. Es bilden daher Zink- und Kupferplatten von 1/800000000 Centimeter Dicke, welche knapp aneinander lagern, eine ganz scharfe Annäherung an eine chemische Verbindung, wenn überhaupt so dünne Platten sich herstellen lassen, ohne die Atome zu zersplittern."

Wenn wir durch Ineinandermischen von Zink und Kupfer Messing erzeugen, so finden wir keine sichtlichen Zeichen von chemischer Affinität; es findet keine grosse Wärmeentwickelung statt; die Mischung wird nicht warm, *sie explodirt nicht*. Wir können daher mit Sicherheit schliessen, dass die Contactelektricität zu wirken aufhört oder doch nicht nach den gleichen Gesetzen weiterwächst, wenn die Metalle bis auf Theile von etwa 1/100000000 Centimeter zerkleinert werden. Dies ist ein überaus wichtiger Beweis. Ich habe Ihnen noch manchen bestimmteren Werth für die wirkliche Grösse der Atome oder Moleküle vorzuführen, ich habe aber nichts, *was in bestimmterer Weise die äusserste Grenze dieser Grösse fixiren würde*. Wir können Zink und Kupfer nicht unterhalb einer gewissen Grösse zertheilen, ohne es derart zu verändern, dass diese Metalle der Eigenschaften, die sie als Ganzes besassen, verlustig würden, und dass die Anziehungen, die die dickeren Platten zeigten, bestehen blieben. Ich denke es ist mit unserem Wissen über die chemischen Affinitäten und über die Wirkung des Zusammenschmelzens von Kupfer und Zink ganz unvereinbar, dass ein Stück Kupfer oder Zink in Theile, welche um viel —

vielleicht aber auch um gar nichts — kleiner sind als $^1/_{100\,000\,000}$ Centimeter, zerlegt werden kann, ohne dass dabei Atome oder Moleküle zertheilt oder jene Verbindung aufgelöst würde, welche als Ganzes das feste Metall ausmacht. Es ist, kurz gesagt, der constituirende Bestandtheil, Molekül oder Atom, aus welchem das Kupfer oder Zink aufgebaut ist, im alleräussersten Minimum $^1/_{100\,000\,000}$ Centimeter, vielleicht aber um Beträchtliches grösser.

(Fortsetzung folgt.)

Beobachtungen über den gegenwärtig sichtbaren Sonnenring[1]).

Von

A. Cornu.

Das farbige Phänomen, welches man seit einigen Monaten um die Sonne bemerkt, bietet eine Menge interessanter Eigenthümlichkeiten dar, welche mir noch nicht genügend untersucht zu sein scheinen; ich lasse hier eine kurze Beschreibung des Phänomens folgen.

1. Die Veränderungen der Form und Färbung. Der von Thollon[2]) und von Dr. Forel[3]) beobachtete röthliche Schein um die Sonne ist die einfachste Form dieses Phänomens; unter dieser geometrischen Form erscheint es nur, wenn die Sonne sehr hoch über dem Horizont steht, in Mitten eines reinen Himmels; je mehr sich die Sonne dem Horizont nähert, um so grösser und intensiver wird der innere Rand des farbigen Scheines; darunter, am Horizont, entsteht ein ebenso gefärbter Streifen, der sich gegen den Schein hin ausdehnt, als ob er von ihm angezogen würde; dieser Streifen verbreitet sich nach und nach nach allen Seiten, erreicht den Schein und vereinigt sich zuletzt mit ihm.

Während dieser Umbildung bleibt der innere glänzende Raum, der eine bläulich-weisse Farbe hat, kreisförmig; durch eine leicht zu erklärende Täuschung scheint die Sonne nicht mehr im Mittelpunkte desselben zu stehen, sondern an einem Punkt, der sich mehr und mehr dem inneren Rande nähert; endlich, wenn die Sonne den Horizont erreicht, so berührt der innere Kreis des Scheines denselben an dem-

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus C. R. vol. XCIX (1884).

2) C. R. März und September 1884.

3) C. R. August und September 1884.

selben Punkt[1]). Während dieser Zeit verändern sich die Farben fortwährend; sie gehen zuerst in Neapelgelb und dann nach und nach in ein bräunliches Gelb über. Nach Sonnenuntergang löst sich dieser Hof gleichsam in eine leichte Rauchwolke auf und verschwindet allmählich; die Färbungen verschmelzen mit denen der untergehenden Sonne, aber in den oberen Regionen erinnern sie oft an die rosigen Färbungen der schönen Abendbeleuchtungen im vergangenen Winter.

Dies ist die Reihenfolge der Erscheinungen, die man an einem schönen Tage verfolgen kann; kleine Wolken sind der Beobachtung nicht hinderlich, sie lassen im Gegentheil deutlich sehen, dass die Färbung hinter ihnen entsteht, d. h. über ihnen, denn sie bilden bläulich-weisse Flecken auf der rothen oder gelben Färbung des Himmels, von der hier die Rede ist.

Bei Nebel oder bei leichten Cirrhuswolken ist das Phänomen gewöhnlich nicht sichtbar; dagegen kann man bei dichten Haufwolken, zwischen denen der blaue Himmel durchsieht, noch merkwürdigere Beobachtungen machen, wenn diese wolkenfreien Stellen den Hof der Sonne sichtbar lassen. Die ziemlich verwischte rothe Farbe, die der Hof gewöhnlich hat, ist in ein sehr lebhaftes Kupferroth übergegangen und verschmilzt durch verschiedene Mittelfarben mit dem Blau des Himmels. Die Reihenfolge der Farben des Hofes, die man bei reinem Himmel schwer unterscheiden kann, und die man dagegen zwischen den Wolken deutlich sieht, ist folgende, wenn man vom Mittelpunkte ausgeht: helles Himmelblau, grau, braungelb, orange, kupferroth, purpurroth, dunkel, violett; sie hat viel Aehnlichkeit mit der Reihenfolge der Farben des ersten Ringes der Höfe, welche durch leichte Wolken entstehen, und man kann oft directe Vergleiche machen.

Die Erscheinung dieser lebhaften Farben ist nicht bei allen Lücken zwischen den Wolken dieselbe; es ist noch eine zweite Bedingung nothwendig; es müssen die Nebelschichten in der Gesichtslinie im Schatten sein, sonst sind die Farben verwaschen und unterscheiden sich in nichts von den gewöhnlichen; dieser Bedingung muss entsprochen werden, wenn man die weissen Strahlen, die von der Sonne durch diese Lücken ausgehen, verfolgt, denn nur ausserhalb dieser Strahlen kann man diese ausserordentlich brillanten feuerrothen Farben beobachten.

Alle diese Beobachtungen deuten darauf hin, dass dieses Phänomen in einer Region der Atmosphäre entstehe, die beträchtlich höher sei

---

1) Ich habe diese Erscheinung zum ersten Male im vergangenen November beobachtet, an dem Tag nach dem ersten Auftreten dieser schönen Abendröthe; seitdem habe ich sie bei jedem Sonnenuntergang bei reinem Himmel wiedergesehen.

als die der Haufenwolken (vielleicht sogar als die der Schäfchenwolken), und dass ein Beobachter, der sich in höheren Regionen der Atmosphäre, wo aller irdischer Nebel verschwindet, befände, die Färbungen mit derselben ausserordentlichen Intensität sehen würde, wie ich sie unter den oben beschriebenen Verhältnissen sah.

Dies ist genau dasselbe Resultat, zu welchem Dr. Forel gelangt nach seinen Beobachtungen, die er in verschiedenen Höhen in den Alpen gemacht hat; diese auf zwei so verschiedenen Wegen erreichte Uebereinstimmung gibt derjenigen Hypothese eine grosse Wahrscheinlichkeit, welche die Entstehung dieses Phänomens in eine grosse Höhe verlegt.

2. Mittel, um die Sichtbarkeit des Phänomens zu vergrössern. — Die meteorologischen Verhältnisse, unter welchen man dies Phänomen beobachten kann, sind sehr selten; in unserem Klima, im Mittelpunkt von Frankreich, erscheinen die Farben des Hofes, selbst an schönen Tagen, sehr blass; man kann ihren Glanz jedoch durch eine sehr einfache Vorrichtung bedeutend erhöhen; diese besteht darin, die Sonnenscheibe durch einen undurchsichtigen Schirm zu verdecken und den Himmel sodann durch passend gefärbte Gläser zu beobachten, z. B. violett-röthlich, oder auch durch verschiedene Lösungen, z. B. Chromalaun und besonders Anilinviolett[1]). Auf diese Art sieht man den Hof deutlich, sogar wenn man wegen des Nebels mit blossem Auge fast nichts mehr davon bemerkt.

Hat man die Färbung der Gläser oder die Concentration der Flüssigkeiten so gefunden, wie es für die Deutlichkeit des Phänomens am vortheilhaftesten ist, so erkennt man mit einem Spectroskop, dass das Mittel die Mitte des Spectrums absorbirt (das Gelb und das Grün), ohne die äussersten Farben (das Roth, das Blau und Violett) merklich zu alteriren. Man sieht den Hof roth auf violett-blauem Grund.

Für die Deutlichkeit des Phänomens scheint es nöthig zu sein, dem absorbirenden Mittel die Durchsichtigkeit für die äussersten Farben zu erhalten; denn durch rothes Fensterglas, das alles, ausser das Roth, auslöscht, sieht man den Hof schlecht und durch Himmelblau (Kupfersulfat-Ammoniak), das das Roth, Gelb und Grün auffängt, verschwindet das Phänomen vollständig[2]); der Himmel erscheint bis zum Rand der Sonnenscheibe fast gleichmässig blau.

---

1) Die zur Beobachtung nöthige kleine Kapsel kann man leicht herstellen, indem man mit geschmolzenem Paraffin einen Ring von Cartonpapier zwischen zwei Glasplatten befestigt. Im Anfang betrachtet man den Himmel bis zu 90° von der Sonne entfernt, um gewisse andauernde physiologische Eindrücke zu verwischen, dann nähert man sich nach und nach dem Centrum des Phänomens.

2) An einem Tage, wo der Hof ziemlich sichtbar war, zeigte eine Photographie davon keine Spur, obgleich das Collodium immer so präparirt wurde, dass es von der grössten Empfindlichkeit gegen die Linien *G* und *H* war.

Aus all diesen Beobachtungen geht hervor, dass die Intensität des Phänomens mit der Brechbarkeit des ausgesendeten Lichtes abnimmt; im weiteren Verlaufe des Berichtes finden wir diese Schlussfolgerungen bestätigt.

3. Polariskopische Beobachtungen. — Dieser Sonnenhof hat nicht nur die Gleichmässigkeit der blauen Färbung des Himmels um die Sonne unterbrochen, sondern er hat auch eine bedeutende Störung in der atmosphärischen Polarisation hervorgerufen, besonders in den Umgebungen der neutralen Punkte.

Es ist bekannt, dass am reinen Himmel (den ich im Gegensatz zum gewöhnlichen, wirklichen Zustande normal nennen werde) drei neutrale Punkte existiren, d. h. drei Punkte, deren Licht nicht polarisirt ist, nämlich der Punkt von Arago, der sich über dem Gegenpunkt der Sonne befindet; der Punkt von Babinet, über der Sonne; der Punkt von Brewster, unter der Sonne; alle drei Punkte liegen in der Verticale der Sonne.

Seit dem Erscheinen des Hofes haben sich die Entfernungen dieser drei Punkte von den solaren und antisolaren Centren sehr verändert; ausserdem sind noch vier neue neutrale Punkte entstanden; je zwei, und zwei sind symmetrisch in Bezug auf die Verticale der Sonne, fast in der Höhe der solaren und antisolaren Centren.

Die Beobachtung dieser beiden neuen neutralen Punkte rechts und links von der Sonne ist sehr leicht; man schaltet zwischen das Auge und das Polariskop[1]) von Savart ein rothes Glas ein und findet die Punkte am äusseren Rande des rothen Hofes; ein grünes Glas zeigt weniger entfernte neutrale Punkte und ein Kobaltglas nähert sie sehr stark der Sonne. Die Intensität der Störung nimmt also mit der Brechbarkeit des ausgesendeten Lichtes ab; die polariskopische Analyse des Phänomens, wenn man sie mit der früherer Jahre vergleicht, zeigt, dass die Störung in jedem Punkte mit dem Auftreten eines Lichtbündels verbunden ist, welches in einer Ebene senkrecht auf die durch die Sonne gehende polarisirt ist.

---

1) Um die Fransen gut wahrnehmen zu können und um das beobachtende Auge vor seitlich eindringendem Licht zu schützen, ist es nothwendig, das Polariskop so wie die Loupe eines Uhrmachers einzurichten, das andere Auge mit der Hand zu bedecken und das ganze Gesicht im Schatten hinter einem passenden Schirm zu halten. Ein neutraler Punkt wird durch folgende Bedingungen charakterisirt: es ist ein Punkt, wo die Fransen des Polariskops verschwinden: 1. wie sie auch orientirt seien, 2. während ihre Verlängerungen complementär werden.

Die beiden anderen neuen neutralen Punkte in der Nähe des antisolaren Punktes sind dagegen schwer zu beobachten; man muss ein doppeltes, rothes Fensterglas nehmen, um es mit Strahlen zu thun zu haben, die so monochromatisch und so wenig brechbar wie möglich sind.

Das Sehfeld ist dunkel; nichts desto weniger sind die Fransen gut sichtbar, wenn der Himmel rein ist; leider dauert das Phänomen nur einige Minuten vor Sonnenuntergang. Man sieht dann in dem Verhalten der beobachteten Fransen in allen Richtungen zwischen dem Horizont und dem neutralen Punkt von Arago dieselben Erscheinungen wieder, die man zwischen der Sonne und dem neutralen Punkt von Babinet beobachtet hat. Dadurch wird man zur Annahme der Existenz der beiden anderen neutralen Punkte geführt. Jedoch, da die Intensität wegen der Verschiedenheit der Umstände keine absolute ist, noch sein kann, so ist noch einige Vorsicht bei Feststellung dieser Punkte nothwendig[1]); ich glaube, man könnte ihre Existenz als die einfachste Erklärung der gegenwärtig bestehenden Störung in der Nähe des antisolaren Punktes betrachten.

4. Polarimetrische und photometrische Beobachtungen. — Die Störung ist in der Umgebung des Punktes, wo die Polarisation ihr Maximum erreicht, d. h. in der Verticalebene der Sonne, 90^{0} von ihr entfernt, nicht minder gross; das Maximalverhältnis des polarisirten Lichtes hat fast niemals die Zahl 0,48 überschritten, während sie in den letzten Jahren an schönen Tagen 0,75 erreichte.

Eine zufällige Verringerung des polarisirten Lichtes entspricht für gewöhnlich einer einfachen Vermehrung des Nebels; vergleicht man jedoch die Andauer einer so schwachen Polarisation unter den verschiedensten meteorologischen Verhältnissen mit den oben erwähnten Störungen, so scheint hier die fortwährende Existenz einer wie Nebel wirkenden Ursache zu suchen zu sein, welche das neutrale (oder senkrecht auf die Ebene der Sonne polarisirte) Licht diffundirt und die Polarisation des blauen Himmels verringert.

Photometrische Messungen, die um die Sonnenscheibe herum gemacht wurden, deren Einzelheiten jedoch zu weit führen würden, geben dasselbe Resultat.

Mit einem rothen oder cobaltblauen Glase ausgeführte Beobachtungen zeigen, dass die Polarisation für die rothen Strahlen eine ge-

---

1) In diesen Punkten verschwinden die Fransen fast vollständig; aber ihre Umkehrung, welche hier in einer engen Zone stattfinden soll, kann mit einem Licht, das so schwach und so wenig homogen ist, nicht beobachtet werden.

ringere ist als für die blauen; also auch da nimmt die Intensität der Störung mit der Brechbarkeit ab.

Diese allgemeine Beschreibung ist zu unvollständig, um strenge Schlussfolgerungen bezüglich der Ursache des Phänomens zu gestatten; sie genügt jedoch, um zu zeigen, dass dieses wahrscheinlich mit dem Ausbruch des Krakatau in Verbindung steht. Die oben angeführten Beobachtungen sind zahlreich genug, um die Hypothese zu unterstützen, eine von dem Vulcan in die hohen Regionen der Atmosphäre geschleuderte Wolke von kleinen Theilchen, die einen fast constanten mittleren Durchmesser haben, sei der Grund der Erscheinung. Ich bitte jedoch die Akademie, mich für heute auf diese einfache Aufzählung von Thatsachen beschränken zu dürfen und mir erst für eine weitere Mittheilung eine genauere Auseinandersetzung zu gestatten, welche auf die numerischen Bestimmungen, die mich augenblicklich beschäftigen, gegründet sein wird.

Die strahlende Wärme und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie[1]).

Von

Adolph Bartoli.

Eine vor kurzem erschienene Publication von H. T. Eddy, Professor an der Universität zu Cincinnati, die den anziehenden Titel trägt: „Radiant heat an exception to the second law of termodinamics", und gedruckt ist im Juli 1882 in den „Scientific Proceedings of Ohio Mecanics' Institute" (S. 105—114), hat sehr schnell die Aufmerksamkeit der gelehrten Welt auf sich gezogen. Ein langer, von Boltzmann gefertigter Auszug daraus erschien in „Beiblätter" 1883, Stück 4, S. 251, und ein ganz kurzer, von Prof. Bazzi gefertigter erschien in „Nuovo Cimento", Februarheft 1884, — gar nicht zu reden von so vielen andern, die in andern Zeitschriften erschienen sind.

Eddy's Abhandlung hat viele Einwürfe hervorgerufen, auf welche Eddy geantwortet hat. Es ist nun wahrscheinlich, dass zu den bisherigen demnächst noch viele andere Publicationen von tüchtigen Physikern der alten und neuen Welt hinzukommen werden; handelt es sich doch um einen Gegenstand, der Vielen hochinteressant zu sein scheint.

In gegenwärtigem Artikel erlaube ich mir einige Sätze vollständig zu reproduciren aus einer meiner Abhandlungen, die den Titel führt: „L'ipotesi dell' equilibrio mobile di temperatura ed il secondo principio termodinamico"[2]). Von dieser Denkschrift wurde ein Theil, und zwar

---

1) Uebersetzt aus N. Cim. (3) vol. XV p. 193 (1884).

2) Das Manuscript dieser Arbeit wurde 1875 an die Redaction des „Nuovo Cimento" zum Drucke eingesendet, die es freundlicherweise ungesäumt publicirt haben würde; aber ich fragte an, ob der Druck sich nicht verschieben liesse, damit ich es, in einigen Punkten corrigirt, rechtzeitig für den Concurs um den Lehrstuhl der Physik an der Universität zu Catania einliefern könnte, der, wenn ich nicht irre, kurz nach 1875 vacant war. Bei dieser Gelegenheit wurde fragliche Abhand-

derjenige, den ich jetzt hier reproducire, einer andern Denkschrift einverleibt, die betitelt war: „Sopra i movimenti prodotti dalla luce e dal calore, e sopra il radiometro die Crookes", und die zu Florenz im Juli 1876 vom Nachfolger Le Monnier's, also vor 8 Jahren, publicirt wurde [1]).

Ich reproducire hier vollständig, ohne eine Silbe davon wegzulassen oder hinzuzufügen, die Sätze, die man von S. 22 (im zweiten Theile) bis S. 27 in meiner erwähnten Denkschrift lesen kann.

„Ich setze hier (sagte ich damals) kurz einige der Gründe auseinander, die mich veranlasst haben, diese Untersuchungen [2]) zu unternehmen.

Seien A und B zwei sehr dünne concentrische Sphären [3]), die sowohl nach innen als nach aussen vollkommen reflectiren, und deren Radien bezw. R_A und R_B seien, und zwar $R_B > R_A$.

Ein sphärischer Körper C, dessen Radius $E < R_A$, und der vollkommen schwarz ist (in dem Sinne, den Kirchhoff diesem Ausdruck gegeben hat, Pogg. Ann. Bd. 109 S. 1275), habe auch das Centrum mit den beiden Umhüllungen gemeinsam; aussen soll die vollkommen schwarze Oberfläche b der Sphäre vom Radius $\varrho > R_B$, die zu den vorhergehenden concentrisch ist, das von der Sphäre C und den beiden vollkommen reflectirenden Umhüllungen gebildete System in sich einschliessen. Der Körper C befinde sich anfangs im calorischen Gleichgewichte; in einem gegebenen Augenblicke nehmen wir den Reflector B als zerstört an; der Körper b wird Wärme ausstrahlen in den ganzen

lung unter die Concursarbeiten einregistrirt; mein Manuscript jedoch wurde nie vollständig publicirt, sondern es wurde nur ein Theil davon in meine von Le Monnier 1876 gedruckten Denkschriften übertragen.

1) Genannte Denkschrift findet sich verzeichnet in „Comptes Rendus" vol. LXXXIII p. 518 (1876), im „Bullettin Bibliographique des ouvrages reçus dans la séance du 21. Aout 1876", und so auch in den bibliographischen Verzeichnissen fast aller bedeutenden italienischen und auswärtigen Akademien. Ein Auszug aus dieser Denkschrift erschien rasch in „Les Mondes" von Moigno vol. XL p. 685—686, und der Anhang am Ende dieser Denkschrift wurde vollständig nachgedruckt in der „Revista scientifico-industriale" zu Florenz 1876. Eine Erwähnung derselben Denkschrift geschah gelegentlich durch Lippmann im „Journal de Physique" 1876 vol. 5 p. 371 (am Fusse der Bemerkung). Und ein sehr kurzer Auszug (wenn man es überhaupt Auszug nennen darf) aus den „Mondes" erschien in „Fortschritte der Physik" im Jahre 1876 (Berlin 1881) auf Seite 888 und 1541 unter folgendem, kaum mehr wieder erkennbarem Namen und Titel: „G. Bartbi. Sopra i movimenti prodotti dalla luce e dal calore e sopralti radiometri di Crookes. Firenze 1876. br. 8°." (sic!)

2) Hierunter verstehe man die Untersuchungen „Sopra i movimenti prodotti dalla luce e dal calore etc.", wie der Titel meiner Denkschrift besagt.

3) Der Leser wird ersucht, die Figur zu zeichnen.

zwischen der Oberfläche b und dem Reflector A befindlichen Raum. Nachher, wenn der Körper b sich in calorisches Gleichgewicht versetzt hat, nehmen wir an, dass in einem gegebenen Augenblicke die Hülle B wieder hergestellt werde und die Hülle A zum Verschwinden komme. Hierauf lassen wir den Radius der Hülle B soweit sich vermindern, bis er dem Radius R_A gleich wird (die Hülle selbst bleibt während der Operation immer sphärisch). Mit diesem Cyclus von Operationen, den wir uns ganz beliebig oft wiederholt denken können, kommt man dahin, eine gewisse Quantität Wärme vom Körper b zu nehmen und sie auf den Körper C zu übertragen. Ueber die Temperatur der Körper b und C haben wir keinerlei Annahme gemacht, wir können sonach die Temperatur von C höher annehmen als die von b. Wenn man annähme, dass die anfänglichen Temperaturen des Körpers b und des Körpers C aus irgend einer Ursache constant blieben, so lange der eine Wärme verliert und der andere Wärme empfängt, so könnte man auf solche Weise eine beliebige Quantität Wärme von einem kälteren auf einen wärmeren Körper übergehen lassen.

Der Mechanismus der beschriebenen Operation hängt eigentlich von folgendem Umstande ab: Wenn ein Körper C mit vollkommen schwarzer Oberfläche s sich in einer vollkommen reflectirenden Umhüllung Σ befindet, und man diese Umhüllung, während man sie fortwährend geschlossen erhält, bis zur Berührung mit dem Körper C sich zusammenziehen lässt, so gewinnt der Körper C allmählich einen Wärmebetrag

$$\Theta = \frac{2K}{\omega}\int_s ds \int_\omega t \cos\vartheta\, d\omega,$$

wo K die von der Oberfläche s in einer Secunde ausgestrahlte Wärmequantität ist,

ω die Oberfläche der Halbkugel vom Radius 1,

t die Zeit, die ein vom Elemente ds ausgehender Wärmestrahl braucht, um seinen Weg zurückzulegen vom Ausgangspunkte an, bis er nach einer bestimmten Zahl von Reflexionen aufs neue die Oberfläche von C trifft,

ϑ den Winkel, den derselbe von ds ausgehende Strahl mit der Normalen eben dieses Elementes bildet.

Wenn der Körper C eine Kugel ist vom Radius ν und die Oberfläche Σ einer zur ersten concentrischen Sphäre angehört, deren Radius R im Vergleiche mit ν sehr gross ist, so reducirt sich vorhergehendes Integral auf

$$\Theta = \frac{2K}{v} s R,$$

wenn $s = 4\pi\nu^2$ und v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Wärmestrahls ist. Folglich gewinnt der Körper C nach dieser Operation eine Wärmequantität Θ.

Möglicherweise könnte Jemand gegen die vorhergehenden Ausführungen einwenden, es sei physikalisch unmöglich, in einer unmessbar kurzen Zeit diese Umhüllungen zu vernichten oder wiederherzustellen, oder auch, es sei unmöglich, die Dimensionen derselben abzuändern, während man sie zugleich immer geschlossen erhalte etc. Ich werde einen Fall wählen, in welchem diese Einwürfe nicht mehr geltend gemacht werden können.

Sei F ein vollkommen reflectirender kreisrunder Cylinder [1]), und A und B seien zwei innerhalb des Cylinders bewegliche, und von einer vollkommen schwarzen Oberfläche begrenzte Kolben. Oben an der Oberfläche A und B befinden sich zwei Diaphragmen a, b, die vollkommen reflectiren, und senkrecht zur Cylinderaxe beweglich sind (mittels einer in der Aussenwand des Cylinders angebrachten Oeffnung). In diesem Falle wird die physikalische Möglichkeit, die am Anfange dieses zweiten Theils beschriebenen Operationen auszuführen, von Niemand bestritten werden können; nur müsste man, um vom Körper A auf den Körper B eine selbst von den feinsten physikalischen Instrumenten nachweisbare Wärmequantität übergehen zu lassen, einen Cylinder von sehr grosser Länge in Anwendung bringen.

Kehren wir nun auf den Fall zurück, wo wir eine vollkommen reflectirende sphärische Umhüllung haben, die concentrisch ist zu einem vollkommen schwarzen Körper, dessen Radius ν sehr klein sei gegenüber dem Radius R der Umhüllung; wir haben oben gefunden, dass, wenn die Umhüllung, während sie immer geschlossen bleibt, bis zur Berührung mit der Oberfläche des Körpers gelangte, der letztere eine Wärmemenge gewinnen würde im Betrage von

$$q = \frac{2K}{v} Rs,$$

wobei die im vorhergehenden gebrauchten Bezeichnungen beibehalten sind; wenn dagegen die Umhüllung, jedoch immer sphärisch verbleibend, ihren Radius von R bis R' (wobei $R > R'$) ändert, so gewinnt der schwarze Körper eine Wärmemenge q,

$$q = \frac{2K}{v}(R - R')s \text{ [2]}).$$

1) Der Leser wird ersucht, die Figur zu zeichnen.

2) Man beachte die Analogie dieser Formel mit der andern: $Q''' = \frac{L''}{2}(R'' - R''')$, welche die gegen den elektrostatischen Druck aufgewendete Arbeit ausdrückt, die

Die vorhergehenden Erwägungen und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik verlangen, dass in diesem Falle zur Deformation der Umhüllung ein Arbeitsbetrag $= Eq$ aufgewendet werden müsse, wenn E das mechanische Wärmeäquivalent ist. In einem solchen Falle ist zur Erklärung des Aufwands einer solchen Arbeit die einfachste Annahme diese, dass, auch wenn die Hülle nicht deformirt wird, jedes Oberflächenelement einen Druck erleidet, eine Repulsion, durch die Wirkung der Wärmestrahlen, die von dem schwarzen, im Centrum der Umhüllung befindlichen Körper ausgesandt werden [1]). Bei dieser Annahme ist leicht einzusehen, dass, wenn man mit Q die Wärmemenge bezeichnet, die ein Quadratmeter der Oberfläche der Umhüllung in einer Secunde empfängt, wenn der Radius der Umhüllung R ist, und mit p die Repulsivkraft, die ein Wärmebündel per Quadratmèter der Oberfläche ausübt, — man für eine unendlich kleine Verminderung δR des Radius R erhalten wird:

$$p \delta R = \frac{2Q}{v} E \delta R,$$

woraus

$$p = E \frac{2Q}{v}. \tag{1}$$

Berechnen wir nach dieser Formel die Repulsion, die ein Sonnenstrahlenbündel auf ein Quadratmeter einer vollkommen reflectirenden und zur Richtung des Bündels normalen, ebenen Oberfläche ausüben würde, die auf der Erdoberfläche sich befinden soll (wobei man beachten wolle, dass von der durch die Atmosphäre auf das Wärmebündel ausgeübten Absorption abgesehen wird).

Nach den Versuchen Pouillet's ist

$$Q = 0{,}293833 \text{ Calorien.}$$

Nach den Versuchen Joule's ist

$$E = 428 \text{ Meterkilogramme,}$$

---

erforderlich ist, um eine leitende sphärische Umhüllung zusammen zu ziehen, indem man ihren Radius von R'' auf $R''' < R''$ fallen lässt und das Potentialniveau L' constant erhält, indem man ihm stufenweise Elektricität in nöthigem Betrage entzieht. Letztere Formel ist von Prof. Beltrami festgestellt worden in seiner Abhandlung „Sulla teoria dei sistemi conduttori elettrizzati". — Nuovo Cimento (3) vol. XII p. 5.

1) Ich werde sehr bald in einer anderen Abhandlung die verschiedenen Hypothesen discutiren, die man machen kann, und beweisen, wie man mit anderen Mechanismen, die von dem bereits angegebenen verschieden sind, mit Erfolg dasselbe Resultat erzielen würde (Anmerkung der Abhandlung von 1876).

und nimmt man an

$$v = 298\,000\,000 \text{ Meter},$$

so erhält man

$$p = 0{,}84 \text{ Milligramme},$$

pro Quadratmeter oder

$$p = 0{,}0084 \text{ Milligramme}$$

pro Quadratdecimeter."

Die andern Mechanismen, auf die ich S. 25 der eben citirten Abhandlung hinwies, die dazu dienten, um Wärme in unbegrenzter Menge von einem wärmeren auf einen kälteren Körper überzuleiten, waren 4 an der Zahl, und ich hatte sie in dem am Eingange dieser Arbeit citirten Manuscripte erklärt; ich halte es, wenigstens für jetzt, für unnütz, sie zu beschreiben; daselbst prüfte ich auch den Fall unvollkommener Reflectoren, die nothwendig einen gewissen procentischen Betrag der auffallenden Strahlen absorbirt hätten, und bewies, dass es auch in diesem Falle immer möglich ist, Wärme vom kälteren zum wärmeren Körper übergehen zu lassen, ohne dass dieser Uebergang durch einen äquivalenten Wärmeübergang im umgekehrter Richtung compensirt werden würde (äquivalent verstehe man im Sinne des thermodynamischen Princips von der Aequivalenz der Verwandlungen).

Um sodann die vorhergehenden Resultate mit dem zweiten Hauptsatze in Einklang zu bringen, machte ich damals verschiedene Annahmen, von denen in meiner Abhandlung aus jener Zeit nur eine publicirt worden ist, nämlich die, dass von den Strahlungen ein Druck ausgeübt wird auf die reflectirenden Körper (betreffs der übrigen Annahmen sehe man die Bemerkung A am Ende dieses Aufsatzes).

Diese Hypothese eines durch die Strahlungen ausgeübten Drucks wurde damals von mir einer ernsten Prüfung unterzogen durch viele Experimente, die ich im physikalischen Cabinette der Universität zu Bologna 1874 ausgeführt habe, — Experimente, die sich von S. 49 bis S. 53 meiner von Le Monnier herausgegebenen Abhandlung gedruckt finden. Ich werde hier einen dieser Versuche anführen, weil er ein wenig mit dem in gegenwärtigem Artikel behandelten Gegenstande zusammenhängt. Ich bediene mich beim Referiren desselben eben der Worte, die ich damals gebrauchte: „Wenn es wahr wäre, dass das Licht und die Wärme direct eine, sei es anziehende oder abstossende Bewegung hervorbringen könnten, so ist klar, dass diese Bewegung noch wahrnehmbar wäre nicht nur für den normalen Einfall, sondern auch für merklich verschiedene Einfallswinkel. Nun denn:

In gewöhnlicher Weise habe ich in einen Ballon[1]) am Ende eines Hebels, der aus einer ca. 6 mm langen feinen Aluminiumplatte bestand, eine Scheibe von ca. 6 cm Durchmesser befestigt. Der Hebel war auf der anderen Seite balancirt durch ein grobes Jagdschrot; er war genau horizontal gehalten mittels vier Fäden, die ihn auf die Art wie die Schale einer Schnellwage trugen; die vier Fäden waren ihrerseits von einem sehr dünnen Silberfaden gehalten. Ein anderes Mal habe ich in einem Ballon von gleichen Dimensionen einen auf einer Stahlnadel schwebenden, aus einer horizontalen Aluminiumtafel gebildeten Apparat eingeführt, der mit zwei ebenfalls aus Aluminium bestehenden horizontalen Scheiben endigte; die Tafel war 7 cm lang, die Scheibchen hatten 3 cm Durchmesser. Endlich habe ich in einem dritten Ballon, der etwas kleiner als der vorhergehende war, in seinem Centrum auf einer Nadel von Stahl eine horizontale Aluminiumscheibe von 10 cm Durchmesser aufgehangen; auf der Scheibe waren mit einer Spitze zwei aufeinander senkrechte und vollkommen sichtbare Durchmesser eingeritzt. Ferner war in den Ballons die möglichst vollkommene Luftleere hergestellt. Ein Sonnenstrahlenbündel, das mittels einer Linse auf die Tafel oder die Scheiben gerichtet oder concentrirt wurde und mit der zu der Scheibe normalen Geraden einen Winkel von 30 oder 40° bildete, brachte in dem mobilen Systeme keine bemerkbare Ablenkung hervor.

„Ich habe auch Versuche angestellt mit einem Büschel Sonnenlichts, das durch einen schwarzen Spiegel oder auch durch ein grosses Nicol'sches Prisma polarisirt war (Prisma des Ruhmkorff'schen Apparates für die Wirkung des Magnetismus auf die transparenten Körper); in diesem Falle war jedoch das erhaltene Büschel nothwendig sehr geschwächt. Indem ich es (das Büschel) durch eine grosse Fresnel'sche Linse concentrirte, habe ich die Wärmeintensität auf eine solche Höhe getrieben, dass eine der Scheiben zur Drehung kam; in diesem Fall haben sich nur allein Schwingungen (Oscillationen) der Scheibe gezeigt, aber keine eigentliche Rotationsbewegung. Bei diesen Versuchen aber war das Aufhängungssystem so überaus empfindlich (ein sehr dünner Silberfaden, oder eine Glasplatte auf einer stählernen Nadel), das Wärmebüschel so concentrirt, dass, wenn wirklich der directe Antrieb des Lichtes dasjenige wäre, was im Crookes'schen Radiometer die Bewegung des Rädchens hervorbringt, der Hebel be diesen beiden Versuchen in dem Augenblicke, in welchem das Sonnenbüschel daselbst auftraf, einen so starken Stoss hätte erhalten müssen dass er die Scheibchen Hunderte von Umdrehungen hätte machen lassen, bevor sie zum Stillstande gekommen wären.

1) Glasballon von 3 Decimetern Durchmesser, der luftleer gemacht war.

„Mir scheint sonach unzweifelhaft dargethan zu sein, dass man dem gewöhnlichen wie auch dem polarisirten Lichte keine wahrnehmbare Impulsivkraft auf die Körper, auf welche es fällt, zuschreiben darf[1].“

Und weiter unten, auf S. 54 derselben Abhandlung fügte ich bei: „Diese Resultate widersprechen also der Behauptung nicht, dass eine äusserst geringe impulsive Thätigkeit (eine so geringe, dass sie mit den von mir angewendeten Mitteln nicht bemerkt werden konnte) vom Lichte oder von der einfallenden Wärme ausgeübt werden könne.“

Florenz, 1. Juli 1876.

Der Schluss aus meinen Versuchen war also zweifellos und man konnte ihn so ausdrücken: „Auch zugegeben, dass die Strahlungen einen Druck auf die Oberflächen bewirken, so ist doch dieser so gering und so beschaffen, dass er die zuerst von Fresnel[2]) und hernach von Crookes und von mir beobachteten Erscheinungen nicht erklären kann.“

Ich schliesse hier diese kurze, meine Ansprüche reclamirende Mittheilung, da mein Hauptzweck dieser war, meine Priorität (um 8 Jahre) gegenüber Eddy zu wahren, indem ich mir vorbehalte, in nicht ferner Zeit auf den Gegenstand, der den Titel dieses meines Aufsatzes bildet, zurückzukommen.

Florenz, 1. Mai 1884.

Bemerkung zur vorhergehenden Abhandlung.

Ueber verschiedene Hypothesen, die Resultate der Theorie der Strahlung mit dem zweiten Princip der Thermodynamik in Einklang zu bringen.

In jener ersten Arbeit, die denselben Titel hatte wie die vorhergehende Mittheilung, setzte ich zu gewissem Zwecke verschiedene Hypothesen aus einander, die ich hier andeuten will, obschon einige derselben keine grosse Wahrscheinlichkeit bieten und kein grösseres Interesse gewähren als alles, was auf die Geschichte der zur Auffindung der Wahrheit auf dem Gebiete der Erfahrungswissenschaften angestellten Versuche Bezug hat.

---

1) Ich weiss nicht, warum man in den aus dieser meiner Abhandlung gemachten Auszügen von diesem Versuche schweigt, dessen Erfolg zuverlässig, und welcher der wichtigste aus allen von mir beschriebenen ist; und fast scheint er mir auch unter den Tausenden von sonstigen radiometrischen Versuchen, die publicirt worden sind, einer der entscheidendsten zu sein.

2) Fresnel, Ann. de Ch. et de Phys. (2) vol. XXIX p. 57 et 107, wie auch Oeuvres complêtes de A. Fresnel (veröffentlicht von De Senarmont, Verdet etc.) Paris 1868 vol. 2 p. 567—672.

1. Hypothese. Ueber einen von den Strahlungen auf die Oberflächen, auf die sie auftreffen, ausgeübten Druck. Es ist die Hypothese, deren Consequenzen ich experimentell in meiner oben citirten Abhandlung „Sopra i Movimenti etc.“ studirt habe.

2. Hypothese. Betrachtet man genau die Operationen, durch die man Wärme von einem kälteren zu einem wärmeren Körper überführt, so sieht man, wie bei allen erforderlich ist, dass eine Oberfläche senkrecht zu den Strahlungen sich zu bewegen hat; so die sphärische Umhüllung, welche vernichtet wird, oder der sphärische Spiegel von grossem Durchmesser, der stufenweise sich zusammenziehen soll, oder der Spiegelkolben, der in einem unbegrenzten Cylinder gleitet; es bieten sich uns so viele Beispiele hierfür dar. Es würde in allen diesen Fällen genügen anzunehmen, dass eine Arbeit dazu erforderlich sei, um eine Spiegeloberfläche senkrecht zu den Strahlungen zu bewegen, denen sie ausgesetzt ist — eine Arbeit, deren Minimum leicht in Einklang mit dem zweiten Princip zu finden sein wird.

Experimentelle Versuche in diesem Sinne wurden von mir im Sommer 1874 zu Bologna mit den Mitteln angestellt, die mein Lehrer und Freund Emil Villari mir zur Verfügung gestellt hatte; ich liess im luftleeren Raume einen sehr langen horizontalen Hebel oscilliren, der an einem Ende einen leichten, senkrecht zum Hebel befestigten Verticalspiegel von 40^{qcm} Oberfläche trug; ich liess das System zuerst lange im Finstern schwingen, sodann mit einem Sonnenstrahlenbüschel, das zum Spiegel senkrecht war. Das logarithmische Decrement der Schwingungsweiten (nach Hunderten von Schwingungen berechnet), das im ersten Falle 0,35984 war, reducirte sich im zweiten Falle auf 0,34439 (die erste und die letzte Schwingungsweite waren in beiden Fällen wahrnehmbar gleich); aber es blieb ungewiss, ob diese Verminderung nicht den Störungen zuzuschreiben sei, welche das in den Apparat eingeführte Sonnenstrahlenbüschel an dem beweglichen Systeme hervorbrachte, und die zu verhindern ich ausser Stand war. Ich habe ferner den Versuch auf andere Weise wiederholt, die geeignet war, irgend ein entscheidendes Resultat zu liefern, und habe die, wenn auch für jetzt noch unvollständigen Resultate in einem versiegelten Schreiben niedergelegt, das im März 1882 einer berühmten Akademie anvertraut wurde.

3. Hypothese. Das Emissionsvermögen eines Körpers, das, wie Clausius bewiesen hat (im Zusammenhang mit dem zweiten Princip der Wärmedynamik), auch von der Eigenschaft des den Körper umgebenden Mediums abhängt, muss auch von den Bedingungen und Umständen der Körper abhängen, mit denen er Strahlungen aus-

tauscht[1]), in der Art, dass es gleich Null wird, im Falle der Körper von einer vollkommen reflectirenden Hülle umgeben ist, dagegen wenn die Umhüllung nicht vollkommen reflectirt, so klein, dass in diesem letzteren Falle die directe Wärmeumwandlung, d. i. der Uebergang der Wärme auf den Spiegel, jener umgekehrten gleich wird, die man durch eine der von mir angegebenen Operationen erzielt; und diese Hypothese würde wieder die andere vom beweglichen Gleichgewichte oder von der Strahlung umstossen, die jetzt von Allen angenommen wird. Aber diese in sich wenig wahrscheinliche Hypothese eignet sich sehr wenig für einen Versuch, der darüber entscheiden liesse.

4. Hypothese. Man kann den Aether oder das unbekannte Etwas, das die Strahlungen in dem von wägbarer Materie freien Raum leitet, als ein (wenn auch noch so leichtes) materielles Mittel betrachten, das in gewissem Maasse verschiedene Temperaturgrade zu haben fähig ist, und annehmen, dass die Strahlungen, welche darin fortgeleitet werden, bei ihrer Fortpflanzung eine Art Reibung erfahren, die einen Theil derselben absorbiren würde; und dieser Theil müsste ein solcher sein, dass er die umgekehrte Wärmeumwandlung, die in den von mir angegebenen Operationen stattfindet, compensirte. Diese Hypothese würde nicht in Widerspruch stehen mit den Folgerungen, zu denen Müller[2]) in einer beachtenswerthen Abhandlung gekommen ist, worin er mit sehr feinen Mitteln die Geschwindigkeitsänderungen misst, welche die Strahlungen erfahren, wenn man die Intensität der Strahlung und die Zahl der zugehörigen Vibrationen abändert.

Dies waren die Hypothesen, die ich damals discutirte; ich habe sie hier nahezu mit denselben Worten wiedergegeben.

P. S. Während ich dieses Manuscript zum Drucke einlieferte, kam mir die Nr. 5 der „Annalen der Physik“ von Wiedemann zu. Darin findet sich auf S. 31 eine Abhandlung Boltzmann's mit dem Titel: „Ueber eine von Hrn. Bartoli entdeckte Beziehung der Wärmestrahlung zum zweiten Hauptsatze“; ich habe nicht mehr Zeit gehabt, sie genau zu prüfen; aber meine Priorität gegenüber Eddy ist darin unzweifelhaft anerkannt.

1) Clausius, Pogg. Ann. Bd. 121 S. 1 (1864) und Wüllner, Physik (Leipzig 1875) Bd. 3 S. 216—217.

2) Pogg. Ann. Bd. 115 S. 86 (1872).

Eine neue Methode zur Bestimmung der Gravitationsconstante[1]).

Von

Arthur König und **Franz Richarz.**

Die älteren Versuche zur Bestimmung der Gravitationsconstante benutzen das Pendel und die Drehwaage als Messinstrumente. Beide Apparate werden aber an Genauigkeit in Bezug auf diese Messungen bei weitem übertroffen von der Waage, welche zuerst von Herrn v. Jolly[2]) auf Probleme der Gravitation angewandt ist. Er äquilibrirte eine und dieselbe Masse ein Mal durch Aufsetzen von Gewichtsstücken auf eine in gleicher Höhe befindliche Waagschale, ein anderes Mal durch Aufsetzen von Gewichtsstücken auf eine 21^{m} tiefer befindliche, mit jener oberen durch einen Draht verbundenen Waagschale. Die Differenz ergab die Abnahme der Schwere mit der Höhe. Er baute dann unterhalb der unteren Schale eine 5775^{kg} schwere Bleikugel auf und bestimmte wiederum die entsprechende Differenz. Die Zunahme derselben ergab die Attraction der Bleikugel auf die Gewichte in der unteren Schale, da bis zur oberen Schale, wie der Versuch ergab, die Bleikugel keine messbare Wirkung ausübte. Die wesentlichsten Fehlerquellen sind die durch die Höhe des Beobachtungsraumes unvermeidlichen Temperaturdifferenzen, sowie die durch Luftströmungen an dem 21^{m} langen Drahte verursachte Reibung.

Gänzlich unabhängig von einander sind wir beide auf eine Methode gekommen, bei welcher die vierfache Attraction der benutzten Bleimasse zur Messung durch die Waage gelangt und überdies Temperaturdifferenzen und Luftströmungen fast völlig vermieden werden können.

---

1) Von den Herren Verfassern mitgetheilt aus Berl. Akad. Bd. 52 S. 1203 (1884).

2) Ph. v. Jolly, Abh. d. kgl. bayer. Akad. d. Wiss. II. Cl. Bd. 13 u. 14 und Wied. Ann. Bd. 14.

In der Mitte der horizontalen Oberfläche eines parallelepipedischen Bleiklotzes ist eine Waage so aufgestellt, dass ihre Schalen möglichst nahe über der Oberfläche schweben. Unter jeder Schale ist der Bleiklotz vertical durchbohrt und vermöge zweier durch diese Löcher führenden Stangen sind an den oberen Schalen zwei andere Schalen so angehängt, dass sie sich dicht unterhalb des Klotzes befinden.

Eine Masse m auf der Schale rechts oben wird durch Gewichtsstücke m_u in der Schale links unten ins Gleichgewicht gebracht. Dieselbe Masse m wird dann auf die Schale rechts unten gesetzt und mit Gewichtsstücken m_0 auf der Schale links oben äquilibrirt. Nehmen wir zur Vereinfachung der nachfolgenden schematischen Berechnung an, der absolute Werth der verticalen Componente der beschleunigenden Kräfte, welche der Klotz am Orte der oberen und unteren Schalen ausübt, sei derselbe; er werde mit k bezeichnet. Nennen wir g_0 resp. g_u den Werth der Schwere am Orte der oberen resp. der unteren Schalen, so gelten für die beiden Wägungen die Gleichungen:

$$m(g_0 + k) = m_u(g_u - k),$$
$$m(g_u - k) = m_0(g_0 + k).$$

Daraus folgt:

$$\delta_m = m_u - m_0 = m\frac{(g_0 + k)^2 - (g_u - k)^2}{(g_0 + k)(g_u - k)}.$$

Setzen wir nun $g_u = g_0 + \gamma$, so wird, wenn man beachtet, dass k und γ gegen g_0 sehr klein sind:

$$\delta_m = \frac{2m}{g_0}(2k - \gamma).$$

Die Grösse γ ist zu bestimmen durch Wägungen, welche an derselben Waage in gleicher Weise vor Aufbau des Bleiklotzes ausgeführt sind. Es ist für zwei solche Wägungen, wenn wir unter m dieselbe Masse wie oben verstehen, und m_u' resp. m_0' den obigen Werthen m_u resp. m_0 entsprechen:

$$m g_0 = m_u' g_u,$$
$$m g_u = m_0' g_0.$$

Daraus folgt:

$$\delta_m' = m_0' - m_u' = m\frac{g_u^2 - g_0^2}{g_u g_0}.$$

Setzen wir wieder

$$g_u = g_0 + \gamma,$$

so wird:

$$\delta'_m = \frac{2\gamma}{g_0} m.$$

Also

$$\gamma = \frac{\delta'_m g_0}{2m}.$$

Führen wir diesen Werth in den Ausdruck für δ_m ein, so ergibt sich:

$$\delta_m = \frac{2m}{g_0}\left(2k - \frac{\delta'_m g_0}{2m}\right)$$

$$= \frac{4mk}{g_0} - \delta'_m.$$

Demnach ist

$$k = \frac{g_0}{4m}(\delta_m + \delta'_m).$$

Wir erhalten also k aus den zu messenden Grössen g_0, m, δ_m und δ'_m, wobei für die Beurtheilung der Genauigkeit darauf hingewiesen werde, dass δ_m und δ'_m beide positiv sind.

Ist nun V das Potential des Bleiklotzes, G die Gravitationsconstante, z die verticale Coordinate, so ist

$$k = G\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Der Differentialquotient $\frac{\partial V}{\partial z}$ lässt sich aus den bekannten Dimensionen des Parallelepipeds und dem Orte der Schalen berechnen; unsere Beobachtungen ergeben also die Gravitationsconstante G und damit auch die mittlere Dichtigkeit der Erde.

Es sind von uns bereits die einleitenden Schritte zur experimentellen Ausführung dieser Methode geschehen. Wir gedenken eine Bleimasse zur Anwendung zu bringen, welche etwa die doppelte Attraction der von Hrn. v. Jolly benutzten Kugel ausübt; die Bestimmung der Grösse k könnte also von uns unter sonst gleichen Umständen bereits mit der achtfachen Sicherheit ausgeführt werden. Ueberdies sind wir bei dem bedeutend kleineren Abstand der oberen von den unteren Waagschalen ($1\frac{1}{2}-2^m$) in der Lage, die Vertauschung der Gewichtsstücke innerhalb eines geschlossenen Kastens durch eine automatische Vorrichtung auszuführen, wodurch Temperaturunterschiede und Luftströmungen fast völlig vermieden werden. Wir können also mit Gewissheit eine erheblich grössere Genauigkeit unserer Bestimmung erwarten.

Elektrische Lampen für Demonstrations- und Projectionszwecke.

Von

W. E. Fein.

Für die vorstehenden Bedürfnisse sind in den meisten Fällen nur solche Lampen zu verwenden, welche mit verhältnismässig schwachen Strömen functioniren, wie sie insbesondere durch dynamo-elektrische Maschinen mittels Handbetrieb geliefert werden.

Da aber die Construction dieser Maschinen den verschiedenen Ansprüchen, die an sie gestellt werden, entsprechend, derartig sind, dass sie einestheils quantitative, anderntheils Spannungsströme liefern, so habe ich auch für ihre Verwendbarkeit zur Erzeugung des elektrischen Lichtes zweierlei Lampensysteme hergestellt, wovon die eine, die Contactglühlampe, mit Strömen der erstgenannten Art, die andere, die kleine Bogenlampe, mit solchen der zweiten Art in vortheilhafter Weise betrieben wird.

Trotzdem sich diese beiden Systeme durch ihre grosse Einfachheit in der Construction auszeichnen, haben sie sich ihrer guten und vollkommen zuverlässigen Function wegen nicht allein in Laboratorien und beim Unterricht für die oben angegebenen Zwecke, sondern auch beim praktischen Gebrauch auf industriellen Gebieten eingebürgert und bewährt.

Im nachfolgenden sind diese beiden Lampenconstructionen in Kürze beschrieben und in den Figuren 1 und 2 abgebildet.

1. Contactglühlampe.

Der Kohlenstab der Lampe (Fig. 1) befindet sich in der mit Wasser gefüllten Röhre *R* und hat durch den Auftrieb des im Innern befindlichen Schwimmers *W* fortwährend das Bestreben in die Höhe zu steigen, wobei er seine Führung und Stromzuleitung durch eine

im oberen Theile der Lampe befindliche Platinhülse, deren Lichtweite dem Durchmesser der Kohle entspricht, erhält und sich leicht gegen das kupferne Contactrad *C* anlegt, so dass beim Abbrennen der Kohle ein gleichmässiges Verschieben eintritt. Hierbei ist die Grösse des Schwimmers *W* so bemessen, dass ein zu starkes Andrücken des glühenden Kohlenstabs an das Contactrad und dadurch die Gefahr des Abbrechens der leuchtenden Spitze vermieden wird. Das Contactrad ist durch die correspondirende Drahtklemme mit dem negativen Pole der Stromquelle zu verbinden, während die andere Klemme zur Aufnahme des positiven Zuleitungsdrahtes dient und durch die Metallmasse der Lampe mit der Kohle in Verbindung steht.

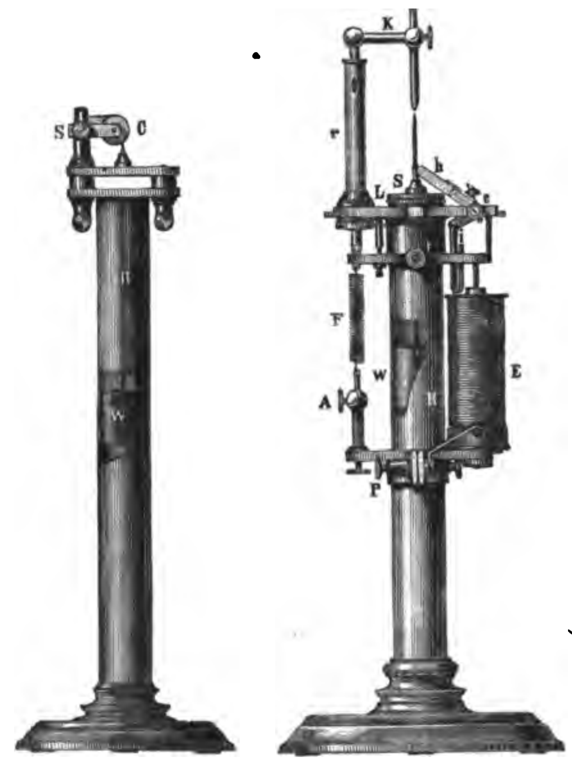


Fig. 1. Fig. 2.

Beim Einsetzen eines neuen Kohlenstabs wird die Schraube *S* des Contactradträgers gelöst und dieser so weit zur Seite gedreht, bis derselbe durch die Platinhülse eingeschoben werden kann, worauf das Contactrad wieder in seine vorige Lage zurückgebracht wird.

Die Lampe kann mit verschiedenen Stromstärken betrieben werden und gibt bei einer solchen von 10 Ampères bei 6—8 Volts Spannung eine Lichtstärke von ca. 40 Normalkerzen.

2. Kleine Bogenlampe.

Der untere Kohlenstab dieser Lampe, welche in Fig. 2 abgebildet ist, befindet sich in ganz ähnlicher Weise wie bei der vorhin beschriebenen Construction in der mit Wasser gefüllten Röhre *R* und hat wieder durch den Auftrieb des Schwimmers *W* das Bestreben, in die Höhe zu steigen. Das obere Ende dieser Röhre ist durch den

abschraubbaren Metalldeckel L geschlossen, der mit einer Platinhülse versehen ist, welche dem Kohlenstab zur Führung dient.

Der obere Kohlenhalter K, welcher seine verticale Führung in der isolirten Röhre r hat, steht durch einen Leitungsdraht mit einer auf der Zeichnung durch das Rohr R verdeckten Klemme in Verbindung, welche mit dem positiven Pol der Stromquelle verbunden wird, und ruht mit seinem unteren Ende auf der einen Seite des zwischen zwei Spitzenschrauben leicht drehbaren Doppelhebels t, während dieser auf seiner anderen Seite einen Eisenkern trägt, welcher in das Solenoid E hineinragt, dessen Windungen einestheils mit dem Körper der Lampe, anderntheils mit der Drahtklemme P verbunden sind, die zur Aufnahme des negativen Zuleitungsdrahtes dient. Schaltet man mittels den beiden erwähnten Klemmen die Lampe in einen Stromkreis, so wird der genannte Eisenkern in das Solenoid gezogen, wobei sich der Doppelhebel t etwas dreht und den oberen Kohlenhalter zur Bildung des Lichtbogens in die Höhe hebt. Gleichzeitig verliert aber der kleine Winkelhebel h seinen Stützpunkt, indem sich der in den Doppelhebel t eingeschraubte Stift abwärts bewegt, so dass sich der Hebel h an die untere Kohle legen kann und diese festhält.

Durch das Abbrennen der Kohlen wächst der Widerstand im Stromkreis, der Strom selbst wird schwächer, und mit ihm die anziehende Wirkung des Solenoids E. Die Spiralfeder F erhält das Uebergewicht und zieht den Doppelhebel t etwas zurück, wodurch sich der obere Kohlenhalter K dementsprechend senkt.

Im ferneren Verlauf des Brennens wird aber auch der Hebel h etwas gehoben, so dass durch den Auftrieb des Schwimmers auch das Nachschieben der unteren Kohle erfolgen kann.

Die Spiralfeder F wirkt der anziehenden Kraft des Solenoids entgegen und lässt sich durch die Stellschraube A mehr oder weniger stark spannen, wodurch die Lampe für eine kleinere oder grössere Lichtbogenlänge eingestellt wird.

Die Lampe gibt bei Verwendung einer Stromquelle von 3 bis 4 Ampères Stärke und 50 Volts Spannung ein ruhig weisses Licht von ca. 300 bis 400 Normalkerzen.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 13. Januar 1885.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. K. Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Vorträge wurden gehalten von Prof. Dr. Jos. Eder über seine Methoden, photographische Platten für langwellige Lichtstrahlen empfindlich zu machen, und von Prof. V. Pierre über einige vom Mechaniker Frenzel construirte Dynamomaschinen und über die Fehler bei Widerstandsmessungen mittels der Thomson'schen Doppelbrücke.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Secretär.

Eingesendete Bücher.

Dr. E. Rethwisch, Der Irrthum der Schwerkrafthypothese. Kritik und Reformthesen. Freiburg i. B., Kiepert's Verlag. 1884. 119 S. — Die Tendenz des Buches geht dahin, alle Bewegung kosmischer Massen nicht auf Gravitation, sondern auf die Axendrehung zurückzuführen.

Salv. Raineri, La Navigazione elettrica. Rom, Löscher's Verlag. 1885. 158 S. mit 20 Abb. — Darstellung der historischen Entwickelung der elektrischen Schifffahrt, sowie der dazu verwendeten Dynamomaschinen, Batterien und Accumulatoren.

Sir W. Siemens, Ueber die Erhaltung der Sonnenenergie. Berlin, J. Springer's Verlag. 1885. 155 S. mit Abb. Deutsch von C. E. Worms. 4 Mk. — Enthält eine Sammlung von Arbeiten und Vorträgen des berühmten Gelehrten, worunter namentlich die ausführlich mitgetheilte Polemik über dessen neue Sonnentheorie gegen die französischen Gelehrten Faye und Hirn die Aufmerksamkeit fesselt, deren Einwendungen gleichfalls abgedruckt sind. Besonders bemerkenswerth ist die zum Schlusse abgedruckte Arbeit Siemens', „das Abhängigkeitsverhältnis zwischen Ausstrahlung und Temperatur“.

Dr. F. Rosenberger, Ueber die Genesis wissenschaftlicher Entdeckungen und Erfindungen. Ein Vortrag. Braunschweig, Vieweg's Verlag. 1885. 29 S. 80 Pf. — Der sehr anziehende Vortrag behandelt das gewählte Thema nach den drei Richtungen: Entdeckungen des Zufalls, Entdeckungen der Arbeit und Entdeckungen des Genies. Zahlreiche passend gewählte Beispiele aus der Geschichte der Naturwissenschaften erläutern das Vorgebrachte.

Zeitschrift zur Förderung des physikalischen Unterrichts, herausgegeben und redigirt vom phys.-techn. Institute Lisser & Benecke. Berlin 1884. Heft 1 und 2. — Enthält eine reiche Auswahl kleiner physikalischer Aufsätze, namentlich betreffend die Anstellung von Schulversuchen sowie zahlreiche Beschreibungen gut verwendbarer Apparate. Namentlich Lehrern an Mittelschulen wird vieles daraus willkommen sein.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Hülfstafeln für barometrische Höhenmessungen

berechnet und herausgegeben

von

Ludwig Neumeyer,

Hauptmann und Sectionschef im Topographischen Bureau des kgl. bayer. Generalstabes.

Supplement zu Carl's Repertorium für Experimental-Physik Bd. 13. *Preis M. 4. 50.*

Im Verlag von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Das internationale

Elektrische Maasssystem

im Zusammenhange mit anderen Maasssystemen

dargestellt von

F. Uppenborn, Ingenieur,

Redacteur des Centralblattes für Elektrotechnik.

2. Auflage.

Lex. 8°. 26 Seiten, brosch. Preis *M.* 1.—.

Enthält die Beschlüsse der beiden Pariser Congresse (1881 und 1884) nebst genauer Erläuterung von deren Consequenzen.

Kalender für Elektrotechniker.

Herausgegeben von

Dr. W. A. Nippoldt und F. Uppenborn.

Zweiter Jahrgang 1885.

8°. 28 Bogen mit 130 Abbildungen.

In Brieftaschenform elegant gebunden Preis 4 Mark.

☞ Preis-Ermässigung ☜

Repertorium für Experimental-Physik, für physikalische Technik, mathematische und astronomische Instrumentenkunde.

Herausgegeben von Prof. **Dr. Ph. Carl.**

Um neu eintretenden Abonnenten der Zeitschrift die Erwerbung eines completen Exemplares zu erleichtern, hat sich die Verlagshandlung entschlossen, den Preis der bis jetzt erschienenen Jahrgänge derart zu ermässigen, dass sie, soweit der sehr geringe Vorrath reicht, complete Exemplare vom

Jahrgang 1865—1882 inclusive

nebst Supplement zum Jahrgang 1877: „Neumeyer, Hilfstafeln für barometrische Höhenmessungen" und „Obach, Hilfstafeln für elektrische Leitungswiderstände"

statt für Mark 374.—. für Mark 100.

bis auf Weiteres erlässt.

Einzelne Bände aus obiger Sammlung werden nur zum vollen Preise geliefert.

München und Leipzig — **R. Oldenbourg,**
Glückstrasse Nr. 11. Rossplatz Nr. 17. — Verlagsbuchhandlung.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4. (20a/3)	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen und electr. Messinstrumente.
Schuckert, S., Nürnberg. (18a/3)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (19a/3)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

Lazare Weiller's Patent Silicium-Kupfer

aus vorzüglichstem Lake superior Kupfer, für isolirte Elektricitäts-Leiter, Kabel etc.

Silicium-Bronze (nicht oxydirend)

vereinigt die grösste Zähigkeit, Elasticität und Festigkeit in sich, ermöglicht die Anwendung dünner, leichter Drähte und langer Freispannungen, ist sehr gut leitungsfähig; eingeführt und bewährt bei

oberirdischen Telegraphen-, Telephon-

und sonstigen elektrischen Anlagen jeder Art.

Extra Silicium-Bronze- und **Silicium-Messing-Draht**

bis zu den allerfeinsten Drahtstärken; ist besonders geschmeidig, auch widerstandsfähig gegen chemische Einwirkungen. — Für Metalltücher zur Papierfabrikation, Filter etc. — Siebe aus L. Weiller's Silicium-Drähten sind sehr dauerhaft.

L. Weiller's Bronze-Legirungen in Barren

(zollfrei) oder nach Modell gegossen für Waggon- und Lokomotiv-Lager, dynamoelektrische und sonstige Maschinen-Bestandtheile, welche starker Abnützung ausgesetzt sind. — Bronze-Blech.

Generalvertreter: **J. B. Grief,**
Wien, Tuchlauben 11. (16a/3)



(1/3)

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Die Erhaltung der Energie
als Grundlage der neueren Physik.

Von **Dr. G. Krebs** in Frankfurt am Main.

212 Seiten mit 65 Holzschn. Preis brosch. 3 M., geb. 4 M

Inhalt. Die Veränderungen in der Natur. — Kraft und Masse. — Die Umsetzung der endlichen Bewegungen. — Der Begriff der Arbeit und der Energie. — Die Schallschwingungen. — Die Umsetzung kinetischer Energie in calorische und das mechanische Aequivalent der Wärme. — Die innere Constitution und die drei Aggregatzustände der Körper. — Die Fortpflanzung der Wärme und des Lichts. — Identität von Licht und Wärme. — Elektricität und Magnetismus. — Die Zerstreuung der Energie.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik **dynamo-elektrischer Maschinen**

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (17a 3)

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 4. Heftes.

Die Grösse der Atome. Von Sir William Thomson. (Fortsetzung und Schluss.) S. 217.
Elektrische Theorie und Messungen in der Schule. Von Dr. A. Kurz. S. 241.
Die Deformation der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde. Von Prof. E. v. Fleischl. S. 252.
Ueber die Fortpflanzung des Lichtes in einem katadioptrischen Systeme. Von Angelo Battelli. S. 267.
Ein Universal-Pachytrop. Von Franz Daurer. S. 281.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 27. Januar 1885. S. 290.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 10. Februar 1885. S. 290.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Die Grösse der Atome.

Von

Sir William Thomson.

(Fortsetzung und Schluss.)

Zu ähnlichen Schlüssen führt uns die merkwürdige und überaus interessante Erscheinung der Seifenblasen. Alte und junge Philosophen, die sich mit Seifenblasen abgeben, bewundern hier eines der interessantesten Dinge aus dem ganzen Gebiete der physikalischen Wissenschaft. Machen Sie eine Seifenblase und betrachten Sie diese — Zeit Ihres Lebens können Sie da studiren und immer wieder physikalisch Neues lernen. Sie sehen jetzt auf diesem Schirme hier das Bild einer dünnen Lamelle aus Seifenwasser innerhalb eines Metallringes, indem das Licht von der Lamelle, welche den Ring ausfüllt, reflectirt und in passender Weise auf dem Schirme vereinigt wird. Es zeigen sich Farben, die den Newtonischen Ringen analog sind. Im Bilde hier steht das Unterste nach oben. Die Flüssigkeit rinnt herunter (im Bilde hinauf) und die Lamelle wird von oben her immer dünner. Zunächst sehen wir diese brillante grüne Farbe. Das Häutchen wird immer dünner und dünner und die Farben ändern sich, wie Sie hier sehen, in prächtiger Reihenfolge durch ein dunkles und dann lichteres Roth in dunkles und helles Gelb, dann wird die Färbung grün, blau, violett und schliesslich ganz dunkel; sowie Sie aber hier den dunklen Fleck erblickten, ist die Lamelle auch schon zerrissen. Dieselbe scheint ihre Spannung allmählich zu verlieren, sowie sie bedeutend dünner als ein Viertel der Wellenlänge des Gelb wird, welche Dicke jenem dunklen Weiss entspricht, das dem schliesslichen Dunkel vorangeht. Auch wenn Sie Ihre Hände waschen, können Sie eine solche Lamelle, wie diese hier, zwischen den Zeigefingern und Daumen bilden und die Farben beobachten. Sowie Sie auch da einen oder mehrere schwarze

Flecke sehen, wird das Häutchen sehr bald zerreissen. Die Lamelle behält ihre Spannung so lange bei, bis sie viel dünner als $^1/_{60000}$ eines Centimeters wurde, was ja die Farbe des dunklen Weiss ist [1]).

Newton erzählt uns in folgender Stelle seiner „Optics" (p. 187 und 191 der Ausgabe 1721, Buch II Thl. I) mehr über diese wichtige Erscheinung des dunklen Fleckes, als der Mehrzahl der besten modernen Beobachter bekannt ist.

„Beob. 17. — Wenn man Wasser durch Auflösen von Seife zähe macht und daraus eine Blase bläst, so wird dieselbe wie allgemein bekannt, bald in einer Reihe von glänzenden Farben erscheinen. Um Störungen durch äussere Luftzüge abzuhalten (wodurch diese Farben sich unregelmässig übereinander schieben und eine genaue Beobachtung derselben unmöglich machen), bedecke man die Seifenblase rasch mit einem klaren Glase. Dann treten die Farben in einer sehr grossen Regelmässgikeit auf, als eine Anzahl concentrischer Ringe, welche den obersten Punkt der Kugel umgeben. In demselben Maasse als die ganze Seifenblase durch das Herunterrinnen des Wassers allmählich dünner wird, dehnen sich die Ringe allmählich aus und rücken nach abwärts, wo sie hintereinander verschwinden. Nachdem oben am höchsten Punkte alle Farben aufgetreten sind, bildet sich an derselben Stelle ein kleiner, runder, dunkler Fleck, der sich allmählich ausdehnt und oft mehr als ein halb oder dreiviertel Zoll breit wird, bevor die Blase zerplatzt. Zuerst glaubte ich, dass das Wasser an dieser Stelle kein Licht reflectire, als ich jedoch genauer zusah, bemerkte ich innerhalb noch mehrere kleinere Flecke, welche viel dunkler und schwärzer als der übrige Theil erschienen, es musste also dieser weniger dunkle Theil immer noch Licht reflectiren. Durch weitere Versuche fand ich, dass ich das Spiegelbild einiger Dinge (einer Kerze oder der Sonne), nicht nur im grossen dunklen Flecke, sondern auch in den darin befindlichen kleineren und dunkleren Stellen sehen konnte."

---

1) Seit diese Vorlesung gehalten wurde, veröffentlichen die Professoren Reinold und Rücher vor der Royal Society eine Abhandlung unter dem Titel: „Ueber die Grenzen der Dicke von Flüssigkeitshäutchen", wovon ein Auszug in der „Proceedings" Nr. 225 (1883) erschien. Diese Autoren geben folgende Resultate für die Dicke einer dunklen Lamelle folgender Füssigkeiten:

Flüssigkeit	Methode	mittlere Dicke
Plateau's „Liquide Glycerique"	elektrisch	$0{,}119 \times 10^{-5}$ cm
	optisch	$0{,}107 \times 10^{-5}$
Seifenlösung	elektrisch	$0{,}117 \times 10^{-5}$
	optisch	$0{,}117 \times 10^{-5}$

Es ist also die Dicke des „Liquide Glycerique" und der Seifenlösung, welche kein Glycerin enthält, nahezu gleich und etwa $^1/_{50}$ der Wellenlänge des Natriumlichtes.

„Beob. 18. — War das Wasser nicht sehr zähe, so zeigten sich die schwarzen Flecke mitten im Weiss, ohne ein wirkliches Auftreten von Blau. Manches Mal zeigten sie sich auch im vorausgehenden Gelb oder Roth und vielleicht auch im Blau zweiter Ordnung, noch bevor die zwischenliegenden Farben zu entstehen Zeit hatten."

Nun habe ich Gründe und zwar unwiderlegliche Gründe zur Behauptung, dass ein derartiges Häutchen bei einer Dicke von $^1/_{100\,000\,000}$ Centimeter seine Spannung nicht mehr behalten kann, weil nämlich die Kraft, welche nöthig ist um ein Häutchen weiter zu zerstrecken, genügend wäre, dasselbe in Dampf zu verwandeln.

Die Theorie der Capillarattraction zeigt, dass, wenn man eine Blase, eine Seifenblase z. B., immer grösser und grösser bläst, beim Dehnen des Häutchens Arbeit geleistet wird, indem dieses ebenso wie eine elastische Membran der Ausdehnung mit einer constanten zusammenziehenden Kraft Widerstand leistet. Diese zusammenziehende Kraft berechnet sich per Einheit der Breite mit einer gewissen Anzahl von Krafteinheiten. Beobachtungen über den Aufstieg des Wassers in capillaren Röhren zeigen, dass die zusammenziehende Kraft des Wassers per Millimeter Breite gegen 16 Milligramm Gewicht beträgt. Wenn man daher jene Arbeit in Millimeter-Milligramm rechnet, welche nöthig ist, um ein Wasserhäutchen bis zu einer gewissen Dünne zu strecken, so ist dieselbe gleich der sechzehnfachen Zahl der Quadratmillimeter, um welche die Fläche sich ausdehnte, vorausgesetzt, dass das Häutchen dabei nicht so dünn wurde, dass dadurch irgend eine merkliche Verkleinerung seiner zusammenziehenden Kraft eingetreten wäre. In einem Artikel „Ueber die Wärmewirkungen beim Ausziehen dünner Flüssigkeits-Häutchen", veröffentlicht in den „Proceedings of the Royal Society" April 1858, bewies ich aus dem zweiten thermodynamischen Hauptsatze, dass man dem Häutchen um die Hälfte mehr Energie in der Form von Wärme zuführen müsse, um beim Dehnen desselben ein Absinken seiner Temperatur zu vermeiden.

Nehmen wir an, es sei ein Häutchen von der Dicke eines Millimeters gegeben und es werde dessen Oberfläche zehntausend und ein Mal vermehrt, die dann dem ursprünglichen Häutchen mitgetheilte, d. h. die per Milligramm Masse geleistete Arbeit würde 240000 Millimeter-Milligramm sein. Das entsprechende Wärmeäquivalent beträgt mehr als einen halben Centigrad (0,57°) Temperaturerhöhung der ganzen Substanz. Die Dicke, bis zu welcher das Häutchen unter dieser Annahme reducirt wurde, ist sehr nahe gleich $^1/_{10\,000}$ Millimeter. Die gewöhnlichsten Beobachtungen bei den Seifenblasen zeigen, dass bei einer solchen Reduction der Dicke auf $^1/_{10\,000}$ Millimeter keine merkliche Verminderung der zusammenziehenden Kraft stattfindet, um so mehr,

als jene Dicke, welche das erste Helligkeitsmaximum rings um jenen schwarzen Fleck gibt, wo die Blase am dünnsten ist, nur etwa $^1/_{8000}$ Millimeter beträgt.

Es ist also bis hierher der Arbeitsbetrag ein sehr mässiger. Um aber das Häutchen noch weiter zu strecken, um es bis auf $^1/_{10\,000\,000}$ Millimeter ($^1/_{100\,000\,000}$ Centimeter) zu bringen, dazu bedürfte es einer Arbeit, welche mehr als 2000 Mal so gross ist, als die eben berechnete. Das Wärmeäquivalent ist 280 Mal jene Wärmemenge, welche die Temperatur der Flüssigkeit um 1° C. erhöhen würde. Bei gewöhnlichem Drucke würde schon die Hälfte dieses Betrages genügen, um die Flüssigkeit in Dampf zu verwandeln. Es ist hier die Schlussfolgerung unerlässig, dass die zusammenziehende Kraft eines Wasserhäutchens bedeutend fällt, bevor die Dicke sich bis auf $^1/_{10\,000\,000}$ eines Millimeters reducirte. Nun kann aber wohl mittels keiner irgendwie annehmbaren Moleculartheorie eine beträchtliche Abnahme der zusammenziehenden Kraft erklärt werden, so lange noch mehrere Moleküle der Quere nach nebeneinander liegen. Es ist also wahrscheinlich, dass bei einer Dicke des Wassers von $^1/_{10\,000\,000}$ Millimeter nicht mehr einige Moleküle nebeneinander liegen können.

Wir wollen nun ein weiteres Beispiel einer weit gehenden Zertheilung der Materie betrachten. Sie sehen hier in einem Kästchen, welches, wie ich glaube, Prof. Brandes der Royal Institution zurückgelassen, diese prächtigen Farben eines polirten Stahlstabes, welche durch verschieden starke Erhitzung des Stabes entstanden sind. Diese Farben, welche die Hitze auch an anderen polirten Metallflächen erzeugt, rühren von einem dünnen Häutchen von transparentem Oxyde her und die Nüancirung der Farbe hängt wie bei den Seifenblasen oder bei der dünnen Luftschicht in den Newton'schen Ringen, von der Dicke der Schicht ab, die durch Vereinigung des oxydirbaren Metalles mit dem Sauerstoff der Luft, also durch eine wirkliche Verbrennung der Oberfläche, entsteht.

Sie sind ja Alle gar wohl vertraut mit den prächtigen und herrlich vertheilten Farbenfransen, an all' den polirten Stahlgittern und Feuerreihen, welche glücklich jener unglückseligen Regel häuslicher Aesthetik entronnen sind, kraft welcher diese Instrumente zu kalter Frostigkeit zurückgeglättet werden, statt dass man sie dieses schöne Spiel einer Wärmewirkung zeigen liesse, der ausgesetzt zu sein, ihre Existenzberechtigung bildet. Die Dicke jener Oxydschicht, welche die erste wahrnehmbare Farbe, ein bleiches Orange oder Röthlichgelb zeigt, weil durch Interferenz der an beiden Oberflächen des Häutchens reflectirten Strahlen das violette und blaue Licht am meisten und alles andere weniger geschwächt wird, diese Dicke beträgt etwa

$^1/_{100000}$ Centimeter und ist oft etwas kleiner als ein Viertel einer Wellenlänge des blauen Lichtes im Oxyd.

Es kommt uns hier die so vieles aufdeckende Spürkraft der Elektricität zu Hilfe und beweist uns durch eine Kraft, welche — was sie auch sei — längs dieses Oxydhäutchens ausgebreitet ist, das Vorhandensein einer Schicht, welche beträchtlich kleiner ist als $^1/_{100000}$ Centimeter, ja welche so dünn ist, dass sie absolut kein Licht reflectiren kann, also vollständig undurchsichtig ist. Wenn in einem zur Messung der Contactelektricität bestimmten Apparate zwei ganz frisch polirte Kupferplatten als Volta-Condensator verwendet werden, so ist die Wirkung absolut gleich Null. Wenn man aber die eine Platte wegnimmt und dadurch, dass man sie auf ein heisses Eisen legt, leise erwärmt, dann auskühlen lässt und wieder in den Volta-Condensator zurückbringt, so zeigt sich nach metallischer Verbindung der beiden Platten, auf der so behandelten Platte negative Elektricität condensirt, auf der frischen Kupferplatte aber positive. Wenn derselbe Process mit etwas höheren Temperaturen wiederholt wird, oder wenn man die Platte längere Zeit exponirt, so wird dadurch die elektrische Differenz vermehrt. Diese Wirkungen sind schon lange ganz merklich, bevor noch die durch die Wärme veränderte Kupferoberfläche irgend eine Färbung zeigt. Der Effect steigt mit steigender Temperatur der erwärmenden Quelle, bis sich schliesslich auch eine Färbung zeigt, welche mit Bräunlichroth beginnend durch Roth hindurch in ein tiefdunkles Schieferblau übergeht, wo dann ein weiteres Erhitzen die Wirkung nicht mehr zu steigern scheint. Der grösste contactelektrische Effect, welchen ich auf diese Weise zwischen einer hellen Kupferplatte und einer durch Oxydation fast ganz geschwärzten Kupferplatte erhielt, war so gross, dass ich bei meiner Versuchsanordnung[1]) zur Neutralisirung etwa die Hälfte des Potentiales einer Daniellzelle bedurfte.

Einige bisher noch nicht veröffentlichte Versuche, welche ich vor 14 Jahren machte, zeigten mir einen geradezu überraschenden Einfluss eines ganz unfassbaren, schwachen Hauches von Joddämpfen. Der Einfluss auf die contactelektrische Beschaffenheit der Oberfläche scheint continuirlich von der ersten, anders absolut unmerkbaren Ablagerung einiger weniger Atome oder Moleküle der angreifenden Substanz (z. B. Sauerstoff, Jod, Schwefel oder Chlor) anzufangen und so lange zu

---

1) Zuerst beschrieben in einem Briefe an Joule, veröffentlicht in den „Proceedings of the Literary and Philosophical Society of Manchester“ 12. Jan. 1862, wo ich zuerst auf die Grenze hinwies, welche sich für die Grösse der Moleküle aus den Messungen der Contactelektricität ableiten lässt. Die Versuchsanordnung ist genauer in dem oben citirten Artikel der Nature (vol. XXIII p. 567) beschrieben.

wachsen, bis die Oxyd- oder Jodidschichte, oder was sonst gebildet wurde, eine Dicke von $^1/_{30000}$ oder $^1/_{40000}$ Centimeter erreicht hat.

Es sind auf diesem Gebiete noch sorgfältigere experimentelle Arbeiten und genauere Messungen nöthig, als uns bisher zu Gebote stehen. Dann sind wir aber mittels elektrischer Messungen im Stande, die Tiefe jenes Oceans zu sondiren, welcher an der Oberfläche der Metalle durch die Moleküle des sich damit vereinigenden Dampfes oder Gases entsteht.

Wenn wir zu Dicken kommen, welche beträchtlich geringer sind als eine Wellenlänge, so finden wir, dass die transparenten Metalle anfangen, durchsichtig zu werden. Durch die Liebenswürdigkeit des Prof. Dewar bin ich in der Lage, Ihnen einige solche dünne Plättchen von gemessener Dicke aus Platin, Gold und Silber zu zeigen, welche auf Glas befestigt sind. Das Platin ist $1,9 \times 10^{-5}$ cm dick und vollständig opak; hier aber ist ein Goldhäutchen von ungefähr gleicher Dicke, welches, wie Sie sehen, für das elektrische Licht transparent ist und diese schöne grüne Farbe durchlässt, die Sie hier auf dem Schirme sehen. Die Dicke dieses Goldes (1,9 oder nahe 2) ist genau gleich der halben Wellenlänge des Lichtes in Luft. Dieses durchsichtige Gold, welches grünes Licht auf den Schirm durchlässt, reflectirt gleichzeitig gelbes Licht an das Täfelwerk. Nun will ich Ihnen das Silber zeigen. Dasselbe ist dünner, nur etwa $1,5 \times 10^{-5}$ cm dick oder gleich $^3/_8$ der Wellenlänge des violetten Lichts. Soweit unsere Augen dies beurtheilen können, ist aber dieses Häutchen für das elektrische Licht vollkommen opak; hier aber ist ein unsichtbares ultraviolettes Licht vom Umfange einer Wellenlänge, wo sich eine Zinklinie von der Luftwellenlänge $3,4 \times 10^{-5}$ cm befindet; dieses Licht wird vom Silberhäutchen durchgelassen. Für dieses specielle Licht ist ein Silberhäutchen von $1,5 \times 10^{-5}$ cm Dicke durchsichtig. Das Bild, welches Sie nun auf dem Schirme sehen, ist mittels einer Laterna magica und dem selbstphotographirten Spectrum eines Lichtes, welches durch dieses Silber ging, dargestellt. Sie sehen genau in der Mitte sehr deutlich die Zinklinie. Wir haben also hier Silber und Gold durchsichtig. Silber ist undurchsichtig ausser für eine ganz bestimmte Gattung von Licht, dessen Wellenlänge von etwa 3,07 bis 3,33 cm sich erstreckt.

Die verschiedene Brechbarkeit der verschiedenen Farben ist ein Resultat von vitaler Bedeutung für die Frage nach dem Sitze der Atome. Sie sehen nun hier auf dem Schirme vor sich ein prismatisches Spectrum, jene wohlbekannte Erscheinung, welche dadurch entsteht, dass die verschiedenen Farben beim Durchsetzen des Prismas in verschiedener Weise gebrochen werden. Die Erklärung dieses Phänomens nach der Undulationstheorie hat die Kräfte der Mathematiker aufs

Aeusserste gespannt. Betrachten wir zunächst aber dasjenige, was durch Fig. 3 leicht klar gemacht wird, dass nämlich die Brechung auf das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in den beiden Medien zurückzuführen ist. Die Winkel in der Zeichnung sind angenähert so gewählt, dass sie einer Brechung aus Luft oder dem Vacuum im Flintglas entsprechen; Sie sehen hier, dass die Geschwindigkeit im dichteren Medium eine geringere ist. Von zwei Medien ist immer das mehr brechende (nicht immer das dichtere) jenes, in welchem die Lichtgeschwindigkeit die geringere ist. Der Brechungsindex irgend einer Substanz ist das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten im Aether und in der betreffenden durchsichtigen Substanz.

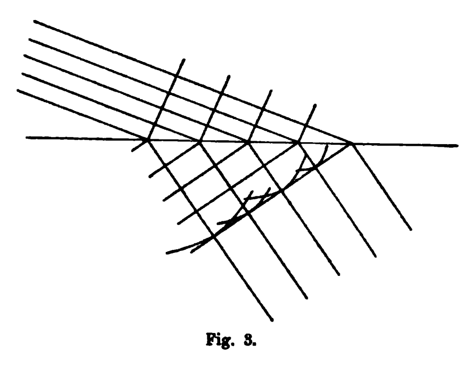


Fig. 3.

Es ist nun, entsprechend den Principien der Dynamik, bei irgend welcher fassbaren Annahme der Constitution des lichttragenden Aethers und der fühlbaren durchsichtigen Substanz von vornherein zu erwarten, dass die Fortpflanzung des Lichtes in verschiedenen Substanzen verschieden sein wird, und dass sie im allgemeinen im dichteren Medium geringer sein wird als im weniger dichten. Dass aber die Lichtgeschwindigkeit in irgend einem Medium für Licht von verschiedener Farbe, d. h. für die verschiedenen Perioden der Schwingungen verschieden sein würde, das war nicht zu erwarten und konnte auch nimmer der Fall sein, wenn das Medium ohne Grenze bezüglich der Kleinheit der Theile homogen wäre. Die Thatsache aber, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes factisch von der Periode abhängt, führt, wie ich glaube, mit zwingender Logik zur Annahme, dass die fühlbare, durchsichtige Materie, wie z. B. Wasser oder Glas oder der Schwefelkohlenstoff dieses Prismas, dessen Spectrum Sie auf dem Schirme hier sehen, keineswegs ins Unendliche homogen sei; im Gegentheil, wenn wir die zusammenhängenden Theile irgend eines solchen Mediums, das prismatische Farben liefern kann, in Abständen untersuchen, welche im Vergleiche mit einer Wellenlänge nicht unverhältnismässig klein sind, so werden wir gewiss heterogene Eigenschaften entdecken, und zwar von der Art, wie es z. B. bei fühlbarer Materie einen Unterschied zwischen festen und flüssigen Körpern gibt, oder wie wir in den verschiedenen Positionen eines Vortexringes in einem homogenen Felde Unterschiede in der Geschwindigkeit und Richtung der Bewegung antreffen, oder solche Unterschiede des Materiales, wie wir sie in einem

grossen Ziegelgebäude antreffen, wenn wir von dem einen Ziegel zum nächsten durch Mörtel hindurch kommen (oder durch einen leeren Raum, wie wir dies oft bei den Ziegelkaminen schottischer Gebäude sehen).

Cauchy war, wie ich glaube, der erste Mathematiker oder Naturforscher, der sich zur Annahme getrieben sah, dass eine Erklärung der Dispersion des Lichtes nur mittels eines bestimmten Grades von molecularer Grobkörnigkeit in der Structur der Materie zu erklären sei, und wie immer wir auch diese Frage anpacken und wie sehr wir uns auch gezwungen sehen, von den Details der von Cauchy aufgestellten Annahme über moleculare Structur und über die molecularen Zwischenwirkungen abzuweichen, so werden wir gleichwohl immer mehr und mehr in der Ansicht bestärkt, dass als Grund der Verschiedenheit der Lichtgeschwindigkeit verschiedener Farben in der fühlbaren Materie eine gewisse körnige Beschaffenheit derselben anzusehen ist; wir müssen daher Cauchy als den Entdecker der dynamischen Theorie der prismatischen Farben ansehen.

Wir wollen aber nun die grosse Schwierigkeit der Theorie von Cauchy besprechen[1]). Sehen Sie einmal auf die kleine Tabelle (Tab. II); Sie finden im Kopfe dieser Tafel jene Formel, welche die Geschwindigkeit als Function jener Anzahl von Molekülen angibt, die auf einer Wellenlänge längst einer Geraden sich befinden, unter der Annahme, dass das Medium aus gleich grossen Theilchen bestehe, welche cubisch angeordnet sind, und dass jedes Theilchen seine nächsten sechs Nachbarn mit einer Kraft anziehe, welch direct der Distanz proportional sei (die Länge der früher erwähnten Geraden hängt ab von dem Grade der Compressibilität des elastischen Körpers, welchen unser künstlicher Molekülhaufe zu ersetzen hat).

Tab. II. Geschwindigkeit (V) entsprechend der auf eine Wellenlänge entfallenden Anzahl (N) Theilchen.

N	$V\left(=100\,\dfrac{\sin\frac{\pi}{N}}{\frac{\pi}{N}}\right)$
2	63,64
4	90.03
8	97,45
12	98,86
16	99,36
20	99,59
∞	100,00

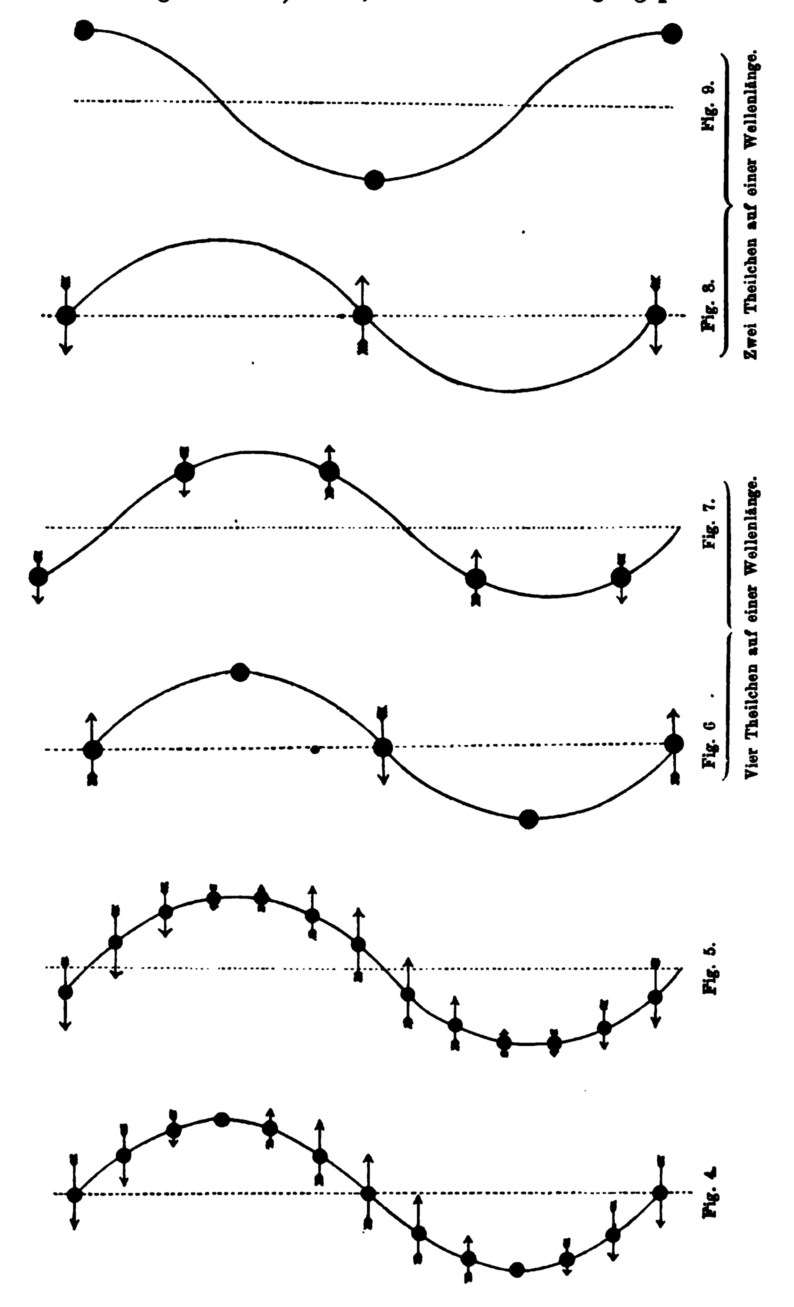
1) Bezüglich der dynamischen Theorie der „Dispersion des Lichtes" siehe „Ueber die Anwendung der Undulationstheorie auf die Dispersion des Lichtes" von Rev. Baden Powell, M. A., etc. (London 1841).

Nehmen Sie an, es seien Theilchen von wirklicher Materie in cubischer Ordnung so angeordnet, dass jedes mittels sechs Stahlspiralen oder mittels sechs Kautschukbändern mit seinen sechs Nachbartheilchen fest verbunden sei, so wird uns ein derartiges Modell die gewünschte Kraftanordnung mit vollkommener Genauigkeit darstellen; könnten wir dann ferner noch diesen Vorlesungsraum unserer Royal Institution in den Mittelpunkt der Erde zaubern und daselbst durch fünf Minuten festhalten, dann hätte ich das grosse Vergnügen, Ihnen ein vollkommenes Modell der oben beschriebenen Körperconstitution zu zeigen; ich könnte auch genau entsprechend einer Welle des lichttragenden Aethers durch dieses Modell eine Wellenbewegung sich fortpflanzen lassen. Hier kann ich Ihnen das Alles nicht zeigen, da ja die Schwerkraft eine nicht wegzubringende, unbequeme Beigabe unserer Position bildet. Nehmen Sie aber dafür mit diesem Wellenmodelle (Fig. 2) vorlieb, welches Ihnen längs einer Geraden die Fortpflanzung einer Welle in einem imaginären dreidimensionalen Körper vorstellt; die dabei gewählten Moleküle sind solche, welche bei der cubischen Anordnung, so lange Ruhe herrscht, in einer geraden Linie liegen; die Wellenfläche liegt senkrecht auf dieser Geraden und die Schwingungsrichtung fällt in eine der beiden andern Linien der drei senkrecht stehenden Linien unserer cubischen Anordnung.

Sie sehen hier eine Reihe von Diagrammen (Fig. 4 bis 9 S. 226), welche Wellen in einem molecular zusammengesetzten elastischen festen Körper darstellen. Diese beiden Zeichnungen hier (Fig. 4 u. 5) geben uns eine Welle, wo zwölf Moleküle auf einer Wellenlänge liegen; die eine (Fig. 4) zeigt (durch die Länge und Stellung der Pfeile) die Richtung und Grösse der Geschwindigkeit eines jeden Moleküles in dem Momente, wo eines der Moleküle an einem Wellenberge angelangt oder sein grösstes Maximum erreicht; die andere Figur (Fig. 5) zeigt die Geschwindigkeitsgrösse und Richtung der Moleküle, wenn der Wellenberg so weit (in diesem Falle um $^1/_{24}$ Wellenlänge) vorgerückt ist, dass er zwischen zwei Moleküle hineinfällt. Dieses Paar von Zeichnungen (Fig. 6 u. 7) zeigt dasselbe für ein Moleküle pro Wellenlänge, und diese Zeichnung (Fig. 8 u. 9) für zwei Moleküle pro Wellenlänge.

Je mehr wir uns diesem kritischen Falle nähern, das heisst, je mehr die Wellenlänge gegen die doppelte Distanz zweier Moleküle herabsinkt, desto geringer wird der Unterschied zwischen den beiden Bewegungsconfigurationen, welche zwei in entgegengesetzter Richtung arbeitende Wellenzüge zeigen. Im letzten kritischen Falle verschwindet dieser Unterschied ganz, wir haben keine Wellenbewegung mehr, sondern das, was man oft eine „stehende Schwingung“ nennt. Ich hoffe, noch bevor dieser Abend zu Ende geht, Ihnen im Detail jene Bewegungsart

klar zu machen, welche an die Stelle der Wellenbewegung (die dann mathematisch imaginär wird) tritt, wenn die Schwingungsperiode des



Erregers etwas kleiner wird als dieser kritische Werth, weil dieser Fall in der physikalischen Optik, entsprechend einer bis jetzt noch

nicht veröffentlichten Erklärung der Phosphorescenz von Stockes, von äusserster Wichtigkeit und Bedeutung würde.

Cauchy geht nun allerdings nicht von der Annahme aus, dass jedes Molekül nur auf das nächste direct einwirke. Er nimmt an, dass jedes Molekül von allen anderen beeinflusst werde mit einer Kraft, welche umgekehrt der Distanz proportional ist; das aber würde den Einfluss der Grobkörnigkeit der Materie auf die Lichtgeschwindigkeit geringer machen als wir nach unserer im Modell und in den Zeichnungen dargestellten Annahme berechneten, so dass wir also in Wirklichkeit den äussersten Grenzfall der Möglichkeit der Cauchy'schen Theorie bezüglich der Erklärung der Lichtdispersion in Betracht gezogen haben.

Wenn wir in dieser kleinen Tabelle (Tab. II) unsere berechneten Resultate überblicken, so sehen wir, dass mit 20 Molekülen per Wellenlänge die Lichtgeschwindigkeit 99½ % von jener ist, wo auf der Wellenlänge sich eine unendliche Anzahl von Molekülen befindet; es berechnet sich also nach der unmodificirten Theorie von Cauchy selbst im günstigsten Fall, wo eine Wirkung nur auf die Nachbarmoleküle beschränkt ist, der Unterschied der Lichtgeschwindigkeit auf etwa 1/200. Betrachten Sie nun aber in dieser Tabelle (Tab. III) die Brechungsindices, und Sie werden sehen, dass der Unterschied der

Tab. III. Tabelle der Brechungsindices.

Spectral-Linie	Material				
	Hartes Brown-Glas	Bes. dichtes Flintglas	Wasser bei 15° C.	Schwefelkohlenstoff bei 11° C.	Alkohol bei 15° C.
A	1,5118	1,6391	1,3284	1,6142	1,3600
B	1,5136	1,6429	1,3300	1,6207	1,3612
C	1,5146	1,6449	1,3307	1,6240	1,3621
D	1,5171	1,6504	1.3324	1,6333	1,3638
E	1,5203	1,6576	1,3347	1,6465	1,3661
b	1,5210	1,6591			
F	1,5231	1,6442	1,3366	1,6584	1,3628
G	1,5283	1,6770		1,6836	1,3720
h	1,5310	1,6836			
H	1,5328	1,6886	1,3431	1,7090	1,3751

Die Zahlen in den ersten zwei Colonnen sind von Dr. Hopkinson bestimmt, jene in den letzten drei von Gladstone und Dale. Der Brechungsindex für Luft in der Lähe der *D*-Linie ist nahe 1,000294.

Lichtgeschwindigkeiten des rothen Lichtes A und des violetten Lichtes H im Schwefelkohlenstoffe $^1/_{17}$ beträgt, im dichten Flintglas nahe $^1/_{80}$, im harten Brown-Glas etwa $^1/_{78}$ und im Wasser und Alkohol mehr als $^1/_{100}$. Es dürfte daher keine dieser Substanzen mehr als 20 Moleküle auf einer Wellenlänge enthalten, wenn wir die Dispersion nach der unmodificirten Theorie von Cauchy berechnen wollten; und wenn wir wieder die kleine Tabelle II zu Hilfe nehmen, so finden wir, dass im Wasser oder Alkohol auf einer Wellenlänge des violetten Lichtes nicht mehr als 12 Moleküle sein können, im harten Brown-Glas nur 10, im Flintglas 8, während, wenn wir die Cauchy'sche unmodificirte Theorie zur Erklärung der Dispersion beibehalten, im Schwefelkohlenstoff gar nur 4 Moleküle auf einer Wellenlänge liegen können. Eine so weit hinaufgehende Grobkörnigkeit der gewöhnlich durchsichtigen Materie, sei diese nun flüssig oder fest, ist aber unhaltbar. Bevor ich schliesse, werde ich vom Standpunkte der kinetischen Gastheorie aus eine obere Grenze für die Grösse der Moleküle aufzufinden suchen, wonach im Glas oder Wasser wahrscheinlich 600 Moleküle auf eine Wellenlänge und fast sicherlich nicht weniger als 200, 300 oder 400 kommen. Aber selbst ohne eine solche Schätzung einer oberen Grenze für die Grösse der Moleküle ist es aus zahlreichen anderen Gründen nicht wahrscheinlich oder möglich, dass auf eine Wellenlänge nur 4 oder 5 oder 6 Moleküle kommen. Die Thatsache allein, dass Nobert auf der Breite eines Millimeters 4000 oder auf die Breite eines Centimeters 40000, oder per Wellenlänge des violetten Lichtes (F)[1]) etwa zwei Linien zieht, scheint es ganz unmöglich zu machen, dass nur 5 oder 6 Moleküle auf einer Wellenlänge liegen, selbst wenn wir uns auch nicht schon wegen der Theorie und der Beobachtung des von polirten Metallflächen reflectirten Lichtes dagegen aussprechen müssten.

Wir müssen daher eine andere Erklärung der Dispersion finden. Ich glaube, diese andere Erklärung lautet folgendermaassen: Geben wir die unmodificirte Theorie der Dispersion von Cauchy auf und behalten wir nur sein allgemeinstes Princip bei; stellen wir uns aber vor, dass jedes Moleküle in einer ganz genau bestimmten Weise mit einer schweren Materie in elastischer Verbindung sei — dass jedes Moleküle des Aethers in einer fühlbaren durchsichtigen Materie eine schmale Franse von Theilchen habe, welche in ihrer aufeinander folgenden Ordnung immer grösser und grösser werden und die elastisch

1) Lohschmidt, Bericht über das Zollvereinsdepartement der Londoner internationalen Ausstellung von 1862 S. 83 und über Harting's „Mikroskope" S. 881. Sitzungsber. d. Wiener Akademie 1865 Bd. 3.

mit demselben verbunden sind. So haben wir eine rohe mechanische Erklärung bezüglich der Dispersion in einem unendlich feingekörnten Medium. Es sind noch keine 17 Stunden, dass ich die Möglichkeit dieser Erklärung fand, jetzt aber glaube ich das alles ganz deutlich zu überblicken; gleichwohl bitte ich Sie, mich zu entschuldigen, wenn ich unter solchen Umständen nicht tiefer auf die Theorie eingehe[1]). Die Schwierigkeit der Cauchy'schen Theorie drückte schwer auf meinen Geist, als ich daran dachte, Ihnen diesen Gegenstand aus einander zu setzen. Ich konnte die Sache nicht erörtern und Ihnen dabei sagen, dass auf die Wellenlänge nur vier Theilchen entfielen; ich fühlte mich dabei gedrungen, auch auf eine andere Erklärung hinzuweisen. Ich glaube, dass jede andere Erklärung in genau derselben Weise wie die oben angedeutete gehalten sein müsse.

Betrachten Sie nun hier auf diesem Schirme vor Ihnen diese prächtige Vertheilung von Farben. Es ist dies ein Diffractionsspectrum von einem Stück Glas, auf welchem per Zoll 2000 Linien gezogen sind. Und blicken Sie nun wieder hin, so sehen Sie ein Diffractionsspectrum, welches durch Reflexion an einem Gitter von Rutherford entstanden ist, in welchem auf polirtem Spiegelmetalle 17000 Linien per Zoll gezogen sind. Die Erklärung mittels der „Interferenz" ist wesentlich dieselbe, welche die Wellentheorie für die in den Newtonschen Ringen von zwei Flächen reflectirten Lichtstrahlen, die Sie ja bereits gesehen haben, liefert. Wenn Lichtwellen, welche durch die Oeffnungen zwischen zwei aufeinander folgenden Linien des Gitters durchgehen, den Schirm mit gleicher Phase erreichen, so erzeugen sie Licht, wenn in ungleichen Phasen, so erzeugen sie Dunkelheit.

Die prächtigen Farben, welche hier erzeugt werden, hängen von jenem Orte des Schirmes ab, auf welchem die Schwingungen zusammen- und entgegentreten; derselbe ist verschieden für Lichtwellen verschiedener Wellenlängen. Frauenhofer bestimmte zuerst die Wellenlängen der verschiedenen Farben dadurch, dass er die Dimensionen eines Diffractionsspectrums, wie dies erste hier eines ist (oder eines feineren Spectrums von einem gröberen Gitter) mittels genauer Messungen bestimmte.

Ich habe nun in engem Bezuge zu der Frage nach der Grösse der Atome, Dank dem Dr. Tyndall, Ihnen ein überaus schönes und interessantes Experiment vorzuführen — den künstlichen „blauen Himmel", welcher durch eine ungemein wunderbare Lichtwirkung auf

1) Weitere Untersuchungen bestätigten die Richtigkeit meiner ersten Vermuthung und ich habe in einer Abhandlung über die dynamische Theorie, am 5. März vor der Royal Society von England gelesen, eine mathematische Theorie dieses Gegenstandes gegeben. — W. T. 16. März 1883.

eine Materie, welche Tyndall entdeckt hat, erzeugt wird. Wir haben hier eine ausgepumpte Glasröhre — dieselbe ist „optisch leer". Es geht ein elektrischer Lichtstrahl durch dieselbe hindurch, Sie sehen aber nichts. Ich halte nun das Licht auf und lasse Schwefelkohlenstoffdampf in die Röhre eintreten, bis der Druck des Dampfes auf etwa 3 Zoll gestiegen ist. Ferner lasse ich bis zu dem Betrage von 15 Zoll Druck Luft eintreten, welcher ein wenig Salpetersäure beigemischt ist. Der Druck von allem zusammen ist etwas geringer als der einer Atmosphäre. Es soll hier die Gegenwart von Molekülen einer Substanz gezeigt werden, welche aus der Zersetzung des Schwefelkohlenstoffs durch Licht entsteht. Zunächst sehen Sie in der Röhre nichts; dieselbe bleibt so wie vor dem Zutritt des Dampfes optisch durchsichtig. Allmählich aber sehen Sie eine intensiv blaue Wolke. Es ist dies Tyndall's „blauer Himmel". Sie sehen ihn nun! Ich nehme nun ein Nicol'sches Prisma, und indem ich durch dasselbe hindurchblicke, finde ich, dass das azurne Licht, welches die Dämpfe in irgend einer Richtung aussenden, die senkrecht ist zu dem erregenden Lichtstrahle, ganz vollständig in einer Ebene polarisirt ist, die durch mein Auge und durch den erregenden Strahl hindurchgeht. Wir haben hier also Lichtschwingungen in einer bestimmten Richtung. Nun bewies Prof. Stokes kürzlich aus Beobachtungen von Polarisationen, welche er mittels verschiedener experimenteller Anordnungen durch Zerstreuung von kleinen festen oder flüssigen Theilchen in einem Medium erzeugte, dass die Schwingungsrichtung senkrecht auf der Polarisationsebene stehe; ich zweifle daher nicht, dass dies auch hier der Fall sei[1].

---

1) Auszug der Abhandlung von Prof. Stokes „Ueber die Aenderung der Brechbarkeit des Lichtes" gelesen vor der Royal Society am 27. Mai 1852 und veröffentlicht unter gleichem Datum in den „Transactions":

„§ 183. Dieses Resultat scheint mir in engem Zusammenhange zu stehen mit der Frage nach der Schwingungsrichtung des polarisirten Lichtes. So lange die suspendirten Theilchen im Vergleiche zur Wellenlänge des Lichtes gross sind, findet daselbst die Reflexion ebenso statt, wie von der Oberfläche eines in eine Flüssigkeit gebrachten Metalles, und wir können daher daraus keine weiteren Schlüsse ziehen. Wenn aber die Durchmesser der Theilchen im Vergleiche zur Wellenlänge des Lichtes klein sind, so scheint es klar, dass die Schwingungen in reflectirten Strahlen auf den Schwingungen des einfallenden nicht senkrecht stehen können. Nehmen wir für den gegenwärtigen Zweck an, dass in unserem wirklich beobachteten Lichtstrahle die Theilchen im Vergleiche zur Wellenlänge des Lichtes klein seien. Die Beobachtung ergab, dass der reflectirte Strahl polarisirt ist. Nun sind alle Erscheinungen, welche ein geradlinig polarisirter Strahl zeigt, symmetrisch in Bezug auf die Polarisationsebene. Wir können daher für die Schwingungsrichtung des reflectirten Strahles zwischen zwei Ebenen wählen, jener des einfallenden Strahles und

Das, was Sie hier sehen, und das, was ich vorgab durch das Prisma zu sehen, ist eine Folge von etwas, was ich secundäre oder derivirte Lichtwellen nennen möchte, welche von überaus kleinen flüssigen Kügelchen nach allen Seiten hin ausgehen; diese Kügelchen sind aber durch den chemisch zersetzenden Einfluss des Lichtstrahles auf die Materie in der Röhre entstanden, welche vor dem Zutritt des Lichtes gasförmig war.

Um diese derivirten Wellen zu verstehen, müssen sie dieselben zunächst als eine Folge der um jedes Kügelchen stattfindenden Aetherbewegung betrachten; das Kügelchen selbst ist dabei fast absolut fix, weil seine Dichtigkeit bei weitem grösser ist, als die des umgebenden Aethers. Man kann die Sache so ansehen, als ob jene Bewegung, welche der Aether infolge des erregenden Lichtstrahles allein besitzt, bevor noch die Kügelchen entstanden, sich mit jener Aetherbewegung zusammensetzt, welche jedem Kügelchen eigen ist; es entsteht dann jene resultirende Bewegung, welche der Aether zeigt, wenn ein Lichtstrahl durch die Röhre hindurchgeht und man von der Seite her das azurne Licht erblickt. Diese zweite componirende Bewegung ist nun ersichtlich, so wie es die gesammte Bewegung des Aethers wäre, wenn der erregende Lichtstrahl aufgehoben würde und wenn jedes Theilchen in entgegengesetzter Richtung in Schwingungen versetzt würde, die in gleicher Grösse hin und her vor sich gingen mit den Aethertheilchen, die, wenn keine Kügelchen da wären, infolge des erregenden Lichtstrahles schwingen würden.

Nehmen wir nun für einen Moment an, dass ohne einen erregenden Strahl eine grosse Anzahl von kleinen Kügelchen alle innerhalb eines sehr kleinen Umfanges parallel zu einer Linie in Schwingung erhalten

---

jener, welche sowohl auf dem einfallenden als auch dem reflectirten Strahle senkrecht steht. Die erstere würde natürlich senkrecht stehen auf der Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles, so dass wir nothwendigerweise die letztere wählen und dementsprechend annehmen müssen, dass die Schwingungen eines geradlinig polarisirten Lichtes senkrecht auf der Polarisationsebene stehen, da das Experiment zeigt, dass die Polarisationsebene eines reflectirten Strahles die Reflexionsebene ist. Wenn wir, dieser Theorie entsprechend, die Schwingungen in dem einfallenden (horizontalen) Lichtstrahle in eine horizontale und verticale Richtung zerlegen, so entspricht dies zwei Strahlen, welche in und senkrecht zur Polarisationsebene polarisirt sind. Davon kann nur der letztere allein einen . . . vertical aufwärts reflectirten Strahl liefern (welchen ein Auge sehen kann, das senkrecht über der Linie des einfallenden Strahles sich befindet und vertical nach abwärts sieht). Die Beobachtung ergibt auch die Thatsache, dass es, um den dispergirten Strahl auszulöschen, statt das reflectirte Licht zu analysiren, auch genügt, das einfallende Licht in einer zur Reflexionsebene senkrechten Ebene zu polarisiren."

würden[1]). Wenn Sie nun Ihr Auge in die Richtung der Röhre und senkrecht auf diese Linie bringen, so werden Sie von allen Theilen der

---

1) Der dynamische Theil dieses Gegenstandes und speciell die Bewegung des Aethers, welche dadurch erzeugt wird, dass ein einzelnes in demselben befindliches Kügelchen auf einer geraden Linie hin und her bewegt wird, sind in folgenden Fragen der jüngsten Smith's Prize Examination at Cambridge (paper of Tuesday, 30. Jan. 1883) enthalten:

„8. a) Aus dem bekannten Phänomen, dass das Licht eines wolkenlosen blauen Himmels, wenn man in irgend einer zur Sonnenrichtung senkrechten Richtung darauf sieht, fast ganz in der durch die Sonne gehenden Richtung polarisirt ist, soll unter der Annahme, dass dieses Licht von Theilchen herrührt, deren Durchmesser im Vergleiche zur Wellenlänge klein ist, bewiesen werden, dass die Schwingungsebene des polarisirten Lichtes senkrecht steht auf der Polarisationsebene.

b) Es ist zu zeigen, dass die Bewegungsgleichungen eines homogenen elastischen, isotropen festen Körpers von der Einheitsdichte sind

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = (k + \tfrac{1}{3}n)\frac{d\delta}{dx} + n\Delta^2\alpha$$

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = (k + \tfrac{1}{3}n)\frac{d\delta}{dy} + n\Delta^2\beta$$

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} = (k + \tfrac{1}{3}n)\frac{d\delta}{dz} + n\Delta^2\gamma,$$

wo k der Modul des Compressionswiderstandes, n der Zähigkeitsmodul, α, β, γ die Componenten der Verschiebung in (x, y, z, t) sind und

$$\delta = \frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz}$$

$$\Delta^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}.$$

c) Es ist zu zeigen, dass jede mögliche Lösung in der folgenden eingeschlossen ist:

$$\alpha = \frac{d\varphi}{dx} + u, \quad \beta = \frac{d\varphi}{dy} + v, \quad \gamma = \frac{d\varphi}{dz} + w,$$

wo u, v, w so beschaffen sind, dass

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0.$$

Es sind Differentialgleichungen für die Bestimmungen φ, u, v, w zu finden; es sind die entsprechenden Wellengeschwindigkeiten für die φ-Lösung und für die (u, v, w)-Lösung zu finden.

d) Es ist zu beweisen, dass folgendes die Lösung ist und es ist jede für $r\left[\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2}\right]$ als sehr gross im Vergleiche mit λ zu interpretiren.

$$\left.\begin{aligned} &\alpha = \frac{d\varphi}{dx}, \quad \beta = \frac{d\varphi}{dy}, \quad \gamma = \frac{d\varphi}{dz}, \\ \text{wo} \quad &\varphi = \frac{1}{r}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(r - t\sqrt{k + \tfrac{4}{3}n}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (1$$

Röhre Licht ausgehen sehen und zwar wird dieses Licht aus Schwingungen bestehen, welche alle dieser Linie parallel sind. Wenn Sie aber Ihr Auge über dem mittleren Theile der Röhre an eine Stelle bringen, die in der Richtung der Schwingung eines Kügelchens liegt, so werden Sie in dieser Richtung kein Licht sehen; wenn Sie aber Ihr Auge an der gleichen Stelle lassen und schief gegen die Enden der Röhre blicken, so werden Sie hier ein Licht wahrnehmen, welches von den Enden her gegen die Mitte immer schwächer wird. Wenn daher der erregende Strahl aus Licht besteht, welches in einer Ebene polarisirt ist — d. h. aus Licht, dessen Schwingungen einer Linie parallel sind — und wenn Sie dann auf die Röhre blicken in einer Richtung, die senkrecht ist zu dieser Linie und zu der Länge der Röhre, so werden Sie ein Licht erblicken, dessen Schwingungen dieser einen Linie parallel sind. Wenn Sie jedoch in irgend einer Richtung auf die Röhre schauen, welche dieser Linie parallel ist, so werden Sie kein Licht sehen, und die Linie, längs welcher Sie kein Licht sehen, ist die Schwingungsrichtung des erregenden Strahles; diese Richtung ist, wie wir gegenwärtig sehen, senkrecht auf jener, welche man technisch die Polarisationsebene nennt. Hier haben wir das experimentum crucis von Stokes, mittels welches er, wie ich glaube, ganz zweifellos die längst gesuchte Frage beantwortet hat, ob die Schwingung senkrecht zur Polarisationsebene oder in derselben stattfinde. Anstatt dass ich, wie im früheren Experimente, für den erregenden Strahl unpolarisirtes Licht verwende und dann ein kleines Nicol'sches Prisma zur Hand nehme und Ihnen erzähle, was ich durch dasselbe erblicke, will ich nun dieses grosse Nicol'sche Prisma in den Lauf des Lichtstrahles einschalten, bevor er in die Röhre eintritt. Ich drehe nun dieses Nicol'sche Prisma in verschiedene Richtungen und ebenso auch den Apparat, so dass Sie nun aus allen Theilen des Zuschauerraumes her die Röhre in verschiedenen Richtungen bald licht, bald dunkel sehen werden. Sie erblicken nun alle jene Erscheinungen, deren Beschreibung ich eben anticipirt habe. Wenn jeder von Ihnen ein Nicol-sches Prisma zur Hand hätte, so könnten Sie sich davon überzeugen, dass, sowie Sie Licht sehen, dessen Polarisationsebene in jener Ebene

---

wo
$$\left.\begin{aligned} \alpha = 0, \quad \beta = -\frac{d\psi}{dz}, \quad \gamma = \frac{d\psi}{dy}, \\ \psi = \frac{1}{r}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(r - t\sqrt{n}\right) \end{aligned}\right\} \quad (2$$

$$\alpha = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\psi + \frac{d^2\psi}{dx^2}, \quad \beta = \frac{d^2\psi}{dx\,dy}, \quad \gamma = \frac{d^2\psi}{dx\,dz}. \text{“} \quad (3$$

liegt, welche durch Ihr Auge und durch die Axe der Röhre hindurchgeht. Ich hoffe, dass Ihnen nun allen der Beweis klar wurde, warum die Schwingungsrichtung auf dieser Polarisationsebene senkrecht steht.

Ich möchte Ihnen nun noch etwas mittheilen, was ich bereits vor langer Zeit von Prof. Stokes gehört. Ein Jahr um das andere habe ich ihn gebeten, die Sache zu veröffentlichen; da er es jedoch nicht gethan, verlangte ich ihm die Erlaubnis ab, heute Abend hiervon sprechen zu dürfen. Es ist dies eine dynamische Erklärung jenes wunderbaren Phänomens, welches man Fluorescenz oder Phosphorescenz nennt. Das Princip hiervon ist mechanisch durch dies Modell dargestellt (früher, Fig. 2, beschrieben). Ich erhalte, wie Sie hier sehen, mittels meiner Hand den obersten Balken in einer einfach harmonischen Bewegung, dessen Periode etwa vier Secunden beträgt. Ein regelmässiger Wellenzug geht nun längs der durch die runden Scheiben an den Enden der Balken dargestellten Moleküle von oben nach abwärts und jene Energie, welche meine Hand dem obersten Balken mittheilt, wird continuirlich dazu verwendet, um die dämpfende Flüssigkeit in dem Gefässe unten zu erwärmen. Ich entferne nun meine Hand und überlasse das ganze System sich selbst. Die überaus beträchtliche Summe von kinetischer und potentieller Energie, welche in den grossen Massen und Spiralfedern des obersten Balkens aufgespeichert ist, wird allmählich dazu verwendet, immer kleinere Wellenzüge nach abwärts zu senden und verwandelt sich allmählich wie früher in Wärme. Sie sehen, wie nach Verlauf einer halben Minute die Hälfte der Schwingungsamplitude und daher drei Viertel der Energie verloren gegangen ist.

Achten Sie nun darauf, welch ein verschiedenes Resultat eintritt, wenn ich die Schwingungen beschleunige. Die raschen Schwingungen, welche ich jetzt dem obersten Balken mittheile (ich habe die Periode auf etwa anderthalb Secunden verkürzt), sind unfähig, einen Wellenzug längs der Molecularlinie nach abwärts zu senden und diese raschen Schwingungen der Theilchen sind es, die nach Stokes das latente oder aufgespeicherte Licht bilden. Beobachten Sie wohl, dass, wenn ich jetzt meine Hand entferne, kein Wellenzug und daher auch keine Energie nach abwärts geht. Die Schwingung hält daher für immer (oder, um genauer zu sein, für eine Minute) ohne Verlust an (oder, um genau dem zu entsprechen, was wir sehen, mit einem kaum merklichen Verluste). Dieses mechanische Modell erläutert ganz correct das dynamische Princip der Stokes'schen Erklärung der Phosphorescenz oder des aufgespeicherten Lichtes, das genau so wie in den nun so wohlbekannten Leuchtfarben aufgespeichert ist, von welchen sie hier eine Probe sehen, oder in den phosphorescirenden Kalksulphiden

in dieser Glasröhre, die mir De la Rue freundlichst geliehen hat. (Das Experiment wird gemacht.)

Ich will Ihnen nun die Stokes'sche Erscheinung der Fluorescenz in einem Stück Uranglas zeigen. Ich halte dasselbe in den Strahl des elektrischen Lichtes, das hier dies Prisma durchsetzt hat. Sie sehen nun, wie das Uraniumglas durch die unsichtbaren Strahlen sichtbar gemacht wird. Jene Strahlen, welche das Glas jetzt erhellen, waren vorher auf dem Schirme gewiss unsichtbar, denn sonst müsste ja meine Hand und das Glas daselbst einen Schatten erzeugen. Sie sehen also das Uraniumglas, welches ich hier in das ultraviolette Licht halte, während Sie meine Hand nicht sehen. Ich nähere das Glas nun jener Stelle, wo Sie die Luft (oder besser den Staub in derselben) mit violettem Lichte leuchten sehen: es entsteht immer noch kein Schatten auf dem Schirme, das Uranglas aber in meiner Hand glüht jetzt viel lebhafter in einer grünen Farbe von sehr zusammengesetzter Beschaffenheit, welche aus Wellen von längerer Periode besteht, als es die Periode des Ultravioletten ist; dieses grüne Licht wird also erzeugt durch ein einfallendes Licht, das noch kürzer schwingt als violettes Licht. Es ist dieses Licht ganz und gar unpolarisirt und gerade dieser Mangel jeglicher Polarisation, sowie die Thatsache, dass die erzeugten Wellen alle geringere Perioden haben als die erzeugenden, veranlassten Stokes, diese Erhellung, welche Sie hier im Uranglase[1]) sehen, von jener nur molecularen Erhellung zu unterscheiden, welche wir vorher in Dr. Tyndall's Experimente beobachteten (welche auch immer, wo nicht vollständig, so doch theilweise polarisirt ist und stets mit dem erregenden Lichte die gleiche Polarisation hat).

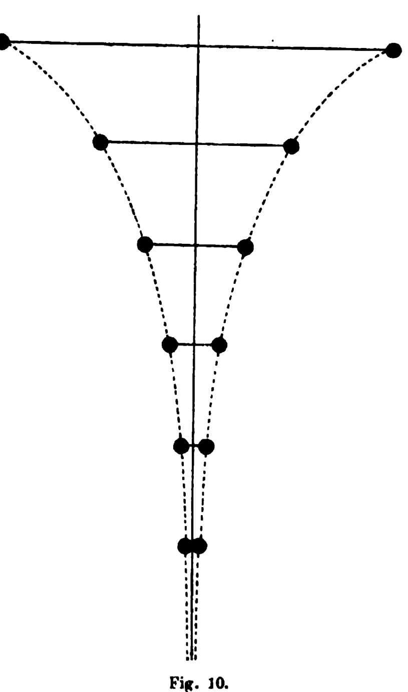


Fig. 10.

Diese Figur zeigt die verschiedenen Amplituden von Schwingungen einer Reihe von Theilchen, wenn die Periode kleiner ist als deren äusserste Wellenperiode.

1) Dieselbe Erscheinung sieht man sehr glänzend bei schwefelsaurem Chinin. Man macht da ein überaus interessantes Experiment, indem man mit einem Finger,

Diese Erhellung, deren Periode stets grösser ist, als die des erhellenden Strahles, nannte Stokes Fluorescenz, weil diese Erscheinung im Flussspathe beobachtet wurde und weil er bei der Wahl des Namens jegliche Hypothese vermeiden wollte. Er wies auf die grosse Aehnlichkeit zwischen dieser Erscheinung und der längst bekannten Phosphorescenz hin; gleichwohl fand er aber einige scheinbare Gegensätze, welche ihn davon abhielten, die Fluorescenz als einen Specialfall der Phosphorescenz zu erklären.

Bei dem Vergleiche der beiden Erscheinungen (Abschnitt 221 bis 225 seiner 1852 erschienenen Abhandlung) ist folgender Passus enthalten: „... Der bei weitem wichtigste Punkt bezüglich des Unterschiedes zwischen den beiden Erscheinungen besteht in dem ersichtlich momentanen Beginn und Aufhören der Erhellung beim Auftreten innerer Dispersion, sowie das erregende Licht zugelassen oder abgehalten wird. Es ist nichts, was auch nur den entferntesten Verdacht einer irgendwie nennenswerthen Dauer dieser Wirkung erregen würde. Wenn man innere Dispersion mittels eines elektrischen Funkens erregt, so erscheint sie um nichts weniger momentan, als etwa die Erhellung einer Landschaft durch einen Blitz. Ich habe keinen Versuch darüber angestellt, ob sich nicht mit Hilfe eines rotirenden Spiegels eine nennenswerthe Andauer der Erscheinung nachweisen liesse." Die hier angeregte Untersuchung wurde von Edmund Becquerel wirklich ausgeführt, und die Frage — ob das Erglühen bei der Fluorescenz von einiger Dauer sei — beantwortete er mittels dieser schönen und einfachen Maschine, welche er zu diesem Zwecke construirte. Das Experiment, welches uns hier die Antwort liefert, ist sehr interessant und ich zweifle nicht, dass Sie es mit Vergnügen sehen werden. Der Apparat besteht aus einer flachen runden Büchse und

---

den man in eine Lösung dieses Stoffes tauchte, auf einem weissen Papierschirme schreibt. Die Schrift ist in gewöhnlichem Lichte ganz unsichtbar; wenn wir aber ein prismatisches Spectrum auf den Schirm werfen, so dass das ultraviolette Licht auf die Schriftzüge fällt, so erscheint diese Schrift in glänzendem Lichte, während alles rund herum dunkel bleibt. Diese Erscheinung, welche schwefelsaures Chinin, viele andere vegetabilische Lösungen, ebenso einige Minerale, wie z. B. Flussspath, und einige Luxusglassorten, wie das gelbe böhmische Glas, welches im Handel „Canarienglas" genannt wird (gibt ein dispergirtes grünes Licht), liefert, wurde von Sir David Brewster entdeckt („Transactions" Royal Society of Edinburgh 1833 und British Association, Newcastle 1838). Dieselbe wurde ferner von Sir John Herrschel untersucht und von ihm „epipolic dispersion" genannt („Phil. Trans." 1845). Eine vollständige experimentelle Analyse dieses Gegenstandes, welche alles das ergab, was die früheren Forscher gesehen, und viele einzelne mysteriöse Dinge, die sie bemerkten, erklärte, lieferte Stokes in seiner Abhandlung „On the Change of Refrangibility of Light" („Phil. Trans." 27. Mai 1852).

an den beiden flachen Seiten derselben sind in der Nähe des Randes zwei gleichstehende Löcher ausgeschnitten; innen drehen sich mit Hilfe eines Triebes sehr rasch zwei Scheiben, durch welche die zwei Löcher abwechselnd geschlossen und geöffnet werden und zwar ist das eine offen, wenn das andere zu ist und vice versa. Im Innern der Büchse ist zwischen den beiden Löchern ein Stückchen Uranglas befestigt. Durch das eine Loch fällt auf das Glas ein Strahl elektrischen Lichtes, während Sie es durch das andere sehen.

Wenn ich nun die Kurbel langsam herumdrehe, sehen Sie nichts. In diesem Augenblicke fällt von hinten her durch das offene Loch das Licht auf das Uranglas, Sie aber können das nicht sehen, weil das gegen Sie liegende Loch in demselben Momente verdeckt ist. Nun öffnet es sich, Sie sehen aber wieder nichts, weil jetzt das Loch gegen das Licht zu geschlossen ist und das Uranglas auch von seiner vorhergehenden Beleuchtung her kein Nachglühen zeigt. Es stimmt das genau mit jener Erscheinung überein, die Sie sahen, als ich den grossen Stab aus Uranglas in das ultraviolette Licht des prismatischen Spectrums hielt. So lange ich das Glas da hin hielt, sahen Sie es glühen, sowie ich es aber aus diesem unsichtbaren Lichte herauszog, hörte das Glühen auf. Jener „Moment“, den wir hier haben, beträgt aber etwa $^1/_{10}$ Secunde. Würde auch das Uranglas durch $^1/_{20}$ oder $^1/_{15}$ Secunde merklich geglüht haben, so hätte es unserem langsam gehenden Gesichtssinne doch geschienen, als wäre das Erglühen im Momente des Herausziehens zu Ende. Ich drehe nun hier das Rad so rasch, dass Sie das Uranglas schon $^1/_{15}$ Secunde, nachdem es im Lichtstrome war, sehen könnten; Sie sehen aber immer noch nichts. Ich drehe das Rad rascher und rascher und nun beginnt das Glas zu glühen, wenn das Loch, durch welches Sie sehen, schon $^2/_{100}$ Secunden nach jenem Zeitpunkte, wo durch das hintere Loch das Licht zugelassen wurde, sich öffnet. Ich drehe rascher und rascher und das Glühen wird immer heller und heller, bis das Glas schliesslich wie eine rothe Kohle glüht; eine noch weitergehende Steigerung der Geschwindigkeit aber zeigt, wie Sie sehen, nur mehr einen geringen Unterschied.

Es scheint also, dass die Fluorescenz im wesentlichen dasselbe ist wie die Phosphorescenz und wir dürfen hoffen, auch solche Substanzen zu finden, welche zwischen diese beiden Extreme fallen, zwischen das Uranglas, welches nur für einige wenige Tausendstel Secunden glüht, und den leuchtenden Sulfiden, welche Stunden, Tage, ja selbst Wochen, nachdem das erregende Licht gewirkt, immer noch leuchten.

Die entscheidendste und wichtigste Methode aber, die Grösse der Atome zu schätzen, hob ich mir für das Ende der mir zugemessenen

Stunde auf — ich meine jene Methode, welche auf der kinetischen Gastheorie beruht. Hier ist eine Zeichnung, welche einen Haufen von Luftatomen oder -Molekülen in einer Grösse von 1000000 zu 1 darstellt; die Centren derselben mögen sich in irgend einem Momente in einem viereckigen Raum von $^1/_{10000}$ Centimeter Seitenfläche und $^1/_{100000000}$ Centimeter Dicke befinden.

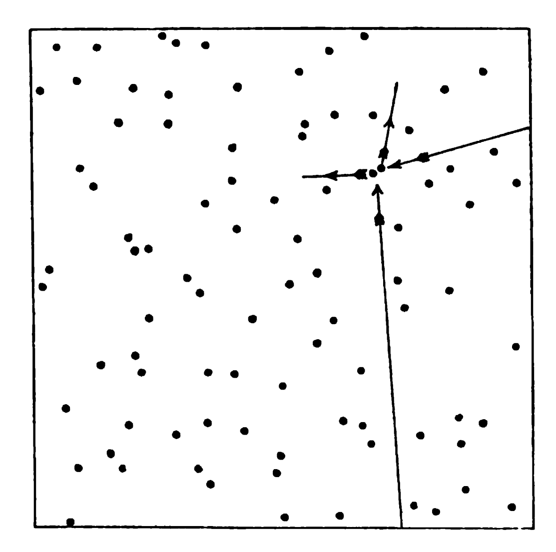


Fig. 11.

Diese Zeichnung zeigt die Anzahl von Molekülen in einem Raume von $^1/_{10000}$ Centimeter Fläche und $^1/_{100000000}$ Centimeter Dicke.

Die Seite des Vierecks, das Sie im Diagramme sehen, ist ein Meter und stellt $^1/_{10000}$ Centimeter vor. Die Zeichnung zeigt eben 100 Moleküle, was $^1/_{10000}$ der Anzahl aller Theilchen (10^6) in einem Cubikraume von $^1/_{10000}$ Centimeter entspricht. Denken wir uns einen Würfel, der mit Theilchen, wie diese Glaskugeln[1]), gefüllt ist, die, ganz dem Zufall überlassen, in einem Raume zerstreut sind, der gleich ist der 1000fachen Summe ihrer Volumina. Ein solcher Haufen kann dann (genau so die Luft) bis auf $^1/_{1000}$ seines Volumens condensirt werden, wodurch dann die Molekülen zur Berührung gebracht werden. Man

1) Der hier gezeigte Apparat zeigt die Zusammenstösse zwischen den Molekülen einer gasförmigen Substanz und die Diffusion eines Gases in ein anderes. Derselbe besteht aus einem Brette von etwa einem Quadratmeter Fläche, in das hundert Löcher, zehn Reihen von je zehn, gebohrt sind. Von jedem Loche hängt ein fünf Meter langer Faden herunter. An fünf Reihen dieser Schnüre sind unten blau gefärbte Glaskugeln von etwa vier Centimeter Durchmesser befestigt; an den anderen fünf Reihen sind ebenso grosse, aber roth gefärbte Kugeln befestigt. Ein Ball an

kann sich vorstellen, dass die gewöhnliche Luft von durchschnittlicher Dichte, wie sie in unserer Atmosphäre vorkommt, in einem ähnlichen Zustande sich befindet. Die Grösse der Moleküle in unserer Zeichnung ist ein Millimeter und dies entspräche in Wirklichkeit einem Durchmesser von $^1/_{10\,000\,000}$ Centimeter, d. h. einem Gase, in welchem eine lineare Condensation von 1 zu 10, oder eine räumliche von 1 zu 1000 die Moleküle ganz nahe aneinander bringen würde.

Stellen Sie sich nun vor, dass diese Theilchen so lange in geraden Linien sich weiter bewegen, bis sie mit anderen zusammenstossen. Die mittlere Weglänge beträgt in unserem Diagramme $^1/_{10}$ Centimeter, was in Wirklichkeit $^1/_{100\,000}$ Centimeter entspricht. Und um auch hier bei der atmosphärischen Luft von gewöhnlicher Dichte und gewöhnlichem Drucke zu bleiben, müssen wir die Geschwindigkeit eines jeden Theilchens zu 50000 Centimeter per Secunde annehmen, während die mittlere Zeit von einem Zusammenstosse zum nächsten $^1/_{5\,000\,000\,000}$ Secunde beträgt.

Die Zeit ist bereits so vorgerückt, dass ich von den Details dieser herrlichen kinetischen Theorie nicht sprechen kann; ich will nur drei von Maxwell und Clausius untersuchte Punkte hervorheben: die Reibung oder den Mangel einer vollkommenen Flüssigkeit der Gase, die Diffusion des einen Gases in ein anderes und die Diffusion der Wärme durch ein Gas — dies alles zusammen ermöglicht die mittlere freie Weglänge eines Moleküles zu schätzen. Ferner setzt uns eine schöne Theorie von Clausius in den Stand, aus der mittleren Weglänge die Grösse eines Atoms zu berechnen; dies that Loschmidt[1]), und ich, der ich ohne Kenntnis dieser Arbeit denselben Weg ging, gelangte zu den gleichen Schlüssen. Das heisst also, wir gelangten beide zu einer absoluten Gewissheit, dass die Dimensionen eines Luftmoleküles ähnliche sind wie die oben von mir angegebenen.

Die vier Gründe also, welche ich Ihnen vorgeführt, liefern alle einen im wesentlichen gleichen Werth für die Grösse der molecularen Structur. Sie alle führen mit einem sehr hohen Grade von Wahrscheinlichkeit zu dem Schlusse, dass in irgend einer gewöhnlichen Flüssigkeit, in einem durchsichtigen und, wie es scheint, auch in einem opaken festen Körper die mittlere Distanz zwischen den Centren der zusammenhängenden Moleküle geringer ist als $^1/_{5\,000\,000}$ und grösser als $^1/_{1\,000\,000\,000}$ Centimeter.

---

der Aussenseite wird nun hinausgehoben und dann sich selbst überlassen; er fällt zurück und bringt längs der ganzen Ebene, in welcher sich Kugeln befinden, Zusammenstösse hervor.

1) Sitzungsber. d. Wiener Akad. 12. Oct. 1865.

Um irgend eine Vorstellung über den Grad der durch diese Folgerungen gegebenen Grobkörnigkeit zu gewinnen, stellen Sie sich eine Kugel aus Glas oder Wasser vor, so gross wie einen Fussball[1]), und vergrössern Sie dieselbe bis zur Grösse unserer Erde, wobei sich jedes Molekül in demselben Maasse vergrössern soll. Die so vergrösserte Structur würde dann gröber gekornt sein als ein Haufen von kleinem Schrot, aber weniger grob als ein Haufen von Fussbällen.

---

1) Oder sagen wir eine Kugel von 16 cm Durchmesser.

Elektrische Theorie und Messungen in der Schule.

Von

Dr. A. Kurz.

Bei Gelegenheit der kurzen Anzeige von Serpieri's Buch[1]) und dessen Uebersetzung heisst es in den Beiblättern zu Wiedemann's Annalen Bd. 7 S. 64 (1883) bezw. Bd. 8 S. 260:

„Es ist doch wohl sehr fraglich, ob die Behandlung von Gegenständen, welche eben höheren Gebieten angehören und grössere Hilfsmittel zu ihrer gründlichen Behandlung in Anspruch nehmen, als sie in der Schule gelehrt werden, auch wirklich in dieselbe hineingehören."

Einen Beitrag zu dieser Frage zu liefern dürfte also von vornherein kein ganz undankbares Unternehmen sein. Ich habe das Buch theilweise im Unterrichte bereits benutzt und will meine Dankespflicht an demselben hiermit ebenfalls abtragen.

§ 1. Die Analogie der Potentialdifferenz des galvanischen Stroms mit der Niveaudifferenz des Wasserstromes[2]) benutzt u. a. auch v. Beetz in der neuesten (7.) Auflage seines Leitfadens. Wie man das Elektricum e mittels des dem Newton'schen Gesetze analogen Anziehungs- und Abstossungsgesetzes definirt,

$$\text{Dimensionen von } e = \text{Dimensionen von } (\text{Länge} \times \text{Kraft}^{\frac{1}{2}}),$$

so erhält man als Grundlage für den Potentialbegriff:

---

1) Das elektrische Potential oder Grundzüge der Elektrostatik. Die neuere Theorie der elektrischen Erscheinungen in elementarer Darstellung. Von Serpieri Prof. d. Phys. an d. Univers. u. d. Liceo Raffaelo zu Urbino. Aus dem Italienischen ins Deutsche übertragen von Dr. R. v. Reichenbach. Autorisirte Ausgabe mit 44 Abbildungen. Wien, Pest, Leipzig 1884. Hartleben.

2) Und mit der Temperaturdifferenz des Wärmestromes bei der Wärmeleitung.

$$\text{Dim. } (e \times \text{Potential}) = \text{Dim. (Arbeit)},[3]$$

und durch Division (Elimination von e) für das Potential V:

$$\text{Dim. } V = \text{Dim. } (\text{Kraft}^{\frac{1}{2}}).$$

Mit der vorletzten Gleichung schliesst auch das, von mir hier übergangene I. der 15 Kapitel des zuerst genannten Buches.

Aus der dritten und ersten Gleichung erhält man ferner

$$\text{Dim. } V = \text{Dim. } (e : \text{Länge}).$$

§ 2. Ist das Elektricum e auf der Kugelfläche $4\pi r^2$ gleichmässig vertheilt, so könnte es auf keinen in deren Innerem gedachten elektrischen Massenpunkt ε eine Anziehung oder Abstossung ausüben, wovon man sich durch eine einfache geometrische Betrachtung überzeugt. Auf einen äusseren solchen Punkt ε aber, im Abstande $R > r$ vom Kugelcentrum, würde e die Kraft

$$\pm \frac{e\varepsilon}{R^2}$$

ausüben, wie man aus der Lehre vom Schwerpunkte (Mittelpunkte der Kugel) weiss, in welchem man sich das e concentrirt denken darf. Wenn nun demzufolge ε sich um die kleine Strecke $(R_1 - R)$ vom Centrum entfernt, so liegt die geleistete Arbeit vor:

$$\frac{e\varepsilon}{R^2}(R_1 - R) \text{ oder } \frac{e\varepsilon}{R_1^2}(R_1 - R) \text{ oder } \frac{e\varepsilon}{R_1^2}R_1 - \frac{e\varepsilon}{R^2}R \text{ oder } \left(\frac{e}{R_1} - \frac{e}{R}\right)\varepsilon;$$

weil nämlich R_1 am Anfange dieser Entwickelung so nahe als man will mit R übereinstimmt. Am Ende fällt diese Beschränkung fort.

Vergleicht man diese Arbeit mit derjenigen im § 1 und erinnert sich, dass der Begriff des Potentials wie derjenige des Niveau immer eine Differenz bedeutet, so erhält man für den Potentialwerth einer mit e geladenen Kugelfläche $4\pi r^2$ in einem äusseren Punkte

$$V = \frac{e}{R},$$

und in einem Punkte der Kugelfläche selbst, sowie in jedem inneren Punkte

$$V' = \frac{e}{r}.$$

3) Diese Definition gilt sowohl für das elektrostatische Maasssystem, von welchem im obigen vorläufig ausschliesslich die Rede gilt, als auch im elektrodynamischen (magnetischen).

Davon handelt auch das II. Kap. Serp., in welchem einmal $\varepsilon = 1$ gesetzt ist, ohne dies ausdrücklich, wie wohl nöthig ist, zu verzeichnen. Auch die ideale Bedingung, dass die Nähe von ε die Constanz der Flächendichte von e auf der Kugel nicht störe, muss erwähnt werden.

§ 3. Der Begriff der äquipotentiellen Flächen, im vorigen Beispiele concentrische Kugelflächen, schliesst sich unmittelbar an (IV. Kap. Serp.). Andere als kugelförmige Leiterflächen haben ebenfalls constanten Potentialwerth auf und innerhalb der Fläche; die äusseren Niveauflächen sind entsprechend anders geformt. Bringt man zwei geladene Leiterflächen in Contact, so bilden sie eine einzige Niveaufläche; erst dann können die elektrischen Kräfte keine Arbeit mehr leisten, befindet sich das Elektricum im Gleichgewichte.

Die elektrische Dichte, Elektricum durch Fläche, ist dabei im allgemeinen verschieden, nur auf der isolirt stehenden Kugelfläche ist sie constant $e : 4\pi r^2$.

Die elektrische Spannung, welche gar oft fälschlicherweise mit dem Potential verwechselt wird, ist augenscheinlich dem Quadrate der Dichte proportional, da hierbei dasselbe e als abstossende und abgestossene Masse in Rechnung kommt. Also findet sich mit Hilfe von § 1 sofort

$$\text{Dim. Spannung} = \text{Dim. (Kraft : Fläche)},$$

ganz in Uebereinstimmung mit der allgemeinen Mechanik.

Dass man sich aber von solchen Analogien nicht verführen lassen darf, kann das Beispiel zweier entfernt von einander und isolirt aufgestellter Kugelflächen zeigen mit den Elektrikas e und $4e$ und den Radien r und $2r$. Die Potentiale derselben sind auf den entsprechenden Kugelflächen selbst

$$\frac{e}{r} \text{ und } \frac{2e}{r},$$

während die Dichtigkeit und also auch die Spannungen auf ihnen dieselben sind.

Bei der Verbindung dieser zwei Leiterflächen durch einen dünnen Draht geht also Elektricum von der zweiten Kugelfläche zur erstgenannten über, wegen des dort grösseren Potentials (trotz der gleichen Spannung). Das Potential ist da die einzig massgebende Grösse.

§ 4. Befindet sich e im Punkte A isolirt, so ist das Potential im Punkte B

$$V = e : AB,$$

so lange kein weiteres Elektricum sich in der Nähe befindet.

Wenn aber ein isolirter länglicher Leiter CD in der Nähe ist, so tritt bekanntlich auf diesem die elektrische Influenz oder Vertheilung ein, indem sich in der Nähe von A, bei C, das befreundete Influenzelektricum erster Art (von entgegengesetztem Zeichen mit e) und in der Ferne, bei D, dasjenige zweiter Art (von gleichem Zeichen) ansammelt. Denken wir uns ACD als eine einzige Gerade und B zwischen A und C oder wenigstens so gelegen, dass $BC < BD$, so kann man leicht einsehen, dass nunmehr der Potentialwerth in B ein kleinerer, $V' < V$, geworden. Wenn z. B. C und D kleine Kugeln vorstellen, die durch einen dünnen Leitungsdraht mit einander verbunden sind, so ist nahezu

$$V' = \frac{e}{AB} - \frac{e'}{CB} + \frac{e'}{DB}.$$

Wäre z. B. hierdurch $V' = \frac{1}{2} V$ geworden, so müsste man e in A verdoppeln (condensiren), damit in B wiederum das gleiche Potential wie vorher aufträte.

In noch höherem Maasse macht sich dieser Einfluss von CD geltend, wenn man D zur Erde ableitend berührt, also den Leiter CD auf das Potential Null bringt, wie man heutzutage sagt. Dann geht das Influenzelektricum $+ e'$ zur Erde ab (das Potential Null auf CD lässt sich durch die Compensation des erregenden e und erregten $- e'$ begreifen) und in B erhält man den Potentialwerth

$$V'' = \frac{e}{AB} - \frac{e'}{CB}, \text{ vielleicht } \tfrac{1}{8} V.$$

Auf diese Art erklärt sich die Wirkung der „Condensatoren" (IX. Kap., Serp.). A heisst der Collector, CD der Condensator im engeren Sinne. Die zwei gebräuchlichsten Formen sind 1. A eine Messingscheibe, AC klein und durch eine Firnissschichte dargestellt, CD wieder eine Messingscheibe; oder 2. A die innere Stanniolbelegung und CD die äussere der Leydener Flasche.

Bringt man die Collectorplatte der Form 1. allein durch Berühren des auf sein Maximumpotential V geladenen Conductors der Elektrisirmaschine auf dieses Potential V, wobei e das auf den Collector übergehende Elektricum sei, so ist

$$V = e : c,$$

wo die Grösse c einstweilen nur als ein Längenwerth gemäss § 1 beigesetzt werden musste. Bringt man aber die Collectorplatte sammt der abgeleiteten Condensatorplatte in diesen Contact, so wird das

Quantum $E > e$ vom Conductor auf den Collector übergehen, aber das gleiche Potential V auf letzterem sich bilden, so dass in

$$V = E : C$$

auch der Nenner in gleichem Verhältnis grösser als der vorige anzunehmen ist.

Es ist also $E : e$ oder $C : c$ das Condensationsverhältnis[4]).

§ 5. Man hat diese Grösse c oder C neuerer Zeit mit Fug die Capacität genannt,

$$\text{Dim. } C = \text{Dim. Länge},$$

das Fassungsvermögen für ein bestimmtes Potential. So ist für die Kugelfläche $4\pi r^2$

$$c = r$$

(während das räumliche Fassungsvermögen $\frac{4}{3}\pi r^3$ ist). Hat man zwei oder mehrere Körper von den Potentialen V_1 und V_2 und den Capacitäten C_1 und C_2 miteinander in Berührung gebracht, so stellt sich auf ihnen das Potential V her und wir erhalten

$$V_1 C_1 + V_2 C_2 = V(C_1 + C_2).$$

Analoges tritt ein bei der Mischung zweier Volume Wassers C_1 und C_2 von ungleichen Temperaturen V_1 und V_2, wobei nämlich V alsdann die Mischungstemperatur bedeutet[5]); mischt man zwei solche Volume verschiedener Flüssigkeiten, so kommen auch deren Wärmecapacitäten in diese Formel noch herein (V. Kap. Serp.).

§ 6. Die kugelförmig gedachte Leydener Flasche; die Glasdicke δ sehr klein gegen r. Bringt man die innere Belegung auf das Potential V, die äussere auf V' mittels der Ladung e und $-e'$, so ist

$$V = \frac{e}{r} - \frac{e'}{r + \delta} \text{ und } V' = \frac{e - e'}{r + \delta}.\text{[6])}$$

Sehr häufig ist die äussere Belegung zur Erde abgeleitet, also $V' = 0$, also $e' = e$ und

$$V = e\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + \delta}\right) = e \cdot \frac{\delta}{r(r + \delta)} = e\,\frac{\delta}{r^2} = \frac{4\pi\delta}{4\pi r^2}\,e.$$

---

4) „Condensirende Kraft“; solchen Missbrauch mit dem Worte Kraft sollte man heutzutage nicht mehr üben.

5) Wegen der Verwandtschaft von Potential mit Temperatur vgl. auch Anm. 2.

6) Serpieri lässt das neg. Zeichen dem e' anhaften, was mindestens für den Anfänger weniger anschaulich sein dürfte.

Schreibt man für die Oberfläche der Flasche $F = 4\pi r^2$, so ist deren Capacität

$$C = F : 4\pi\delta,$$

d. i. proportional der Oberfläche und umgekehrt proportional der Glasdicke. Dies gilt auch für die gewöhnliche Cylinderform der Leydener Flasche, um so mehr mit Rücksicht auf den Schluss dieses Paragraphen.

Umgekehrt ist

$$e = \frac{F}{4\pi\delta} \cdot V,$$

wenn die äussere Belegung das Potential Null, und auch sofort ersichtlich (vgl. § 2 vorletzten Absatz, oder durch Elimination von e')

$$e = \frac{r^2}{\delta}(V - V') = \frac{F}{4\pi\delta} \cdot (V - V'),$$

wenn die äussere Belegung das Potential V' hat.

Zu F kommt noch ein specifischer Factor je nach der Natur des isolirenden Mittels, indem z. B. Glas nahe drei Mal so gut wirkt wie Luft, Kautschuk zwei Mal. Derselbe möge in F einbezogen gelten.

§ 7. Entladungen. Das Gesetz von Riess, nach welchem die Schlagweite dem Elektricum direct und der Flaschenzahl indirect proportional sein sollte, hat sich nicht bewährt. Abgesehen von der Verleitung zum Irrthum, dass die Schlagweite der Dichte proportional wäre, es müsste heissen, dass sie dem Potentiale proportional sein sollte[7]). Dies trifft aber auch nicht zu, sondern man kann bestimmt nur sagen, dass, je grösser das Potential, desto grösser auch die Schlagweite ist (X. Kap., Serp.).

Will man die stille oder wechselweise Entladung calculiren, so muss man die ersten zwei strikten Formeln des § 6 benutzen, nicht die schliessliche Annäherungsformel. Es ist nach der ersten derselben

$$e = rV + \frac{r}{r+\delta} \cdot e' \quad ^{8)}$$

das Elektricum der ersten Belegung (e' dasjenige der zweiten). Der Antheil rV würde allein bestehen bei der Ladung zum Potential V, wenn die zweite Belegung nicht mitwirken würde; er ist auch bei dieser Mitwirkung das freie Elektricum, welches durch Berührung

---

7) Diese beiderlei Begriffe der Schlagweite differiren um eine Längendimension.

8) Der am Schlusse von § 6 erwähnte Factor findet auch als Divisor von δ hier seinen Platz.

hinweggenommen werden kann. Der zweite Summand ist das durch letztgenannte Mitwirkung angesammelte Quantum, welches man früher gebundene Elektricität nannte[9]).

Der Uebersichtlichkeit wegen stelle ich nun die Ergebnisse der wechselweisen Entladung tabellarisch zusammen und wiederhole nochmals die soeben besprochene erste Entladung der ersten Belegung:

Ableitung	der Belegung	Null wird	Fort geht	Da war	Rückstand	Aus	Wird
1	1	$V = \frac{e - \frac{r}{r+\delta}e'}{r}$	$e - \frac{r}{r+\delta}e'$	e	$\frac{r}{r+\delta}e'$	V'	V''
1	2	$V'' = \frac{\frac{re'}{r+\delta} - e'}{r+\delta}$	$\frac{re'}{r+\delta} - e'$	$-e'$	$-\frac{r}{r+\delta}e'$	$V_1 = 0$	V_2
2	1	$V_2 = \frac{\frac{r}{r+\delta}e' - \left(\frac{r}{r+\delta}\right)^2 e'}{r}$	$\frac{r}{r+\delta}e' - \left(\frac{r}{r+\delta}\right)^2 e'$	$\frac{r}{r+\delta}e'$	$\left(\frac{r}{r+\delta}\right)^2 e'$	$V'' = 0$	V'''
2	2	$V''' = \frac{\left(\frac{r}{r+\delta}\right)^2 e' - \frac{r}{r+\delta}e'}{r+\delta}$	$\left(\frac{r}{r+\delta}\right)^2 e' - \left(\frac{r}{r+\delta}\right) e'$	$-\frac{r}{r+\delta}e'$	$-\left(\frac{r}{r+\delta}\right)^2 c'$	$V_2 = 0$	V_3

So viel wird genügen, um die weitere Fortsetzung dieser Procedur gemäss dem Gesetze der geometrischen Reihe angeben zu können[10]). (Die 4. Colonne besteht aus den Zählern der 3., die 6. stellt die Differenzen aus den Beträgen der 5. und 4. Colonne vor.)

§ 8. Während die gewöhnliche Flaschenbatterie (Schaltung nebeneinander) die Multiplication der Oberfläche, also des Elektricums einer einzigen Flasche bedeutet bei gegebener Potentialdifferenz, stellt die Kaskade (Schaltung hintereinander) einen stufenweisen Abfall der Potentiale dar, einen Treppengang, der die Glasflaschen geradeso vor dem Zertrümmern schützt, wie unsere Körper beim Aufsuchen eines

9) Serpieri vermeidet diese Benennung mit Recht, denn der alte Bindungscoefficient wurde von der ersten zur zweiten Belegung und vice versa gerechnet, während jetzt im speciellen Falle $V' = 0$ des § 6 $e = e'$ ist und von e' aus nur $\frac{r}{r+\delta}e'$ „gebunden" würde.

10) Serpieri hat hierbei in den Ausdrücken der Elektrica noch Potentialwerthe (V) stehen, was weniger übersichtlich ist.

bedeutend niedrigeren Niveaus; es wird bei der Kaskade ein gegebenes Elektricum auf eine multiplicirte Potentialdifferenz gebracht. Sind bei p Flaschen der gleichen Capacität c

$$V_1 \; V_2 \cdots V_p$$

die Potentiale der inneren Belegungen, so sind

$$V_2 \cdots V_p \; V_{p+1}$$

diejenigen der äusseren. Für die erste Flasche ist dann gemäss den ersten Gleichungen im § 6

$$e_1 = \frac{r(r+\delta)}{\delta}(V_1 - V_2) \text{ das positive Elektricum innen und}$$

$$e_2 = \frac{r(r+\delta)}{\delta}(V_1 - V_2) - V_2(r+\delta) \text{ das negative aussen,}$$

also nahezu (vom Zeichen abgesehen) $e_1 = e_2$[11]) und darum $= e$ geschrieben, so dass

$$e = c(V_1 - V_2) = c(V_2 - V_3) = \cdots = c(V_p - V_{p+1})$$

und durch Addition

$$pe = c(V_1 - V_{p+1});$$

d. h. eine einzige Flasche von dieser Capacität c bedürfte zu dieser Potentialdifferenz des $p$fachen Elektricums. Bei der Entladung der Kaskade stürzt nur das einfache Quantum e vom Potential V_1 auf V_{p+1} herab. Ladet man auf die gleiche Potentialdifferenz p und p' Flaschen in der Kaskade, so wird

$$pe = p'e';$$

das Verhältnis e zu e' kann man zur experimentellen Bestätigung an der Messflasche (gew. Maassflasche genannt) messen oder durch die Anzahl der Maschinentouren für eine passende Funkenzahl bei passender Schlagweite (XI. Kap., Serp.).

§ 9. Die Energie W eines solchen Sturzes von e um eine Potentialdifferenz V ist nicht etwa gleich eV, wie wenn das Wasserquantum e von der Höhe V auf das Mühlrad stürzte, sondern wie wenn dieses Wasserquantum in einem cylindrischen Gefässe von der Höhe V durch

---

11) Nur bei viel grösserer Flaschenzahl, als über welche man zu verfügen pflegt, würde diese Annäherung unerlaubt werden.

eine Oeffnung im Boden dieses Cylinders auf das Niveau dieses Bodens herabgelassen würde, also

$$W = \tfrac{1}{2} e \cdot V = \tfrac{1}{2} \frac{e^2}{c} \text{ (} c \text{ die Capacität).}$$

(XII. Cap., Serp.) Riess hat zuerst Theile dieser elektrischen Energie, welche in kalorische Energie θ umgewandelt[12]) worden, messen gelehrt. Solche Theile zeigt also die Theorie schon als proportional dem Quadrate des Elektricums und umgekehrt proportional der Capacität an, welch letztere mit der Flaschenzahl n (nebeneinander) bei Riess stimmt[13]). Also muss bei gleicher Ladung das Product

$$\theta \cdot n \text{ constant}$$

sein, während n variirt und θ am Elektrothermometer abgelesen wird. (XIV. Kap., Serp.) Wenn aber die Ladung e ungleich ist (wegen ihrer Messung s. § 8 am Schlusse), so muss

$$\theta \cdot n : e^2 \text{ constant}$$

sein. So z. B. beobachteten wir bei der Schlagweite von 3^{mm}

$\theta =$	$n =$	$e =$	$\theta n : e^2 =$
9	4	13	1 : 4,7
17	7	23	1 : 4,4

und bei der Schlagweite von 2^{mm}

$\theta =$	$n =$	$e =$	$\theta n : e^2 =$
5	4	9 bis 10	1 : 4,6 (Mittelwerth).
9	7	17	1 : 4,6

(Dass dieses letzte Versuchspaar auch nahe mit dem ersten übereinstimmt, kann uns gelegentlich an den Eingang des § 7 erinnern, wonach die Schlagweiten 3 und 2^{mm} noch nahezu dem Potentiale, oder bei gleicher Flaschenzahl auch dem Elektricum proportional sind, welch letzteres ja schon in Rechnung gezogen wurde.)

§ 10. Ganz anders lautet dieses Gesetz bei der Kaskade. Wenn man da bei gleicher Schlagweite, z. B. von 6^{mm}, die Flaschenzahlen $p = 2$ und 3 wählt, so wird unter gleicher Potentialdifferenz das Elektricum, bezw. $e = 3$ und 2 überspringend zu erwarten sein, so dass nach obiger Formel

$$\theta : e \text{ constant}$$

werden muss.

12) Die vage Ausdrucksweise „Verwandlung von Elektricität in Wärme" wird durch die correcte von Serpieri noch wirksamer verdrängt, als wenn man, wie erlaubt, die Worte „in Wärme" beibehält.

13) Hier wie im Eingange von § 7 Uebereinstimmung von Theorie und Beobachtung; dort im negativen, hier im positiven Sinne.

Wir beobachteten auch

$$\theta = 3{,}5 \qquad p = 2 \qquad e = 4 \qquad \theta : e = 0{,}9$$
$$3 \qquad\quad 3 \qquad\quad 2 \text{ bis } 3 \qquad\quad 1{,}2$$

(Mit der Schlagweite von 5^{mm} wurde

$$\theta = 2 \qquad p = 2 \qquad e = 2 \text{ bis } 3 \qquad \theta : e = 0{,}8.)$$

§ 11. Um bei der Fortsetzung der Riess'schen elektrothermischen Versuche keine „Verzögerungskraft" (vgl. Anm. 4) zu dulden, müssen wir wie Serpieri den Begriff des Widerstandes einführen, dessen man ja auch beim galvanischen Strome nicht entrathen kann. Die Analogie der Wärme- und Elektricitätsleitung, welche auch Ohm auf die Erfindung des nach ihm benannten Gesetzes geführt hat, wird dazu von unseren Lehrbüchern noch zu wenig benutzt[14]).

Als Messungsmittel hierfür und zur Induction des Satzes, dass die im § 9 und 10 gemessene Wärmemenge θ bei constanter Gesammtleitung dem Widerstande der betreffenden Platindrahtspirale proportional sei, liess ich die Drahtklemmen des Riess'schen Elektrothermometers durch ein dünnes Holzstäbchen, als Axe der lose um dasselbe gewundenen Spirale, zu einem festen Systeme verbinden und noch eine solche Vorrichtung anfertigen, so dass man die eine Spirale im Luftthermometer, die andere im äusseren Schliessungskreise einschalten und beide hernach leicht umtauschen konnte. Es ergab sich dann

$$\theta : \theta' = 5{,}5 : 2,$$

je nachdem die Spirale von 20^{cm} Länge und ungefähr $1/_{15}{}^{mm}$ Dicke oder diejenige von 50^{cm} und $1/_5{}^{mm}$ im Luftthermometer sich befand. Die Widerstände dieser verhalten sich wie

$$20 \cdot 15^2 \text{ zu } 50 \cdot 5^2 \text{ oder wie } 18 : 5.$$

Bei den geringen Mengen dieser Platindrähte, über welche ich gerade verfügen konnte und weil die Fehler der Dickenbestimmung doppelt ins Gewicht fallen, mögen die beiderlei Radien einstweilen r und r' heissen. Dann muss obigem Satze gemäss

---

14) Herwig („Physikalische Begriffe" etc.) bringt wenigstens das Wärmeleitungsgesetz (§ 45), führt aber das Ohm'sche Gesetz (§ 58) nur gelegentlich zur Definition des Widerstandes an. Und sind doch beide mit Benutzung von Anm. 2 oben dasselbe. Darin bestand die apriorische Vermuthung Ohm's. Vor ihm wurde da und dort schon in der Physik als die einfachste Annahme diejenige gemacht, dass das betreffende Quantum proportional sei z. B. der Länge und umgekehrt dem Querschnitte. In solchem Sinne ist es zu verstehen, dass Ohm sein Gesetz „errathen" habe, wie Kirchhoff in seinen Heidelberger Vorlesungen gesagt haben soll.

$$5{,}5 : 2 = \frac{20}{r^2} : \frac{50}{r'^2},$$

also $r' : r = \sqrt{6{,}875} = 2{,}62$ sein, das ist nicht ganz 3, wie vorhin angenommen worden ist.

§ 12. Eine bloss arithmetische Ueberlegung führt weiter zu dem Satze, dass θ auch umgekehrt proportional dem Gesammtwiderstande sein müsse.

Variirt man endlich diesen letzteren, während man das Theilquantum der Wärme mit demselben Platindrahte im Elektrothermometer misst, so kommt

$$\theta : \theta_1 = \frac{1}{L} : \frac{1}{L + l_1};$$

θ war bei einer unserer Messungen 9; und $\theta_1 = 4{,}5$, als wir mittels eines Stöpselrheostaten $l_1 = 7000$ Siemenseinheiten einschalteten. Daraus ergibt sich sogleich auch $L = 7000$. Es sollen noch die weiteren Paare θ_1 und l_1 angegeben werden nebst den sich daraus ergebenden Werthen von L

$l_1 =$	$\theta_1 =$	$L =$
2000	7	7000
3000	6	6000
4000	5,5	6300
5000	5	6300
6000	4,8	6900
7000	4,5	7000
9000	4	7200

Diese Werthe von L stimmen wohl genügend überein. Macht man aus voriger Proportion

$$\theta : \theta_1 = 1 : \frac{1}{1 + \frac{l_1}{L}}$$

und vergleicht diese Formel mit der seit Riess in die Lehrbücher übergegangenen (vgl. Anfang von § 11), so ergibt sich statt der letzten Summe diejenige $\left(1 + \frac{cl}{r^2}\right)$, wo l und r die Länge und der Radius des hinzugeschalteten Drahtes sind. Also bedeutet die Constante c daselbst den reciproken Werth des Productes aus π, der specifischen Leitungsfähigkeit des betreffenden Drahtes und dem übrigen Gesammtwiderstande. Dass $\frac{cl}{r^2}$ nicht ein Widerstand, sondern das Verhältnis von zwei solchen sein muss, ist schon aus dem Summanden 1 zu ersehen.

Die Deformation der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde[1].

Von

Prof. E. v. Fleischl.

Durch Aufstellung der Gleichung der Wellenoberfläche in einem Medium zeigt die Theorie an, dass sie sich der, in diesem Medium auftretenden, optischen Phänomene völlig bemächtigt, und ihr analytisches Verständnis erledigt hat. Aber auch das anschauliche Verständnis ist kein vollkommenes, und fühlt sich nicht beruhigt, wenn ihm nicht als Basis für seine Constructionen die Vorstellung von der Gestalt und den räumlichen Eigenschaften der betreffenden Wellenoberfläche zu Gebote steht.

Die Gruppe merkwürdiger optischer Eigenschaften, welche viele an und für sich isotrope, feste und flüssige Substanzen während ihres Aufenthaltes in einem magnetischen oder elektrischen Felde zeigen, ist unserem analytischen und anschaulichen Verständnisse noch nicht erschlossen, da weder die mathematische Behandlung, noch auch — so viel mir bekannt ist — eine andere Art der Ueberlegung zur Construction einer Wellenoberfläche geführt hat, aus deren Gestalt die durch das Experiment festgestellten Thatsachen sich erklären.

Wenn nun in der folgenden Darstellung jene Literatur, welche sich mit der theoretischen Behandlung der Lichtbewegung im magnetischen Felde beschäftigt, ganz und gar unberücksichtigt bleibt, so erklärt sich das, und erscheint selbstverständlich durch den Mangel jeglicher Beziehung zwischen dem, was man in der Optik „Theorie" nennt, und dem, was hier vorgebracht wird. Es handelt sich weder um den Versuch einer Theorie, noch überhaupt um das Bestreben, das Ziel der Theorie auf einem der bisher betretenen, oder auf einem

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 90 Dec. 1884.

anderen Wege zu erreichen, sondern einzig und allein um die Mittheilung einer Muthmaassung über die Gestalt der Wellenoberfläche des Lichtes im magnetischen Felde, und um die Darlegung der Gründe, welche die gemuthmaasste Gestalt als wahrscheinlich — ja sogar sie, oder eine ihr sehr ähnliche Gestalt als die einzig mögliche erscheinen lassen. Ich denke, es versteht sich von selbst, dass durch einen solchen Nachweis, selbst wenn er gelingt, eine Theorie der betreffenden Lichtbewegung weder dargeboten, noch überflüssig gemacht ist, dass vielmehr ein solcher Nachweis nicht den mindesten Zusammenhang mit einer Theorie, keinerlei Beziehung zu einer solchen besitzt. Für ein anschauliches Verständnis der so eigenthümlichen Phänomene im magnetischen Felde, und für die Beseitigung des Zweifels, ob diese Erscheinungen auf Grund derselben Principien erklärbar seien, wie die übrigen optischen Phänomene, mag jedoch die von mir ersonnene Muthmaassung einigen Werth besitzen, und ihre ausführlichere Mittheilung glaube ich auch durch eine überraschende Uebereinstimmung rechtfertigen zu dürfen, welche sich zwischen einer, aus meiner Conjectur durch Rechnung abgeleiteten Function, und den Resultaten früherer, von Verdet angestellten Messungen ergeben hat — eine Uebereinstimmung, welche wesentlich weiter geht, als die, zwischen jenen Messungen, und der von Verdet selbst aus ihnen abstrahirten Function.

Bekanntlich besteht die charakteristische Eigenthümlichkeit der Lichtbewegung im magnetischen Felde, durch welche sie geradezu im Gegensatz zu der unter allen übrigen Bedingungen stattfindenden Lichtbewegung, und somit ganz isolirt ist, darin, dass in einem magnetischen Felde, in welchem die Verbindungslinie der Magnetpole sich von Nord nach Süd erstreckt, ein linear polarisirter Lichtstrahl, welcher das Feld in dieser Richtung durchzieht, und in dem z. B. die Schwingungsebene anfänglich vertical ist, ob er nun von Nord nach Süd, oder ob er von Süd nach Nord geht, in beiden Fällen in solcher Weise eine Drehung der Polarisationsebene erleidet, als würden die Schwingungsbahnen durch einen, nur deren obere Hälfte treffenden Wind, der von Ost nach West streift, um den Strahl als Axe zur Seite gedreht, so dass nach der üblichen Ausdrucksweise dieses Feld, wenn es von Süd nach Nord durchstrahlt wird, gleich einer linksdrehenden Substanz wirkt, aber wenn es von Nord nach Süd vom Strahl durchschritten wird, so wirkt, wie eine ebenso stark rechtsdrehende Substanz. Diese Eigenschaft und ihre unmittelbare Consequenz: eine Verdopplung der Drehung beim Hin- und Rückgang eines Strahles durch ein magnetisches Feld, statt der bei allen, an und für sich drehenden Mitteln in diesem Falle erfolgenden Aufhebung der Drehung — sind zu bekannt, als dass länger bei ihnen zu verweilen nöthig wäre.

Bei dem innigen, durch die Fresnel'sche Theorie etablirten Zusammenhang zwischen Drehung der Polarisationsebene und Doppelbrechung frägt es sich nun, erstens ob die aus der Drehung im magnetischen Felde folgende Doppelbrechung in der üblichen Weise durch eine Wellenoberfläche darstellbar sei, und zweitens, wenn dies der Fall ist, welche Gestalt diese Wellenfläche hat.

Die Beantwortung dieser beiden Fragen ist das Ziel der vorliegenden Schrift. Dass es, wenn die magnetische Drehung der Lichtschwingungen auf Doppelbrechung beruht, einen geometrischen Ort geben muss, an dem die Bewegung zu einer gegebenen Zeit nach der Störung des Gleichgewichtes des Lichtäthers in einem Punkte des magnetischen Feldes anlangt, — darüber kann gar kein Zweifel bestehen. So lange eine Gestalt im Raume nicht angebbar ist, welche der Bedingung dieses geometrischen Ortes entspricht, kann man etwa vermuthen, dass die magnetische Drehung anders zu Stande komme, als die in circular doppelbrechenden Substanzen. Geht man aber von der Voraussetzung einer magnetischen Doppelbrechung als Grundlage der magnetischen Drehung aus, dann kann man nur mehr fragen, wie die Wellenfläche aussieht, aber nicht, ob sie existirt. Von dieser Voraussetzung aber gehe ich in folgendem aus.

Um die Gestalt der Wellenfläche im magnetischen Felde zu entwickeln, nehmen wir an, ihr Mittelpunkt, also der Ort, an welchem die Störung im Gleichgewichte des Lichtäthers stattfindet, liege auf der Verbindungslinie zweier punktförmiger Magnetpole (oder — um einen, den wirklichen Verhältnissen entsprechenden Fall zu betrachten, an einer solchen Stelle eines magnetischen Feldes, an welcher die Kraftlinien untereinander merklich parallel verlaufen). — Die Verbindungslinie der Pole wählen wir zur X-Axe eines rechtwinkligen Raumcoordinatensystemes, dessen Nullpunkt mit dem Punkte, an welchem die Störung stattfindet, zusammenfällt. Vorderhand sei das Feld noch nicht magnetisch, also etwa der den Elektromagneten erregende Strom noch nicht geschlossen. Das Licht, dessen Fortpflanzungsweise wir untersuchen, sei linear polarisirtes. Dann ist seine Wellenoberfläche im isotropen Medium natürlich eine Kugeloberfläche, oder, wenn wir, einer allgemein bekannten Vorstellungsweise uns bedienend, statt des einen linear polarisirten, zwei circular und einander entgegengesetzt polarisirte Strahlen annehmen, treten an die Stelle jener einen Kugelfläche zwei aufeinanderfallende identische solche Flächen.

Nun stelle man sich vor, diese beiden Kugeloberflächen erleiden eine und dieselbe homogene lineare Deformation längs der X-Axe; das Maass der Deformation sei: n. — Hiedurch bleiben alle Entfernungen zwischen je zwei Punkten, die in einer der zur X-Axe normalen Ebenen

liegen, unverändert; alle Entfernungen zwischen Punkten, die in einer der Geraden liegen, welche zur X-Axe parallel sind, werden mit n multiplicirt — kurz: es werden aus den beiden identischen Kugeln: zwei identische Rotationsellipsoide, deren gemeinsamer Mittelpunkt der der früheren Kugeln ist. Wir müssen uns das Maass der Deformation, n, als eine Zahl denken, die nur um sehr Weniges grösser ist als 1, so dass die Excentricität der Ellipsoide eine äusserst geringe ist und ihre Brennpunkte (α, β) zu beiden Seiten von O sehr nahe an O liegen. Nun denke man sich ferner das eine der beiden Ellipsoide längs der X-Axe um ein ganz kleines Stück aus seiner Anfangslage verschoben; und das zweite Ellipsoid um ein ebenso grosses Stück nach der entgegengesetzten Richtung auf der X-Axe verschoben, so dass die Mittelpunkte der beiden Ellipsoide zu beiden Seiten des O-Punktes gleichweit von ihm entfernt liegen. Man kann noch, um einen möglichst einfachen analytischen Ausdruck für diese Flächen zu bekommen, eine Beziehung etabliren zwischen der Grösse der Deformation, und der Grösse der Verschiebung auf der X-Axe; und zwar folgende: Man schiebe das Ellipsoid e so weit, bis sein einer Brennpunkt (α_1) mit dem O-Punkt zusammenfällt, und das Ellipsoid ε so, dass sein Brennpunkt (β_2) auf den O-Punkt fällt. Der analytische Ausdruck der Doppelfläche, welche durch die, zum Theil ineinander liegenden Oberflächen beider Ellipsoide gebildet wird, enthält dann, ausser dem Halbmesser r der zu Anfang vorhandenen Kugeln, und ausser dem linearen Maasse n der Deformation, welche diese erlitten haben, keine benannten Constanten; er lautet:

$$\frac{n^2x^2+y^2+z^2}{r^2n^2} \pm \frac{2x\sqrt{n^2-1}}{r} = \frac{n^2+1}{n^2} - n^2. \tag{I}$$

Ich will nun zeigen, dass die hier entwickelte Doppelfläche alle Eigenschaften der Wellenoberfläche im magnetischen Felde hat, und mich hiezu der Fig. 1 bedienen, welche den Durchschnitt der Doppelfläche mit der XY-Ebene darstellt[1]).

Die mit Cursivbuchstaben (x, p, y, p') bezeichnete Ellipse gehört dem Ellipsoide e an, und ist der Theil der Wellenfläche, welcher sich auf die rechts circular schwingenden Strahlen bezieht, das heisst: Strahlen rechts circular polarisirten Lichtes erreichen, gleichzeitig von O ausgehend, gleichzeitig die Punkte der Oberfläche des Ellipsoides e; Strahlen links circular polarisirten Lichtes derselben Farbe, welche

1) Der Deutlichkeit halber ist in dieser Figur die Excentricität der Ellipsen, ebenso wie ihre Verschiebung auf der X-Axe, im Vergleiche mit den wirklich stattfindenden Verhältnissen, sehr stark übertrieben.

gleichzeitig mit den anderen von O ausgehen, erreichen in der gleichen Zeit die Punkte der Oberfläche des Ellipsoides ε, dem in der Ebene der Zeichnung die mit griechischen Buchstaben (ξ, π, η, π') versehene Ellipse entspricht.

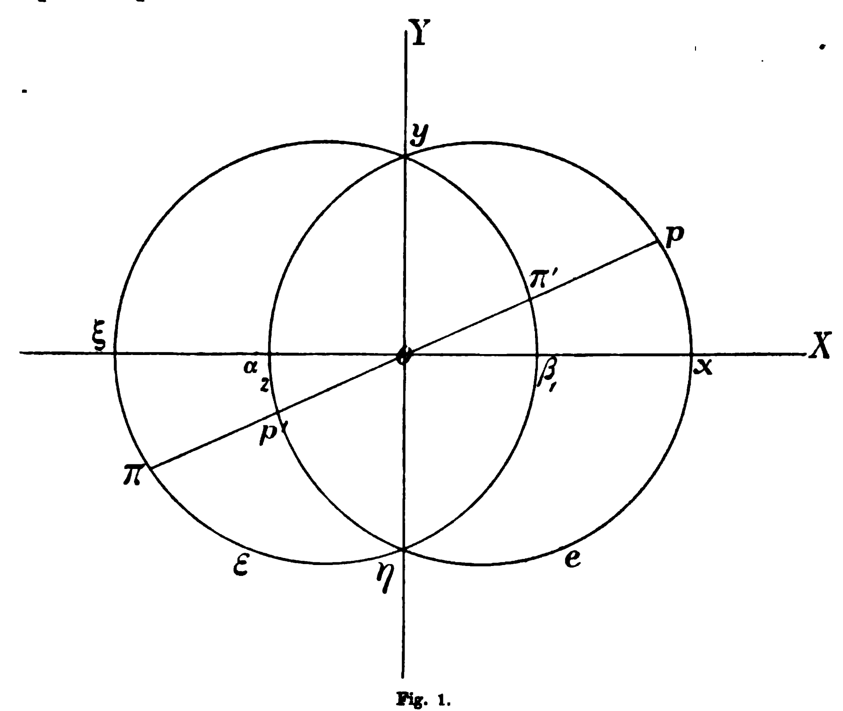


Fig. 1.

Zunächst ist ersichtlich, dass in der YZ-Ebene, in welcher die Ellipsoide einander schneiden, liegende Strahlen (z. B. die in der Y-Axe selbst liegenden Strahlen Oy, $O\eta$), mögen sie rechts oder links circular schwingendem Lichte angehören, die gleiche Geschwindigkeit haben, indem für diese Strahlen die Punkte beider Wellenflächen paarweise zusammenfallen. In Wirklichkeit bleibt die Polarisationsebene von Strahlen linear polarisirten Lichtes, welche in der angegebenen Richtung das magnetische Feld durchsetzen, unverändert.

Ferner geht unmittelbar aus der Figur hervor, dass für Strahlen, welche von O in der Richtung Op ausgehen, die Geschwindigkeit eine verschieden grosse ist, je nachdem sie rechts oder links circular polarisirt sind; erstere gelangen in derselben Zeit bis p, in welcher letztere nur bis π' gelangen. Diese Differenz der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden, entgegengesetzt schwingenden Hälften des von O aus in der Richtung nach p gehenden, linear polarisirten Lichtes drückt sich in der Beobachtung (durch einen Analyseur) als Drehung der Polarisationsebene aus; in unserem Falle als Drehung

„nach rechts“. Der Betrag dieser Drehung hängt von der Grösse der Differenz, also von der Länge $\pi' p$ ab, ist also ein und derselbe für alle Strahlen, die von O aus nach irgend einem Punkte desjenigen Parallelkreises (auf dem Rotationsellipsoid e) hin gehen, auf dem der Punkt p selbst liegt. Derselbe, durch die Länge $\pi' p = -p' \pi$ gemessene Unterschied der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten rechts und links circularen Lichtes wird für Strahlen bestehen, welche von O nach π gehen, oder von O nach einem Punkte des Parallelkreises, auf dem π liegt; nur pflanzen sich in dieser Richtung die links circularen Strahlen um ebenso viel schneller fort, wie im ersten Falle die rechts circularen.

Nehmen wir nun etwa an, die lineare Bahn des Aethertheilchens in O stände senkrecht auf der Zeichnungsebene (liege in der Z-Axe) und werde durch den Punkt O halbirt, so dass die eine Hälfte dieser Bahn vor der Ebene der Zeichnung liegt. Stelle ich mich nun in diese Schwingungsbahn, und blicke dem von O nach p gehenden Strahle nach, so werden, nach dem früher Gesagten, die oberen (vor der Zeichnung liegenden) Hälften der Schwingungsbahnen mir um so stärker nach rechts sich zu neigen scheinen, je weiter gegen p zu das Licht fortschreitet. Bleibe ich nun zwar in O stehen, drehe mich aber um, und blicke dem von O aus nach π fortschreitenden Strahle nach, so werden mir, dem oben Gesagten zufolge, die Schwingungsbahnen der Aethermoleküle mit ihren oberen, vor der Zeichnungsebene gelegenen Hälften sich um so stärker nach links zu neigen scheinen, je weiter sie sich von mir entfernen. Für einen Beobachter jedoch, der nicht, wie ich, im Mittelpunkte der Welle steht, und der sich nicht, wie ich, zwischen den beiden Beobachtungen umdreht, sondern der den ganzen Vorgang von einem irgendwo ausserhalb der Wellenfläche gelegenen Standpunkte aus betrachtet, wird die Drehung der Schwingungsbahnen dem Sinne nach dieselbe sein, beim Fortschreiten des Lichtes von O nach p, wie beim Fortschreiten von O nach π, — und wegen der Gleichheit der Längen $\pi' p$ und $p' \pi$ wird auch der Betrag der Drehung sich in beiden Fällen als der gleiche zeigen.

Aus der Voraussetzung dieser Gestalt der Wellenfläche folgt also unmittelbar jene Unabhängigkeit der Drehungsrichtung der Polarisationsebene von dem Vorzeichen der Richtung des Fortschreitens des Lichtes, welche die charakteristische optische Eigenschaft des magnetischen Feldes ist, da sie die Einwirkung des magnetischen Feldes auf die Schwingungsrichtung des Lichtes in einen Gegensatz bringt zur Einwirkung auf die Schwingungsrichtung des Lichtes von Seiten aller anisotropen Substanzen.

Man sieht leicht ein, dass die Wellenoberfläche, aus deren Voraussetzung diese eben besprochene charakteristische Eigenthümlichkeit folgt,

nicht gerade nur die eine Gestalt haben muss, welche der obigen Auseinandersetzung zu Grunde gelegt wurde, sondern dass vielmehr alle geschlossenen Doppelflächen dies, leisten, welche aus der Rotation zweier, einander in der YZ-Ebene schneidender Curven um die X-Axe hervorgehen, wenn nur jede der beiden erzeugenden Curven das Spiegelbild der anderen bezüglich der YZ-Ebene ist und wenn nur jeder ausserhalb der YZ-Ebene liegende Centralstrahl die Doppelfläche 4 mal schneidet.

Aber nicht bloss dieser Verallgemeinerung unterliegt die oben geschilderte Wellenform, wenn sie keiner anderen, als der soeben ausführlich besprochenen Bedingung zu genügen hat, sondern sie lässt auch noch eine Specialisirung und zugleich Vereinfachung zu; indem eine Deformation der, unserer Entwickelung zu Grunde liegenden identischen Kugelflächen überhaupt nicht nothwendig ist, sondern eine (kleine) Verschiebung der beiden Kugeln in entgegengesetzten Richtungen auf der X-Axe die gestellte Bedingung ebenfalls erfüllt. Der analytische Ausdruck dieser Doppelfläche:

$$(x \pm \xi)^2 + y^2 + z^2 = r^2 \qquad \text{(II}$$

kann aus der Gleichung, welche oben für die aus Ellipsoiden bestehende Wellenfläche gegeben wurde, nicht abgeleitet werden, da in Gleichung I ein Zusammenhang zwischen der Grösse der Deformation, und der Grösse der Schiebung vorausgesetzt ist, durch welche beide gleichzeitig verschwinden, so dass Gleichung I, wenn man in ihr $n = 1$ setzt, direct in die Mittelpunktsgleichung einer Kugel übergeht, während unsere Fläche aus der früher besprochenen, durch Verschwinden der Deformation allein hervorgeht. —

Auf die Frage: welche von allen, der bewussten Bedingung genügenden Doppelflächen nun die der Lichtbewegung im magnetischen Felde wirklich entsprechende sei; und aus welchen Gründen ich die durch Gleichung I dargestellte dafür halte, habe ich folgendes zu antworten:

Die Wellenfläche, welche der Lichtbewegung im magnetischen Felde entspricht, muss folgende Eigenschaften besitzen:

1. Sie muss durch einen Vorgang von stetiger Natur aus der Kugel ableitbar sein, wegen des Ganges der Erscheinungen bei stetig von Null aus wachsender Intensität des Magnetismus.

2. Sie muss die YZ-Ebene nur in einer Curve schneiden und zwar in einer Kreislinie; also müssen ihre beiden Theile einander ebenfalls in dieser Weise schneiden (oder berühren).

3. Sie muss durch Rotation einer ebenen Figur um die X-Axe entstehen.

4. Es darf nicht, wie bei einaxigen Krystallen, der eine Theil ganz innerhalb des anderen liegen, sondern jeder Theil muss ein ebenso grosses Stück des anderen einschliessen, als von ihm selbst durch den anderen Theil eingeschlossen wird, so dass um die YZ-Ebene nur eine geometrische, aber keine optische Symmetrie besteht.

Durch die Erinnerung an die Rolle, welche das Rotations-Ellipsoid bei der einaxigen Doppelbrechung spielt, und durch die so nahe liegende Vorstellung, dass Kräfte, die ausschliesslich parallel einer geraden Linie wirken, auch nur Veränderungen an der Gestalt der einfachen Wellenfläche hervorrufen werden, welche durch Bewegungen ihrer einzelnen Punkte in der Richtung dieser Geraden entstehen, wie die lineare Deformation, endlich weil die aus einer solchen Deformation der Kugel hervorgehende Gestalt, nächst dieser selbst, überhaupt die einfachste ist, wurde ich auf die oben vorgetragene Muthmaassung geführt. Warum ich aber, nachdem ich schon dem — sozusagen unerlaubten — Argumente der „Einfachheit" einen Platz in meiner Betrachtung eingeräumt habe, bei der aus zwei Ellipsoiden bestehenden Wellenfläche stehen geblieben bin; weshalb ich überhaupt mit einiger Bestimmtheit diese als die wirklich vorhandene Wellenfläche bezeichne, das wird sich aus dem nun folgenden ergeben.

Es existirt nämlich noch eine, bisher von uns nicht in Betracht genommene Erfahrungsthatsache in diesem Gebiete von Erscheinungen, welche, so wie sie in der theoretischen Behandlung desselben einen der Hauptausgangs- und Anhaltspunkte der Rechnung bildet, so auch für die hier angestellten Betrachtungen dadurch von grosser Bedeutung ist, dass sie eine Wahl unter den verschiedenen möglichen Gestalten der Wellenfläche ermöglicht, indem sich aus jeder Wellenfläche, welche durch ihre Gleichung ausgedrückt ist, eine Beziehung zwischen zwei Variablen durch Rechnung ableiten lässt, welche mit der, aus messenden Beobachtungen folgenden, analogen Beziehung derselben Variablen unmittelbar verglichen werden kann.

Bekanntlich hat M. Verdet in zwei kleinen Abhandlungen[1]) Versuche mitgetheilt, die er angestellt hatte, um zu prüfen, in welcher Weise die Grösse der Drehung der Polarisationsebene im magnetischen

---

1) Recherches sur les propriétés optiques des corps transparents soumis à l'action du magnétisme (deuxième partie); par M. Verdet. — Comptes rendus hebd. des séances de l'Académie des sciences etc. Tome trente-neuvième, Paris 1854. — Séance du 18. Sept. 1854, p. 548, 549.

Recherches sur les propriétés optiques dévelopées dans les corps transparents par l'action du magnétisme; par M. Verdet. — Deuxième partie (1). — Annales de chimie et de physique etc. — Troisième série. — Tome XLIII. Paris 1855, p. 37—44.

Felde abhängt von dem Winkel zwischen der Richtung der magnetischen Kraft und der Richtung der Lichtstrahlen.

Für diese Untersuchung war natürlich die übliche Methode[1]), welche angewendet wird, wenn beide Richtungen zusammenfallen, nicht brauchbar. Verdet beobachtete also an einem Apparate, welcher aus einem fixen optischen Theile, und einem beweglichen elektromagnetischen Theile bestand. Letzterer wurde von einem kräftigen Elektromagneten mit verticalen Schenkeln gebildet, auf denen Polschuhe aus weichem Eisen, die einander genähert werden konnten, befestigt waren. Der Magnet war um eine verticale, mitten zwischen den Schenkeln durchgehende Axe drehbar, und seine Drehungen wurden mittels Nonius und Alhidade abgelesen. Bei der Beobachtung wurde durch die zwischen den Polschuhen befindliche Substanz in einer Horizontalebene durchgesehen, welche der oberen Begrenzungsebene der Polschuhe parallel und möglichst nahe war. Damit die Forderung eines homogenen Feldes, in dem die Substanz liegen soll, möglichst erfüllt werde, mussten die Polschuhe bestimmte Formen und Dimensionen erhalten, und ich verweile bei der Beschreibung der Verdet'schen Versuchsanordnung absichtlich so lange, um auf eine, offenbar auf einem Lapsus calami beruhende, irrthümliche Angabe Verdet's aufmerksam zu machen, die einen so wesentlichen Punkt betrifft, dass ihre ausdrückliche Richtigstellung gewiss nicht überflüssig ist. Wenn nämlich solche Messungen, wie Verdet sie vorgenommen hat, einen Werth besitzen sollen, so muss dafür gesorgt sein, dass bei allen Lagen des magnetischen Feldes gegen die Substanz, diese sich in einem Systeme merklich paralleler Kraftlinien befindet. Dafür hat Verdet durch eine passende Wahl der Länge der einander zugekehrten Polflächen, im Vergleich zu der Länge ihres Abstandes voneinander, und auch zu der Länge des durchstrahlten Cylinders oder Prismas der untersuchten Substanz, Sorge getragen, und dies auch in seinen beiden Mittheilungen erwähnt, und zwar in der ganz kurzen Mittheilung in den Comptes rendus in richtiger Weise; in dem ausführlichen Aufsatz aber in den Annales de Chimie et de Physique, in welchem er seinen Apparat sehr genau und mit Angabe aller Dimensionen beschreibt, ist die Rede von „deux lames en fer doux, de $0{,}016^{m}$ de longueur sur $0{,}04^{m}$ de largeur et $0{,}005^{m}$ d'épaisseur“[2]), während die Länge, wie aus der beigegebenen Figur, und aus der entsprechenden Stelle der anderen Abhandlung ganz unzweifelhaft hervorgeht, nicht 16^{mm}, sondern 16^{cm} betrug. — Der Abstand der inneren Flächen der Polschuhe voneinander

1) Durchbohrung der Pole oder Polschuhe.
2) L. c. p. 39.

war gleich 8^{cm}, und die geprüften Substanzen wurden in ungefähr 4^{cm} dicker Schichte von den Lichtstrahlen durchsetzt.

Verdet gibt an, dass er mehrere Reihen von Messungen gemacht hat an fünf verschiedenen Körpern: an einer Sorte von Flintglas, an Schwefelkohlenstoff, und an drei verschiedenen Proben des schweren Faraday'schen Glases. In dem kurzen Aufsatz in den Comptes rendus theilt er jedoch die unmittelbaren Ergebnisse seiner Messungen gar nicht mit, sondern spricht nur das aus ihnen abstrahirte, bekannte Gesetz aus, dass die Drehung der Polarisationsebene dem Cosinus des Winkels zwischen der Richtung der magnetischen Kraft, und der Richtung der Lichtstrahlen proportional sei; aber auch in der ausführlicheren Abhandlung theilt Verdet leider nur zwei Messungsreihen mit, und sagt, die übrigen seien diesen beiden ähnlich gewesen. Die Uebereinstimmung der direct abgelesenen Drehungen mit den, aus dem Cosinusgesetze berechneten ist in beiden Reihen bekanntlich eine allgemein als hinreichend angesehene.

Die Wichtigkeit solcher Messungen für die Kritik der von mir vorgeschlagenen Wellenflächen ist nun unmittelbar ersichtlich. Da die letzteren durch ihre Gleichungen gegeben sind, so lässt sich aus diesen leicht für jede solche Wellenfläche berechnen, welches Gesetz sie für die Abhängigkeit der Drehung vom Winkel zwischen Kraftrichtung und Lichtstrahl bedingt. Bei der Berechnung dieses Gesetzes für die aus zwei Rotationsellipsoiden bestehende Wellenfläche habe ich die Annahme, welche der Gleichung I zu Grunde liegt, dass nämlich die Verschiebung

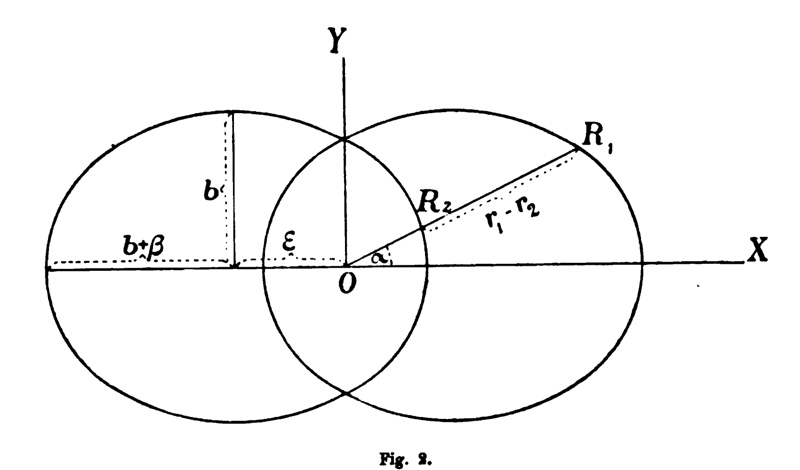


Fig. 2.

mit der Deformation in bestimmter Weise zusammenhängt, nicht gemacht; ferner konnte ich mich auf die Betrachtung des Durchschnittes der Wellenfläche mit der XY-Ebene beschränken.

Bezeichnet man die kleine Axe der Ellipsen (Fig. 2)[1]) mit $2b$, ihre grosse Axe mit $2(b+\beta)$, die Entfernung ihres Mittelpunktes von O mit ε, so ist die Gleichung beider Ellipsen:

$$\frac{(x \pm \varepsilon)^2}{(b+\beta)^2}+\frac{y^2}{b^2}=1. \tag{1}$$

Um zu dem Gesetze, welches wir suchen, zu gelangen, ist zu bemerken, dass der Betrag der Drehung der Polarisationsebene von der Grösse des Unterschiedes der Geschwindigkeit des rechts circularen und des links circularen Strahles abhängt. Diese Geschwindigkeiten werden durch die in gleichen Zeiten zurückgelegten Wege OR_1 und OR_2 für den Strahl, welcher den Winkel α mit der X-Axe einschliesst, gemessen.

Es ist also zu berechnen, wie sich — wenn wir allgemein OR_1 mit r_1, und OR_2 mit r_2 bezeichnen — die Differenzen $r_1 - r_2$ mit dem Winkel α ändert.

Die durch Transformation der Gleichung 1 auf Polarcoordinaten gewonnene Gleichung:

$$\frac{(r\cos\alpha \pm \varepsilon)^2}{(b+\beta)^2}+\frac{r^2\sin^2\alpha}{b^2}=1 \tag{2}$$

lässt sich leicht auf die Form einer, nach fallenden Potenzen von r geordneten, quadratischen Gleichung bringen:

$$r^2\left[b^2\cos^2\alpha+(b+\beta)^2\sin^2\alpha\right] \pm r\cdot 2\varepsilon\cos\alpha b^2+b^2\left[\varepsilon^2-(b+\beta)^2\right]=0. \tag{3}$$

Bei der Auflösung dieser Gleichungen nach r braucht man für unseren Zweck bloss das eine Vorzeichen der Wurzelgrösse zu berücksichtigen; ferner setzen wir der Kürze wegen: $b=1$ und $b+\beta=a$.

Wir erhalten dann:

$$r=\frac{a\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha(a^2-\varepsilon^2)}}{\cos^2\alpha+a^2\sin^2\alpha} \pm \frac{\varepsilon\cos\alpha}{\cos^2\alpha+a^2\sin^2\alpha}. \tag{4}$$

Nennen wir den ersten Theil des Ausdruckes, rechts vom Gleichheitszeichen: A, den zweiten Theil: B, so haben wir:

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= A+B \\ r_2 &= A-B \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Für die von uns gesuchte Differenz der Geschwindigkeiten erhalten wir:

$$r_1 - r_2 = 2B,$$

---

1) Auch in dieser Figur sind, wie in der ersten, die Excentricität der Ellipsen, und ihre Verschiebung auf der X-Axe sehr stark übertrieben dargestellt.

somit:

$$r_1 - r_2 = \frac{2\varepsilon \cos\alpha}{\cos^2\alpha + (1+\beta)^2 \sin^2\alpha}. \qquad (6$$

und, durch Reduction im Nenner:

$$r_1 - r_2 = \frac{2\varepsilon \cos\alpha}{1 + 2\beta \sin^2\alpha + \beta^2 \sin^2\alpha}. \qquad (7$$

Aus Gleichung 7[1]) geht schon hervor, dass für die, aus zwei Kugeln bestehende Wellenfläche, für welche (wegen $\beta = 0$) das gesuchte Gesetz durch die Gleichung $r_1 - r_2 = 2\varepsilon\cos\alpha$ ausgedrückt wird, aus unserer Annahme dieselbe Proportionalität mit dem Cosinus von α folgt, welche von Verdet aus seinen Erfahrungen abstrahirt wurde.

Um zu dem entsprechenden Gesetze für die aus Ellipsoiden bestehende Wellenfläche zu gelangen, muss man die Anfangsglieder der Reihe entwickeln, welche aus der, in 7 angezeigten Division hervorgeht, und da erhält man:

$$[2\varepsilon\cos\alpha] : [1 + 2\beta\sin^2\alpha + \beta^2\sin^2\alpha] = 2\varepsilon\cos\alpha - 4\varepsilon\beta\cos\alpha\sin^2\alpha + \\ + 2\varepsilon\beta^2\sin^2\alpha\cos\alpha(4\sin^2\alpha - 1) - \cdots \qquad (8$$

Die Grösse 2ε, durch welche natürlich die ganze Reihe theilbar sein muss, hängt unmittelbar mit der Verschiebung der beiden Theile der Doppelfläche auf der X-Axe, vom O-Punkte nach beiden Seiten hin, zusammen. Die Grösse β, welche ein Maass der Excentricität der Ellipsoide darstellt, wird, der Erfahrung gemäss, ebenso wie ε, klein gedacht werden müssen neben der Einheit, und da die späteren Glieder der oscillirenden Reihe immer höhere Potenzen von β enthalten, neben rasch wachsenden Potenzen der echt gebrochenen trigonometrischen Functionen von α, so wird uns zunächst der Einfluss des zweiten Gliedes der Reihe auf den Gang der Function interessiren, mit welchem wir uns sofort beschäftigen wollen[2]). Betrachten wir also nur die beiden ersten Glieder der Reihe 8 so erhalten wir:

$$r_1 - r_2 = 2\varepsilon\cos\alpha - 4\varepsilon\beta\cos\alpha\sin^2\alpha = 2\varepsilon(\cos\alpha - \beta\sin\alpha\sin 2\alpha). \qquad (9$$

---

1) Der Betrag dieser Differenz wäre eigentlich, streng genommen, nicht — wie hier geschehen ist — an der Wellenoberfläche selbst, sondern an der aus ihr abzuleitenden Hamilton'schen „surface of wave slowness“ zu berechnen; jedoch kommt der Unterschied zwischen beiden Resultaten für unseren Fall absolut nicht in Betracht.

2) Ein besonderer Beweis für die Convergenz dieser Reihe ist nicht nöthig, nachdem oben auf den Umstand hingewiesen ist, aus dem sich ihre Convergenz von selbst ergibt: dass sie gleichzeitig fällt und oscillirt.

Wie schon oben aus Gleichung 7, so lässt sich auch aus Gleichung 9 das von Verdet aufgefundene Cosinusgesetz ableiten, wenn man $\beta = 0$ setzt, also die Wellenfläche als aus zwei Kugeln bestehend ansieht.

Wenn man aber den Einfluss näher betrachtet, welchen das zweite Glied in der Klammer von 9 auf den Gang der Function nimmt, unter der Voraussetzung, dass β ein kleiner, echter Bruch sei, so bemerkt man, dass, während α von Null bis 90^0 wächst, das zweite Glied in der Klammer zwar wegen des Factors $\sin\alpha$ stets wachsen würde, wegen des Factors $\sin 2\alpha$ aber nicht nur für $\alpha = 0$ den Werth Null hat, sondern auch für $\alpha = 90^0$ der Null gleich wird, so dass, wenn man dieses zweite Glied berücksichtigt, nicht die von Verdet angenommene einfache Cosinusfunction, sondern eine, von der Cosinusfunction bei $\alpha = 0$ und $\alpha = 90^0$ gar nicht, zwischen diesen beiden Werthen aber dadurch von ihr verschiedene Function herauskommt, dass von den Werthen, welche nach Verdet's Gesetz zu erwarten wären, noch etwas abgezogen werden muss, um auf die wahren Werthe zu kommen. Die gefundenen Grössen der Drehung müssen also, verglichen mit den aus Verdet's Gesetz berechneten, von $\alpha = 0$ bei wachsendem α zu klein werden; und erst wenn α sich 90^0 nähert, wieder mit dem Cosinusgesetz übereinzustimmen beginnen.

Betrachten wir nun die von Verdet durch Messung gefundenen Werthe. Verdet selbst hat sie mit den, von dem Cosinusgesetz geforderten verglichen, indem er, nebst dem Winkel der Drehung der Polarisationsebene, bei jeder Position den Quotienten aus diesem Werthe, dividirt durch den Cosinus des Positionswinkels, angibt. Seine eine Versuchsreihe, bei welcher das Licht durch eine 44^{mm} dicke Schichte Schwefelkohlenstoff ging, lautet [1]):

α	Drehung	$\frac{\text{Drehung}}{\cos\alpha}$
0°	5° 58′ 0″	358,0
15	5 45 45	357,25
30	5 7 45	355,25
45	4 9 0	352,0
60	2 58 45	357,50

1) Verdet, Annales de Chim. et de Phys., l. c. p. 43.

Man sieht, dass der Gang der Abweichungen der Beobachtungen Verdet's von seinem Gesetze ganz der Voraussetzung entspricht, dass in Gleichung 9 β einen von Null verschiedenen Werth hat, dass also die Wellenfläche nicht aus zwei Kugeln, sondern aus zwei Ellipsoiden besteht; wenn auch die Excentricität derselben nicht gross ist, so reicht sie offenbar aus dafür, dass sich die, durch sie bedingten Unterschiede in der Beobachtung deutlich bemerkbar machen.

Auch die zweite von Verdet mitgetheilte Reihe von Messungen, welche an einer 40^{mm} dicken Schichte schweren Faraday'schen Glases angestellt wurden, entspricht dieser Voraussetzung. Sie lautet[1]):

$\alpha =$	0^{0}	15^{0}	30^{0}	45^{0}	60^{0}	75^{0}
$\frac{\text{Drehung}}{\cos\alpha} =$	535,75	527,25	531,25	537,50	537,50	539,00

Ich sage: sie entspricht der Voraussetzung, weil der Gang der Abweichungen mit dem, von unserer Function geforderten insoferne übereinstimmt, als die Werthe des Quotienten: $\frac{\text{Drehung}}{\cos\alpha}$ von einem zwischen den Enden des Viertelkreisbogens gelegenen Punkte, an welchem dieser Werth ein Minimum ist, nach beiden Enden zu stetig wachsen.

Eine viel weiter gehende Uebereinstimmung ist wohl nicht zu erwarten, erstens wegen der nothwendigen Beobachtungsfehler, und dann auch, weil Verdet, wenn er schon aus seinen sämmtlichen Messungsreihen bloss zwei zur Bestätigung seines Gesetzes mittheilt, gewiss diejenigen, welche am besten mit diesem Gesetze stimmen, gewählt haben wird. Besonders wenn man diesen Umstand berücksichtigt, wird man wohl nicht geneigt sein, die in beiden Beispielen hervortretende Uebereinstimmung der Abweichungen mit den von meiner Formel geforderten für einen blossen Zufall, für das Resultat von Beobachtungsfehlern zu halten. Es wäre doch zu wunderbar, wenn die Beobachtungsfehler allesammt gerade in dem Sinne meiner Formel, und in solcher Regelmässigkeit ihr entsprechend sich durch blossen Zufall eingefunden hätten.

Nach allem diesem glaube ich wohl sagen zu dürfen:

1. Dass die Lichtwellenoberfläche sicher im allgemeinen die von mir beschriebene Gestalt zweier einander schneidender Rotationsflächen hat,
2. dass diese beiden Flächen jedenfalls zwar nur äusserst wenig von der Kugelgestalt abweichen, dass aber dessen ungeachtet

1) L. c.

3. die aus Verdet's Cosinus-Gesetz abzuleitende, und mit diesem Gesetz allen bisherigen theoretischen Forschungen unbewusst zu Grunde gelegte Kugelgestalt beider Theile der Doppelfläche wahrscheinlich nur eine erste Annäherung an die wirkliche Gestalt ist, und
4. dass die Gestalt der Lichtwellenoberfläche im magnetischen Felde eine aus zwei Rotationsellipsoiden, die in der Richtung ihrer grossen Axe so gegeneinander verschoben sind, dass sie grösstentheils ineinander liegen, bestehende Doppelfläche ist.

Ueber die Fortpflanzung des Lichtes in einem katadioptrischen Systeme[1]).

Von

Angelo Battelli.

Es wird von Nutzen sein, zuerst einige Augenblicke bei dem allgemeinen Falle eines aus centrirten, brechenden und spiegelnden sphärischen Oberflächen zusammengesetzten Systems zu verweilen; wir werden sodann auf einige besondere Fälle übergehen, die in der Praxis leichter vorkommen können.

Denken wir uns also, dass wir eine Reihe von lauter brechenden Oberflächen haben, auf welche eine Reihe von lauter spiegelnden Oberflächen folgt.

Bezeichnen wir mit

$$N^0 \ N' \ N'' \dots N^{(m)}$$

die Scheitelpunkte der brechenden Oberflächen, und mit

$$N^{(m+1)} N^{(m+2)} \dots N^*$$

die Scheitelpunkte der spiegelnden Oberflächen, und machen wir wie gewöhnlich

$$u^0 = \frac{n^0 - n'}{r^0}, \qquad u' = \frac{n' - n''}{r'} \dots u^{(m)} = \frac{n^{(m)} - n^{(m+1)}}{r^{(m)}},$$

$$u^{(m+1)} = + \frac{2n^*}{r^{(m+1)}}, \quad u^{(m+2)} = - \frac{2n^*}{r^{(m+2)}} \dots u^* = \pm \frac{2n^*}{r^*},$$

---

1) Aus „Atti d. R. Ist. Ven. di Scienze . . .“, tom. 2 ser. 6 (Venezia 1884) übersetzt.

und weiter:

$$t' = \frac{N' - N^0}{n'}, \quad t'' = \frac{N'' - N'}{n''} \cdots t^{(m)} = \frac{N^{(m+1)} - N^{(m)}}{n^*}$$

$$t^{(m+1)} = -\frac{N^{(m+2)} - N^{(m+1)}}{n^*} \cdots t^* = \mp \frac{N^* - N^{(m+n-1)}}{n^*},$$

wobei r^0, $r' \cdots r^m$, $r^{m+1} \cdots r^*$ die Radien der aufeinander folgenden Oberflächen, und n^0, $n' \cdots n^*$ die absoluten Brechungsindices der aufeinander folgenden brechenden Medien bedeuten.

Setzt man nun:

$$k = \begin{vmatrix} u^0 & -1 & 0 & 0 \cdots & 0 & 0 \\ 1 & t' & -1 & 0 \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & u' & -1 \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t'' \cdots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 \cdots & t^* & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \cdots & 1 & u^* \end{vmatrix}$$

$$l = \frac{dk}{du^0}, \; g = \frac{dk}{du^*}, \; h = \frac{d^2k}{du^0 du^*},$$

so wird einem Einfallsstrahle, dessen Gleichungen

$$y = \frac{\beta^0}{n}(x - N) + b^0$$

$$z = \frac{\gamma^0}{n}(x - N) + c^0$$

sind, worin β^0, γ^0, b^0 und c^0 Constanten sind, als Austrittsstrahl aus dem System ein Strahl entsprechen, dessen Gleichungen sind:

$$y = \frac{\beta^*}{n^*}(x - N^*) + b^*,$$

$$z = \frac{\gamma^*}{n^*}(x - N^*) + c^*,$$

wenn

$$\beta^* = kb^0 + l\beta^0,$$
$$b^* = gb^0 + h\beta^0,$$
$$\gamma^* = kc^0 + l\gamma^0,$$
$$c^* = gc^0 + h\gamma^0.$$

Hieraus ersieht man unmittelbar, dass die Formeln, welche die Cardinalpunkte unseres Systems geben, dieselben sind wie jene, die man findet, wenn bloss brechende Oberflächen vorhanden sind, wobei

jedoch zu beachten ist, dass man k und seinen Derivaten die neuen Werthe gibt, die sie anzunehmen haben.

Wenn man daher brechende und spiegelnde Oberflächen hätte, die in einer ganz beliebigen Weise längs der gemeinsamen Axe angeordnet sind, so würde man das System immer in viele andere kleinere Systeme zerlegen können, worin man eine Reihe von brechenden Oberflächen hätte, auf die eine Reihe von spiegelnden Oberflächen folgte, und umgekehrt. Wir würden auf solche Weise ein zusammengesetztes System erhalten, worin die Cardinalpunkte mittels jener der Theilsysteme ausgedrückt würden, mit denselben Formeln, die wir für die einfache Rechnung kennen.

II.

Nehmen wir jetzt an, es sei uns eine brechende Fläche vom Radius r_1 gegeben, auf welche eine spiegelnde Fläche vom Radius r_2 folgt.

Alsdann ist:

$$k = u^0 u' t' + u^0 + u',$$

$$l = u' t' + 1, \quad g = u^0 t' + 1, \quad h = t',$$

wo nach dem oben Gesagten ist:

$$u^0 = \frac{1-n}{r_1}, \quad u' = \frac{2n}{r_2},$$

$$t' = \frac{N' - N^0}{n}.$$

Setzt man nun

$$\varDelta = N' - N^0,$$

so wird man haben:

$$k = -\frac{n-1}{r_1 r_2}\left[(2\varDelta + r_2) - \frac{2n}{n-1} r_1\right],$$

$$1 - l = \frac{2\varDelta}{r_2}, \quad 1 - g = \frac{n-1}{n}\frac{\varDelta}{r_1}.$$

Erinnern wir uns daran, dass die Brennweiten φ und φ^* und die Abscissen der Hauptpunkte E und E^* ausgedrückt werden durch

$$\varphi = -\frac{n^0}{k},$$

$$\varphi^* = -\frac{n^*}{k},$$

$$E = N^0 - n^0 \frac{1-l}{k}, \quad E^* = N^* + n^* \frac{1-g}{k},$$

so werden wir haben:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{r_1 r_2}{(n-1)\left(2\Delta + r_2 - \frac{2n}{n-1} r_1\right)} \\ \varphi^* &= -\frac{n}{n-1} \frac{r_1 r_2}{2\Delta + r_2 - \frac{2n}{n-1} r_1} \end{aligned}\right\} \quad (1$$

$$\left.\begin{aligned} N^0 E &= -\frac{2 r_1 \Delta}{(n-1)\left(2\Delta + r_2 - \frac{2n}{n-1} r_1\right)} \\ E^* N^* &= -\frac{\Delta r_2}{2\Delta + r_2 - \frac{2n}{n-1} r_1} \end{aligned}\right\} \quad (2$$

Folglich haben in einem Systeme, das aus einer brechenden und einer auf diese folgenden spiegelnden Oberfläche zusammengesetzt ist, die beiden Brennweiten entgegengesetzte Vorzeichen.

Je nachdem die erste Brennweite φ positiv oder negativ ist, werden wir sagen, das System sei convergent oder divergent.

1. Haben wir zuerst beide Oberflächen convex oder beide concav, so ist aus den Formeln 1 und 2 leicht zu ersehen, dass für convexe Oberflächen, weil ihre Krümmungsradien positiv sind, das System convergent oder divergent sein wird, je nachdem $\frac{n}{n-1} r_1$ grösser oder kleiner ist als $\Delta + \frac{r_2}{2}$, wobei wir annehmen, dass der Brechungsindex n grösser sei als 1, wie dies in der Praxis allgemein der Fall ist. — Ebenso ist klar, dass es für den Fall der Divergenz genügen wird, dass

$$r_1 > \Delta + \frac{r_2}{2}$$

sei, oder dass das Centrum der brechenden Oberfläche enseits des Mittelpunktes des Radius der spiegelnden Oberfläche sei.

Die entgegengesetzte Bedingung genügt deshalb nicht für den Fall der Divergenz.

Sind die beiden Oberflächen concav, so wird das System convergent sein, wenn man hat:

$$r_2 < 2\left(\Delta + \frac{n}{n-1} r_1\right),$$

und um so mehr, wenn

$$r_2 < 2(\varDelta + r_1),$$

oder: wenn der Radius der spiegelnden Fläche kleiner ist als die doppelte Distanz zwischen dem Centrum der brechenden Fläche und dem Scheitel der spiegelnden.

Und alsdann werden die beiden Hauptpunkte immer ausserhalb des Systems liegen.

2. Denken wir uns nun, die brechende Fläche sei convex, die spiegelnde concav und n sei immer grösser als 1; dann ist klar, dass, weil r_2 negativ ist, das System convergent oder divergent sein wird, je nachdem $\left(\frac{2n}{n-1}r_1 + r_2\right)$ grösser oder kleiner ist als $2\varDelta$. Für den Fall der Convergenz wird die Bedingung einfacher und immer genügend diese sein, dass

$$\frac{r_1 + r_2}{2} > \varDelta$$

sei, oder es wird genügen, dass die halbe Summe der Radien der beiden Oberflächen grösser sei als der Abstand zwischen den beiden Flächen selbst.

Machen wir $r_1 = \infty$, d. i. nehmen wir die brechende Oberfläche als eben an, so kann man aus den Gleichungen 1 und 2, wenn man r_2 negatives Vorzeichen gibt und die Zähler wie die Nenner durch r_1 dividirt, ohne weiteres ableiten:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{r_2}{2n} \\ N^0E = \frac{\varDelta}{n}&, \quad E^*N^* = 0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

d. i. das System wird (immer unter der Voraussetzung, dass n grösser sei als 1) convergent sein; der erste Hauptpunkt wird innerhalb des Systems selbst liegen, während der zweite mit der spiegelnden Fläche zusammenfallen wird.

Machen wir dagegen die spiegelnde Fläche plan, so wird sein:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{r_1}{n-1} \\ N^0E = 0&, \quad E^*N^* = -\varDelta \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

folglich wird das System convergent sein und beide Hauptpunkte werden mit dem Scheitelpunkte der brechenden Fläche zusammenfallen.

3. Schliesslich sei die brechende Oberfläche concav, die spiegelnde convex. Hier wird r_1 negativ und folglich wird das System immer divergent sein (wenn man dabei bleibt, n grösser zu nehmen als die Einheit) und von den beiden Hauptpunkten wird der erste innerhalb des Systems liegen, der zweite ausserhalb.

Wir können auch hier noch die Annahme machen, dass eine der Oberflächen plan werde und wir werden analoge Formeln wie bei 3 und 4 erhalten, die uns hier besagen, dass das System fortfährt immer divergent zu bleiben, und dass, wenn $r_1 = \infty$, der erste Hauptpunkt innerhalb des Systems liegen, der zweite immer mit dem Scheitel der convexen Oberfläche zusammenfallen wird, dass dagegen, wenn $r_2 = \infty$, der erste Hauptpunkt mit dem Scheitel des concaven Oberfläche zusammenfallen, der zweite ausserhalb des Systems sich befinden wird.

III.

Nehmen wir jetzt an, wir hätten zwei brechende Flächen, auf welche eine spiegelnde folgt. Man setze den Brechungsindex des ersten Mediums gleich 1, den des zweiten gleich n^0 und den des dritten gleich n'. Für ein solches System wird die Determinante k sein:

$$= \begin{vmatrix} u^0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & t' & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & u' & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t'' & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & u'' \end{vmatrix}$$

dieses kann man ausdrücken mittels der Gleichung[1]):

$$k = k_1 l_2 + k_2 g_1 + k_1 k_2 \frac{N'' - N'}{n'};$$

hierin ist

$$k_1 = \begin{vmatrix} u^0 & -1 & 0 \\ 1 & t' & -1 \\ 0 & 1 & u' \end{vmatrix}, \quad k_2 = u'',$$

l_1, g_1, h_1 sind die Derivaten von k_1; l_2, g_2, h_2 sind die Derivaten von k_2; und es ist klar, dass man haben wird $l_2 = g_2 = 1$, und $h_2 = 0$.

Nennen wir f_1^* die zweite Brennweite der von den zwei ersten Oberflächen gebildeten Linse, so werden wir offenbar haben:

$$k_1 = -\frac{n'}{f_1^*}, \quad k_2 = \frac{2n'}{r_3}.$$

---

1) Siehe „Sopra un determinante gobbo“ etc. von N. Jadanza. — „Atti dell' Accad. delle scienze di Torino“ vol. XVII (1882).

Indessen kann man aus den zwei bekannten Gleichungen

$$F^* = N_1^* - n^* \frac{g_1}{k_1}, \quad F_2 = N_2^0 + n^* \frac{l_2}{k_2}$$

ableiten:

$$\frac{N_2^0 - N_1^*}{n^*} = \frac{F_2 - F_1^*}{n^*} - \frac{l_2}{k_2} - \frac{g_1}{k_1},$$

wenn n^* der Brechungsindex des zwischen der letzten brechenden und der spiegelnden Oberfläche befindlichen Mediums ist, F_2 der Brennpunkt der spiegelnden Fläche, und F_1^* der zweite Brennpunkt der Linse; daher ist

$$k = -\frac{k_1 k_2}{n'} (F_2 - F_1^*). \tag{5}$$

und wenn wir hierin substituiren, so werden wir erhalten:

$$k = -\frac{2n'}{f_1^* r_3}(F_2 - F_1^*).$$

Wir können den Coordinatenursprung nach F_2 verlegen, dessen Lage leicht gefunden werden kann, weil es sich in der Mitte des Radius der spiegelnden Fläche befindet; und alsdann ist

$$k = \frac{2n'}{f_1^* r_3} F_1^*. \tag{6}$$

Deshalb wird die erste Brennweite des Systems $\varphi = -\frac{n^0}{k}$ werden:

$$\varphi = -\frac{f_1^* r_3}{2n' F_1^*}$$

und die zweite Brennweite $\varphi^* = -\frac{n^*}{k}$ wird werden: (7

$$\varphi^* = +\frac{f_1^* r_3}{2 F_1^*}$$

wenn 1 und $(-n')$ die äussersten Brechungsindices sind.

Hieraus entnehmen wir, dass auch in einem aus zwei brechenden Oberflächen, denen eine spiegelnde folgt, gebildeten Systeme die zwei Brennweiten immer entgegengesetztes Vorzeichen haben[1]).

1) Wir werden sogar ganz allgemein feststellen können, dass, wenn man eine beliebige Zahl von brechenden Flächen hat, denen eine Reihe von spiegelnden Flächen folgt, die Brennweiten gleiches oder entgegengesetztes Vorzeichen haben werden, je nachdem die Zahl der spiegelnden Flächen gerade oder ungerade ist.

Nun ist, wie bekannt, allgemein[1]):

$$F = F_1 - \frac{n^0 n^*}{k_1^2(F_2 - F_1^*)}$$

$$F^* = F_2^* + \frac{n^* n_1^*}{k_2^2(F_2 - F_1^*)};$$

erinnern wir uns, dass in unserem Falle

$$n^0 = 1,\ n^* = n',\ n_1^* = -n',\ F_2 = F_2^* = 0,$$

so ergibt sich unmittelbar:

$$\left.\begin{aligned} F &= F_1 + \frac{f_1^{2*}}{n' F_1^*} \\ F^* &= \frac{r_3^2}{4 F_1^*} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Kennt man auf diese Art die Brennpunkte und Brennweiten, so werden offenbar auch alle Hauptpunkte bekannt sein. Nun wäre es am Platze, zu untersuchen, wie die Cardinalpunkte in den verschiedenen besonderen Stellungen, die man den drei Oberflächen geben kann, angeordnet werden würden. Aber wir begnügen uns, hier nur im allgemeinen folgendes zu bemerken:

1. Wenn die aus den zwei ersten Flächen gebildete Linse convergent ist, so wird, falls die reflectirende Fläche concav ist, das System convergent[2]) oder divergent sein, je nachdem der zweite Brennpunkt der Linse rechts oder links vom Mittelpunkte des Radius der concaven Fläche sich befindet; falls dagegen die reflectirende Fläche convex ist, wird das System im einen Falle divergent, im andern Falle convergent sein.

2. Das gerade Gegentheil trifft ein, wenn die von den zwei ersten Flächen gebildete Linse eine divergente ist.

Man könnte ferner den Fall bekommen, dass ein System gebildet würde von einer gewöhnlichen Linse und einem Spiegel, die durch die Luft von einander getrennt sind, wenn man $n' = 1$ machte. Und derartige Fälle können wirklich ein Interesse erwecken, wegen der praktischen Vorkommnisse; aber es ist unnütz, sie im besonderen zu behandeln, weil ihre Formeln unmittelbare Folgerungen aus den kurz zuvor von uns aufgestellten sind. Wir wollen nur bemerken, dass sie

---

1) Siehe „Sui Sistemi diottrici composti" von N. Jadanza. — „Atti dell' Accad. delle scienze di Torino" vol. XIX (1883).

2) Natürlich nennen wir hier das System convergent oder divergent, je nachdem die erste Brennweite positiv oder negativ ist.

offenbar gleiche Brennweiten, aber von entgegengesetztem Zeichen haben werden.

IV.

Wir können von den gefundenen Verhältnissen sogleich eine Anwendung machen auf die sog. Sanson'schen Bilder, die von grosser Wichtigkeit sind in der physiologischen Optik[1]).

Wenn wir in einem dunklen Zimmer einen leuchtenden Gegenstand (z. B. das Licht einer Kerze) vor das Auge einer Person bringen, so werden wir ausser dem von der Hornhaut reflectirten Bilde der Kerze noch zwei andere Bilder sehen: das eine verblasst und aufrecht, das andere lebhafter und umgekehrt; das erstere verdankt seinen Ursprung der Reflexion an der vorderen Seite der Krystalllinse, das zweite der Reflexion an ihrer hinteren Seite; dies sind die zwei Sanson-schen Bilder.

Das System, das uns das erste Bild gibt, können wir uns aus zwei Systemen, die wir a und b nennen wollen, zusammengesetzt denken; das eine wird gebildet von einer brechenden Fläche (der Hornhaut), der eine reflectirende Fläche folgt (die Vorderfläche der Krystalllinse); das andere wird allein von einer brechenden Fläche (der Hornhaut) erzeugt.

Beim ersten Bilde sind die beiden Flächen convex, folglich seine Cardinalpunkte durch die Formeln 1 und 2 bestimmt; wir wollen hierin die Werthe des Abstandes zwischen den zwei Flächen, die der Krümmungsradien und die der Brechungsindices substituiren, wie sie von Wüllner für das schematische Auge gegeben worden sind.

Abstand zwischen erster und zweiter Fläche = $3{,}78^{mm}$
Krümmungsradius der ersten Oberfläche . . = 7,8
" " zweiten " . . = 9,58
Brechungsindex der wässrigen Flüssigkeit . = 1,3465.

Daher werden wir erhalten:

$$\varphi_1 = -\frac{7{,}8 \times 9{,}58}{0{,}3465\left(7{,}56 + 9{,}58 - \frac{2{,}693}{0{,}3465} \times 7{,}8\right)} = -4{,}9596$$

$$\varphi_1^* = -\frac{7{,}8 \times 9{,}58 \times 1{,}3465}{0{,}3465\left(7{,}56 + 9{,}58 - \frac{2{,}693}{0{,}3465} \times 7{,}8\right)} = +6{,}6782$$

1) Siehe Helmholtz, Handb. d physiol. Optik.

$$N^0E_1 = -\frac{7,56 \times 7,8}{0,3465\left(7,56 + 9,58 - \frac{2,693}{0,3465} \times 7,8\right)} = +\,3,9139$$

$$E_1{}^*N' = -\frac{3,78 \times 9,58}{7,55 + 9,58 - \frac{2,693}{0,3465} \times 7,8} = +\,0,8328.$$

Das System *b* wird gebildet von der wässrigen Feuchtigkeit und der Luft, die durch die Hornhautoberfläche von einander getrennt sind. Nun hat Prof. Ferraris[1]) die Lagen der Brennpunkte des umgekehrten Systems berechnet, d. i. desjenigen, das von der Luft und der wässrigen Feuchtigkeit gebildet wird, und hat gefunden:

Erste Brennweite = 22,5108 mm [2])
Zweite „ = 30,3108 mm,

welche auch die Abstände der zwei Brennpunkte vom Scheitel der Hornhaut in absolutem Werthe sind.

Es ist klar, dass die Lage des ersten Brennpunktes dieses Systems die Lage des zweiten Brennpunktes des Systems *b* ist, und umgekehrt; daher wird man schreiben können:

$$\varphi_2 = -\,30,3108^{\text{mm}}$$
$$\varphi_2{}^* = -\,22,5108^{\text{mm}}.$$

Mit diesen gegebenen Werthen werden wir unmittelbar die Cardinalpunkte des completen Systems erhalten, das uns hier das erste Sanson'sche Bild gibt vermittels der bekannten Formeln:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{\varphi_1\varphi_2}{D} \\ \varphi^* &= \frac{\varphi_1{}^*\varphi_2{}^*}{D} \end{aligned}\right\} \qquad (9$$

---

1) Siehe Ferraris, Die Fundamentaleigenschaften der dioptrischen Instrumente p. 74 (in der deutschen Ausgabe S. 75).

2) Bei Ferraris findet man die erste Brennweite negativ, weil er sie nicht in der Richtung FE, sondern in der Richtung EF betrachtet. *Wüllner hat auch in der neuesten Ausgabe seines Lehrbuchs (1883 Bd. 2 S. 357) den Werth 22,22 mm beibehalten, obwohl Ferraris l. c. (deutsche Ausgabe S. 77) nachgewiesen hat, dass bei Wüllner's Berechnung ein Fehler unterlaufen ist, durch dessen Correctur die Wüllner'schen Annahmen den Werth 22,5108 ergeben.

*Anm. d. Uebers.

$$\left.\begin{aligned} F &= \Phi_1 + \frac{\varphi_1 \varphi_1^*}{D} \\ F^* &= \Phi_2^* - \frac{\varphi_2 \varphi_2^*}{D} \end{aligned}\right\} \quad (10$$

$$\left.\begin{aligned} E &= \Phi_1 + \varphi_1 \frac{\varphi_1^* + \varphi_2}{D} \\ E^* &= \Phi_2^* - \varphi_2^* \frac{\varphi_1^* + \varphi_2}{D} \end{aligned}\right\} \quad (11$$

wo $D = \Phi_1^* - \Phi_2$, während Φ_1 und Φ_1^*, Φ_2 und Φ_2^* bezw. die Brennpunkte der beiden zusammensetzenden Systeme bedeuten. Wenn wir die Lagen aller Punkte auf den Scheitel der Hornhaut beziehen, dann erhalten wir durch Substitution und Rechnung:

$$\varphi = \frac{(-4{,}9596)(-30{,}3108)}{-20{,}6854} = -7{,}2675.$$

(Es ist klar, dass $\varphi = -\varphi^*$ wird sein müssen, was auch durch die Rechnung vollkommen bestätigt wird.)

$$E = 8{,}8735 + \frac{(-4{,}9596)(-23{,}6326)}{-20{,}6854} = +3{,}2072$$

$$E^* = -22{,}5172 - \frac{(-22{,}5172)(-23{,}6326)}{-20{,}6854} = +3{,}2009.$$

Man sieht demnach, dass das System, welches uns das erste Sanson'sche Bild gibt, divergent ist, und dass die Hauptpunkte alle beide innerhalb des Systems liegen, während die Brennpunkte alle beide ausserhalb jenseits der Oberfläche der Krystalllinse sich befinden.

Es wird nun von Nutzen sein zu untersuchen, welches Verhältnis zwischen dem Objecte und diesem ersten Sanson'schen Bilde besteht.

Hat man einen Punkt mit den Coordinaten ξ, η, ζ, so entspricht ihm als conjugirter ein Punkt (ξ^*, η^*, ζ^*) derart, dass

$$\frac{\eta}{\eta^*} = \frac{\zeta}{\zeta^*} = \frac{n^0 + k(E - \xi)}{n^0} \quad (12$$

ist, — ein Verhältnis, das uns offenbar das Verhältnis $0 : J$ zwischen dem Objecte und seinem Bilde bietet. Je nachdem dieses Verhältnis positiv oder negativ ist, wird das Bild ein aufrechtes oder verkehrtes sein.

In unserem Falle werden wir also haben,

wenn
$$k = -\frac{1}{\varphi} = 0{,}1376 \text{ ist:}$$
$$0 : J = 1 + 0{,}1376\,(E - \xi);$$

und wenn man den Abstand des Objects von der Oberfläche der Hornhaut mit L bezeichnet, erhält man:

$$0 : J = 1{,}4413 + 0{,}1376\,L.$$

Hieraus ergibt sich, dass das Bild immer aufrecht ist, wie dies auch durch die Erfahrung bestätigt wird, und dass es immer etwas kleiner ist als das Object; es wäre ein Viertel desselben Objects, wenn $L = 25{,}8628^{\text{mm}}$ wäre.

Gehen wir nun zum zweiten Sanson'schen Bilde über.

Auch das System, das uns dieses Bild gibt, können wir uns aus zwei Systemen a und b zusammengesetzt denken; das eine wird gebildet von zwei brechenden Oberflächen (Hornhaut und Vorderseite der Krystalllinse), auf welche eine spiegelnde Fläche folgt (die Hinterseite der Krystalllinse); das andere wird von zwei brechenden Flächen gebildet (Vorderseite der Krystalllinse und Hornhaut).

Für das System a dienen uns die Formeln 7 und 8; aber zuvor wird es angezeigt sein, die Werthe von f_1^*, F_1, F_1^* zu suchen, die in denselben Formeln vorkommen.

Prof. Ferraris hat in dem oben citirten Werke[1]) auch die Lagen der Brennpunkte des von der wässerigen Feuchtigkeit und der Krystalllinse gebildeten Systems berechnet und hat bekommen:

$$\psi = 118{,}5668,$$
$$\psi^* = 128{,}0767.$$

Kennt man so die Brennweiten des von der Luft und von der wässerigen Feuchtigkeit gebildeten Systems, so findet man durch Anwendung der Formeln 9 und 10 für das System: Luft, wässerige Feuchtigkeit und Krystalllinse, wenn man die Lagen immer auf den Scheitelpunkt der Hornhaut bezieht:

---

1) Deutsche Ausgabe S. 75. Die erste Brennweite ψ hat übrigens bei Ferraris negatives Vorzeichen.

Anm. d. Uebers.

$$\left.\begin{aligned}
f_1 &= \frac{22,5108 \times 118,5668}{145,0976} = 18,3947 \\
f_1^* &= \frac{30,3108 \times 128,0767}{145,0976} = 26,7551 \\
F_1 &= -22,5108 + \frac{22,5108 \times 30,3108}{145,0976} = -17,8083 \\
F_1^* &= 131,8567 - \frac{118,5668 \times 128,0767}{145,0976} = +27,1987
\end{aligned}\right\} \quad (13$$

Hernach werden durch Formeln 7 und 8 die Cardinalpunkte des Systems a bestimmt; wie man weiss, ist der Krümmungsradius der zweiten Oberfläche der Krystalllinse $r_3 = -5,87$, und der Brechungsindex derselben Krystalllinse $n' = 1,4545$.

Man beachte jedoch, dass man bei Anwendung der Formeln 7 und 8 F_1 und F_1^* auf den Mittelpunkt des Radius der spiegelnden Fläche beziehen muss, dessen (d. i. des Mittelpunkts) Lage man unmittelbar erhält, wenn man weiss, dass die zweite Oberfläche der Krystalllinse um $7,78^{mm}$ von der Hornhaut absteht.

Es wird demnach die Abscisse eines solchen Punktes in Bezug auf den Scheitel der Hornhaut selbst sein:

$$x = 7,78 - 2,93 = 4,85.$$

Und dann werden wir bekommen:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_1 &= \frac{26,7551 \times 5,87}{2,9090 \times 22,3487} = 2,4157 \\
\varphi_1^* &= -\frac{26,7551 \times 5,87}{2 \times 22,3487} = -3,5137 \\
\Phi_1 &= -22,6583 + \frac{(26,7551)^2}{1,4545 \times 22,3487} + 4,85 = 4,214 \\
\Phi_1^* &= \frac{(5,87)^2}{4 \times 22,3487} + 4,85 = 5,2354
\end{aligned}\right\} \quad (14$$

Um Φ_1 und Φ_1^* auf den Scheitel der Hornhaut zu beziehen, haben wir ihren Werthen, die aus den Formeln 8 sich ergeben würden, hier die oben berechnete Abscisse x beigefügt.

Was das System b betrifft, so erhält man die Cardinalpunkte mittels der Formeln 13, die für die Umkehrung des Systems b berechnet worden sind. Wir brauchen daher hier nur neuerdings die Formeln 9 und 10 in Anwendung zu bringen, um die Lagen der Cardinalpunkte des completen Systems zu erhalten.

Da

$$D = -17,8083 - 4,214 = -22,0223$$

ist, so erhalten wir:

$$\varphi = \frac{(-26,7551) \times 2,4157}{-22,0223} = 2,3313 = -\varphi^*$$

$$E = 27,1987 + \frac{(-26,7551)(-15,9790)}{-22,0223} = 7,790$$

$$E^* = 5,2354 - \frac{(-3,5137)(-15,9790)}{-22,0223} = 7,785.$$

Man ersieht auf diese Weise, dass das System convergent ist und dass die beiden Hauptpunkte ausserhalb liegen, sehr nahe an der zweiten Oberfläche der Krystalllinse.

Endlich können wir mittels der Formel 12 die Dimensionen des Bildes erkennen, wenn wir jene des leuchtenden Objects kennen; wir werden nämlich haben:

$$0 : J = 1 - 0,4287\,(E - \xi),$$

oder

$$0 : J = -2,3415 - 0,4289\,L.$$

Es ergibt sich hieraus, dass das zweite Sanson'sche Bild immer umgekehrt ist und sehr verkleinert.

Ein Universal-Pachytrop.

Von

Franz Daurer.

Die Theorie lehrt, dass man bei gegebener Zahl galvanischer Elemente die grösste Stromstärke durch eine Schaltung erzielt, bei der wesentlicher und unwesentlicher Widerstand gleich sind. Ist nun schon von diesem praktischen Gesichtspunkte aus wünschenswerth, jederzeit bequem und rasch die Batteriecombination ändern zu können, so wäre eine solche Möglichkeit dem Lehrer, der in karg zugemessener Zeit das Ohm'sche Gesetz durch das Experiment zu begründen hat, ebenso willkommen. Mit einem Worte, wir möchten gerne eine Batterie so beherrschen, dass wir den Strom beliebiger oder beliebig vieler und mannigfach combinirter Elemente wählen und ohne Zeitverlust benutzen können.

Manchem Pachytrop begegnen wir deshalb in Zeitschriften und Handbüchern, selten finden wir es in der Praxis. Stellte man sich bisher auch nur die Aufgabe, im Pachytrop einen Apparat herzustellen, der für eine bestimmte Anzahl von Elementen construirt, rasche Aenderung des inneren Widerstandes der Batterie zulasse, so scheint man doch von den verschiedenen Lösungen derselben nicht befriedigt worden zu sein.

Wenn Stöhrer[1]) über seiner 6-zelligen Batterie ein Eichenbrett mit 12 eigenthümlichen Klemmschrauben anbrachte, die mit den 12 Becherpolen in leitender Verbindung standen, und wenn er die verschiedenen Combinationen dieser Klemmschrauben durch Einschaltung von in entsprechender Form bereitgehaltenen Kupferstreifen bewerkstelligte, so war hierzu fast derselbe Zeitaufwand nöthig, wie wenn man ohne

1) Lehrbuch der Physik und Meteorologie von Müller, bearbeitet von Pfaundler 1881 Bd. 3 S. 278.

weitere Vorkehrungen die geeigneten Drahtumschaltungen vornehmen würde; nur bieten die Kupferstreifen kleineren Widerstand.

Bothe[1]) gab dem Pachytrop eine leichter zu handhabende Einrichtung. Die Verbindungen wurden durch kurbelartig drehbare Metallstreifen hergestellt, deren freie Enden zweckdienlich in federnden Contact mit Metallknöpfen gebracht wurden. Doch hatte man nöthig, bei etwaigen Aenderungen der Combination Umschaltungen von Element zu Element vorzunehmen.

Letzteres ist vermieden im „Tachytrop" von Carl[2]). Auf einem Brette sind 24 Quecksilbernäpfchen in zwei Reihen geordnet und bilden die Pole von 12 Bechern. Die Aenderung der Batterieoberfläche wird aber hier nicht durch Aenderung in den Leiterverbindungen einer gegebenen Combinationen erreicht, sondern für jede Anordnung der Elemente ist dem Brette ein eigener Doppelkamm beigegeben, dessen 24 Drahtzähne in erforderlicher Weise untereinander verbunden und so weit voneinander entfernt sind, dass sie alle gleichzeitig in die Näpfchen gestellt werden können. Man hat also vorerst die Schälchen mit Quecksilber zu füllen und darauf entsprechend unter den vorräthigen Kämmen zu wählen. Carl[3]) gab bald selbst dem Apparate eine ganz andere Form, die sowohl Quecksilbercontacte als als auch separate Nebenbestandtheile ausschliesst, und die den Uebergang zum Walzenpachytrop bildet.

Ein solches wurde von Wassmuth[4]) angegeben, oder in etwas vereinfachter Gestalt von Weinhold[5]). Man denke sich einen horizontalen drehbaren Holzcylinder, dessen Mantel in der Richtung der Erzeugenden so viele Reihen von Metallknöpfen hat, als die zugehörige Batterie bei Verwendung sämmtlicher Elemente Combinationen gestattet, in jeder Reihe aber doppelt so viele Knöpfe, als Elemente vorhanden sind, und über dem Cylinder ebenso viele zur Erzeugenden senkrechte horizontale Kupferzungen, welche mit jener Knopfreihe in Contact kommen, die eben zu oberst am Mantel ist. Die Kupferzungen sind mit den Polen der Elemente, die Knöpfe jeder einzelnen Reihe hingegen so untereinander verbunden, wie es je einer Schaltungsweise der Elemente zukommt. Es erhellt, dass durch einfache Drehung des Cylinders eine Combination mit einer anderen vertauscht werden kann.

Auch dieser Apparat ist noch von der Unvollkommenheit behaftet, nur für eine bestimmte Zellenzahl verwendbar zu sein. Vergleicht

1) Pogg. Ann. Bd. 109 S. 383.
2) Carl, Repertorium Bd. 2 S. 27.
3) ebendas. S. 243.
4) ebendas. Bd. 4 S. 12.
5) Weinhold, Phys. Demonstrationen 1881 S. 578.

man überhaupt die bisher construirten Pachytrope, so findet man, dass alle die Elemente auf eine Weise combiniren, die sich zwar fast von selbst aufdrängt, thatsächlich aber nicht die praktischeste ist. Sollen alle Elemente hintereinander oder sämmtliche nebeneinander geschaltet werden, so hat man wohl keine freie Wahl in der Anordnung. Anders ist es bei den übrigen Schaltungen. Muss man denn, wenn z. B. je zwei Zellen auf Quantität verbunden werden sollen, gerade die gleichen Pole je zweier Nachbarzellen der Batterie miteinander verbinden? Ist es nicht einfacher, in diesem Falle die Batterie zu halbiren und die gleichen Pole zu koppeln? Die Antwort ist klar, und da Aehnliches von anderen Combinationen gilt, suchte ich einen Apparat[1]) zu construiren, der auf die denkbar einfachste Art alle Theilungen der Batterie ermöglichen soll. Ich richtete ihn folgendermaassen ein.

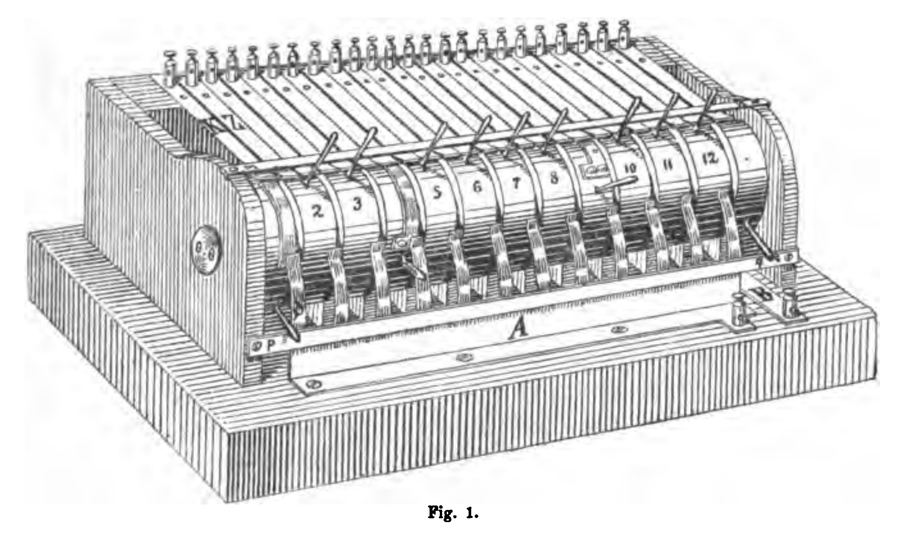


Fig. 1.

Auf dem starken Fussbrette (Fig. 1) befindet sich zwischen zwei verticalen Holzwänden ein mit diesen verschraubter horizontaler Eisenstab, auf welchem ungefähr 2,5 ^{cm} dicke und durch am Fussbrette festgestellte Brettchen getrennte Holzscheiben so aneinander gereiht sind, dass sich jede einzelne leicht um denselben als fixe Achse drehen kann. Ihre Zahl übersteigt um eins die grösste Zahl von Elementen, welche man gegebenen Falles zu combiniren wünscht, und ich habe für meine Zwecke diese Grenze mit 12 Elementen, also mit 13 Scheiben, gesetzt. Mit Ausnahme der ersten und letzten Scheibe hat jede am

1) Derselbe wurde vom Herrn Mechaniker J. Eiss in Wien, VI., Stumpergasse 10, zu meiner vollen Zufriedenheit ausgeführt.

Mantel zwei Kupferstreifen, deren Gestalt und Anordnung am besten aus Fig. 2 ersichtlich sind, die den Scheibenmantel abgewickelt darstellt. Der Streifen *a* ist an einem Ende rechtwinkelig über die Breite des Mantels fortgesetzt und besitzt drei Contactknöpfe, *b* hat deren zwei. Jeder Streifen erstreckt sich über etwas mehr als ein Viertel der Peripherie, beide zusammen nehmen wegen ihrer relativen Verschiebung um 90° des Mantelkreises etwas mehr als dessen halben Umfang ein. Die Scheibe 1 bedarf nur des Streifens *a*, die letzte nur des Streifens *b*. Das Vorhandensein des zweiten Streifens wäre übrigens nicht störend, sondern bloss überflüssig. In *c* ist jede Scheibe mit einem kleinen radial gerichteten Handgriffe versehen, der, wenn die zwei einander nächsten Knöpfe von *a* im Scheitel der Scheibe sind, an einem mit Kautschuk überzogenen Metallstabe *mn* (Fig. 1) Anschlag findet. Eine zweite nicht isolirte Anschlagleiste *pq* trifft der Handgriff, wenn die Scheibe um 90° gegen den Beschauer gedreht wird. In der ersten Lage sind die Scheiben 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12 gezeichnet und die Kupferstreifen dabei nicht sichtbar, in der zweiten Lage die Scheiben 1 und 13 und in unvollständiger Verdrehung die Scheiben 4 und 9.

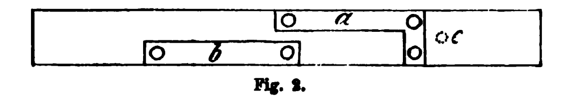


Fig. 2.

Auf der starken Rückwand besitzt der Apparat 24 Klemmschrauben (d. i. doppelt so viel, als das Maximum der zu verwendenden Becherzahl beträgt) mit ebenso vielen 1 cm breiten Kupferzungen (*K*, *Z* u. s. w.), welche die Scheitel der Scheiben tangiren. Der ersten und letzten Scheibe sind die erste und letzte Zunge, den übrigen deren je zwei zugehörig.

Längs der Scheiben ist am Grundbrette eine dünne Kupferplatte *A* festgeschraubt, welche der ganzen Länge nach ungefähr zur Hälfte rechtwinkelig aufwärts gebogen und mit 12 gleichen 1 cm breiten Zungenfortsätzen *S* versehen ist, die mit den vorderen Knöpfen der Scheibenstreifen *a* in federnden Contact kommen, sobald die Handgriffe auf die Leiste *pq* herabgedreht werden. Eine solche Kupferplatte ist auch hinter den Scheiben, aber ihre verticalen Zungen tangiren den anderen Rand jedes Scheibenmantels, wo sich die Streifen *b* befinden. Bei *B* tritt ein seitlicher Fortsatz dieser Platte hervor und trägt am Ende eine Klemmschraube, neben der eine gleiche auf *A* gesetzt ist. Diese Klemmschrauben repräsentiren für gewöhnlich die beiden Batteriepole.

Aus dem Gesagten ist bereits klar, dass eine Scheibe, deren Handhabe am oberen Anschlag ruht, durch das neben *c* (Fig. 2) befindliche

Querstückchen des Streifens *a* die beiden horizontalen Kupferzungen, welche sich über ihr befinden, in leitende Verbindung setzt. Selbstverständlich gilt dies aber nicht für die erste und letzte Scheibe. Liegt hingegen der Handgriff einer Scheibe am unteren Anschlag, so verbindet sie die eine der sie oben tangirenden Zungen mittels *a* vorn gut leitend mit der Platte *A*, rückwärts mittels *b* die andere mit *B*.

Zum Gebrauche des Pachytropes schaltet man Element für Element in die Klemmschrauben der Rückwand ein, indem man fortwährend entgegengesetzte Pole aufeinander folgen lässt. Diese Pole sind dadurch auf die Zungenenden über den Scheiben verlegt, so dass die Anordnung dieselbe ist, als stünden sämmtliche Elemente in einer Reihe zwischen den Platten *A* und *B*. Zur bequemeren Uebersicht ist die Sache auch in den schematischen Figuren 3 und 4 so dargestellt, wobei überdies nur sechs Elemente angenommen sind.

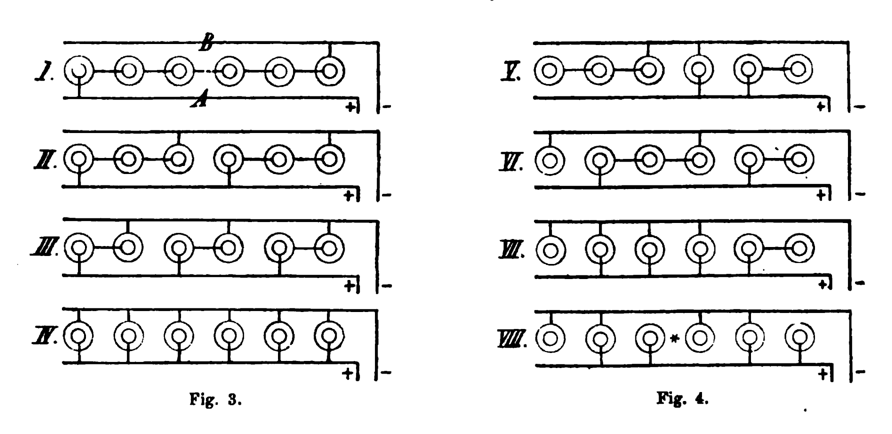


Fig. 3. Fig. 4.

Betrachten wir einmal, wie der Apparat die gewöhnlichen pachytropischen Schaltungen bei sechs Elementen bewirkt.

α) Sind sämmtliche Handgriffe der nöthigen sieben Scheiben nach oben gerichtet — und dies wollen wir vor Gebrauch des Apparates immer voraussetzen —, so sind die sechs Elemente auf Spannung geschaltet, jedoch nicht mit dem äusseren Stromkreise verbunden, der an die beiden Hauptklemmen am Grundbrette gefügt wird. Dreht man aber die Handhaben der Scheiben 1 und 7 hinab, so ist der Strom geschlossen, wie es Fig. 3 *I* darstellt.

β) Will man den Strom von drei Elementen mit doppelter Oberfläche, so bringt man einfach auch den Handgriff der mittleren, also der vierten Scheibe unten zum Anschlag (Fig. 3 *II*).

γ) Um aus der ganzen Batterie nur zwei Elemente zu bilden, also drei Mal so grosse Elemente zu erhalten, muss die Scheibenreihe durch die herabgedrehten Griffe in drei Partien getheilt werden,

d. h. anstatt der Scheibe 4 werden die Scheiben 3 und 5 um 90° gedreht (Fig. 3 *III*). Senkt man aber auch die Handgriffe 2, 4 und 6 herab, was fast so schnell geschehen kann, als man die Forderung ausspricht, so hat man

δ) nur ein einziges Element von sechsfacher Grösse (Fig. 3 *IV*).

Es ist leicht einzusehen, welchen Vortheil es bietet, dass die Bewegungsgrenzen durch Anschläge bestimmt sind. Und wenn wir fragen, ob die Schaltungsregel geändert wird, wenn man eine andere Anzahl von Elementen, z. B. deren 12, anwendet, so finden wir bei kurzer Ueberlegung die Antwort: Nein. Sollen z. B. aus den 12 Elementen drei vier Mal so grosse hergestellt werden, so hat man ausser der ersten und letzten, d. i. der 1. und 13. Scheibe, die den Batterieschluss bewerkstelligen, noch die Scheiben 4, 7 und 10 nach vorne zu drehen, d. h. wieder jene, durch welche die Scheibenreihe in vier gleiche Partien getheilt wird. Der leichteren Orientirung wegen sind die Handgriffe abwechselnd schwarz gebeizt und vernickelt. Beim Anblick des Apparates fällt überdies auf, dass nach der regelrechten Einstellung desselben immer von vorne so viele Kupferstreifen *a* glänzend auf dem dunklen Holzgrund sichtbar sind, als Elemente das Pachytrop zu je einem vereint. Und dies ist der Fall, gleichviel ob das Pachytrop mit bloss fünf Scheiben für vier Elemente, oder etwa mit 61 Scheiben für 60 Elemente angefertigt ist. Darin zeigt sich eben die universelle Verwendbarkeit des ihm zu Grunde gelegten Principes der Batterietheilung.

Es dient aber ferner der in Rede stehende Apparat als vollkommenster Batteriewechsel.

Man ist erstens im Stande, jedes beliebige Element für sich allein zu gebrauchen. (Fig. 4 zeigt derlei Wechselanordnungen bei sechs Elementen.) Es soll z. B. nur der Strom des vierten Elementes der Batterie benutzt werden: unter den Scheiben, deren Handgriffe für gewöhnlich, wie schon erwähnt, nach aufwärts gerichtet sind, wird einfach der vierten und fünften die bereits bekannte Vierteldrehung ertheilt. Allgemein wird das r^{te} Element allein durch blosse Drehung der r^{ten} und der $(r+1)^{\text{ten}}$ Scheibe eingeschaltet. Dadurch werden zwar auch zwei überflüssige Verbindungen hergestellt, die aber unschädlich sind, da sie für den Strom eine Sackgasse bilden (Fig. 4 *V*).

Zweitens kann man eine beliebige Gruppe von Nachbarelementen hintereinander schalten und ihren Strom in die Leitung schicken. Um z. B. das zweite, dritte und vierte Element in den Schliessungskreis zu bringen, genügt die Drehung der Scheiben 2 und 5 (Fig. 4 *VI*). Bei Verdrehung der Scheiben 2 und 6 wären das zweite, dritte, vierte

und fünfte Element hintereinander geschaltet. Ueberhaupt bringt man durch Hinabdrücken des r^{ten} und $(s+1)^{ten}$ Handgriffes alle Elemente vom r^{ten} bis zum $(s+1)^{ten}$ inclusive in die Schliessung. Erwägt man aber, dass diese beiden verdrehten Scheiben als erste und letzte einer geschlossenen Reihe aufzufassen sind und die ausserhalb dieser Reihe vorhandenen Scheiben und zugehörigen Elemente ganz unberücksichtigt bleiben dürfen, so sieht man, dass die in den Stromkreis geschlossenen Elemente wieder auf jede überhaupt mögliche Weise pachytropisch combinirt werden können. Z. B. lassen sich

drittens die erwähnten Elemente 2, 3, 4 auf Quantität verbinden, indem noch die Handgriffe der dritten und vierten Scheibe auf die untere Leiste geschlagen werden (Fig. 4 *VII*). Schliesslich

viertens ist es möglich, auch einzelne Elemente, welche durch mehr als ein Element in der Reihe voneinander getrennt sind, auf Quantität zu verbinden, indem man durch unvollständige Drehung einer zwischen ihnen liegenden Scheibe eine Unterbrechung herstellt. Zu einer solchen Verbindung des zweiten und fünften Elementes etwa werden die Scheiben 2, 3 und 5, 6 verdreht wie gewöhnlich, die Scheibe 4 aber nur um ca 45° (Fig. 4 *VIII*).

Wenn ich nun, nachdem ich den Gebrauch dieses Pachytropes in zweifacher Hinsicht erläutert habe, kurz hervorhebe, dass alle besprochenen Verwendungen desselben sich umkehren lassen, so mache ich damit nur auf eine selbstverständliche Sache aufmerksam. Man schaltet statt der Elemente bei den Klemmschrauben der Rückwand Zweigleitungen (verschiedene Apparate, Lampen u. dgl.), bei den beiden Hauptklemmen am Grundbrette aber eine Stromquelle (Batterie oder Dynamomaschine) ein. Dann kann man den Strom mittels des Pachytropes durch einen beliebigen Apparat für sich allein oder durch mehrere gleichzeitig schicken und nach Gutdünken dieselben nebeneinander oder hintereinander in den Gesammtkreis schliessen, wobei sich der Strom einer etwa gebrauchten Dynamomaschine verschieden stark entwickelt. Aehnlich sind die Klemmschrauben der Rückwand paarweise durch kurzen dicken Draht zu verbinden, wenn behufs genauerer Untersuchungen ein für allemal der Widerstand des Pachytropes bei den verschiedenen vorkommenden Scheibenstellungen bestimmt werden soll. Er ist übrigens gering.

Nach dem Gesagten mag es wohl angenehm erscheinen, wenn einem Experimentator zwei Pachytrope zur Verfügung stehen: das eine zur Beherrschung einer Batterie, das andere zur beliebigen Lenkung des Stromes in einer ganzen Reihe von Apparaten. Ich will aber zeigen, dass dies gar nicht nothwendig ist, und dass das Pachytrop bei nicht zu ge-

geringer Scheibenzahl alles Wünschenswerthe zugleich zu erfüllen vermag. Die einfache und einheitliche Construction desselben erlaubt mir die Sache zu erörtern, ohne auf ganz specielle Fälle eingehen zu müssen.

Nehmen wir also an, das Pachytrop sei für im Maximum n-Elemente angefertigt, und es sei $n = p + q$. Dann lassen sich gleichzeitig p Elemente und bis zur Maximalzahl $q + 1$ beliebig viele Apparate einschalten und unabhängig voneinander ausschalten, umschalten und combiniren. Wir wollen bloss voraussetzen, dass möglichst viele Apparate in das Bereich der Wirksamkeit des Pachytropes gezogen werden sollen, indem sich dann die Manipulation mit einer geringeren Anzahl solcher von selbst ergibt.

Wir verbinden zu diesem Ende p Elemente mit dem Pachytrope und nehmen dabei die $2p$ ersten Klemmschrauben der Rückwand in Anspruch; in den übrigen q Paaren von Klemmschrauben derselben Reihe und in jenen des Grundbrettes werden die Leitungsdrähte von $q + 1$ beliebigen Apparaten befestigt. Sobald man nun die erste und die $(n + 1)^{te}$ Scheibe mit ihrem Handgriffe zum unteren Anschlag bringt (alle übrigen Handgriffe stets nach oben gerichtet vorausgesetzt), ist der Strom geschlossen, geht durch alle Schliessungstheile hintereinander, und letztere können durch leicht erfindliche Aenderungen in der Stellung der auf die p^{te} Scheibe folgenden Scheiben mannigfach hinsichtlich des Querschnittes combinirt werden. Würden z. B. ausser dem ersten alle $q + 1$ letzten Handgriffe hinuntergedrückt, so wären alle $q + 1$ Apparate nebeneinander in der Leitung. Wären nur die erste und die $(p + 1)^{te}$ Handhabe unten, so nähme der ganze Strom seinen Weg durch den am Grundbrette eingeschalteten Apparat allein. Ist hingegen statt der $(p + 1)^{ten}$ Scheibe die $(p + m + 1)^{te}$ zum unteren Anschlag gedreht, so liegen ausserdem noch die m den Batteriedrähten zunächst in die Klemmen des Pachytropes geschalteten Apparate hintereinander im Stromkreise u. s. w.

Obwohl sich demnach hierbei bereits zahlreiche Anordnungen treffen lassen, so erkennt man doch, dass sich z. B. kein an der Rückwand eingeschalteter Apparat für sich allein in den Strom bringen lässt. Es wird aber dies mit einer einzigen Ausnahme ermöglicht, wenn die Klemmschrauben am Grundbrette zu keinem Schlusse verwendet, also nur q-Apparate mit dem Pachytrope verbunden werden. Um den Strom durch die m ersten Apparate zu lenken, brauchen jetzt nur die drei Scheiben 1, $(p + 1)$ und $(p + m + 1)$ oder 1, $(p + m)$ und $(p + m + 1)$ hinabgedreht zu werden, wobei das Pachytrop für die $m - 1$ ersten Apparate als Commutator dient, wenn $(p + 1)$ durch $(p + m)$ ersetzt wird oder umgekehrt. Soll der Strom nur durch den r^{ten} Apparat gehen, so muss ausser der Verdrehung der Scheiben

1, $(p+1)$, $(p+r)$ und $(p+r+1)$ um 90° noch eine etwa 45° betragende Drehung irgend einer zwischen Nummer $(p+1)$ und $(p+r)$ befindlichen Scheibe erfolgen, die dann die Ausschaltung der ersten $r-1$ Apparate bewirkt. Nur für $r=1$ und $r=2$ ist letzteres nicht möglich, für $r=1$ aber auch nicht erforderlich. Andere Schaltungen ergeben sich leicht von selbst.

Um sich in der Reihe der Apparate auch noch von der Ausnahmsstellung des zweiten unabhängig zu machen, empfiehlt es sich, das $(p+1)^{te}$ Klemmenpaar der Rückwand ebenso wie die Klemmenschrauben am Grundbrette unbenutzt zu lassen, d. h. ausser p Elementen nur $q-1$ Apparate mit dem Pachytrope zu verbinden. Ist dasselbe z. B. 13-scheibig, so lassen sich auf diese Art etwa 6 Elemente (oder Doppelelemente, 6×3 Elemente u. s. w.) und 5 Apparate einschalten. Man findet dann leicht folgende allgemeine Manipulationsregeln:

1. Soll nur der r^{te} Apparat (an der Rückwand des Pachytropes vom letzten Elemente an gezählt) in den Stromkreis gebracht werden, so drehe man die Scheiben Nr. 1, $(p+1)$, $(p+r+1)$ und $(p+r+2)$ zum unteren Anschlag;

2. sind alle Apparate vom r^{ten} bis zum s^{ten} inclusive einzuschalten, so müssen die Scheiben Nr. 1, $(p+1)$, $(p+r+1)$ und $(p+s+2)$ vorn hinuntergedrückt werden, welche Regel die vorhergehende als speciellen Fall in sich begreift;

3. diese $s-r+1$ Apparate können dann stets unter sich auf verschiedenen Querschnitt verbunden werden, wie dies S. 285 und 286 hinsichtlich einer Batterie auseinandergesetzt wurde. Endlich

4. stehen aber auch gleichzeitig die Scheiben 1 bis $(p+1)$ zu jeder convenirenden Combination und zu jedem Wechsel in der Batterie zur Verfügung, in welcher Beziehung gleichfalls auf das bereits oben Gesagte verwiesen werden kann.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 27. Januar 1885.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. K. Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Hierauf zeigt Herr Prof. Dr. Sigm. Exner einige neue Versuche von Christiansen über die Farbe von Glaspulvern in Flüssigkeiten desselben Brechungsexponenten.

Ferner sprach Prof. Dr. Ernst v. Fleischl über die Wellenfläche des Lichtes im magnetischen Felde. Im Anschlusse an diese Ausführungen macht Herr Prof. Dr. K. Exner die Bemerkung, dass die Annahme einer aus Ellipsoiden bestehenden Wellenfläche mit einem von Cornu bewiesenen Satze im Widerspruche stehe.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Secretär.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 10. Februar 1885.

Vorsitzender: Prof. Dr. K. Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Prof. Dr. A. v. Frisch besprach die neueren Methoden der Bacillenuntersuchung und unterstützte seinen Vortrag durch Demonstration einer grossen Anzahl von Reinculturen und Instrumenten.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Secretär.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4. (20a/4)	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen und electr. Messinstrumente.
Schuckert, S., Nürnberg. (18a/4)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (19a/4)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.



XXI. Band. 5. Heft.

REPERTORIUM

DER

P H Y S I K.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 5. Heftes.

Ein Fortschritt in Bezug auf eine kinetische Theorie der Materie. Von Sir William Thomson. S. 281.
Die elektrische Leitungsfähigkeit wässriger Lösungen im Zustande äusserster Verdünnung. Von Friedrich Kohlrausch. S. 308.
Das Spectro-Polarimeter. Von Prof. Ernst v. Fleischl. S. 323.
Bemerkung über die Lichtgeschwindigkeit im Quarze. Von K. Exner. S. 332.
Ueber die Polarisation oxydirbarer Metalle und über die elektrische Energie, die diese in den Elementen liefern. Von M. Chaperon. S. 337.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 24. Februar 1885. S. 348.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 10. März 1885. S. 349.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speziell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 4).

Jahrgang 1885 Nr. 11 enthält:

Rundschau. — **Die elektrische Beleuchtung des kgl. Hof- und Nationaltheaters in München nebst Bemerkungen über den „Glanz" des elektrischen Glühlichtes.** Von Dr. Friedrich Renk, Privatdocent für Hygiene und I. Assistent am hygienischen Institute München. (Mit Tafel II.) — **Literatur.** Bericht über die internationale elektrische Ausstellung. — C. Grawinkel, Lehrbuch der Telephonie und Mikrophonie. — Henry Vivarez, Construction des réseaux éléctriques airains en fils de bronce silicieux. — Max Jüllig, Die Kabeltelegraphie. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Patente.**

Jahrgang 1885 Nr. 12 enthält:

Rundschau. — **Elektrotechnische Apparate** aus dem physikal.-mechan. Institute von Dr. M. Th. Edelmann in München. — **Prof. Dolbear's Telephonstudien.** — **Ein Universal-Pachytrop.** Von Franz Daurer. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Patente.**

Jahrgang 1885 Nr. 13 enthält:

Rundschau. — **Correspondenz.** — **Widerstandsapparat** von L. Maiche. — **Die elektrischen Messinstrumente.** — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Finanzielle und industrielle Nachrichten.** — **Patente.** — **Briefkasten der Redaction.** — **Fragenkasten.**

Jahrgang 1885 Nr. 14 enthält:

Rundschau. — **Correspondenz.** — **Elektrotechnische Berichte aus Wien.** — **Petroleumlampen als Zwischenlichtquellen in der elektrotechnischen Photometrie.** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **Ebel's Strommesser.** — **Die elektrischen Messinstrumente.** — **Trouvé's feuchte galvanische Elemente.** — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen** — **Patente.** — **Briefkasten der Redaction.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg,* *Verlagsbuchhandlung.

Ein Fortschritt in Bezug auf eine kinetische Theorie der Materie[1]).

Von

Sir William Thomson.

Die gegenwärtig wohlbekannte kinetische Gastheorie bedeutet einen so überaus wichtigen Fortschritt auf dem Wege der Erklärung der scheinbar statischen Eigenschaften der Materie durch Bewegung, dass wir uns wohl jetzt schon eine Idee von einer vollständigen Theorie der Materie bilden können, in welcher sämmtliche Eigenschaften dieser Materie nur als Attribute der Bewegung auftreten. Wenn wir auf den Ursprung dieser Ideen zurückgehen, so kommen wir schliesslich zu Demokrit, Epikur und Lukrez. Dann aber können wir, wie ich glaube, ohne einen einzigen Fortschritt zu übergehen, gleich 1800 Jahre überspringen. Erst im letzten Jahrhunderte finden wir wieder in Malebranches „Recherche de la Vérité" den Ausspruch, dass „die Härte der Körper" von „kleinen Wirbeln abhänge"[2]). Diese Worte stehen mitten in einem trostlosen Wuste unverständlicher Aussprüche über die physikalischen, metaphysischen und theologischen Philosophien jener Zeit und werden in den folgenden drei Bänden durch keinerlei Erklärung, Erläuterung oder Illustrirung unterstützt. Wiewohl jeder beliebige andere Satz oder Ausspruch dieses grossen Buches obigen

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt nach den Berichten vom Meeting der Br. Ass. zu Montreal 1884.

2) „Beweis der von mir gemachten Annahme: dass die feine oder ätherisirte Materie nothwendigerweise aus kleinen Wirbeln (petits tourbillons) zusammengesetzt sein müsse, und dass diese die natürlichen Ursachen aller Aenderungen sind, welche die Materie erleidet; dies erweise ich durch die Erklärung der allermeisten Wirkungen der Physik, wie solches sind die Härte der Körper, ihre Flüssigkeit, ihre Schwere, ihre Leichtigkeit, das Licht und die Brechung und Refraction der Strahlen desselben." Malebranche, Recherche de la Vérité, 1712.

Worten nicht entspricht, so bedeuten sie doch den Ausdruck einer ganz klar präcisirten Vorstellung, welche einen überaus bemerkenswerthen Fortschritt einer kinetischen Theorie der Materie bildet. Etwas später finden wir dann Daniel Bernoulli, der das ausspricht, was wir jetzt als eine der allersichersten Grundlagen unserer Wissenschaft zu betrachten haben — die kinetische Theorie der Gase. Er dachte dabei, so viel ich weiss, nur an Boyle's und Mariotte's Gesetz der Federkraft der Luft, wie es Boyle nannte; er nahm aber keinen Bezug auf die Temperaturänderung oder auf die Druckzunahme, welche Luft zeigt, wenn man sie nicht entsprechend der Temperaturerhöhung sich ausdehnen lässt, eine Erscheinung, welche er wohl kaum kannte; ebenso wenig nahm er Bezug auf die Temperaturerhöhung, welche durch Compression, oder die Temperaturerniedrigung, welche durch Ausdehnung erzeugt wurde und auf die daraus resultirende Nothwendigkeit, einen Bruchtheil einer Secunde oder einige Secunden (wenigstens bei Apparaten von gewöhnlicher Grösse) zu warten, um bei plötzlichen Druckänderungen ein wirkliches Eintreten des durch das Boyle'sche Gesetz bedingten Druckes abzuwarten. Die Betrachtung dieser Erscheinungen, welche vor 40 Jahren Joule anstellte, bildete im Verein mit den ursprünglichen Vorstellungen Bernoulli's die Grundlage der kinetischen Gastheorie, wie sie uns gegenwärtig vorliegt. Welch herrliches und werthvolles Gebäude wurde aber auf dieser Grundlage von Clausius und Maxwell errichtet, welch prächtigen Schmuck bildet oben auf der Zinne dieses Gebäudes das Radiometer von Crookes, das durch die glückliche Entdeckung von Tait und Dewar[1]), wonach die mittlere Weglänge eines in einem guten modernen Vacuum zurückbleibenden Luftmoleküles bis zu mehreren Zollen betragen kann, fest an seiner Stelle steht. Clausius' und Maxwell's Erklärung der Diffusion der Gase und ihres Wärmeleitungsvermögens, ihr reizend klarer Schluss, dass die Diffusion der Wärme in Gasen nur ein wenig rascher stattfindet als die Diffusion der Moleküle infolge des Austausches der Energie bei den Zusammenstössen zwischen den Molekülen[2]), während die hauptsächliche Ueber-

1) Proc. R. S. E. 2. März 1874 und 5. Juli 1875.

2) Die Diffusion der Wärme muss aber andrerseits bei den Flüssigkeiten, wegen der Anhäufung der Moleküle, hauptsächlich durch einen Energieaustausch zwischen den Molekülen stattfinden, sie ist auch, wie das Experiment zeigt, um vieles rascher als die Diffusion der Moleküle selbst, und diese wiederum wird viel weniger rasch geschehen als die materielle und thermische Diffusion der Gase. So fand Fick für die Diffusion des gewöhnlichen Salzes durch Wasser nur 0,000012 in Quadratcentimeter und Secunde: etwa 200 Mal so viel als für die Diffusion der Wärme durch Wasser, für welche T. T. Bottomley etwa 0,002 in Quadratcenti-

tragung durch wirklichen Transport der Moleküle selbst stattfindet; ebenso die Erklärung der Reibung der Gase durch Maxwell, ebenso die absoluten Zahlbeziehungen, welche diese zwei grossen Forscher zwischen den drei Eigenschaften, der Diffusion, der Wärmeleitung und Reibung aufdeckten, das alles hat dem Bereiche der Wissenschaft ein weit ausgedehntes und stets wachsendes Gebiet einverleibt.

So reich die bisher entwickelte kinetische Theorie der Gase auch an praktischen Resultaten ist, so führt sie doch nur absolut knapp zu dem Atom oder Molekül, und gibt nicht einmal eine Andeutung darüber, wie jene Eigenschaften, durch welche sich die Atome oder Moleküle gegenseitig beeinflussen, zu erklären seien. Wegen eines Führers zu einer tieferen und eingehenderen Theorie der Materie können wir mit Erfolg nach rückwärts blicken, in den Uebergang des vorigen Jahrhunderts in unser jetziges, und finden da Rumford's Schlüsse bezüglich jener Wärme, welche beim Bohren einer Messingkanone erzeugt wird: „Es erscheint mir äusserst schwierig, wo nicht gar unmöglich, mir von etwas, das in der Weise erregt und weiter verbreitet wurde, wie die Wärme in diesen Versuchen erregt und weiter verbreitet wurde, eine bestimmte Vorstellung zu bilden, ausser dieses Etwas wäre Bewegung"; wir finden da ferner die noch anregenderen Sätze von Davy: „Das Vorhandensein der Repulsionserscheinungen bedingt nicht nothwendig ein besonderes elastisches Fluidum. . . ." „Die Wärme kann definirt werden als eine eigenthümliche Bewegung, wahrscheinlich eine Schwingung der Theilchen der Körper mit der Tendenz, diese zu trennen. . . ." „Um diese Bewegung von anderen zu unterscheiden und um die Ursache unseres Wärmegefühls etc. zu bezeichnen, wurde der Name repulsive Bewegung angenommen." Hier haben wir eine überaus bedeutende Idee. Es wäre zwar eine etwas kühne Redewendung, wollte ich behaupten, es werde Erde und Mond durch eine repulsive Bewegung aus einander gehalten, was ist aber gleichwohl, nach allem, die Centrifugalkraft anderes als eine repulsive Bewegung, und ist es nicht möglich, dass es gar nichts derartiges wie die Repulsion gibt, und dass alles, was uns durch Repulsion erzeugt scheint, nur eine Folge von Trägheit ist? Zwei Körper fliegen gegen einander und können sich dann, wenn sie durch gegenseitige

---

meter und Secunde fand. Nach den Versuchen von Lohschmidt liegt die materielle Diffusion der Gase zwischen 0,098 (für Kohlensäure und Stickoxyd) und 0,642 (für Kohlenoxyd und Wasserstoff), während die thermische Diffusion der Gase nach der kinetischen Gastheorie von Clausius und Maxwell sich für Kohlensäure mit 0,089, für gewöhnliche Luft und andere Gase von nahezu gleicher Dichte mit 0,16 und für Wasserstoff mit 1,12 (immer in Quadratcentimeter und Secunde) berechnet.

Anziehung beschleunigt, nicht direct gegeneinander stossen, nurmehr infolge der Trägheit ihrer Massen wieder trennen. Zuerst biegen sie in einer scharf gekrümmten Bahn um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt und fliegen dann wieder aus einander. Ein sorgloser Zuseher könnte sich einbilden, dass sie von einander abgeprallt sind, er würde gar nicht den Unterschied bemerken zwischen dem, was er wirklich sieht und was er sehen würde, wenn die beiden Körper mit grosser Geschwindigkeit gegen einander geschleudert auf einander stiessen und dann wieder zurückprallten.

Joule, Clausius und Maxwell und ohne Zweifel Daniel Bernoulli selbst und, wie ich glaube, auch alle Anderen, die bisher etwas eingehender über die kinetische Gastheorie geschrieben oder gearbeitet haben, hielten die gegenseitige Einwirkung der Moleküle beim Zusammenstoss für eine repulsive. Könnte sie aber nach dem Vorausgehenden auch eine anziehende sein? Seit 35 Jahren, als ich zuerst Davy's „repulsive Bewegung" gelesen, hat mich diese Idee niemals verlassen, ich wusste aber damit nichts anzufangen (wenn man überhaupt behaupten kann, dass damit etwas anzufangen sei), wenigstens nichts bis zum heutigen Tage (16. Juni 1884); als ich diesen Vortrag vorbereitete, bemerkte ich, dass die alten Experimente von Joule und mir[1]) über die Wärmewirkung von Gasen, welche sich aus einem Gefässe mit hohem Drucke durch einen porösen Pfropfen ausdehnen, beweisen, dass das weniger dichte Gas eine grössere innere potentielle Energie hat als das dichtere Gas, wenn wir die gewöhnliche Hypothese betreffs der Temperatur eines Gases beibehalten, wonach zwei Gase dann gleiche Temperatur[2]) haben, wenn die kinetische Energie ihrer zusammensetzenden Moleküle per Molekül den gleichen mittleren Werth zeigt.

Wir wollen uns die Sache folgendermaassen denken. Stellen Sie sich eine grosse Anzahl von Theilchen vor, welche rings in einer Hülle eingeschlossen sind, von welcher einzelne Theile beliebig nach ein-

1) Wieder abgedruckt in Sir W. Thomson's „Mathematical and Physical Papers" Vol. I Article XLIX p. 381.

2) Dass dies eine blosse Hypothese ist, haben wohl weder die Begründer noch Schriftsteller der kinetischen Gastheorie bemerkt. Bis jetzt hat noch Niemand die Frage untersucht: Welche Bedingung gilt bezüglich des Endzustandes der mittleren Vertheilung der kinetischen Energie, wenn zwei Theile eines Gases durch eine dünne elastische Wand getrennt sind, welche zwar jede Interdiffusion von Materie absolut verhindert, hingegen einen Austausch der kinetischen Energie durch die Stösse gegen die Wand ermöglicht? Ich weiss in der That nicht, ob hier diese Auffassung der Bedingung des Temperaturgleichgewichtes zwischen zwei Gasmassen zum ersten Male ausgesprochen wird.

wärts gedrückt werden können. Nun stellen wir rund um die Hülle herum ein Ingenieurcorps aus Maxwell's Dämonenarmee, mit dem Befehle, sorgsam auf die Hülle zu achten und überall dort vorwärts zu dringen, wo Niemand von den belagerten Truppen in der Nähe ist, hingegen wenn einer derselben sich annähert, so lange nichts zu thun, bis er sich wieder nach einwärts entfernt. Das Resultat wird dann das sein, dass bei einer genau gleichen Summe der kinetischen und potentiellen Energie der genau gleichen eingeschlossenen Menge von Theilchen diese viel dichter aneinander liegen werden. Nun beweisen die alten Versuche von Joule und mir über den Ausfluss von Luft, dass wenn dieser Molekülhaufen aus gewöhnlicher Luft, oder Sauerstoff, oder Stickstoff, oder Kohlensäure bestünde, die Temperatur bei gleichbleibender Energie in dichterem Zustand etwas höher sein muss als in weniger dichtem. Nach der Hypothese bedeutet Temperaturgleichheit zwischen zwei verschiedenen Gasen oder zwei Theilen desselben Gases bei verschiedener Dichte, dass die kinetische Energie in der gleichen Molekülanzahl der beiden Gase gleich sei. Weil aber unsere Beobachtungen beweisen, dass in dichterem Zustande die Temperatur höher ist, so folgt daraus, dass die potentielle Energie geringer sein muss. Dies beweist — indes stets unter Verwahrung wegen der Temperaturhypothese — einen gewissen Grad von Anziehung zwischen den Molekülen, es beweist aber keineswegs, dass auch noch im äussersten Fall beim Zusammenstoss zweier Moleküle oder in Distanzen, welche um vieles kleiner sind als der durchschnittliche gegenseitige Abstand, in dem Molekülhaufen immer noch eine Anziehung stattfindet. Die Kraft beim Zusammenstoss kann, wie man bisher allgemein angenommen, eine repulsive sein und dennoch kann bei der Gesammtberechnung des Unterschiedes zwischen der inneren potentiellen Energie der mehr und weniger dichten Menge die Anziehung überwiegen. Es ist indes bemerkenswerth, dass die Erklärung der Schallfortpflanzung durch ein Gas und ebenso die Erklärung des positiven Flüssigkeitsdruckes eines Gases gegen die Seiten des einschliessenden Gefässes nach der kinetischen Gastheorie ganz unabhängig bleiben von der Frage, ob die schliessliche Kraft beim Zusammenstosse eine anziehende oder abstossende ist. Es ist da natürlich ganz selbstverständlich, dass, wenn diese Kraft eine anziehende ist, die Partikelchen so klein genommen werden müssen, dass sie sich nur sehr selten begegnen — sie müssten unendlich klein genommen werden, um sich niemals zu begegnen; der Fall eines wirklichen Zusammentreffens muss im Vergleich zu jenem Falle, wo sie durch Anziehung um einen grossen Winkel aus ihrem Laufe weggedreht werden, so ungeheuer selten eintreten, dass der Einfluss dieser rein anziehenden

Zusammenstösse jenen des wirklichen Contactes ganz unverhältnismässig übersteigt. Dieser durch Davy's „repulsive Bewegung" angeregte Gedankengang ermöglicht es uns aber keineswegs, des Begriffes einer wirklichen Abstossung zu entrathen, er hat keinerlei Consequenzen, denn wenn wir auch hier Zusammenstösse haben, so kann auch hier die Natur der Kraft während dieser Zusammenstösse und die Wirkungen dieser gegenseitigen Zusammenstösse, so selten diese auch sind, bei jedem Versuch einer Vorstellung einer kinetischen Theorie der Gase nicht umgangen werden. Wir können also, ausser wir begnügten uns damit, uns die Atome eines Gases als mathematische, mit Trägheit begabte Punkte vorzustellen, welche nach Boscovich mit Kräften gegenseitiger positiver und negativer Anziehung begabt sind, die als bestimmte Function der Distanz variirt, niemals die Frage der Zusammenstösse und der daraus resultirenden Schwingungen und Rotationen der Moleküle vermeiden und wir müssen jedes einzelne Molekül für sich als kleinen elastischen Körper nehmen oder als eine Bewegungsform in einer zusammenhängenden, alles durchdringenden Flüssigkeit. Ich wenigstens sehe nicht ein, wie wir jemals dauernd stillhalten können, bevor wir bis zu diesem letzten Gesichtspunkte vorgedrungen; es würde sich aber auf diesem Wege ein vorläufiger und überaus angenehmer Ruheplatz ergeben, wenn wir ein mechanisches Modell eines Gases herstellen könnten aus runden Stücken einer vollkommen elastischen, festen Materie, welche durch den vom Gas occupirten Raume herumfliegen und sowohl gegen einander als auch gegen die Wände des einschliessenden Gefässes stossen würden. Dies enthält in der That alles, was uns die kinetische Theorie der Gase bis zum gegenwärtigen Zeitpunkte geliefert und es bildete zugleich in den Händen von Clausius und Maxwell unseren ersten Fortschritt zu einer Moleculartheorie der Materie. Wir müssen dann selbstverständlich weiter vordringen, um eine Erklärung der Elasticität und aller anderen Eigenschaften der Moleküle selbst zu erhalten; dieser Gegenstand ist aber viel complicirter und schwieriger als die Erklärung der gasigen Eigenschaften bei Annahme eines elastischen Moleküls. Wenn wir aber auch keinerlei Erklärung für die Eigenschaften des Moleküls besitzen, wenn wir nur annehmen, dass das Molekül die nothwendigen Eigenschaften hat, so können wir uns sehr wohl eine Zeit lang mit der Betrachtung der kinetischen Theorie der Gase und der Erklärung der gasigen Eigenschaften zufrieden geben, welche nicht nur als Schritt zu einer mehr eindringenderen Theorie der Materie von ungeheurer Wichtigkeit ist, sondern welche auch eine vollkommen verständliche und bestimmte Reihe von Naturthatsachen zweifellos ausdrückt. Nun besteht aber unglücklicherweise unser mechanisches Modell aus einem

Haufen von kleinen elastischen Körpern, welche untereinander herumfliegen; obgleich wir die Elasticität eines jeden Theilchens als eine absolut vollkommene annehmen, so würde das schliessliche Resultat so ziemlich auf eins hinauslaufen, wenn die Theilchen nur unvollkommen elastisch wären. Die Wirkung der immer und immer wiederholten gegenseitigen Zusammenstösse muss schliesslich im Mittel alle Energie der fortschreitenden Bewegung allmählich in eine Energie von immer rascheren und rascheren Schwingungen des Moleküls verwandeln. Es scheint sicher, dass nach jedem Zusammenstosse die Energie der Schwingungen von ganz kleinen Schwingungsabtheilungen grösser sein muss als vor dem Zusammenstosse. Je kleiner diese Unterabtheilungen sind, desto geringer wird auch die Tendenz sein, während eines Zusammenstosses einen Theil der Schwingungsenergie in die Form der fortschreitenden Energie zurückzuverwandeln, und ich halte es für strenge beweisbar, dass, wenn nur jedes Molekül ein elastischer Körper ist, alle Energie der fortschreitenden Bewegung schliesslich in eine Schwingungsenergie von immer kleineren Knotenabtheilungen verwandelt werden muss. Wir wollen die kinetische Gastheorie und diese Schwierigkeit einstweilen ungelöst bei Seite lassen in der Hoffnung, dass wir oder Andere nach uns zu diesem Gegenstande wieder zurückkehren, welche mit grösseren Kenntnissen über die Eigenschaft der Materie und mit schärferem mathematischen Rüstzeug ausgerüstet sind, um diese Schranke zu durchbrechen, welche uns gegenwärtig einen Einblick in das Molekül selbst verwehrt und uns nur die Aenderung der translatorischen Bewegung während der Zusammenstösse zu erkennen gestattet.

Die Elasticität eines Gases zu erklären, war die Hauptaufgabe der kinetischen Gastheorie. Wir konnten diesen Gegenstand aber nur in der Weise lösen, dass wir eine Elasticität annahmen, welche in ihrem Charakter viel complicirter und deren Erklärung viel schwieriger ist als die Elasticität eines Gases — die Elasticität eines festen Körpers. Wenn daher selbst jener unangenehme Mangel der Theorie, auf welchen ich anspiele, nicht existirte, und wenn wir uns mit einer kinetischen Theorie der Gase vollständig zufrieden geben könnten, welche auf den Zusammenstössen elastischer fester Körper beruht, so müssten wir immer noch überdies eine weitere Theorie betrachten, deren Lösung nicht als ein trügerisches Luftschloss wissenschaftlichen Ehrgeizes anzusehen ist, nämlich die Erklärung der Elasticität eines festen Körpers. Gleichwohl könnte man uns gleich beim Beginne unserer Suche nach einer solchen Theorie mit der cynischen Frage entgegentreten: Was versteht man unter einer Erklärung der Eigenschaften der Materie? Würde mir eine solche Frage entgegentreten, so könnte

ich darauf nur erwiedern, dass wir in dem Fall, als nur die Technik das schliessliche Endziel der physikalischen Wissenschaft wäre, uns gezwungenermaassen mit dem blossen Auffinden der Eigenschaften der Materie und der entsprechenden Anwendung zu praktischen Zwecken begnügen müssten. Ich bin aber sicher, dass nur sehr wenige Ingenieure, wenn überhaupt welche, mit einer so kleinlichen Auffassung ihres herrlichen Faches sich zufrieden geben würden. Sie müssen vielmehr in geduldiger Beobachtung die Eigenschaften der Materie und die Resultate materieller Combinationen entdecken. Ueberall treffen wir tiefere Fragen an, und sie werden stets von tiefem Interesse sein für den echten Ingenieur, und gerade dieser wird der letzte sein, der bei irgend einem Versuch, tiefer unter die Oberfläche der Dinge zu sehen, immer nur mit dem Einwande zur Hand sein wird: Wird derartiges nicht ganz ohne Nutzen sein? Nehmen wir aber jetzt an, es würde die Frage: „Was versteht man unter der Erklärung einer Eigenschaft der Materie?“ nicht in frivolem Sinne gestellt und lassen wir uns durch dieselbe jetzt nicht irritiren; nehmen wir an, wir glaubten dem Frager seinen ehrlichen Willen und versuchen wir es, seine Frage zu beantworten, so werden wir finden, dass dies keineswegs so leicht geht. Alle die Eigenschaften der Materie sind so enge mit einander verbunden, dass wir uns kaum vorstellen könnten, es wäre eine dieser Eigenschaften vollständig erklärt, ohne dass wir sie hätten mit anderen in Beziehung bringen müssen, ohne dass wir in Wirklichkeit eine gleichzeitige Erklärung aller Eigenschaften hätten geben müssen. Bevor wir aber das erreicht haben, können wir von einer „Erklärung einer Eigenschaft“ oder von einer „Erklärung der Eigenschaften“ der Materie nicht sprechen. Wiewohl dieses Endziel dem Menschen stets verschlossen bleiben wird, so wird der Fortschritt der Wissenschaft, daran glaube ich, auf verschiedenen Strassen, von allen Seiten her, Schritt um Schritt immer enger gegen dieses Endziel vordringen. Die kinetische Gastheorie ist, wie ich gesagt habe, ein wirklicher Fortschritt auf einer dieser Strassen. Auf dem Gebiete der Chemie gelangte St. Clair Deville auf einer ganz anderen derartigen Strasse, ohne die geringste Mithilfe von Seiten der kinetischen Gastheorie zu seiner grossen Theorie der Dissociation. Die Thatsache, dass er dies nur aus chemischen Beobachtungen und Experimenten ausarbeitete und ohne irgend eine Hypothese und scheinbar auch ohne die schöne Erklärung zu kennen, welche hier die kinetische Gastheorie lieferte, der Welt aus einander setzte, sicherte dieser Arbeit unmittelbar eine grosse Bedeutung und selbständige grundlegende Wichtigkeit als chemische Theorie; dies wäre wohl kaum der Fall, wenn diese Thatsache zuerst von der kinetischen Gastheorie als wahrscheinlich hin-

gestellt und erst nachher durch die Beobachtung bestätigt worden wäre. Jetzt aber können wir uns von den Anschauungen leiten lassen, welche uns Clausius und Williamson von dem continuirlichen Austausche der Bestandtheile zwischen den zusammengesetzten Molekülen, die eine chemische Verbindung im gasförmigen Zustande bilden, geliefert haben, und wir erblicken dann in der Dissociationstheorie von Deville einen Berührungspunkt vom allerweitgehendsten Interesse zwischen den chemischen und physikalischen Wegen wissenschaftlichen Fortschrittes.

Wenden wir uns aber wieder zur Elasticität zurück. Gelänge es uns, aus einer elasticitätslosen Materie ein zusammengesetztes System von relativ sich bewegenden Theilen herzustellen, bei welchen infolge dieser Bewegung die charakteristischsten Merkmale eines elastischen Körpers zu finden wären, so bedeutete dies wohl, wenn nicht absolut sicher, einen Fortschritt in der kinetischen Theorie der Materie, zum mindesten einen Fingerzeig nach einem Wege, auf welchem wir hoffen können, eine kinetische Theorie der Materie zu erlangen. Nun können wir dies, wie ich bereits gezeigt habe[1]), in verschiedener Weise leisten. In der letzten dieser Abhandlung, von welcher bisher nur der Titel publicirt wurde, zeigte ich, dass nach einer mathematischen Untersuchung einer gyrostatisch beherrschten Combination (welche in dem unten citirten Theile von Thomson's und Tait's „Natural Philosophy“ enthalten ist) gefolgert werden kann, dass jedes ideale System von materiellen Theilchen, welche aufeinander wechselseitig durch masselose verbindende Federn wirken, vollkommen nachgeahmt werden kann mittels eines Modelles, welches aus starren, gegenseitig verbundenen Gelenken besteht, und wo dann ferner um einige dieser Gelenke sehr rasch rotirende Flugräder herumlaufen. Diese Nachahmung beschränkt sich nicht nur auf die Fälle des Gleichgewichtes, sie gilt auch noch für Schwingungen, welche dadurch erzeugt werden, dass man dieses System aus seiner Lage eines stabilen Gleichgewichtes ein klein wenig verschiebt und dann sich selbst überlässt. Wir können ein derartiges gyrostatisches System so einrichten, dass es unter dem Einflusse gewisser positiver Kräfte, welche an verschiedenen Punkten des Systems angreifen, genau so im Gleichgewicht bleibt, wie wenn dieselben Kräfte an ähnlichen Angriffspunkten eines ähnlichen stabilen

1) Abhandlung über „Vortex-Atoms“ Proc. R. S. E. Febr. 1867; Auszug einer vor der Royal Institution of Great Britain am 4. März 1881 gehaltenen Vorlesung über „Elektricität ist eventuell darzustellen als eine Bewegungsform“; Thomson und Tait: Natural Philosophy 2. Ausg. Part. I §§ 345 VIII bis 345 XXVII; „On Oscillation and Waves in an Adynamic Gyrostatic System“ (nur der Titel) Proc. R. S. E. März 1883.

Systems, bei welchem Federn in Verwendung sind, angriffen. Wenn wir dann ferner an den Gelenken passende Massen anbringen, d. h. eine passende Grösse und Vertheilung des Trägheitsvermögens, und wenn wir dann bei beiden ähnlichen Systemen gleichzeitig die äusseren Kräfte entfernen, so werden dann auch die daraus resultirenden Schwingungen der Angriffspunkte dieser Kräfte identisch sein. Oder aber, wir können auf diese Systeme materieller Punkte und Federn innerhalb einer gewissen Zeit, mittels bestimmter Kräfte und ebenso auch auf das gyrostatische System einwirken, die resultirende Bewegung wird in beiden Fällen die gleiche sein. Wenn man in dem einen Falle die Federn immer straffer und straffer spannt und in dem anderen Falle die Winkelgeschwindigkeiten der Flugräder immer grösser und grösser macht, dann werden die Perioden der Schwingungen immer kürzer und kürzer und die Amplituden immer kleiner und kleiner werden, die Bewegung wird immer mehr und mehr jener von zwei vollkommen starren Gruppen materieller Punkte sich nähern, welche sich durch den Raum bewegen und entsprechend der wohlbekannten Rotationsweise eines starren Körpers von ungleichen Trägheitsmomenten längs der drei Hauptaxen rotiren. In dem einen Fall wird die ideelle, beinahe starre Verbindung zwischen den Theilchen durch masselose, überaus gespannte Federn erzeugt, in dem anderen Falle aber durch eine überaus rasche Rotation der Flügelräder, und in letzterem Falle würde das System, würden die Flugräder ihrer Rotation verlustig, vollkommen schlaff sein.

Die Zeichnungen (Fig. 1 u. 2) erläutern zwei solche Systeme[1]). Die Umdrehungsrichtung der Flügelräder in dem gyrostatischen Systeme (Fig. 2) sind durch Richtungsellipsen angedeutet, welche in perspectivischer Ansicht die Umdrehungsrichtung des Flügelrades eines jeden gyrostatischen Systemes andeuten. Das gyrostatische System (Fig. 2) könnte auch nur aus zwei gyrostatischen Gliedern bestehen, es sind jedoch der Symmetrie wegen vier gezeichnet. Der einschliessende Kreis stellt in beiden Fällen im Durchschnitte eine einschliessende Kugelschale dar, welche den Anblick des Innern verhindern soll. In dem Innern haben wir einmal Flügelräder, in dem anderen Fall aber masse-

1) In Fig. 1 sind die beiden aus der Kugel hervorragenden Haken durch eine elastische Wagenfeder verbunden. In Fig. 2 sind diese beiden Haken je mit den zwei entgegengesetzten Ecken eines aus vier Gelenken bestehenden Rahmens verbunden, wo jedes einzelne Gelenk einen Gyrostaten trägt, so dass die Rotationsaxe des Rotationskörpers in die Richtung des Gelenkes fällt. Jeder der Haken in Fig. 2 ist mit dem Viereck durch ein Kugelgelenk verbunden, so dass das Ganze um die Verbindungslinie der beiden Haken so rotirt werden kann, dass das durch die Rotationsmassen erzeugte Drehungsmoment um diese Axe annullirt wird.

lose Federn. In beiden Fällen wird es dann den Anschein haben, als wären die beiden aus den Hüllen herausragenden Haken durch eine elastische Feder verbunden. Wenn wir eines dieser beiden Systeme an dem einen Haken aufhängen und an dem anderen Haken ein Gewicht anhängen, so wird dasselbe unmittelbar nach dem Aufhängen zunächst einige Male auf- und niederschwingen, und diese Schwingung würde, wenn das System absolut ohne Reibung wäre, für ewige Zeiten anhalten; wenn wir aber die Schwingung mit der Hand beruhigen, so wird das Gewicht schliesslich ruhig hängen, der herausragende Stab wird in einer bestimmten Weise nach abwärts gezogen sein, und zwar wird diese Verlängerung genau so wie bei einer wirklichen Federwage direct dem Gewichte proportional sein.

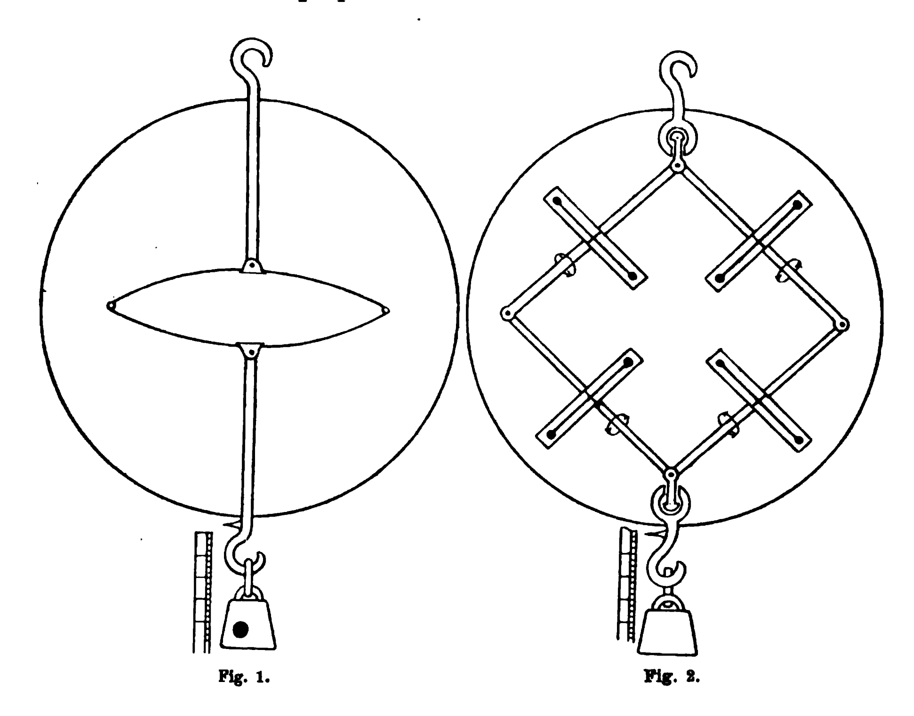


Fig. 1. Fig. 2.

Wir haben hier genau in der Form einer Federwage ein vollkommenes Modell einer Feder aus einer Materie hergestellt, welche Starrheit ohne jegliche Spur von Elasticität besitzt. Wenn wir Millionen und Millionen von Theilchen durch in dieser Weise construirte Federwagen verbinden, so haben wir eine Gruppe von Theilchen, welche zusammen einen elastischen Körper bilden. Wir haben hier jenen mathematisch idealen Fall vollkommen zur Ausführung gebracht, welchen zuerst Navier, Poisonn und Cauchy ausgearbeitet und mittels welches viele andere Mathematiker, ihrem Beispiele folgend,

eine Theorie der Elasticität von festen Körpern zu gründen suchten, welche auf gegenseitiger Anziehung und Abstossung zwischen den Gruppen der materiellen Theilchen beruht. Unser gyrostatisches System leistet genau dasselbe, was nur irgendwie diese Theorie mit einer Annahme von Kräften, die entsprechend irgend einem angenommenen Gesetze der Function der Entfernung wirken, leisten kann. Unser gyrostatisches System leistet aber überdies noch Etwas, was ein System von natürlich aufeinander wirkenden Theilchen nicht leisten kann: es bildet einen elastischen Körper, welcher die Faraday'sche magnetoptische Drehung der Polarisationsebene zeigen kann, wenn wir unser System in der Weise verwenden, dass wir es als Modell des lichttragenden Aethers zur Erklärung der Wellentheorie des Lichtes auffassen. Das gyrostatische Modell einer Federwage ist so eingerichtet, dass es im ganzen das Drehungsmoment Null hat, es trägt also nichts bei zu der Faraday'schen Rotation; in diesem Fall zeigt uns das Modell also den lichttragenden Aether in einem Felde ohne magnetische Kräfte. Nehmen wir aber nun an, es würde dem Gelenksvierecke rund um die Axe der hervorragenden Haken eine verschiedene Winkelgeschwindigkeit ertheilt, so dass ein Drehungsmoment um irgend eine Linie resultiren muss, welche durch den Schwerpunkt des Systemes geht; ferner wollen wir die Haken in dem so veränderten Modell, welches nicht länger das Modell einer blossen Federwage bleibt, so wie früher als Verbindung zwischen Millionen von einzelnen Theilchen verwenden, wobei die Linien der resultirenden Drehungsmomente alle ähnlich gerichtet sein sollen. Wir haben dann das Modell eines elastischen festen Körpers von der Eigenschaft, dass die Schwingungsrichtung von geradlinigen Schwingungen, welche durch denselben vordringen, um die Linie der Fortpflanzung der Wellen gedreht wird, genau wie uns dies die Beobachtung Faraday's für den Fall eines Lichtstrahles in einem dichten Medium zwischen den Polen eines kräftigen Magneten zeigt. Jener Fall, wo die Wellenfläche zu den Linien des resultirenden Drehungsmomentes senkrecht steht (d. h. wo die Fortpflanzungsrichtung zu diesen Linien parallel ist), entspricht in unserem mechanischen Modelle jenem Falle, wo das Licht im magnetischen Felde sich in der Richtung der Kraftlinie fortbewegt.

Bei diesen Erläuterungen und Modellen haben wir verschiedene Theile einer ideal starren Materie, welche mittels senkrechtem Drucke an mathematischen Berührungspunkten aufeinander wirken — wir haben also keinerlei Reibungskräfte angenommen. Es ist nun überaus interessant, dass wir nur mit der Annahme der Trägheit, Starrheit und der gegenseitigen Undurchdringlichkeit nicht nur das Modell eines elastischen Körpers und irgend welcher Combinationen von elastischen

Körpern, sondern auch das Modell einer so complicirten und dunklen Erscheinung darstellen können, als es der Durchgang des polarisirten Lichtes durch ein magnetisches Feld ist. Nun wollen wir uns aber schliesslich auch noch über das Postulat der Starrheit aller unserer Materialien hinwegsetzen und annehmen, dass einige absolut keine Starrheit und nurmehr Trägheit, Incompressibilität und gegenseitige Undurchdringlichkeit bezüglich der noch überbleibenden starren Materie besässen. Mit diesen Forderungen können wir ein vollkommenes Modell der gegenseitigen Wirkung zwischen den festen Körpern, welche voneinander entfernt sind, erzeugen und jene Bedingungen erfüllen, welche Newton und Faraday so eifrig suchten, indem sie die actio in distans durch die continuirliche Wirkung im zwischenliegenden Medium erklärten. Nur ist das Gesetz der gegenseitigen Kraft in unserem Modelle nicht das einfache von Newton, es ist vielmehr das viel complicirtere Gesetz, welches für die gegenseitige Wirkung zwischen zwei Elektromagneten gilt — nur mit dem Unterschiede, dass in diesem hydrokinetischen Modelle die Richtung der Kraft immer genau entgegengesetzt ist, wie die analoge elektromagnetische Kraft. Denken wir uns einen festen Körper, durch welchen ein Loch gebohrt ist und der sich in unserer idealen vollkommenen Flüssigkeit befindet. Es sei das Loch zunächst durch ein Diaphragma geschlossen, dann werde für einen Moment ein gleichförmiger Druck auf die ganze Membrane ausgeübt und dann solle sich die Membrane plötzlich in der Flüssigkeit lösen. Dieses erzeugt eine Bewegung der Flüssigkeit in Bezug auf den festen Körper, welcher ich den Namen „irrationale Circulation“ gegeben habe, und die auch dann, wenn der feste Körper durch die Flüssigkeit bewegt wird, absolut constant bleibt. Es muss dann zu irgend einer Zeit die wirkliche Bewegung der Flüssigkeit in irgend einem Punkte der Nachbarschaft des festen Körpers die Resultirende sein aus jener Bewegung, welche die Flüssigkeit infolge der Circulation allein bei ruhendem festen Körper hätte, und aus jener Bewegung, welche sie, ohne dass eine Circulation in der Oeffnung veranlasst worden wäre, nur durch die Bewegung des festen Körpers allein hätte. Es ist im Vorbeigehen interessant und wichtig, zu bemerken, dass die gesammte Energie der Flüssigkeit gleich ist der Summe jener kinetischen Energien, welche sie in den beiden Fällen getrennt hätten. Stellen wir uns nun vor, es sei die ganze Flüssigkeit in einem unendlich grossen, starren, festen Gefässe eingeschlossen und nehmen wir ferner an, es seien in unendlicher Entfernung von einem Theile dieses einschliessenden Gefässes zwei durchbohrte feste Körper mit irrationalen Circulationen innerhalb derselben ruhig nebeneinander gestellt. Dann wird die aus den beiden Circulationen resul-

tirende Bewegung der Flüssigkeit einen Druck auf die beiden Körper erzeugen, welcher, wenn sie nicht im Gleichgewicht gehalten werden, sie gegeneinander bewegen wird. Jene Kraftsysteme — einfache Kräfte oder Kräftepaare, welche nöthig sind, um diese Bewegung zu hindern, sind wechselseitig und entgegengesetzt und genau ebenso gross, nur in der Richtung entgegengesetzt als jene wechselseitigen Kraftsysteme, die nothwendig sind, um zwei Elektromagnete in Ruhe zu halten, die folgende Bedingungen erfüllen. Die beiden Elektromagnete müssen gleiche Gestalt und Grösse haben, wie die beiden Körper, sie müssen in der gleichen gegenseitigen Lage sich befinden und aus unendlich dünnen Schichten elektrischer Ströme in der Oberfläche der festen Körper bestehen, welche die höchsten diamagnetischen Eigenschaften besitzen müssen, mit anderen Worten eine unendlich geringe Permeabilität. Die Vertheilung des elektrischen Stromes an jeden Körper kann dann eine beliebige sein, nur muss dann die Bedingung erfüllt sein, dass der Gesammtstrom durch irgend eine geschlossene Linie, welche an der Oberfläche einmal durch die Oeffnung gezogen ist, gleich ist $\frac{1}{4}\pi$ [1]) der Circulation durch die Oeffnung im analogen hydrokinetischen Falle.

Man könnte sich nun vorstellen, dass die auf diese Weise durch eine Flüssigkeitsbewegung erzeugte Fernwirkung als eine Grundlage für eine Theorie des Gleichgewichtes und der Schwingungen elastischer Körper und des Durchganges von Wellen, wie die des Lichtes durch ein ausgedehntes quasi elastisches festes Medium dienen könnte. Unglücklicherweise ist aber das Gleichgewicht im wesentlichen ein unstabiles, sowohl in dem Falle der Magnete, als auch, ungeachtet dessen, dass die Kräfte hier entgegengesetzt wirken, in dem Falle des hydrokinetischen Analogons, wenn wir mehrere bewegliche Körper (zwei oder noch mehr) so aufstellen, dass sie sich gegenseitig im Gleichgewichte halten. Wenn wir indes die mit Circulation versehenen durchbohrten Körper durch starre Verbindungsgelenke zu einem hydrokinetischen Systeme vereinigen, so können wir sie zu einer Gruppe von stabilem Gleichgewichte anordnen, so können wir ohne Flügelräder nur mit Flüssigkeitscirculationen innerhalb der Löcher das Modell einer Federwage machen, oder das Modell eines Lichtäthers, sowohl mit als auch ohne Drehungsvermögen, wie es dem wirklichen Licht-

1) Das Integral der tangentiellen Geschwindigkeitscomponente längs einer geschlossenen Curve, welche einmal durch die Oeffnung hindurchgeht, wird als „Cyclic constant" oder „circulation" definirt („Vortex Motion" § 60 [a] Trans. R. S. E. 29. April 1867). Es hat denselben Werth für alle geschlossenen Curven, welche einmal durch die Oeffnung hindurchgehen und bleibt auch für alle Zeiten constant, ob nun der feste Körper in Bewegung ist oder nicht.

äther im magnetischen Felde entspricht — kurz, wir können mittels der durchbohrten und innerhalb mit Circulationen versehenen festen Körper alles das machen, was wir mittels unserer gyrostatischen Gelenke ausführen konnten. Wir können aber noch etwas, was wir mit den gyrostatischen Gelenken nicht thun konnten, mittels der durchbohrten Körper und den Flüssigkeitscirculationen ausführen. Wir können ein Gasmodell darstellen. Die gegenseitige Fernwirkung, anziehend oder abstossend, je nach der gegenseitigen Beziehung der beiden Körper, wenn sie innerhalb der Collisionsdistanz[1]) aneinander vorbeigehen, genügt, um beim Zusammenstosse jene Aenderung der Bewegungsrichtung zu erzeugen, welche die wesentlichste Grundlage der kinetischen Gastheorie bildet und welche, wie wir oben gesehen haben und so viel wir aus allen bisher gemachten Untersuchungen in dieser Theorie schliessen können, ebensowohl eine Folge von Attraction als Repulsion sein können.

Es bleibt indes immer noch, wie wir früher gesehen haben, die Schwierigkeit, über die wirklichen Zusammenstösse der festen Körper hinwegzukommen; wir müssen ihnen zu dem Zwecke masselose Federpuffer geben oder ihnen, was auf dasselbe hinausläuft, abstossende Kräfte zuschreiben, welche innerhalb grosser Entfernungen kräftig genug wirken, um alle Zusammenstösse zwischen festem Körper und festem Körper absolut zu verhindern, ausser wir würden die in gleicher Weise widerstrebende Idee von unendlich kleinen durchbohrten festen Körpern annehmen, innerhalb welcher eine unendlich grosse Flüssigkeitscirculation stattfinden müsste. Wäre nicht diese eine fundamentale Schwierigkeit, so wäre unser hydrokinetisches Gasmodell überaus interessant, es würde dann, wiewohl wir es kaum als eine begreiflich richtige Vorstellung dessen, was ein Gas in Wahrheit ist, annehmen könnten, als Modell einer Zusammenstellung von fester und flüssiger Materie, welches ohne Elasticität die Elasticität eines wirklichen Gases darstellt, immer noch von einiger Bedeutung sein.

Weil nun das hydrokinetische Gasmodell mit den durchbohrten festen Körpern und der Flüssigkeitscirculationen innerhalb derselben,

---

1) Es gilt hier, entsprechend obigem Gesichtspunkte, keine bestimmte Distanz oder keine bestimmte Bedingung bezüglich dieser Distanz, bei welcher zwei Moleküle effectiv in Collision treten oder beim Zurückgange aufhören, in Collision zu sein. Es ist indes in der kinetischen Gastheorie bequem, eine bestimmte Definition der Collision willkürlich anzunehmen, indem man sagt, dass zwei Körper oder Theilchen in Collision sind, wenn ihre Wirkung eine willkürlich gewählte bestimmte Grenze überschreitet, wenn z. B. der Krümmungsradius der Bahn eines jeden der Körper kleiner ist als ein bestimmter Bruchtheil (sagen wir $^1/_{100}$) der gegenseitigen Entfernung.

wegen der Zusammenstösse zwischen den festen Körpern wegfällt, so können wir die festen Körper ganz weglassen und die Flüssigkeit nur mehr irrationale Circulationen um leere Räume[1]) ausführen lassen, anstatt der festen Kerne, die wir bisher supponirt, oder aber wir geben die Starrheit der festen Kerne der Ringe auf und wir geben denselben eine moleculare Rotation, entsprechend der Helmholtz'schen Theorie der Vortexbewegung. Der Stabilität wegen muss die moleculare Rotation eine derartige sein, dass sie an der Grenze des rotirenden Flüssigkeitskernes dieselbe Geschwindigkeit ergibt, wie die der irrationell circulirenden Flüssigkeit, welche im Contact mit derselben ist, denn gleitende Reibung zwischen zwei Theilen von im Contacte befindlichen Flüssigkeiten ist, wie ich bewiesen habe, unvereinbar mit Stabilität. Es gibt noch eine weitere Bedingung, auf deren Detail ich mich aber jetzt nicht einlassen kann, welche aber im allgemeinen verstanden werden kann, wenn ich sage, dass es eine Bedingung von entweder gleichförmiger oder von der Oberfläche gegen Innen zunehmender Molecularrotation ist, analog jener Bedingung, dass die Dichtigkeit einer Flüssigkeit, welche zum Beispiele unter dem Einflusse der Schwerkraft in Ruhe ist, entweder gleichförmig sein muss, oder wegen der Stabilität des Gleichgewichtes von oben nach unten hin zunehmen muss. Alles das, was ich zu Gunsten des Vortexmodelles eines Gases, welches aus durchbohrten festen Körpern mit Flüssigkeitscirculationen innerhalb derselben besteht, gesagt habe, gilt auch ohne jede Modification für das rein hydrokinetische Modell, welches entweder nach Helmholtz aus gekernten Wirbelringen oder aus kernlosen Wirbeln bestehen kann: und nun hindert uns keine derartige Schwierigkeit, wie der Zusammenstoss zwischen festen Körpern. Ob indes die Vortextheorie der Gase, wenn sie einmal gänzlich ausgearbeitet ist, in ähnlicher Weise versagen wird, wie ich dies bereits bei der kinetischen Theorie der Gase unter Annahme kleiner elastischer fester Moleküle gezeigt habe, oder nicht, davon getraue ich mir gegenwärtig noch nicht mit Bestimmtheit zu sprechen. Es scheint mir aber als sehr wahrscheinlich, dass die Wirbeltheorie in dieser Beziehung genügend sein dürfte; denn nichts, was ich bisher über die Schwingungen sowohl der mit Kernen versehenen als der kernlosen Wirbelringe auffinden konnte[2]), scheint mir

1) Untersuchungen über kernlose Wirbel finden sich in einer Abhandlung des Autors „Vibrations of a Columnar Vortex" Proc. R. S. E. 1. März 1880 und in einer neuen Abhandlung der Royal Society von Hicks.

2) Siehe die Abhandlung des Autors „On Vortex Motion" Trans. R. S. E. April 1867 und „Vortex Statics" Proc. R. S. E. December 1875; ebenso eine Abhandlung von J. J. Thomson, B. A. „On the Vibrations of a Vortex Ring" Trans. R. S. December 1881 und dessen werthvolles Buch über Wirbelbewegung.

nothwendigerweise darauf hinzudeuten, dass die fortschreitende oder stossende Energie der einzelnen Vortices allmählich in eine Energie von immer kleiner und kleiner werdenden Schwingungen verloren gehen müsse.

Als ein Fortschritt einer kinetischen Theorie der Materie ist aber die Bemerkung gewiss von höchstem Interesse, dass wir in der Quasi-Elasticität, d. i. jener Elasticität, welche, ähnlich der eines Gummibandes an einem schwingenden Rauchringe, der aus einer elliptischen Oeffnung hervorgestossen wird, oder an zwei Rauchringen, die, ursprünglich kreisförmig, durch gegenseitige Collision aus ihrer Kreisform deformirt wurden, zu sehen ist, dass wir in einer solchen Quasi-Elasticität factisch eine wirkliche Elasticität an einer Materie besitzen, die ohne Elasticität, ja sogar ohne Starrheit ist, wobei dann diese virtuelle Elasticität als Folge der Bewegung und als Erzeugnis der Erzeugung der Bewegung auftritt.

Die elektrische Leitungsfähigkeit wässriger Lösungen im Zustande äusserster Verdünnung[1].

Von

Friedrich Kohlrausch.

Meine zum Theil mit Grotrian angestellten Beobachtungen über das Leitungsvermögen von gelösten Elektrolyten[2]) reichten im allgemeinen bis zu Gehalten von von etwa 5 % abwärts. Eine Gruppe verdünnterer Lösungen wurde von Lenz[3]) eingehend untersucht. Im vorigen Jahre erschienen Arbeiten von Bouty[4]) und von Arrhenius[5]) über denselben Gegenstand.

Die jetzige Mittheilung, einen Auszug aus einer Untersuchung gebend, welche mich schon lange beschäftigt, umfasst wieder viel grössere Verdünnungen als die genannten Arbeiten, im Durchschnitt einige tausend Mal grösser als bei Lenz, einige hundert Mal grösser als bei Bouty, und gegen Arrhenius, so weit aus den dort gegebenen Anhaltspunkten ersichtlich ist, auch noch mindestens zehn

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Gött. Nachr. 1885 Nr. 2.

2) Götting. Nachr. 5. August 1874; 17. Mai 1876; 4. April 1877; Münch. Sitz.-Ber. 5. Nov. 1875; Pogg. Ann. Bd. 154 S. 1, 215 (1875); Bd. 159 S. 233 (1876); Wied. Ann. Bd. 6 S. 1, 145 (1879). Die letztgenannte Arbeit ist hier immer mit l. c. citirt.

3) Mém. de l'Acad. St. Pétersb. Bd. 26 Nr. 3 (1878).

4) Comptes rendus de l'Acad. Paris 21. Jan. und 11. Febr. 1884. Journ. de phys. (2) vol. 3 p. 325 August 1884. Ann. de Chim. (6) vol. 3 1884. Die letztgenannte Publication der Untersuchungen von H. Bouty, die gerade eben erschienen ist, macht zu meiner Befriedigung einige historische Bemerkungen, zu denen die ersten Veröffentlichungen mir Veranlassung zu geben schienen, grösstentheils überflüssig.

5) Bihang. till. k. Svenska Vet. Akad. Handl. Bd. 8 Nr. 13 (1884). Ueber die Säuren finden sich auch einige Angaben in der in diesen Tagen erschienenen Mittheilung von W. Ostwald, J. pr. Chem. Bd. 30 (1884).

Mal. Auch abgesehen hiervon würde meine Arbeit, die bei dem Erscheinen von Arrhenius' Versuchen übrigens im wesentlichen schon abgeschlossen war, nicht unnöthig sein, denn diese Versuche beabsichtigten offenbar mehr einen Ueberblick über die Verhältnisse, als eine exacte abschliessende Kenntnis zu erzielen.

Zu einer eingehenden Würdigung der genannten Arbeiten ist hier nicht der Ort. Die interessanten theoretischen Betrachtungen von Arrhenius insbesondere[1]) verlangen ein gründliches Studium. Auch eine ausführliche Kritik der weitgehenden Schlüsse, welche Herr Bouty zieht, würde hier zu viel Raum beanspruchen. Man wird aus meinen Resultaten, welche bis an die äusserte erreichbare und noch interessirende Grenze der Verdünnung reichen dürften und bei denen Vermuthungen über das weiter unten liegende grösstentheils ausgeschlossen sind, leicht erkennen, dass ich den Schlüssen des Herrn Bouty in wesentlichen Punkten nicht zustimmen kann.

Die Empfindlichkeit so geringhaltiger Lösungen (welche in ihrem Gehalte theilweise noch unter das hinuntergehen, was man gewöhnlich destillirtes Wasser nennt), die grossen zu messenden Widerstände, die Herstellung beträchtlicher Mengen sehr reinen Wassers erforderte eine Summe von neuen Erfahrungen. Es sind über 600 Lösungen, die ich untersucht habe; einen Theil der älteren Versuche habe ich durch bessere ersetzt. Damit mag die lange Zeit, welche seit der ersten ausgesprochenen Absicht zu dieser Arbeit verstrichen ist, entschuldigt werden.

Die Concentration der Lösung soll durch ihren Moleculargehalt bezeichnet werden. Die „Molekülzahl" m oder gewöhnlicher die „Aequivalentzahl" des Elektrolytes in einer Lösung bedeutet die in 1 Liter Lösung enthaltene Menge in Grammen getheilt durch das Moleculargewicht (oder bei mehrwerthigen Verbindungen das Aequivalentgewicht z. B. $NaCl = 58{,}50$; $Ba\frac{1}{2}Cl = 104{,}0$; $K(SO_4)\frac{1}{2} = 87{,}16$; $\frac{1}{2}MgSO_4 = 60{,}03$) A des Elektrolytes. Also $m = 1$ bedeutet das, was in der Titriranalyse eine Normallösung genannt wird. Dem kleinsten zur Beobachtung gelangten $m = 0{,}00001$ entspricht also z. B. für eine Kochsalzlösung der Gehalt $0{,}000585^{g}$ im Liter oder nach gewöhnlichem Ausdruck $0{,}0000585 = {}^{1}/_{17100}$ %.

Das Leitungsvermögen k gilt wie früher für $18{,}0^{0}$ des Elektrolytes und ist auf Quecksilber als Einheit bezogen.

Das zum Lösen gebrauchte Wasser hat in den meisten Versuchen ein Leitungsvermögen $k \cdot 10^{10} = 1$ bis 1,5. Dieser Betrag ist dann von dem beobachteten Leitungsvermögen der Lö-

1) sowie auch von Ostwald.

sung abgezogen worden. Der Rest wird als das Leitungsvermögen des gelösten Körpers allein angesehen. Dass diese Anschauung für neutral reagirende Salze gestattet ist, glaube ich nach Versuchen mit verschiedenem Wasser behaupten zu dürfen (vgl. auch Arrhenius l. c. S. 25, 48). Ueber alkalische und saure Elektrolyte dagegen siehe weiter unten.

Da bei verdünnten Lösungen die Hauptfrage sich nach dem Verhältnis des Leitungsvermögens zum Gehalte richtet, so gebe ich (wie Lenz) das Verhältnis $k/m = \lambda$, welches meiner Bezeichnung specifisches moleculares Leitungsvermögen entspricht. Wäre das Leitungsvermögen dem Gehalte proportional, so müsste also diese Grösse von dem Gehalte unabhängig sein.

Neutral reagirende Salze.

Die folgende Zusammenstellung gibt die (mit 10^7 multiplicirten) Werthe k/m für Moleculargehalte m von 0,00001 nach Potenzen von 10 fortschreitend, bis $m = 1$ nach neuen Beobachtungen, für $m = 10$, oder wenn die Löslichkeit nicht so weit reicht, womöglich wenigstens bis $m = 5$, nach unseren früheren citirten Versuchen.

Tab. I.

Specifische moleculare Leitungsvermögen k/m bei 18° für wässrige Lösungen neutraler Salze.

von dem Moleculargehalte		$m =$	0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	5	10
Kaliumchlorid	KCl	$A =$ 74,6	122	121	119	115	105	92		
Ammoniumchlorid	NH_4Cl	= 53,5	121	121	119	114	104	91	75	
Natriumchlorid	$NaCl$	= 58,5	103	103	101	96	87	69	40	
Lithiumchlorid	$LiCl$	= 42,5	96	94	92	87	78	59	30	11
Bariumchlorid	$\frac{1}{2}BaCl_2$	= 104,0	114	113	109	101	86	66		
Zinkchlorid	$\frac{1}{2}ZnCl_2$	= 68,0	103	103	99	91	77	51		
Kaliumjodid	KJ	= 165,9	122	121	120	116	107	97	38	
Kaliumnitrat	KNO_3	= 101,2	121	121	118	112	98	75		
Natriumnitrat	$NaNO_3$	= 85,1	97	97	95	91	82	62	32	
Bariumnitrat	$\frac{1}{2}Ba(NO_3)_2$	= 130,6	112	110	106	95	76			
Silbernitrat	$AgNO_3$	= 170,0	108	108	107	102	89	64	35	
Kaliumchlorat	$KClO_3$	= 122,6	114	112	110	105	93			
Kaliumacetat	$KC_2H_3O_2$	= 98,1	94	93	92	88	78	59	24	4
Kaliumsulfat	$\frac{1}{2}KSO_4$	= 87,2	127	125	121	110	90	67		
Natriumsulfat	$\frac{1}{2}NaSO_4$	= 71,1	105	103	100	91	73	47		
Lithiumsulfat	$\frac{1}{2}LiSO_4$	= 55,0	95	94	91	82	64	39		
Magnesiumsulfat	$\frac{1}{2}MgSO_4$	= 60,0	106	103	94	71	47	27	8	
Zinksulfat	$\frac{1}{2}ZnSO_4$	= 80,6	105	102	91	68	43	25	8	
Kupfersulfat	$\frac{1}{2}CuSO_4$	= 79,8	108	105	94	67	42	24		
		$m^{\frac{1}{3}} =$	0,021	0,046	0,100	0,215	0,464	1,00	1,71	2,15

Eine Uebersicht über diese Zahlen kann nur aus einer graphischen Darstellung gewonnen werden, die aber, in gewöhnlicher Weise ausgeführt, ein Papier von 1 km Länge verlangen würde, wenn man der ersten Abscisse $m = 0{,}00001$ nur die Länge 1 mm geben will. Man könnte aber z. B. log m als Abscisse nehmen. Doch ist wohl am rationellsten und ist hier geschehen, als Abscisse die mittlere gegenseitige Nähe der elektrolytischen Moleküle, mit anderen Worten die Anzahl der Moleküle auf der Längeneinheit statt in der Volumeinheit zu nehmen. Zu diesem Zwecke ist also $\sqrt[3]{m}$ als Abscisse aufgetragen.

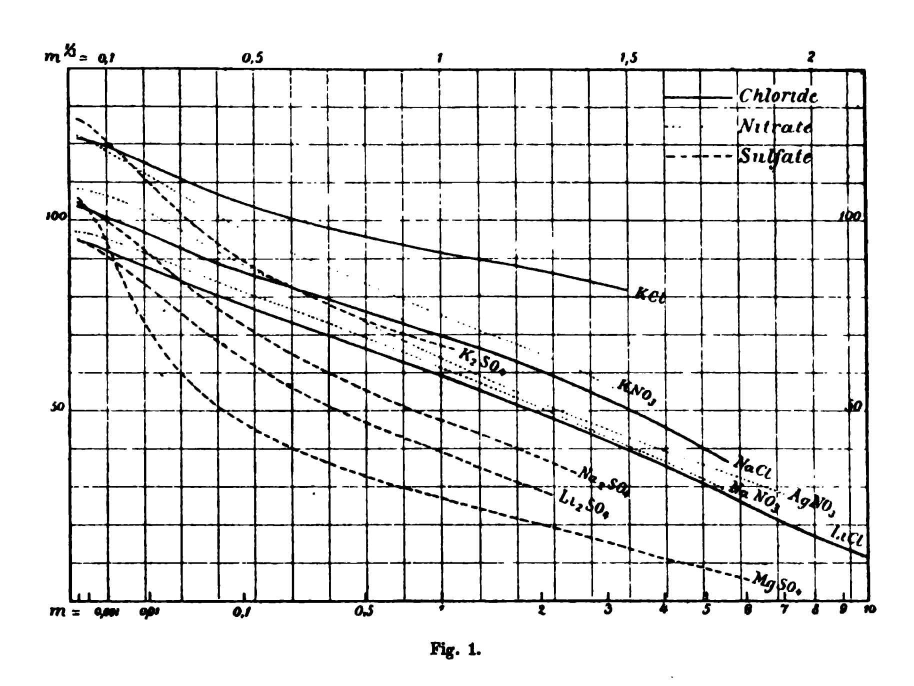


Fig. 1.

Die Fig. 1 stellt die Grössen k/m für eine Anzahl der Salze aus der Tabelle dar, welche alles Charakteristische enthält. Bedenkt man, dass dies recht verschiedenartige Körper, und zwar in Concentrationen von etwa 60 bis $^1/_{25000}$ %, d. h. im Verhältnis 1 zu anderthalb Millionen verschieden sind, so kann man mit der neuen Darstellungsart zufrieden sein.

Die Frage: gibt es für jede Substanz ein specifisches Leitungsvermögen als Grenzwerth in äusserster Verdünnung? ist hiermit für die neutralen Salze endgültig bejaht. Denn die schliessliche noch 10fache Verdünnung von 0,0001 auf 0,00001 hat das specifische Leitungsvermögen überall nur noch un-

bedeutend geändert. Man wird die in der ersten Spalte gegebenen Zahlen (vielleicht für die Sulfate von Magnesium, Zink und Kupfer noch um eine Einheit vermehrt) als diese (mit 10^7 multiplicirten) Grenzwerthe ansehen dürfen.

Diese molecularen Leitungsvermögen sind alle von derselben Ordnung, aber durchaus nicht einander gleich. Sie werden augenscheinlich durch die beiden Jonen des Elektrolytes beeinflusst, welche letztere sich ihrer Güte nach ordnen:

für das Kation:

Kalium, Ammonium, Barium, Silber, Natrium, Kupfer, Magnesium, Zink, Lithium;

für das Anion:

Schwefelsäure, Chlor, Jod, Sapetersäure, Chlorsäure, Essigsäure.

Kalium und Ammonium, dann Magnesium, Zink und Kupfer bilden zusammengehörige Gruppen. Desgleichen sind in grosser Verdünnung die Unterschiede zwischen SO_4, Cl, J, NO_3 unerheblich (vgl. Lenz l. c.).

Mit Ausnahme der Stellung der Schwefelsäure, die wie schon Lenz und dann Bouty, sowie Arrhenius und Ostwald gezeigt haben, in äusserster Verdünnung sich ganz anders verhält als bei mässiger Verdünnung zu erwarten wäre, stimmt diese Gruppirung mit meinen früheren Ergebnissen wesentlich überein.

Indem nun die im Wasser gelöste Menge wächst, nehmen die, specifischen Leitungsvermögen ohne Ausnahme ab. „Alle Leitungsvermögen wachsen verzögert mit dem Moleculargehalt der Lösung; die Anhäufung der Theilchen beeinträchtigt die Wirkung des einzelnen Moleküls" (l. c. S. 184). Auch dies haben wir ja für mässig verdünnte Lösungen schon früher gefunden. Für die angeführten Körper beträgt die Abnahme im Mittel

von	0,00001	0,0001	0,001	0,01
auf	0,0001	0,001	0,01	0,1
etwa	1	3	10	20 %.

Die Grösse der Abnahme erleidet aber nach den verschiedenen Körpern eine bedeutende Veränderlichkeit. Die Abnahme ist bei weitem am stärksten für die Sulfate von Magnesium, Zink und Kupfer, bei denen das specifische Leitungsvermögen von Anfang bis zu $m = 1$ etwa auf den vierten Theil sinkt. Demnächst zeigen auch die anderen Sulfate beträchtliche Abnahmen, aber auch die Verbindungen der zweiwerthigen Metalle Zink und Barium mit einwerthigen Säuren sind durch ein stärkeres Gefälle von k/m charakterisirt als die einwerthigen

Verbindungen. Ich halte dieses Zusammentreffen des stärkeren Gefälles mit der Mehrwerthigkeit der Bestandtheile nicht für ein zufälliges[1]).

Saure und alkalische Lösungen.

Im vorigen sind nur neutral reagirende Körper gegeben worden. Es ist merkwürdig, dass alle übrigen, sie mögen alkalisch oder sauer reagiren, sich in äusserster Verdünnung ganz anders verhalten und zwar, wie es scheint, so charakteristisch, dass man das Kriterium einer nicht neutralen Beschaffenheit eben so sicher auf dieses Verhalten gründen könnte wie auf die Pflanzenfarben.

Tab. II.

Specifische moleculare Leitungsvermögen k/m bei 18° für einige saure oder alkalische Lösungen.

von dem	Moleculargehalt	$m =$	0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10
Salzsäure	HCl	$A =$ 36,46	125	317	345	342	325	278	60
Salpetersäure	HNO_3	= 63,04	114	309	343	339	323	277	61
Schwefelsäure	$\frac{1}{2}H_2SO_4$	= 49,03	141	312	332	285	208	182	65
Kaliumhydrat	KOH	= 56,13	75	169	211	212	199	172	42
Natriumhydrat	$NaOH$	= 40,04		120	182	186	172	148	19
Kaliumcarbonat	$\frac{1}{2}K_2CO_3$	= 111,1	86	100	122	108	88	66	17
Natriumcarbonat	$\frac{1}{2}Na_2CO_3$	= 95,0	70	88	104	90	68	43	

Nur die neutralen Salze haben von Anfang an einen bestimmten Werth des molecularen Leitungsvermögens, der in den allerersten Stufen des Gehaltes sich wenig ändert, dann allgemein abnimmt. Die alkalischen oder sauren Körper (vgl. Fig. 2) beginnen in äusserster Verdünnung mit einem kleinen molecularen Leitungsvermögen, welches zuerst zunimmt, ein Maximum erreicht und dann abnimmt. Das Maximum tritt schon sehr früh ein, bei Moleculargehalten von etwa 0,001 bis 0,005, unterhalb der Verdünnungen, mit denen die Herren Lenz oder Bouty gearbeitet haben. In der von H. Arrhenius zusammengestellten Tab. B spricht sich das im Anfang beschleunigte Wachsthum der nicht neutral reagirenden Körper gleichfalls aus, sowie in Ostwald's Versuchen.

Es liegt hierbei nahe, zu vermuthen, wie auch Arrhenius gethan hat, dass alkalische oder saure Verunreinigungen des Wassers

1) Einen Zusammenhang mit der Hydratbildung oder besser mit dem bei dem Auskrystallisiren in den festen Körper eintretenden Krystallwasser aber mit Bouty anzunehmen, hindert mich das Verhalten des Kaliumsulfates und Bariumnitrates, die meines Wissens niemals mit Wassergehalt auskrystalliren.

diese Erscheinung als eine Anomalie verursachen[1]). Die Prüfung dieser Frage hat mich lange aufgehalten. Allein ein und dasselbe Wasser (k. $10^{10} = 1{,}25$), bei Schwefelsäure und bei Aetzkali angewandt, gab in beiden Fällen die erwähnte Erscheinung.

Das reinste Wasser, welches man gegenwärtig für solche Versuche herstellen kann, macht also den Eindruck, als ob dasselbe Säuren gegenüber alkalische und Alkalien gegenüber saure Eigenschaften habe. Ein endgültiger Abschluss der Frage, ob dies eine Eigenschaft des Wassers an sich ist oder ob doch noch Verunreinigungen die Ursache bilden, lässt sich aus diesen Versuchen noch nicht entnehmen. Uebereinstimmend war in der That der Gang des Leitungsvermögens bei Anwendung verschiedenen Wassers im ersten Anfange nicht, sondern bis etwa $m = 0{,}0005$ zeigten verschiedene Versuche noch deutliche, allmählich kleiner werdende Unterschiede.

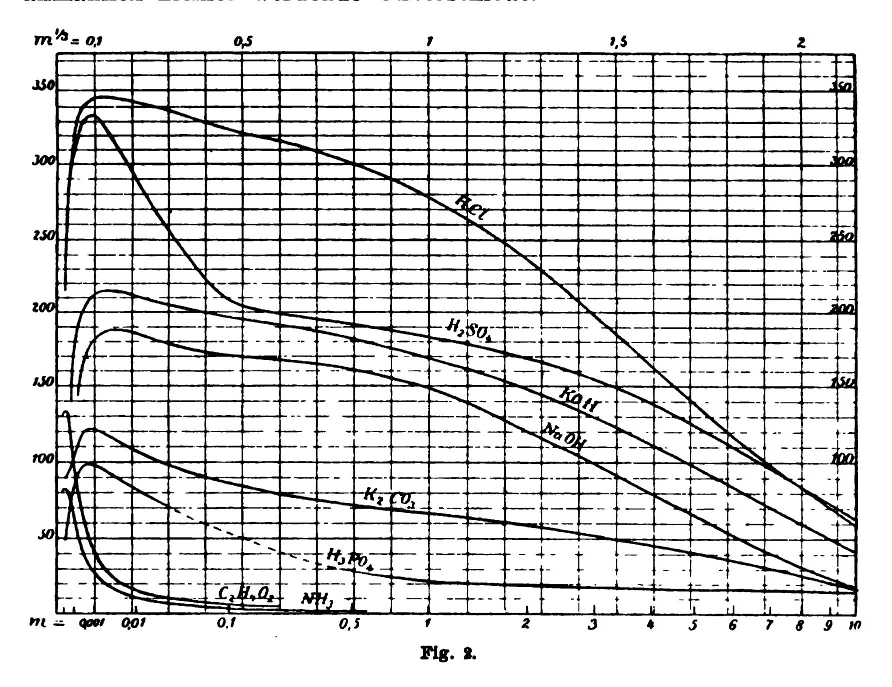


Fig. 2.

Es verdient noch Erwähnung, dass auch mit der Zeit bei den hier besprochenen Körpern kleine Aenderungen eintraten, die sich etwa so verhielten, als ob die Elektroden kleine Mengen des ge-

1) Zusatz von Säure zu einer alkalischen Lösung vermindert natürlich zuerst das Leitungsvermögen, um dasselbe erst später wieder zu vermehren. Es scheint, dass der Uebergang von der Verminderung zur Vermehrung bei starken Verbindungen plötzlich, bei schwachen allmählicher eintritt. Hier liegt ein interessantes Gebiet der Forschung über Bindung von Basis und Säure in Lösung vor.

lösten Elektrolytes absorbirten. Daher arbeitete ich schliesslich mit ziemlich grossen Mengen (0,5 Liter) Flüssigkeit.

Im einzelnen ist zu bemerken, dass die Hydrate von Natrium und Kalium, sowie überhaupt die Verbindungen dieser Metalle, sich um einen nicht sehr veränderlichen Betrag zu Gunsten des Kaliums unterscheiden.

Salpetersäure und Salzsäure (sowie jedenfalls auch Brom- und Jod-Wasserstoff) stehen auch in der äussersten Verdünnung in derjenigen nahen Uebereinstimmung, welche meine früheren Beobachtungen für stärkere und mässig verdünnte Lösungen ergaben und die dann von Lenz und jetzt von Bouty an schwächeren Lösungen nachgewiesen wurde.

Die Schwefelsäure. Vollkommen anders zeigt sich die zweibasische Schwefelsäure. Deren Curve (Fig. 2) besteht aus zwei Abtheilungen, von denen man, wenn sie nicht zusammenhingen, vermuthen würde, dass sie ganz verschiedenen Körpern angehören. Von grosser Concentration bis etwa $m = 0{,}1$ abwärts verläuft die Curve in gewöhnlicher Weise, nach unten mässig concav, sich über Kaliumhydrat wenig erhebend.

Von $m = 0{,}1$ nach stärkeren Verdünnungen fortschreitend erhebt sie sich, aber steil und nach kurzer Krümmung fast geradlinig ansteigend, bis zu einem Maximum, welches demjenigen der einbasischen Säuren sehr nahe kommt. Schon Lenz, der bis etwa 0,02 abwärts beobachtete, fand daselbst eine auffallende Verringerung des Unterschiedes zwischen diesen Körpern.

Ich bin nach diesen mir schon lange bekannten eigenartigen Verhältnissen ganz der Ansicht, welche H. Bouty jetzt ausgesprochen hat, dass dieselben den Beweis der Constitutionsänderung der Schwefelsäure in grosser Verdünnung liefern, ohne aber Hrn. Bouty in die Theorie der Hydratbildung zu folgen. Es genügt mir und scheint von grossem Interesse, dass die Schwefelsäure sich in äusserster Verdünnung wie die einbasischen Säuren verhält und dass auch die Constitution oder wenigstens der Vorgang bei der Elektrolyse für alle eine ähnliche Beschaffenheit haben wird.

Als einen weiteren Prüfstein für diese Ansicht kann man den Temperatureinfluss auf das Leitungsvermögen ansehen. Auch dieser fand sich für eine Lösung von $m = 0{,}001$ demjenigen für Salpeter- und Salzsäure fast gleich, während er für stärkere Lösungen nur etwa $^2/_3$ davon beträgt.

Ein Rückblick auf Tab. I oder Fig. 1 lässt nun sofort erkennen, dass wie die Schwefelsäure zu den einbasischen Säuren, so auch die Sulfate sich zu den entsprechenden Chloriden oder Nitraten verhalten.

Bis $m = 0{,}1$ abwärts leiten erstere erheblich schlechter, besonders das Zink-, Kupfer- und Magnesiumsulfat. Von 0,1 abwärts aber erheben sich die Curven und erreichen, ja übersteigen schliesslich ein wenig die anderen am Nullpunkte[1]).

Andere Lösungen. Das anfängliche Ansteigen von k/m zeigten auch Phosphorsäure, Essigsäure und Ammoniak (vgl. Fig. 2).

Phosphorsäure erreichte ihr Maximum von k/m ungefähr wie Schwefelsäure bei $m = 0{,}0009$, der grösste Werth betrug aber nur 98. (Vgl. Ostwald S. 228.)

Essigsäure leitet in äusserster Verdünnung sogar besser als Phosphorsäure. Das schon bei etwa $m = 0{,}00002$ erreichte Maximum von k/m betrug 132, übertrifft also alle Salze. Aber für $m = 0{,}1$ ist der Werth bereits auf 5 gesunken.

Auch Ammoniak hatte sein Maximum bereits bei 0,00002. Und auch hier ist der Werth $k/m = 82$ wenn auch nicht so gross wie bei Essigsäure, doch ganz enorm im Vergleiche mit stärkeren Lösungen, da für $m = 0{,}1$ das specifische Leitungsvermögen k/m schon auf 3 gesunken ist.

Diese beiden Körper, welche in stärkerer Lösung Leiter niederer Ordnung darstellen, nähern sich also in grosser Verdünnung den guten elektrolytischen Leitern. Bereits in meinen älteren Beobachtungen (l. c. S. 190) waren diese Flüssigkeiten bis zu grösserer Verdünnung verfolgt als die übrigen und ihr ganz abweichendes Verhalten wiederholt hervorgehoben worden. Es wurde bemerkt, dass in einer graphischen Darstellung die Curven für das Leitungsvermögen k im Anfang fast senkrecht aufsteigen. (Vgl. auch hierüber Bouty, Arrhenius und Ostwald.)

---

1) Es mag hier an einen schon von Faraday und von Gmelin angestellten Versuch (Wiedemann, Elektr. Bd. 2 S. 599 3. Aufl.) erinnert werden, wonach ein elektrischer Strom, von einer Magnesiumsulfatlösung in das „Wasser" übergehend, an der Berührungsfläche Magnesiumhydrat ausscheidet. Ich habe die Thatsache an der Grenzfläche einer stärkeren und einer sehr verdünnten ($m = 0{,}001$) Lösung von Magnesiumsulfat bestätigt gefunden. Diese Thatsache scheint nun doch zu beweisen, dass in sehr grosser Verdünnung auch das Wasser selbst mit leitet. An einigen anderen Körpern konnte ich vorläufig nichts ähnliches finden. Auch möchte ich nicht behaupten, dass an den ausgeschiedenen Metallen in der verdünnten Lösung sich Wasserstoff befunden hätte, ohne es aber bestimmt zu verneinen.

Sehr schön sind die Metallfällungen aus so verdünnten Lösungen (Silber, Kupfer, Zink) durch die unglaublich zarte Verästelung, die mir eine Art Spitzenwirkung zu sein scheint. Die Metallfäden sind so dünn, dass sie unter der Einwirkung der Ladung durch Oeffnen und Schliessen der Kette sich zusammenziehen und ausspreizen — eine sehr zierliche Erscheinung.

Das Gesetz der unabhängigen Wanderung der Jonen in verdünnter Lösung.

Ich habe früher den folgenden Satz aufgestellt[1]): In verdünnter Lösung, d. h. wenn die Wanderung der beiden Bestandtheile eines Elektrolytes in einem Mittel stattfindet, welches sich vom Wasser wenig unterscheidet, hat jeder Bestandtheil eine bestimmte, von dem anderen unabhängige Beweglichkeit. Das moleculare Leitungsvermögen einer Verbindung lässt sich dann aus den beiden Beweglichkeiten u und v der Bestandtheile einfach als die Summe $u+v$ finden. Die relative Geschwindigkeit der Jonen (Hittorf) ist gleich $u:v$. Für die einbasischen Mineralsäuren und ihre Verbindungen und einigermaassen auch für die Aetzalkalien bewährte sich, soweit sicheres Material vorlag[2]), dieser Satz in befriedigender Weise.

Auch die von mir damals vorausgesagten Ueberführungszahlen der Lithiumverbindungen sind seitdem durch die Beobachtungen von Kuschel bestätigt worden.

Auf die mehrbasischen Säuren und ihre Verbindungen habe ich den Satz probeweise auch angewendet, aber unter Hervorhebung einiger Bedenken und daher mit Vorbehalt. Ich beschränke mich hier ganz auf einbasische Säuren.

Die molecularen Leitungsvermögen waren damals nur bis zu mässigen Verdünnungen bekannt. Daraus wurden die Eigenschaften verdünnter Lösungen abgeleitet, so gut es sich thun liess, und zwar nach einem für alle Körper gleichen Verfahren. Ich wusste freilich schon und sprach es wiederholt aus (l. c. S. 151, 162, 210), dass diese Resultate der Wirklichkeit bei äusserster Verdünnung nicht ganz entsprachen, theilweise sogar, wie bei der Schwefelsäure, beträchtliche Abweichungen zeigten. Allein eine genaue Erforschung dieser Verhältnisse erforderte, wie man gleich übersehen konnte, eine grössere neue Arbeit (vgl. auch den Eingang dieser Mittheilung). Vor allem würde hierzu, um den Gegenstand zu erledigen, auch eine Ausdehnung der Hittorf'schen Wanderungsbeobachtungen auf diese grossen Verdünnungen nöthig sein, zu welcher grossen Arbeit viel Zeit und auch einiger Muth gehört.

Endlich scheint es mir auch, dass die Beschränkung auf mässige Verdünnung berechtigt ist. Das Hinzunehmen des Grenzzustandes an dem reinen Wasser könnte ohne genaue Kenntnis aller Thatsachen die Beziehungen (etwa durch eine Leitung des Wassers selbst) in ähn-

---

1) Götting. Nachr 17. Mai 1876; Wied. Ann. Bd. 6 S. 167 (1879).

2) H. Wiedemann schätzt, wie mir scheint, theilweise diese Sicherheit zu hoch (Elektr. Bd. 2 3. Aufl. § 1071).

licher Weise verwickeln, wie die Massengravitation sich complicirt, wenn man die Kräfte bis zu molecularen Abständen verfolgt.

Immerhin aber habe ich gleich anerkannt (l. c. S. 152), dass der Rückschluss von meinen Beobachtungen an fünfprocentigen und stärkeren auf verdünnte Lösungen ein Nothbehelf in Ermangelung geeigneteren Materials war.

Für eine Anzahl von Körpern ist diesem Mangel nunmehr abgeholfen und ich will das Gesetz daher an den neuen Beobachtungen prüfen. Als die grösste Verdünnung, für welche man auch die Ueberführungszahlen einigermaassen kennt, nehmen wir gleichmässig den Gehalt $m = 0{,}1$. Die hierfür geltende Verdünnung (für NaCl z. B. 0,585 %) ist eine ziemlich beträchtliche, denn da nach unserer Definition (vgl. S. 309) 1 Liter Wasser $1000 : 9 = 111$ Aequivalente enthält, so kommt für $m = 0{,}1$ auf 1110 Aequivalente Wasser ein Aequivalent des Elektrolytes.

Ich setze die Beweglichkeit der Jonen

	K	NH_4	Na	Li	Ag	H	$\frac{1}{2}$Ba	$\frac{1}{2}$Mg	$\frac{1}{2}$Zn
$u =$	52	50	32	24	42	272	30	26	24

	Cl	J	NO_3	ClO_3	$C_2H_3O_2$	OH
$v =$	54	55	48	42	26	143.

Die hieraus berechneten molecularen Leitungsvermögen $u + v$ und Ueberführungszahlen des Anions $n = v/(u + v)$ vergleichen sich dann mit den Beobachtungen aus Tab. I bezw. mit denjenigen von Hittorf, Wiedemann und Kuschel folgendermaassen.

Tab. III.

Vergleichung von Leitungsvermögen und Ueberführungszahl n mit der Theorie.

	Moleculare Leitungsvermögen k/m			Ueberführungszahl n des Anions		
	beob.	ber.		beob.	ber.	
KCl	105	106	+1	0,51	0,51	±
NH_4Cl	104	104	±	0,51	0,52	+0,01
NaCl	87	86	−1	0,63	0,63	±
LiCl	78	78	±	0,70	0,69	−0,01
HCl	325	326	+1	0,19	0,17	−0,02
KJ	107	107	±	0,50	0,51	+0,01
NaJ		87		0,61	0,63	+0,02
LiJ		79		0,70	0,70	±

	Moleculare Leitungsvermögen k/m			Ueberführungszahl n des Anions		
	beob.	ber.		beob.	ber.	
KNO_3	98	100	+2	0,50	0,48	−0,02
$NaNO_3$	82	80	−2	0,61	0,60	−0,01
$AgNO_3$	89	90	+1	0,53	0,53	±
HNO_3	323	320	−3	(0,14)	0,15	+0,01
$KClO_3$	93	94	+1	0,46	0,45	−0,01
$KC_2H_3O_2$	78	78	±	0,33	0,33	±
$NaC_2H_3O_2$		58		0,44	0,45	+0,01
$AgC_2H_3O_2$		68		0,37	0,37	±
$\frac{1}{2}BaCl_2$	86	84	−2	0,62	0,64	+0,02
$\frac{1}{2}MgCl_2$	80	80	±	0,68	0,67	−0,01
$\frac{1}{2}ZnCl_2$	77	78	+1	0,70	0,69	−0,01
$\frac{1}{2}ZnJ$		79		0,68	0,70	+0,02
$\frac{1}{2}Ba(NO_3)_2$	76	78	+2	0,61	0,62	+0,01
KOH	199	195	−4	0,74	0,73	−0,01
NaOH	172	175	+3	0,84	0,82	−0,02
LiOH				0,85	0,85	±

Das Gesetz der unabhängigen Wanderung bewährt sich an dem jetzigen gleichmässigen und besseren Materiale noch besser als an dem früheren (vgl. l. c. S. 173, 176, 182) und es scheint mir ein Zweifel an der inneren Berechtigung dieser Beziehung nicht gerechtfertigt zu sein. Denn ein solcher Zweifel würde voraussetzen, dass die nahe Uebereinstimmung von einstweilen 42 Werthen, welche aus 15 Zahlen berechnet sind, auf einem Zufall beruhe. Allerdings wird der Satz wahrscheinlich, wie manche andere Naturgesetze nur den Anspruch auf eine sehr genäherte Gültigkeit erheben dürfen.

Zu Gunsten meiner Anschauung gegenüber dem von Hrn. Bouty ausgesprochenen Satze erlaube ich mir noch folgendes einzelne anzuführen.

1. Das Gesetz der unabhängigen Wanderung umfasst auch die Wasserstoffverbindungen (Säuren und Alkalien).

2. Nicht nur die Leitungsvermögen, sondern auch die Hittorfschen Ueberführungszahlen erscheinen nach ihm unter einem einfachen einheitlichen Gesichtspunkte.

3. Das Gesetz der unabhängigen Wanderung ist von vornherein ohne specielle Voraussetzungen zu vermuthen; für die Annahme von Bouty[1]), die gewissermaassen eine besondere einfachste Form dieses Gesetzes darstellen würde, sehe ich keine innere Veranlassung.

1) Der Hauptsatz von H. Bouty die „Loi des équivalents" sagt: „Die molecularen Leitungsvermögen verdünnter Salzlösungen sind einander gleich". Die

4. Man mag von den Concentrationen der Tab. I irgend eine herausgreifen, die molecularen Leitungsvermögen zeigen stets beträchtliche Abweichungen von einander.

Grosse Verdünnungen. Macht man den Versuch, etwa für den Moleculargehalt 0,0001 ein System von Beweglichkeiten der Jonen aufzustellen, so lassen sich hierdurch unter gewissen Voraussetzungen nicht nur die einbasischen Säuren (ausgenommen die Essigsäure) und ihre Salze, sondern auch die Sulfate und Carbonate mit grosser Annäherung ihrem Leitungsvermögen nach berechnen. In Ermangelung des Prüfsteins an den für diesen Fall unbenannten Ueberführungszahlen aber soll hierauf nicht näher eingegangen werden.

Gültigkeit dieses Satzes würde verlangen, dass die Anfangszahlen in Tab. I für die verschiedenen Körper gleich gross wären. Freilich hat H. Bouty im Verfolg seiner Arbeiten diesen Ausspruch wesentlich eingeschränkt, nämlich auf solche Körper, die eine „normale Elektrolyse" erfahren, d. h. deren Lösung sich durch den Strom an beiden Elektroden gleich stark verdünnt, mit anderen Worten, deren Bestandtheile nach Hittorf beiderseitig gleich rasch wandern. Zu solchen Körpern rechnet Bouty vom Kalium und wahrscheinlich dem Ammonium die Haloidsalze, Nitrate und Sulfate, auch das Chlorat und Chromat, sowie das Sulfat und Nitrat des Silbers — also eine recht beschränkte Gruppe von Stoffen. Allein auch unter diesen, soweit sie in Tab. I vorkommen, finden sich noch beträchtliche Unterschiede. Auch das kohlensaure Natrium würde nach den Versuchen von Kuschel hergehören. Von dem essigsauren Lithium scheue ich mich nicht, vorauszusagen, dass seine Leitungsfähigkeit viel kleiner sein dürfte als diejenige irgend eines Stoffes der Tab. I, während seine Elektrolyse doch im Sinne der Bouty'schen Definition „normal" sein wird.

Kurz, das von Bouty angenommene Gesetz erleidet so viele bedeutende Ausnahmen und trifft nur in einer so kleinen Anzahl von Fällen genähert zu, dass ich den Vortheil dieses Ausspruches nicht einsehe. Man könnte doch höchstens sagen: die Leitungsvermögen äquivalenter Lösungen von Salzen sind von gleicher Ordnung.

Für die Chloride ist aber diese Beziehung schon in den Arbeiten von Grotrian und mir („spec. Leitungsvermögen nach Aequivalenten", Gött. Nachr. 1874 S. 418, Pogg. Ann. Bd. 154 S. 236, 1875) mit Zahlen belegt hervorgehoben worden, als überhaupt zum ersten Male von dem Leitungsvermögen verdünnter Lösungen die Rede war. Dass Jodide und Nitrate sich anschliessen, stand in meiner Arbeit von 1879. Die Untersuchungen über grössere Verdünnungen von Lenz und sodann von Bouty haben allerdings erst gezeigt, dass auch die Sulfate schliesslich den beträchtlicheren Unterschied, welchen sie in mässiger Verdünnung zeigen, zum grossen Theile verlieren.

Die Bedeutung des chemischen Aequivalentes für das Leitungsvermögen anlangend, darf ich endlich überhaupt auf meine Bemerkungen (l. c. S. 184, 187, 188), sowie auch über die Uebereinstimmung der Wasserstoffsäuren und der Salpetersäure, der Kalium- und Ammoniumverbindungen, der Chloride von Barium, Strontium, Calcium, der Sulfate von Magnesium, Zink und Kupfer hinweisen. Ich bin erfreut, dass die Wichtigkeit dieser Bedeutung für die Chemie der Lösungen im Anschlusse an H. Bouty's Mittheilung von berufenster Seite in der Sitzung der Académie des Sciences Anerkennung gefunden hat.

Temperatur-Coefficienten.

Schon in der ersten Veröffentlichung mit Grotrian und dann in meinen späteren Mittheilungen wurde besonderes Gewicht darauf gelegt, dass die Temperatur das Leitungsvermögen in starker, aber übersichtlicher Weise beeinflusst, dass insbesondere die Temperaturcoefficienten der Salze in verdünnter Lösung sich bis auf Unterschiede von einigen Tausendsteln gleichen. Etwa 40 verschiedenartige Körper gaben den grössten Unterschied 0,0044 des Coefficienten[1]).

An den Lösungen für den Gehalt $m = 0{,}01$ wurden nun die Leitungsvermögen wie früher bei etwa 18° und 26° gemessen und der Temperaturcoefficient als Aenderung auf 1° in Theilen des Leitungsvermögens von 18° ausgedrückt, was zu folgenden Resultaten führte.

Tab. IV.

Temperaturcoefficienten

für $m = 0{,}01$.

KCl	0,0221	KJ	0,0219	$\frac{1}{2}K_2SO_4$	0,0223	$\frac{1}{2}K_2CO_3$	0,0249
NH_4Cl	0,0226	KNO_3	0,0216	$\frac{1}{2}Na_2SO_4$	0,0240	$\frac{1}{2}Na_2CO_3$	0,0265
$NaCl$	0,0238	$NaNO_3$	0,0226	$\frac{1}{2}Li_2SO_4$	0,0242	$\frac{1}{2}KOH$	0,0194
$LiCl$	0,0232	$AgNO_3$	0,0221	$\frac{1}{2}MgSO_4$	0,0236	HCl	0,0159
$\frac{1}{2}BaCl_2$	0,0234	$\frac{1}{2}Ba(NO_3)_2$	0,0224	$\frac{1}{2}ZnSO_4$	0,0234	HNO_3	0,0162
$\frac{1}{2}ZnCl_2$	0,0239	$KClO_3$	0,0219	$\frac{1}{2}CuSO_4$	0,0229	$\frac{1}{2}H_2SO_4$	0,0125
		$KC_2H_3O_2$	0,0229				

Die so für sehr verdünnte Lösungen erhaltenen Temperaturcoefficienten des Leitungsvermögens sind in bester Uebereinstimmung mit

1) Die Beobachtungen von Arrhenius sind in Uebereinstimmung mit diesen Zahlen. Auch von Bouty wird die nahe Gleichheit des Temperatureinflusses auf 12 von ihm untersuchte Körper betont, an denen er Unterschiede in dieser Richtung etwa ebenso gross wie die meinigen findet. Von strenger Gleichheit aber kann in keinem Falle die Rede sein. Das bei dieser Gelegenheit gegebene Citat meiner Ergebnisse sagt: „M. F. K. avait déjà observé, que la variation . . . est sensiblement la même . . . en dissolution étendue. La plus faible concentration qu'il ait employée est $^1/_{20}$. La loi n'est rigoureuse que pour des dilutions supérieures". Ich hatte jedoch von meinen Beobachtungsreihen auf grosse Verdünnung zurückgeschlossen und angegeben, dass dann die Coefficienten zwischen den engen Grenzen 0,0211 und 0,0255 eingeschlossen erscheinen, was sich in den neuen Versuchen fast vollkommen bestätigt findet.

Auf H. Bouty's hervorgehobene Analogie mit dem Temperaturcoefficienten der Reibung, über welche ja so umfassende Untersuchungen besonders von Grotrian vorliegen, will ich hier nicht eingehen. Die genaue Uebereinstimmung mit diesem Coefficienten für das Wasser ist nur eine zufällige, insofern man die Reibung des Wassers zwischen 0 und 1° nimmt. Bei anderen Temperaturen würden nach Bouty's Zahlen Unterschiede bis zu 50 % auftreten können.

den Werthen, welche aus den früheren Darstellungen des Temperatureinflusses (l. c. S. 191 sowie Tafel I u. II) zu erwarten waren und dürfen für die aufgeführten Körper wohl nahe als die Grenzwerthe für verdünnte Lösungen angenommen werden.

Nur die Schwefelsäure weicht wiederum ab; die Zahl ist grösser als zu erwarten war (0,0112) und als deswegen noch die 10fache Verdünnung $m = 0{,}001$ untersucht wurde, fand sich der Coefficient 1,0159, also dem der einbasischen Säuren gleich. Dies haben wir schon S. 315 hervorgehoben.

Würzburg, Januar 1885.

Das Spectro-Polarimeter.

Von

Prof. Ernst v. Fleischl.

Mit dem Namen Spectro-Polarimeter bezeichne ich ein Instrument, welches ich kürzlich construirt habe, und zwar zunächst im Hinblick auf die Erfordernisse eines ganz bestimmten, praktischen Gebrauches, welches sich aber, eben beim Gebrauche, in seiner Verwendbarkeit als so überlegen gezeigt hat, sowohl im Vergleiche mit meinen Erwartungen, als auch im Vergleiche mit den Leistungen der übrigen, für den gleichen Zweck sich eignenden Instrumente, dass eine kurze Beschreibung der neuen Construction wohl gerechtfertigt sein dürfte, auch bei dem Umstande, dass durchaus kein an sich neues optisches Princip, sondern nur eine zweckmässige Combination an und für sich bekannter Methoden bei dem Bau dieses Instrumentes angewendet worden ist.

Das Spectro-Polarimeter gehört zu der grossen Zahl von Instrumenten, welche bestimmt sind, die Drehung zu messen, welche die Polarisationsebene des Lichtes bei seinem Durchgange durch eine Schichte einer optisch-activen Flüssigkeit erfährt; — zu dem Zwecke, um aus dem gemessenen Drehungswinkel, bei bekannter Dicke der durchstrahlten Schichte, und bei bekanntem specifischem Drehungsvermögen der gelösten, activen Substanz, auf den relativen Gehalt, oder die Concentration der Lösung bezüglich dieser Substanz zu schliessen. Der angedeutete, specielle Zweck war der, der Bestimmung des Gehaltes von normalem oder pathologisch verändertem Harne an Harnzucker, einer Substanz, welche bekanntlich in Beziehung auf optische Activität mit dem gewöhnlichen, rechtsdrehenden Traubenzucker völlig übereinstimmt. —

Da nun die praktischen Aerzte, als welchen ja fast ausschliesslich die Durchführung solcher Bestimmungen zur Aufgabe wird, nur in den

seltensten Fällen über die Gelegenheit zur Verwendung monochromatischen Lichtes verfügen, so war die Wahl von vornherein auf solche Methoden beschränkt, welche die Anwendung weissen Lichtes voraussetzen. Nun wird aber das Zustandekommen, nicht nur der eigentlichen Teinte sensible, sondern auch der, wegen ihrer grossen Empfindlichkeit meistens angewendeten „empfindlichen Farbe“ des Soleil-Ventzke-Scheibler'schen vortrefflichen Apparates im störendsten Grade durch die eigene Farbe des Harnes beeinträchtigt — ein Uebelstand, an dem auch durch den sogenannten „Farbenwechsel“ nicht viel gebessert wird, und dem die Entfärbung des Harnes durch Thierkohle zwar scheinbar abhilft, aber doch nur durch Einführung anderer, noch viel bedenklicherer Fehlerquellen.

Auch kann kaum bestritten werden, dass, abgesehen von den angedeuteten, sehr erheblichen Uebelständen, ganz allgemein unter allen Urtheilen über Sinneseindrücke, welche zum Einstellen von optischen Apparaten verwendet werden, keines schwankender, ungenauer und unsicherer ist, und keines den Beobachter in einem peinlicheren Zweifel lässt, darüber, ob er auch wirklich richtig eingestellt habe, als gerade die Entscheidung über Gleichheit oder minimale Verschiedenheit der Färbung zweier aneinanderstossender, farbiger Felder. —

Allen diesen Schwierigkeiten und Bedenken habe ich nun abgeholfen, durch die Anpassung der bekannten Broch'schen Methode an die besonderen Umstände saccharimetrischer Apparate; d. h.: ich habe die beiden farbigen Lichtbündel, welche nach dem Durchtritte gewöhnlichen weissen Lichtes durch einen Polariseur, eine Quarzdoppelplatte, und einen Analyseur vorhanden sind, mittels eines geradsichtigen Spectroskopes in zwei, dicht aneinanderstossende Spectra zerlegt, deren jedes an Stelle des Lichtes, dessen Schwingungsebene so gedreht wurde, dass sie auf der des Analyseurs senkrecht steht, einen dunklen Streifen zeigt. Sind die Hauptschnitte des Polariseurs und des Analyseurs parallel oder normal zueinander, und hat das Licht zwischen ihnen, ausser dem von der Quarzdoppelplatte herrührenden, keinen anderen Einfluss erlitten, so stehen die beiden dunklen Streifen in den analysirenden Spectren natürlich so, dass der eine die directe Fortsetzung des anderen bildet[1]). Jeder Einfluss einer activen Substanz aber, welcher beide Lichtbündel in gleicher Weise, vor oder nach dem Durchtritte durch die Doppelplatte, aber zwischen beiden Nicols betrifft, stört die Symmetrie, und bedingt, dass sich der Streifen in dem einen Spectrum nach dem rothen, in dem anderen nach dem violetten Ende, parallel mit sich selbst verschiebt[2]); freilich nicht um

1) Siehe unten auf S. 328 Fig. 1.

2) Siehe ebenda Fig. 2.

gleiche Wege, sondern um Wege, welche gleich wären, wenn einerseits die Refractionsdispersion, anderseits die beiden Rotationsdispersionen im Quarz und in der Flüssigkeit, jede für sich, dem Gesetze der directen Proportion mit der Wellenlänge folgen würden. Da es sich aber nicht um die Messung dieser Verschiebungen handelt, so ist die erwähnte Complication ganz bedeutungslos. Es wird an dem Spectro-Polarimeter eben darauf eingestellt, dass die beiden Streifen einen einzigen, gradlinigen Streifen von doppelter Länge bilden. Ob dies der Fall ist oder nicht, darüber haben wir erfahrungsgemäss ein sehr sicheres und verlässliches Urtheil. Der Analyseur ist an meinem Apparate um die Achse des Ganzen drehbar; und wenn man, mit dem Auge am Spectral-Ocular, die Orientirung des Hauptschnittes des Analyseurs so lange durch Drehen verändert hat, bis man im Spectrum die beiden schwarzen Streifen der Richtung nach zusammenfallen sieht, dann hat man eben diese Ebene des Analyseurs so gerichtet, dass sie Symmetrie-Ebene ist für das, durch die activen Substanzen gegangene Licht, bezüglich der Schwingungsrichtungen des verschiedenfarbigen Lichtes in beiden Hälften des Gesichtsfeldes. Die Angabe, die mein Apparat macht, bezieht sich auf eine bestimmte Wellenlänge, ist somit theoretisch richtig; Licht von jeder einzelnen Farbe kann durch Quarz um ebensoviele Grade gedreht werden in seiner Schwingungsrichtung, wie es durch eine andere optisch-active Substanz gedreht wurde. Es ist aber nicht denkbar, dass gleichzeitig mit dem Zutreffen dieser Bedingung für eine gewisse Wellenlänge, dieselbe Bedingung auch noch für eine andere, geschweige denn für alle anderen Wellenlängen des Lichtes erfüllt sei. Dieser Umstand (welcher bei der Brechung sein Analogon in der „secundären Chromasie“ hat) hat die Bedeutung eines principiellen Fehlers aller Polarimeter, die mit weissem Lichte arbeiten, und die nicht auf irgend eine Weise ihre Einstellungsreaction, gleich ihrer Angabe, in Beziehung zu einer einzelnen Wellenlänge setzen. Denn es ist vollkommen unmöglich, einen Zustand, wie ihn in weissem, polarisirtem Lichte eine bestimmte Zuckerlösung hergestellt hat, durch irgend eine Dicke einer Quarzplatte identisch herzustellen, oder zu annulliren (compensiren); während es natürlich keine Schwierigkeit bietet, dieselbe Aenderung der Schwingungsrichtung von Licht von einer gegebenen Wellenlänge, einmal durch die eine, ein anderesmal durch jede andere optisch-active Substanz herbeizuführen.

Wegen dieser Umstände hat also die Construction des Spectro-Polarimeters sogar einen theoretischen Vorzug vor der des Soleil-Ventzke'schen und aller übrigen, mit weissem Lichte arbeitenden Apparate; und zwar ist dieser Vorzug deshalb erwähnenswerth, weil die Unterschiede in der Rotationsdispersion von Quarz und Zucker-

lösung immerhin so erheblich sind, dass diese theoretische Unvollkommenheit der anderen Apparate zur Quelle merklicher Fehler wird, wenn der Betrag der durch Quarz zu compensirenden Drehung nicht unter einer recht niederen Grenze bleibt.

Ein anderer Vorzug meiner Construction liegt in der freien Verfügung über den Ort im Spectrum, an welchem die schwarzen Streifen von vornherein liegen; und in der Leichtigkeit, die getroffene Wahl durch die Berechnung der Dicke der Quarzplatte zu verwirklichen. Es ist wohl nicht nöthig, die Erwägungen allgemeiner Natur, die bei dieser Wahl im Auge zu behalten sind, hier näher zu discutiren. Der praktisch wichtige Vortheil, welcher in der freien Verfügung über den Ort des Streifens im Spectrum liegt, beruht aber darauf, dass man, für bestimmte praktische Zwecke, bestimmten Stellen des Spectrums mit dem Streifen ausweichen kann. In unserem Falle, bei der Untersuchung von Harn, dessen Farbstoffe vorzüglich den blauen und violetten Theil des Spectrums absorbiren, musste der Streifen also von dieser Gegend entfernt werden. Aus der Berücksichtigung dieses, und der übrigen Umstände, die auf die Entscheidung über den Ort des Streifens von Einfluss sind, ergab sich eine Dicke der Quarzdoppelplatte von $7{,}8^{mm}$ — $7{,}95^{mm}$ als die zweckmässigste. Ich lasse nun hier eine kurze Beschreibung des Spectro-Polarimeters folgen, welche, bei der Einfachheit der ganzen Vorrichtung, wohl auch ohne Abbildungen verständlich sein wird.

Der Apparat ist, wie üblich, längs einer horizontalen Schiene disponirt, die in ihrer Mitte auf einer Säule befestigt ist. Diese verticale Säule besteht aus einem drehrunden, fingerdicken Eisenstab, welcher aus einem Metallrohr mehr oder weniger weit herausgehoben, und in beliebiger Höhe durch Anziehen einer Klemmschraube festgehalten werden kann. Das äussere Rohr wird von einem kleinen 3beinigen Stativ gehalten.

Am einen Ende der horizontalen Schiene ist nun eine Messinghülse in der Weise befestigt, dass sie ganz über der Schiene liegt, ihr parallel ist, und (zur leichteren Annäherung an die Lichtquelle) mit ihrem äusseren Ende über das Ende der Schiene etwas hervorragt. In dieser Hülse, die vorne, gegen die Lichtquelle zu, eine mässig enge Metallpupille trägt, liegt hinter einer Linse der als Polariseur dienende Nicol; in einer Entfernung von wenigen Millimetern folgt dann die Doppelplatte aus rechts- und linksdrehendem Quarz, in einer Dicke von $7{,}85^{mm}$, und mit der Trennungsfläche der beiden Hälften horizontal gelagert, so dass das cylindrische Lichtbündel nicht, wie gewöhnlich, in eine rechte und eine linke, sondern in eine obere und eine untere Hälfte zerfällt. Möglichst nahe vor der, dem Beobachter zugewandten Fläche der

Quarzplatte ist eine bewegliche Spaltvorrichtung angebracht. Der Abstand der Ebene, in der die Ränder der Spalte liegen, von der Quarzplatte muss so gering sein, dass das Beobachtungsfernrohr gleichzeitig auf die Trennungslinie der Quarzhälften, und auf die Spalte eingestellt ist.

Die Spalte, von der hier die Rede war, ist natürlich die Spalte des Spectral-Apparates. Sie steht senkrecht zur Trennungslinie der Quarzhälften, in unserem Falle also vertical, und es genügt vollständig, wenn der eine Rand der Spalte beweglich ist. Die eine von den beiden dünnen Metallplatten, welche den Spalt zwischen sich lassen, ist also durch eine, seitlich herausgeführte Schraube mit ränderirtem Kopf beweglich, so dass ihr grader scharfer Rand sich parallel mit sich selbst verschiebt. — Nun folgt die übliche Vorrichtung zur Aufnahme des Rohres, welches die zu untersuchende Flüssigkeit, zwischen planen Glasplatten eingeschlossen, enthält. Die Länge dieses Rohres im lichten habe ich so berechnet, dass die Kreisgrade der Theilung genau Procenten an Harnzuckergehalt entsprechen. Im Apparate folgt nun wieder eine Metallhülse, welche den Analyseur enthält. Dieser ist abermals ein Nicol'sches Prisma, welches mit seiner Fassung, und einer daran befestigten Alhidade, die an jedem Ende eine Strichmarke oder eine Nonius-Theilung trägt, um die Achse des Apparates gedreht werden kann. Die verbreiterten, bogenförmigen Enden der Alhidade schleifen auf einer versilberten, ebenen Kreisringfläche, auf der eine Theilung in ganze Grade aufgetragen ist. Zum Einstellen fasst man die Hülse, die den Analyseur enthält, an einem massiven, ränderirten Ringwulst, der ihr aufgelöthet ist. Dicht auf diesen Theil folgt im Apparat das kleine Galilei'sche Fernrohr, zum Einstellen auf den Spalt. Dasselbe wird von einem eigenen, kurzen Säulchen getragen, das aus der Schiene nach oben hervorkommt; und besteht aus einer äusseren Hülse für das Objectiv und aus einer inneren, in ersterer verschiebbaren Hülse für das Ocular. Erstere ist fest mit dem Säulchen verbunden, und ragt mit dem Objectiv-Ende in die Hülse des Analyseurs hinein, die auf ihm beim Drehen schleift. Das innere Rohr trägt am einen Ende das Ocular, am anderen, dem Auge näheren, eine central durchbohrte Kreisplatte; und wird durch einen Führungsstift an Drehungen verhindert. Es beherbergt nämlich zwischen der Linse und der Ocularpupille noch einen wesentlichen Bestandtheil. Dieser ist ein, aus drei Prismen zusammengekittetes Spectroskop à vue directe, mit etwas schmalerem Spectrum, als man gewöhnlich bei Taschen-Spectroskopen anwendet. Es hat sich dies als vortheilhaft für die Schärfe der Begrenzung des dunklen Streifens erwiesen. Die brechenden Kanten der Prismen sind natürlich (parallel

der Spalte, also) vertical gestellt. In der Ocularpupille dieses Spectroskopes kann man ein, ihre halbe Lichtung (vom violetten Ende her) bedeckendes, mit fehlerlosem, verticalem Rande versehenes, möglichst dünnes (nicht über 0,1 ^{mm}) Deckgläschen anbringen, um Talbot'sche Streifen im Spectrum hervorzurufen; ob eine solche Schaar zartester paralleler, in jedem kleineren Abschnitte des Spectrums untereinander gleich breiter, und um diese gleiche Breite auch voneinander entfernter, dunkler, verticaler Streifen das Urtheil, auf welchem die Einstellung des Apparates beruht, durch ihre Anwesenheit erleichtert und verschärft, oder nicht, will ich dahingestellt sein lassen. Störend wirken diese Streifen keinesfalls. — Hiermit ist die Beschreibung des Apparates vollendet. Zum Arbeiten wird er so hergerichtet, dass man ihn gegenüber einer Quelle „weissen" Lichtes, am besten: einer hellen Petroleum- oder Gasflamme in passender Höhe aufstellt, und nun mit dem leeren oder mit Wasser gefüllten Rohre den Nullpunkt verificirt. Hierfür

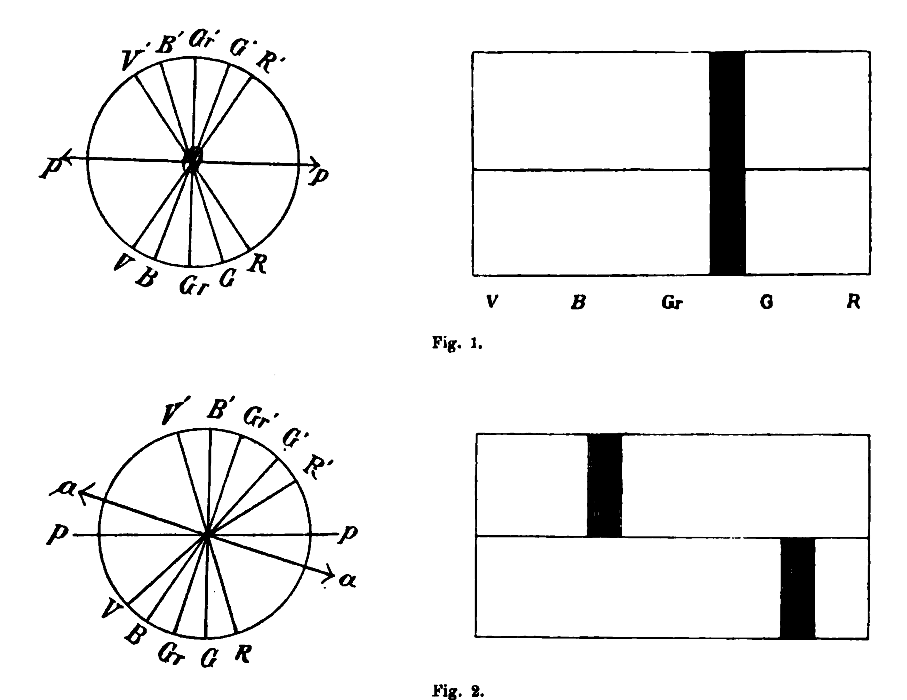


Fig. 1.

Fig. 2.

wird die Spalte so schmal gemacht, wie es die Bedingungen einer deutlichen und scharfen Beobachtung erlauben. Der Nullpunkt wird gefunden: durch Einstellung der Streifen in den beiden Spectris auf die Lage, welche sie in Fig. 1 haben. In dieser Figur bedeutet der Kreis, mit dem in Pfeilspitzen endigenden Durchmesser: das, den beiden

Hälften der Quarzplatte entsprechend, in zwei übereinanderliegende Hälften getheilte Gesichtsfeld. Die Richtung *pp* bedeutet aber zugleich auch: die Schwingungsrichtung des aus dem Polariseur kommenden Lichtes vor dem Eintritt in die Doppelplatte; während die Radien *OR*, *OG*, *OGr*, *OB*, *OV* der Reihe nach die Schwingungsrichtungen des rothen, gelben, grünen, blauen, violetten Lichtes nach dem Austritt aus der rechtsdrehenden, unteren Hälfte der Quarzdoppelplatte bedeuten; und *OR'*, *OG'* etc. dieselbe Bedeutung für das, durch die obere, linksdrehende Hälfte dieser Platte getretene Licht haben. Die Richtung *pp* in Fig. 1 hat aber noch eine dritte Bedeutung, nämlich die: derjenigen Schwingungen, welche ungeschwächt durch den Analyseur gehen, wenn dieser seine richtige Stellung bei der Verification des Nullpunktes bekommen hat. Die Strahlen, welche in beiden Hälften gegen ihre ursprüngliche Schwingungsrichtung um 90° gedreht wurden, werden nun vom Analyseur ganz ausgelöscht, und da dies Strahlen gleicher Wellenlänge sind, so liegen die, ihnen entsprechenden, dunklen Streifen in den analysirenden Spectris an identischen Stellen. Die Stelle des Theilkreises, auf die der Index der Alhidade nun hinweist (wohl gewöhnlich 0), wird notirt.

Nun wird das Rohr mit der zu untersuchenden activen Flüssigkeit angefüllt, und wieder an seine frühere Stelle gebracht. Wenn nun diese Flüssigkeit eine rechtsdrehende war, so werden die, aus der unteren, wie aus der oberen Platte tretenden Strahlen noch eine weitere Aenderung ihrer Schwingungsrichtung erleiden, wodurch aber, da diese Aenderung im Sinne der bereits erlittenen Drehung für die Strahlen in der unteren Hälfte; im entgegengesetzten zu der erlittenen Drehung aber für die in der oberen Hälfte sich vollzieht, die Symmetrie der Drehungswinkel, nach dem Durchtritt des Lichtes durch die active Flüssigkeit, nicht mehr eine, um die Richtung *pp* angeordnete sein wird. Hat also der Analyseur noch die frühere Nullstellung *pp*, so wird er in der unteren Hälfte einen dem rothen Ende näheren Strahl des Spectrums ganz auslöschen, als früher, und in der oberen Hälfte einen dem violetten Ende näher liegenden; und die dunklen Streifen in den analysirenden Spectren werden so liegen, wie im rechten Theile der Fig. 2. Um ihnen die frühere Lage (in einer geraden Linie) wiederzugeben, wird man den Analyseur in die Lage *aa* Fig. 2 drehen müssen, d. h. um ebensoviele Grade, als um wieviele die Polarisationsebene desjenigen Lichtes in der untersuchten Lösung gedreht wurde, welches wir zur Grundlage der Messung in unserem Apparate gemacht haben, also jenes Lichtes, welches, vermöge seiner Wellenlänge, in einer Quarzplatte von der Dicke, wie sie im Apparate sich vorfindet, um 90° gedreht wird. Da wir uns für eine Dicke der Quarzplatte

entschieden haben, welche bedingt, dass das Licht, für welches die Drehungswinkel gemessen werden, näher am Grün liegt, als sowohl die Natriumlinie, als auch das Complement der Teinte sensible, und auch das der empfindlichen Farbe des Soleil-Ventzke'schen Apparates, so werden wir mit unserem Apparate bei gleichen Längen der Röhren grössere Drehungswinkel messen, als sie mit dem Mitscherlich'schen Apparate sowohl bei der Anwendung von Natriumlicht, als auch bei Ablesung mittels der Teinte sensible sich ergeben, und auch als sie mit einem Soleil-Ventzke'schen Apparate gefunden werden. Um nun der Unbequemlichkeit einer Reduction der gefundenen Werthe auf die, der Natriumlinie entsprechenden Werthe auszuweichen, wurde der besprochene Umstand durch Verkürzung des Rohres compensirt, und zwar wurde, wie bereits erwähnt ist, eine solche Länge des Rohres berechnet, dass die am Theilkreise abgelesenen Winkelgrade genau Procenten von Harnzucker entsprechen, unter Zugrundelegung des, für die D-Linie ermittelten specifischen Drehungsvermögens dieser Substanz. Selbstverständlich ist, dass für jede Abweichung der Quarzdoppelplatte von der Dicke, für welche die Rohrlänge berechnet wurde, eine neue Bestimmung dieser letzteren Constanten erforderlich wäre; doch hat die Erfahrung gezeigt, dass die von mir ein für allemale, auf Grundlage von Originalbestimmungen an Lösungen chemisch reinen Traubenzuckers von bekannter Concentration, ermittelte Röhrenlänge beibehalten werden kann, solange die Abweichungen der Dicke der Quarzplatten von der normalen Dicke nicht grösser sind, als $\pm$ 0,03^{mm}. —

Nach der Einführung der, mit Harn oder einer anderen gefärbten Flüssigkeit gefüllten Röhre in den Apparat, wird sich im allgemeinen eine neue Einstellung der Spaltbreite als nöthig erweisen. Es ist übrigens sehr empfehlenswerth, zu vergleichen, bei welcher Breite der Spalte jedesmal die einzelnen Ablesungen einer Reihe untereinander am genauesten übereinstimmen. Dieses Verfahren setzt allerdings eine grössere Anzahl von einzelnen Ablesungen voraus; doch kann diese Bedingung um so leichter erfüllt werden, als die Ablesung am Spectro-Polarimeter sehr schnell ausgeführt ist, und mit keiner merklichen Anstrengung oder Ermüdung des Beobachters einhergeht.

Da nur ein schmaler Streifen der Quarzdoppelplatte in unserem Apparate zur Wirkung gelangt, nämlich der, hinter der Spectroskopspalte gelegene, so kann eine solche Doppelplatte von der üblichen, für das genaue Zuschleifen jedenfalls erforderlichen Grösse, senkrecht zur Trennungslinie in mehrere parallele Streifen von je 2 — 3^{mm} Breite zerschnitten werden, und mit diesen können ebensoviele Apparate versehen werden, als Streifen gewonnen wurden. —

Die Ausführung dieser Construction habe ich dem hiesigen Mikroskopverfertiger und Präcisionsoptiker Herrn Karl Reichert (Wien, VIII. Bennogasse 26) übertragen, und es hat mich eben nur die Leichtigkeit und Sicherheit der Einstellung am Spectro-Polarimeter, also seine praktische Verwendbarkeit dazu veranlasst, die Einrichtung dieses Instrumentes hier zu beschreiben. —

Bemerkung über die Lichtgeschwindigkeit im Quarze[1]).

Von

K. Exner.

Durch ein sinnreiches Experiment hat Herr A. Cornu darauf aufmerksam gemacht, dass in der Richtung der Axe des Quarzes das Mittel der beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes gleich ist der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ordentlichen Strahles senkrecht zur Axe[2]).

Dieses von Cornu erkannte Gesetz ist in einem allgemeineren Gesetze enthalten, welches sich aus einer von V. v. Lang theoretisch abgeleiteten und experimentell verificirten Formel herauslesen lässt[3]), ebenso wie aus der analogen, sich aus Cauchy's Theorie ergebenden Formel, welche ebenfalls von V. v. Lang experimentell verificirt ist.

Die Formel, wie sie Cauchy gegeben hat, ist:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)\sin^2\varrho \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)^2 \sin^4\varrho + \frac{\cos^4\varrho}{\chi^4}} \qquad (1$$

n	Brechungsquotient einer ebenen Welle
ω	Ordentlicher Brechungsquotient
ε	Ausserordentlicher Brechungsquotient
ϱ	Winkel der Wellennormale mit der Axe
χ	Constante der Rotationspolarisation.

Denkt man den Krystall des Rotationsvermögens beraubt, oder setzt man $\chi = \infty$, so wird:

$$\frac{1}{n'^2} = \frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)\sin^2\varrho \pm \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)\sin^2\varrho,$$

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus den Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. 91 S. 218 (1885).

2) Cornu, C. R. vol. XCII (1882).

3) V. v. Lang, Wien. Akad. Ber. LX (1869) — LXXV (1877).

also:

$$\frac{1}{n_1'^2} = \frac{1}{\omega^2}$$

$$\frac{1}{n_2'^2} = \frac{1}{\omega^2} \cos^2 \varrho + \frac{1}{\varepsilon^2} \sin^2 \varrho, \tag{2}$$

und es ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_1'^2} + \frac{1}{n_2'^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega^2} \cos^2 \varrho + \frac{1}{\varepsilon^2} \sin^2 \varrho\right). \tag{3}$$

$\left|\begin{matrix} n_1' \\ n_2' \end{matrix}\right\}$ Die der Richtung ϱ entsprechenden Brechungsquotienten des Krystalls ohne Rotationsvermögen $\Big|$.

Andrerseits erhält man aus der Gleichung 1:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega^2} \cos^2 \varrho + \frac{1}{\varepsilon^2} \sin^2 \varrho\right), \tag{4}$$

und man hat aus Gl. 3 und 4:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_1'^2} + \frac{1}{n_2'^2}\right)$$

$\left|\begin{matrix} n_1 \\ n_2 \end{matrix}\right\}$ Die der Richtung ϱ entsprechenden Brechungsquotienten des Krystalls $\Big|$,

oder

$$\frac{1}{2}(v_1^2 + v_2^2) = \frac{1}{2}(v_1'^2 + v_2'^2) \tag{5}$$

$\left|\begin{matrix} v_1 \\ v_2 \end{matrix}\right\}$ Lichtgeschwindigkeiten in irgend einer Richtung

$\left.\begin{matrix} v_1' \\ v_2' \end{matrix}\right\}$ Lichtgeschwindigkeiten in derselben Richtung ohne Rotationspolarisation $\Big|$.

Das heisst: Das arithmetische Mittel der Quadrate der beiden, irgend einer Richtung entsprechenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ist gleich dem arithmetischen Mittel der Quadrate jener Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, welche dem Krystalle in derselben Richtung ohne Rotationspolarisation zukämen.

Nach einer geistreichen Bemerkung des Herrn Cornu muss nun dieser Satz, wenn er für die Quadrate der Lichtgeschwindigkeiten

gilt, auch für jede Function dieser Quadrate, und somit auch für die einfachen Lichtgeschwindigkeiten gelten. Es folgt dies aus der Kleinheit der Differenzen der Grössen v_1, v_2, v_1', v_2'. Es ist also auch:

$$\frac{1}{2}(v_1 + v_2) = \frac{1}{2}(v_1' + v_2'), \qquad (6$$

und das heisst: Für irgend eine Richtung ist das arithmetische Mittel der beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten gleich dem arithmetischen Mittel jener Geschwindigkeiten, welche derselben Richtung ohne Rotationspolarisation ensprechen würden[1]). Insbesondere ergibt sich für die Richtung der Axe:

$$\frac{1}{2}(v_1 + v_2) = v \qquad (7$$

| v | Ordentliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit |.

und dies ist das Gesetz Cornu's.

Es ist nicht ohne Interesse, die Gleichung 6 mit den Messungsresultaten V. v. Lang's zu vergleichen. Dieser erhielt:

ϱ	n_1	n_2	n_2'	n_1'
0°27,0'	1,5441887	1,5442605	1,54423	1,5442243
1 54,7	1925	2649	23	
2 48,4	1942	2766	25	
4 40,0	2043	3043	28	
5 4,8	2088	3009	29	

wo ich jedoch die Zahlen der vierten Verticalreihe nach Formel 2 hinzugerechnet habe. Beschränkt man sich auch bei den übrigen Zahlen auf fünf Decimalstellen und lässt bei sämmtlichen Zahlen die übereinstimmenden vier ersten Ziffern hinweg, so gelangt man zu dem folgenden Tableau:

1) Ein analoger Satz für die Lichtfortpflanzung im magnetischen Felde wurde von Cornu (l. c.) aufgestellt und begründet.

ϱ	n_1	n_2	$\frac{1}{2}(n_1+n_2)$	$\frac{1}{2}(n_1'+n_2')$	n_2'	n_1'
0° 27,0′	19	26	$22\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{2}$	23	22
1 54,7	19	26	$22\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{2}$	23	22
2 48,4	19	28	$23\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$	25	22
4 40,0	20	30	25	25	28	22
5 4,8	21	30	$25\frac{1}{2}$	$25\frac{1}{2}$	29	22

Diesem Tableau ist die Gleichung

$$\frac{1}{2}(n_1+n_2)=\frac{1}{2}(n_1'+n_2') \tag{8}$$

zu entnehmen, und diese Gleichung ist nach dem Satze Cornu's, dass an die Stelle der Geschwindigkeiten beliebige Functionen der Geschwindigkeiten gesetzt werden können, identisch mit Gl. 6.

Die nachfolgende Tabelle V. v. Lang's enthält die nach Cauchy's Formel unter Benutzung der Messungsresultate berechneten Brechungsquotienten und zwar auch für den Fall, dass $\chi=\infty$ gesetzt wird, wodurch das Charakteristische der Circularpolarisation verschwindet.

ϱ	n_1	n_2	n_2'	n_1'
0°	1,5441884	1,5442602	1,5442243	1,5442243
5	2093	43081	42929	
10	2200	45009	44965	
15	2225	48309	48290	
20	2234	52816	52806	
25	2242	58382	58380	

Es ist selbstverständlich, dass die Zahlen dieser Tabelle dem Satz 5 entsprechen müssen, es können jedoch diese Zahlen zur Prüfung der Genauigkeit jenes anderen Satzes dienen, welcher gestattet, die Geschwindigkeiten mit irgend welchen Functionen der Geschwindigkeiten zu vertauschen. Man erhält in der That unter Hinweglassung der übereinstimmenden drei ersten Ziffern:

ϱ	n_1	n_2	$\frac{1}{2}(n_1 + n_2)$	$\frac{1}{2}(n_1' + n_2')$	n_2'	n_1'
0°	41884	42602	42243	42243	42243	42243
5	42093	43081	42587	42586	42929	
10	42200	45009	43604	43604	44965	
15	42225	48309	45267	45267	48290	
20	42234	52816	47525	47525	52806	
25	42242	58382	50312	50312	58380	

in sehr vollkommener Uebereinstimmung mit Satz 8.

Ueber die Polarisation oxydirbarer Metalle und über die elektrische Energie, die diese in den Elementen liefern[1].

Von

M. Chaperon.

I.

Die in vielen Fällen auftretende Uebereinstimmung zwischen den Wärmewerthen einer chemischen Reaction, wie sie einerseits durch das Calorimeter, andrerseits durch die elektromotorische Kraft eines galvanischen Elementes angezeigt werden, ist so auffallend, dass man sie nicht als zufällig betrachten kann. Man fand jedoch zahlreiche Anomalien, als man versuchte, diese Vergleiche auch an anderen Zusammenstellungen als dem Daniell'schen Elemente, z. B. einem Paare von Zink-Cadmium oder anderen, durchzuführen. Die Herren Favre und Raoult haben seit langer Zeit auf diese merkwürdigen Ausnahmen aufmerksam gemacht; diese Ausnahmen haben sich nun in verschiedenen fremden Arbeiten, namentlich durch eine ausgedehnte und wichtige Arbeit von F. Braun, so vervielfacht, dass der durch das Daniell'sche Element bestätigte Schluss fast wie ein isolirter Fall erscheint, ohne genau bestimmbare Bedeutung.

Wir haben versucht, eine der bedeutendsten Ursachen dieser Verschiedenheit der elektrochemischen und der thermochemischen Resultate zu ergründen, eine Ursache, welche, vorausgesetzt, dass unsere Ansichten richtig seien, die Richtigkeit des Principes der Vergleichung nicht entkräften würde. Diese Ursache ist keine andere als das Phänomen der Absorption oder der Occlusion der Gase und namentlich des Wasserstoffs bei gewöhnlicher Temperatur. Dieser Thatsache, die durch directe Versuche (besonders die bekannten von Cailletet) bewiesen ist, schreibt man, wenigstens in einem Theile der angenommenen

---

1) Uebersetzt aus J. de phys. (2) vol. III (1884) p. 373.

Theorien, grösstentheils die Wirkungen der Polarisation zu. Daraus geht klar hervor, dass diese Thatsache auf die ganze Production elektrischer Energie, die beim Durchgang eines Stromes gemessen wird, Einfluss hat, und wie wir sehen werden, sind Gründe genug vorhanden, anzunehmen, dass sich dieser Einfluss, obgleich in anderer Weise, auch auf die elektromotorischen Kräfte, die im offenen Stromkreis, mit dem Elektrometer z. B., gemessen werden, erstreckt.

Die Wahrscheinlichkeit dieser Schlussfolgerung ist leicht einzusehen. Gibt ein Paar, z. B. Aluminium-Aluminiumsulfat-Kupfersulfat-Kupfer, eine elektromotorische Kraft, die viel geringer ist als das, was man die Lösungswärme des negativen Metalles nennt, so sollte man denken, dass die chemische Reaction bei Anwendung einer entgegengesetzten elektromotorischen Kraft nicht rückläufig gemacht werden könne, da eine solche Reaction Aluminium geben würde mit einem Aufwand von Energie, der geringer wäre als die Verbrennungswärme dieses Metalls bei sehr hoher Temperatur. Man wird also dahin geführt, das System Aluminium-Aluminiumsulfat als nicht identisch zu betrachten, wenn es von unendlich schwachen Strömen in entgegengesetzter Richtung durchzogen wird. Genau dasselbe findet statt, wenn dieses System polarisirbar ist, wenn das Metall den Wasserstoff absorbiren kann. Dieselbe Schlussfolgerung könnte man in allen Fällen anwenden, wo der Unterschied zwischen der elektromotorischen Kraft und den calorimetrischen Angaben beträchtlich ist. Da wir also annehmen, dass die Volta'schen Elemente, welche diese Verschiedenheit zeigen, ein polarisationsfähiges System enthalten, so mussten wir nothwendigerweise die Polarisation gewisser oxydirbarer Metalle studiren, besonders diejenige der negativen Metalle folgender Elemente, die theils von Edm. Becquerel 1856 angegeben wurden und welche einen starken Unterschied geben:

		E.-Kft. Volt.
Eisen	und Platin in einer Lösung von Potasche . . .	0,60
Nickel	„ „ „ „ „ „ „ . . .	0,43
Magnesium	„ „ „ „ „ „ „ . . .	1,35

Die einfache Oxydation des Metalles würde geben:

	Volt
Eisen	1,497
Nickel	1,32
Magnesium . . .	3,25

Eine grosse Verschiedenheit gibt auch noch das Element Aluminium-Schwefelsäure-Kupfersulfat-Kupfer, welches eine

Kraft von ungefähr 0,62 Volt gibt, während seine theoretische elektromotorische Kraft 2,06 Volt beträgt.

Das Studium der Polarisation dieser verschiedenen Metalle bietet nur eine Schwierigkeit dar, auf welche man übrigens immer stösst, wenn man mit einem System von oxydirbaren und angreifbaren Elektroden zu thun hat.

In der That bilden die chemischen Vorgänge in der Regel auf der Oberfläche der Elektroden mehr oder minder zusammenhängende Schichten von verschiedenen schlecht leitenden Stoffen. Folglich kann man die elektromotorischen Kräfte nicht durch eine Messung der Potentialdifferenz zwischen den Elektroden bestimmen, während diese selbst einen Theil eines Stromkreises bilden, selbst wenn man diese Messung mit einer Bestimmung der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit verbindet, wie es mit Erfolg bei Platinelektroden versucht wurde[1]). Man muss Methoden zu Hilfe nehmen, durch welche man die Elektroden nach ihrer Trennung von der Stromquelle prüfen kann, und, da ihre Niveaudifferenz sehr rasch verschwindet, so könnte man nur in einem sehr kurzen Augenblick, vom Oeffnen des primären Stromes an, diese Differenz in genügender Weise messen.

Wir lassen hier den Apparat folgen, den wir verwendet haben (Fig. 1). Durch einen gut isolirten federnden Schlüssel *C* kann das zu prüfende Voltameter abwechselnd in den Strom einer Säule *P* von veränderlicher elektromotorischer Kraft eingeschaltet werden und ebenso in einen zweiten Stromkreis, der einen Condensator von grosser Capacität (1 Mikrofarad) enthält. Die Verbindungen mit dem Schlüssel sind derart eingerichtet, dass während seiner Ruhestellung die Elektroden *A* und *B* im ersten Stromkreise eingeschaltet sind; ein Schlag auf den Knopf *K* setzt die Elektroden während eines Augenblickes mit dem Condensator in Verbindung; durch die Feder wird augenblicklich wieder die erste Stellung herbeigeführt. Der Apparat ist so eingerichtet, dass man mit einer gewissen Anzahl von Schlägen auf den Schlüssel einen Zustand des Gleichgewichts erreichen wird, in welchem die Armaturen des Condensators die gleiche Potentialdifferenz zeigen werde, wie die der Elektroden des Voltameters während der kurzen Zeit, in welcher sie vom ersten Strom getrennt sind Die Wirkung ist ungefähr dieselbe wie die der Wippen, welche von Raoult und anderen Beobachtern zu denselben Versuchen verwendet wurden;

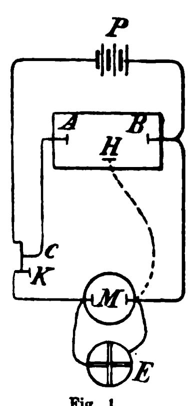


Fig. 1.

1) Bouty, Séances d. l. Soc. phys. 1882 p. 83.

nur ist hier die Dauer des Ladungsstromes so lang, wie man es wünscht, und der Strom ist vollständig continuirlich.

Die Capacität des Condensators, ein Mikrofarad, ist gross genug, um einen merklichen Einfluss der statischen Ladung, die unpolarisirbare Elektroden haben können, zu verhüten. Bedient man sich z. B. eines Systems von Zinkelektroden in Zinksulfat oder Potasche, so zeigt ein Quadranten-Elektrometer von Thomson, welches in fortdauernder Verbindung mit den Armaturen des Condensators erhalten wurde, nach fünf bis sechs Schlägen auf den Schlüssel dieselbe Potentialdifferenz an, und nach hundert Schlägen einigen Hundertstel eines Volt, während die primäre Kette zwischen den Elektroden eine Potentialdifferenz von ungefähr 1 Volt gibt. Bei einem polarisirbaren System geben dagegen fünf bis sechs Schläge eine Abweichung, die fast der Differenz des primären Niveaus entspricht.

Man kann die Potentialdifferenz der Armaturen des Condensators leicht mit Hilfe eines Elektrometers von Sir W. Thomson messen, wie wir oben erwähnt haben; die Angaben sind dann fortlaufend. Ebenso kann man ein Galvanometer benutzen und nach der Methode der Impulsionsbögen mit einem Schlüssel von Sabine verfahren; wenn man nur eine geringe Anzahl von Polarisationskräften messen will, so ist diese zweite Art vorzugehen ebenso gut.

Auf diese Weise kann man alle Systeme oxydirbarer Elektroden, deren Polarisation schnell abnimmt, prüfen, selbst diejenigen, welche die negativen Elemente der Ketten bilden, von denen wir gesprochen haben: das Eisen, das Nickel und besonders Magnesium, wenn sie in Lösungen von kaustischem Kali getaucht sind, und Aluminium in angesäuertem Wasser oder Aluminiumsulfat. Einige Reihen von Versuchen wurden auch mit Metallen gemacht, welche selbst bei galvanischen Ablagerungen in Lösungen ihres eigenen Salzes eine bedeutende Polarisation zeigten, z. B. Nickel.

Wie man sieht, ist diese Methode nichts als eine Bestimmung der Capacität der Polarisation, die von Blondlot festgestellt wurde. Unter gewissen Bedingungen könnte sie vielleicht eine ziemlich schnelle Abschätzung dieser Grösse gestatten.

Wir haben es vorgezogen, statt einer Tabelle eine graphische Darstellung der Resultate zu geben, indem wir als Abscissen die durch die primäre Säule zwischen den Elektroden hergestellte Potentialdifferenz auftrugen und als Ordinaten die Niveaudifferenzen, welche durch die Elektroden dem Condensator mitgetheilt wurden.

Man erhält auf diese Weise eine ziemlich genaue Darstellung gewisser, schon bekannter Eigenthümlichkeiten der Polarisationsphänomene. Verstärkt man die durch die primäre Säule zwischen den Elektroden

erhaltene elektromotorische Kraft von einigen Hundertsteln eines Volt bis zu 2 Volts oder 3 Volts, so nimmt die von den Elektroden gelieferte Kraft des secundären Elementes zu; sie hält sich anfangs sehr in der Nähe der ersteren und entfernt sich dann von dieser in je nach der Natur des Metalls und der Elektrolyte verschiedener Weise.

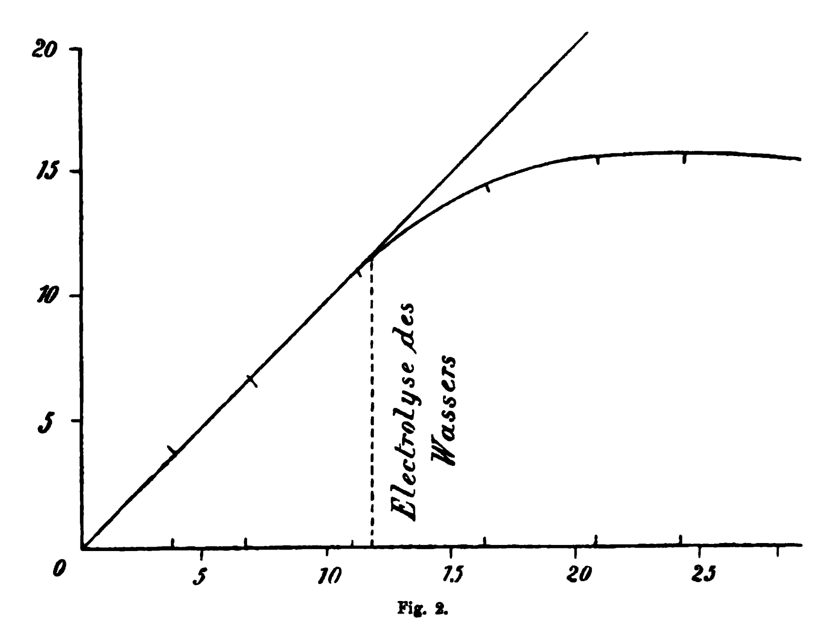


Fig. 2.

Das System von zwei in angesäuertes Wasser getauchten Platinelektroden (Fig. 2) gibt Werthe der secundären elektromotorischen Kraft, die denen der primären (die an den Elektroden selbst während ihrer Einschaltung in den Stromkreis der Säule gemessen wurde) sehr merklich gleich sind (fast bis zu ein oder zwei Hundertstel eines Volt), bis beide Grössen ungefähr 1,5 Volt erreicht haben. In diesem Augenblick beginnt gewöhnlich die Elektrolyse und die secundäre elektromotorische Kraft nimmt viel weniger rasch zu; die Curve, welche deren Veränderung anzeigt, entfernt sich von der Bisectrix der Axen, mit welcher sie bisher zusammenfiel, der Werth der Ordinate scheint ein Maximum zu erreichen. Durch vielfache Veränderung der Oberflächen der Elektroden und ihrer Entfernung haben wir für dieses Maximum einen Werth von ungefähr 2,31 Volt gefunden.

Zwei Magnesiumelektroden in einer 10procentigen Lösung von kaustischem Kali (Fig. 3) scheinen zuerst dieselben Resultate zu geben in Betreff der kleinen Werthe der primären Potentialdifferenz. Die Werthe der secundären elektromotorischen Kraft sind jedoch immer etwas kleiner als für das Platin, und die diese Kraft darstellende Curve

begleitet die Bisectrix vom Ursprung an, indem sie immer ein wenig darunter bleibt. Diese Thatsache ist dadurch zu erklären, dass die Abnahme der Polarisation bei einem System oxydirbarer Elektroden viel rascher vor sich geht[1]; es besteht also zwischen den Elektroden ein intensiverer Convectionsstrom, welcher einem grösseren Bruchtheil der primären Potentialdifferenz entspricht. Bei den Magnesiumelektroden sind die ersten Symptome der Elektrolyse schwer zu bemerken und diese Elektrolyse bleibt, sei es wegen des Widerstandes, den sie entgegensetzen, sei es aus anderen Ursachen, immer eine sehr langsame; übrigens ist sie von einer sichtbaren Oxydirung der Anode begleitet. Die Curve der secundären Kräfte bietet auch in der Nähe des Punktes der Elektrolyse einen merkwürdigen Anblick dar; anstatt sich von 1,5 Volt an rasch von der Bisectrix zu entfernen, bleibt sie fortwährend in deren Nähe und entfernt sich nur so davon, als ob der

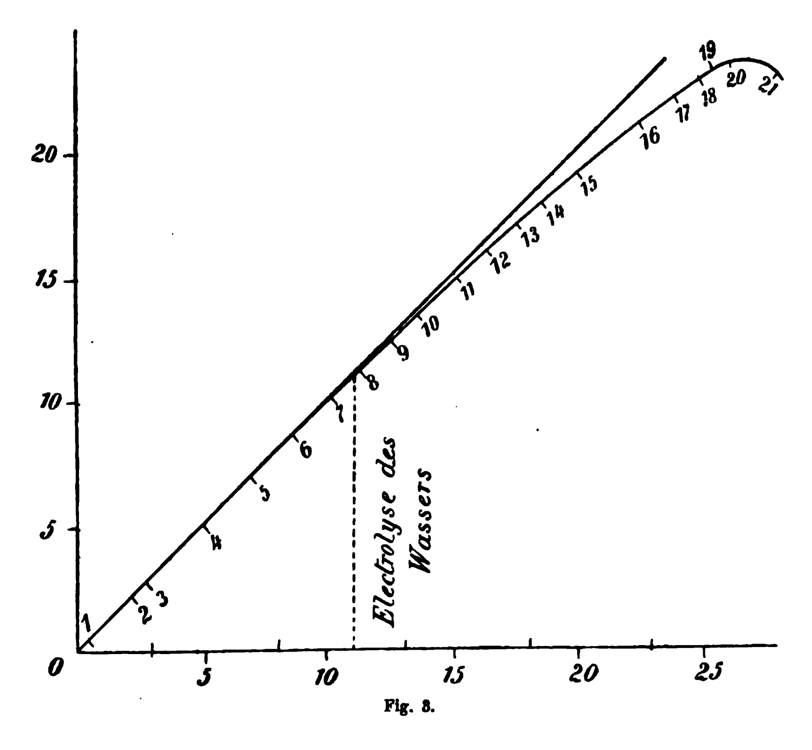


Fig. 8.

Convectionsstrom fortwährend von Null an zunähme. Man erreicht auf diese Weise ein Maximum, das, je nach der Ausdehnung der Elektroden und andern noch schlecht definirten Umständen, ziemlich veränderlich ist, aber doch immer noch höher als dasjenige, welches

1) Diese Eigenthümlichkeit wird schon von Blondlot erwähnt.

man mit Platten oder Drähten von Platin erreichen würde. Wir fanden (bei Verwendung von Scheiben und Drähten von Magnesium, so wie es im Handel vorkommt), dass dieses Maximum bis zu 3,5 Volts stieg und wir erreichten oft 3,8 Volts.

In angesäuertes Wasser getauchtes Aluminium (Fig. 4) gibt ähnliche Resultate, die noch deutlicher ausgeprägt sind. Die die secundären elektromotorischen Kräfte darstellende Curve entfernt sich weit von der Bisectrix; sie ist continuirlich steigend und bietet keinen merkbaren Anhaltspunkt für den Werth von 1,5 Volt dar, wo die Elektrolyse möglich wird (diese Elektrolyse ist für das Auge erst etwas höher und auch dann nur sehr schwach wahrnehmbar). Endlich scheint auch das Maximum an der Grenze der Angaben unseres Apparates noch nicht erreicht zu sein, wie sich aus der Richtung der Linie schliessen lässt. Bei einem vereinzelten Versuch erreichten wir 4 Volts.

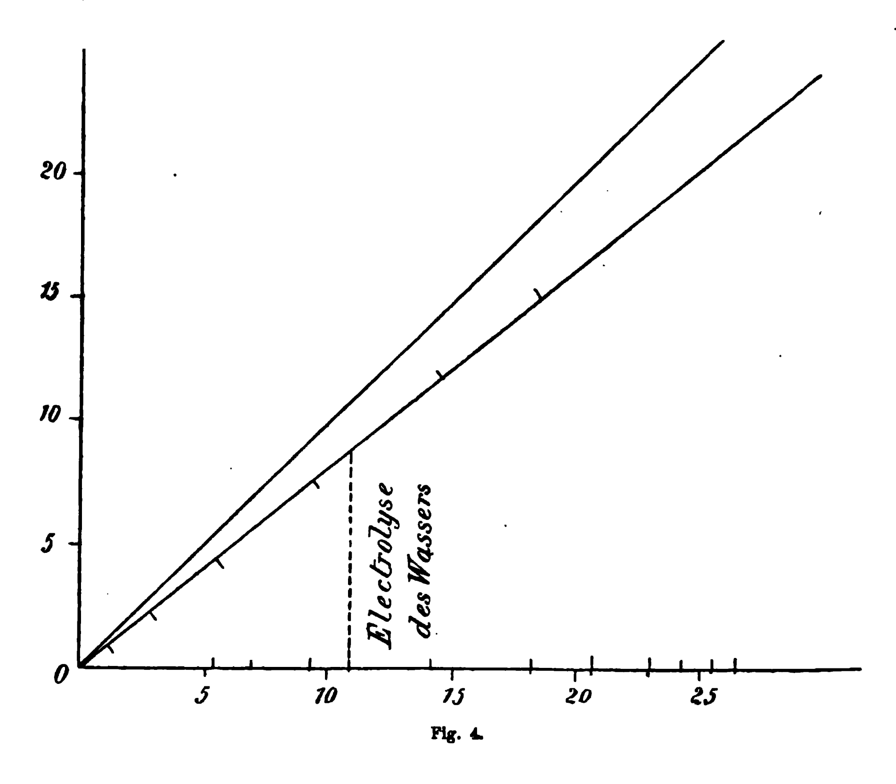


Fig. 4.

Nickel und Eisen bieten in einer Lösung von Potasche Eigenthümlichkeiten dar, die in der Mitte der Erscheinungen stehen, die sich bei Platin und Magnesium zeigen. Wir geben in folgendem nur die Zahlenreihen, die es möglich machen, die correspondirenden Curven zu construiren.

Nickel in reinem Nickelsulfat.		Eisen in einer 10proc. Lösung von kaustischem Kali.	
Potentialdifferenz		Potentialdifferenz	
primäre	secundäre	primäre	secundäre
0,14	0,14	0,16	0,16
0,26	0,26	0,37	0,37
0,41	0,408	0,70	0,70
0,53	0,512	1,23	1,22
0,64	0,576	1,94	1,92
0,83	0,656	2,53	2,17
1,02	0,70	2,82	2,20
1,44	0,752	3,01	2,20
1,82	0,88	3,15	2,00

II.

Es ist nöthig nun, die Beziehung, welche zwischen den Phänomenen der Polarisation eines Metalls und der durch Auflösung gelieferten elektrischen Energie besteht, genauer ins Auge zu fassen. Erinnern wir uns vor allem an den Wortlaut der rein chemischen Theorie der Polarisation.

Diese Theorie setzt voraus, dass die polarisirbaren Elektroden fähig seien, die Elemente der Elektrolyte zu absorbiren und wieder herzustellen, indem sie eine Summe von Energie hervorbringen oder ausgeben, welche sich mit der schon absorbirten Menge, d. h. mit der Sättigung der Elektroden verändert. Uebrigens muss diese Energie nicht bei beiden Elementen der Elektrolyte veränderlich sein, sondern nur bei einem von beiden; bei wasserhaltigen Lösungen z. B. genügt die Absorption des Wasserstoffs mit veränderlicher Production von Arbeit, um fast alle Umstände des Phänomens zu erklären.

Diesen Ansichten gemäss wird die elektromotorische Kraft zwischen einer mit Wasserstoff gesättigten Metallscheibe und einer anderen weniger gesättigten durch die Arbeit dargestellt werden können, welche ein elektrochemisches Aequivalent von H_2 hervorbringen würde, indem es von der gesättigten Scheibe auf die andere übergeht; eine Arbeit gleich derjenigen, die nöthig wäre, um durch irgend welche mechanische Hilfsmittel dieses Aequivalent bei gleicher Temperatur auf die erste Scheibe zurückzubringen. Wenn die Trennung des Wasserstoffs vom Metall bei der herrschenden Temperatur beendigt ist, so liefert sie ein Hilfsmittel, den entgegengesetzten Transport zu bewerkstelligen und nach dem Carnot'schen Princip besteht dann nothwendigerweise eine Beziehung zwischen diesen Trennungen und der elektromotorischen Kraft.

Die Anwendung einer äusseren Elektricitätsquelle bei einem System von zwei polarisirbaren Elektroden veranlasst eine elementare Elektrolyse, welche nur den durch die eine Elektrode condensirten Wasserstoff anwachsen lässt, während sie den der andern durch Verbrennung verringert. Daraus entsteht also eine Kraft, welche der Quelle das Gleichgewicht zu halten sucht und in Bezug auf diese Quelle einen entgegengesetzten Strom gibt.

Das Metall der Elektroden möge sehr wenig oxydirbar sein, wie Platin, oder auch ungemein oxydirbar, wie Magnesium oder Aluminium, so wird diese Verschiebung des Wasserstoffs doch immer die Folge des primären Stromes sein, selbst dann, wenn das Metall der Anode gleichzeitig oxydirt würde. Bei einem oxydirbaren Metall dagegen, das aber nicht den Wasserstoff mit einer Production von Energie absorbirt, wie das Zink z. B., werden diese Phänomene nicht auftreten, wenigstens nicht in so andauernder Weise und bei schwachen Strömen.

Diese Eigenthümlichkeit, den Wasserstoff zu absorbiren oder zu occludiren und dadurch eine Summe freier Energie zu liefern, welche fast alle Erscheinungen der Polarisation erklärt, zeigt sich nicht nur dann, wenn die Metalle, die sie besitzen, die Elektroden eines Stromes sind; es scheint im Gegentheil sehr wahrscheinlich, dass die Zersetzung der Elektrolyte beginnt, sobald der Strom in Gang gesetzt wird und erst dann aufhört, wenn ein besonderes Gleichgewicht hergestellt ist.

Betrachten wir eine Metallscheibe m, welche wir der grösseren Allgemeinheit wegen als oxydationsfähig voraussetzen, wie diejenigen, welche wir prüften, und tauchen wir sie in einen Elektrolyten, der Wasserstoff durch Zersetzung abgibt und dessen Formel wir durch RH darstellen. Wir werden mit T_{mR} und T_{mH} die Summen freier Energie bezeichnen, die bei der betreffenden Temperatur und bei dem betreffenden Drucke durch die Verbindung von m mit einem elektrochemischen Aequivalent von R resp. durch die Absorption eines Aequivalentes von H durch die Scheibe geliefert wird (die Masse dieses Aequivalents ist im Vergleich mit der Scheibe als sehr klein angenommen). Aus dem, was wir oben sagten, geht hervor, dass T_{mH} je nach der Menge des absorbirten Wasserstoffs sich verändern muss; dasselbe wird mit T_{mR} der Fall sein, selbst dann, wenn das Metall mit R nur eine bestimmte Verbindung eingehen würde; denn es könnte diese Verbindung nicht eingehen, ohne die durch die Absorption des Wasserstoffs freigewordene Energie wieder einzubringen.

Ist dies richtig, so werden die veränderlichen Werthe von T_{mR} und T_{mH}, wenn das Gleichgewicht zwischen dem Metall und dem

Elektrolyt hergestellt ist, durch folgende Gleichung ausgedrückt werden können:

$$T_{mR} + T_{mH} - T_{RH} = 0; \tag{1}$$

T_{RH} stellt unter bestimmten Bedingungen die freie Energie dar, welche der Zersetzung des Elektrolyts entspricht.

Nach den Gesetzen der Veränderlichkeit von T_{mR} und T_{mH} (d. h. infolge anderer Beziehungen, die stattfinden) wird dieser unbekannte Gleichgewichtszustand erreicht werden können, oder auch nicht. Kann er nicht erreicht werden, so wird das Metall den Elektrolyten unter Freimachung von Gas zersetzen wie die alkalischen Metalle in Wasser und wie das Zink und das Eisen in angesäuertem Wasser. Dagegen ist es sehr wahrscheinlich, dass das Aluminium in Wasser sich in diesem Zustand des Gleichgewichts befindet.

1. Polarisation. — Die Anwendung einer äusseren elektromotorischen Kraft bei einem System von zwei Elektroden dieser letzteren Art macht in gewissem Sinn die Zersetzung des Elektrolyten mit einem geringeren Aufwand von Arbeit möglich: T_{mR} und T_{mH} nehmen dann neue Werthe an, die der Gleichung

$$T'_{mR} + T''_{mH} - T_{RH} = T_{\varepsilon}$$

entsprechen; durch T_{ε} wird die zum Uebergang eines Aequivalents von der Quelle geleistete Arbeit bezeichnet.

Wird die Quelle entfernt, so bilden die Werthe von T'_{mR}, T'_{mH} eine secundäre Säule, deren Kraft der freien Energie $T'_{mR} + T''_{mH} - T_{RH}$ entspricht, die der der Quelle gleich ist.

Da die Werthe von T'_{mR} und T''_{mH} unter dem Einflusse einer Quelle gewonnen wurden, welche nicht nothwendigerweise gestattet, dass jede Elektrode einzeln ihren eigenen Gleichgewichtsbedingungen genüge, so wird, um genau zu sprechen, kein Gleichgewicht zwischen dem Voltameter und der Säule stattfinden (besonders für höhere Energiewerthe), sondern ein fortwährend veränderlicher Zustand, der durch den Convectionsstrom oder durch die Zerstreuung der Polarisation ausgeglichen wird.

2. Elektromotorische Kräfte. — Wenn wir annehmen, dass die Gleichung 1 den Gleichgewichtszustand eines Metalls im Contact mit einem Elektrolyten darstellt, so wird sie auch ausdrücken, in welchem Maasse die Auflösung (oder Oxydation) dieses Metalles elektrische Energie erzeugen könnte.

Verbindet man in der That, um eine Kette zu bilden, das System: Metall und Elektrolyt mit einem anderen Metall oder mit einem unpolarisirbaren Systeme, so wird die freie Energie, die dem Uebergang

einer Elektricitätsmenge entspräche, die ein Aequivalent frei machen würde, gleich

$$T_{mR} + K$$

sein; K ist für mehrere Systeme positiver Elektroden durch Versuche bekannt und entspricht gut den thermochemischen Werthen. Aber T_{mR}, weit entfernt ein Aequivalent der Lösungswärme des Metalles zu sein, ist, wenn das Metall der Gleichung 1 genügt, kleiner als T_{RH}, denn T_{mH} ist eine positive Grösse.

Wir wollen uns nicht weiter über die Consequenzen dieser Gleichung 1 aussprechen. Man könnte, z. B. in der Unbestimmtheit, in welcher sie die Werthe der beiden Energien lässt, die Erklärung des schwankenden Charakters der elektromotorischen Kraft (bei offenem Stromkreis) suchen, welche alle Säulen von löslichen, polarisationsfähigen Metallen zeigen. Ohne diese Fragen wirklich zu lösen, können wir doch alle diese Betrachtungen zusammenfassen, indem wir sagen, dass sie uns die Passivität, die Polarisation in wässrigen Lösungen und die Unzulänglichkeit der elektrischen Energie als die Folgen der Eigenschaft ansehen lassen, welche eine grosse Zahl von Metallen besitzt, Wasserstoff unter Erzeugung freier Energie zu absorbiren.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 24. Februar 1885.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. K. Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Es sprach Herr Reg.-Rath Prof. Dr. T. v. Oppolzer über das Siriusjahr der Aegypter. Hierauf zeigte Herr Prof. V. Pierre ein neues Vorlesungsgalvanometer und führte mit demselben mehrere Vorlesungsversuche aus.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Sekretär.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 10. März 1885.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. K. Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Prof. Franz Exner spricht

Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der Grösse der Moleküle.

Der Vortragende weist zunächst darauf hin, dass sich aus der Dielektricitätsconstante eines gasförmigen Mediums ein Schluss auf die Moleculargrösse desselben ziehen lasse; bezeichnet k diese Dielektricitätsconstante, so ist

$$v = \frac{k-1}{k+2}$$

nichts anderes als der in Cubikcentimetern ausgedrückte Raum, den die Materie des Mediums, dessen scheinbares Volumen gleich 1^{ccm} beträgt, wirklich occupirt. Dieser Ausdruck gilt aber nur unter der Voraussetzung, dass die kleinsten Partikelchen des Mediums kugelförmig, gleichmässig vertheilt und gut leitend sind, während der Zwischenraum als isolirend betrachtet wird. Diese Voraussetzung der Kugelform der leitenden Partikeln ist von Wichtigkeit für die Schlüsse, die sich aus den gewonnenen Resultaten ziehen lassen.

Die Gastheorie liefert uns für den Moleculardurchmesser σ die Formel:

$$\sigma = 6\sqrt{2} \cdot v \cdot L,$$

wo L die mittlere Weglänge und v obigen Bruch bedeutet. Diese Formel ist dieselbe, welche seiner Zeit Loschmidt zur ersten Bestimmung der Grösse σ verwendete, und der Werth von v ist das, was er „Condensationscoefficient“ genannt hat. Da dieser Werth durch directe Beobachtung an condensirten Gasen erstens nur schwer zu bestimmen ist, zweitens aber immer beträchtlich zu gross gefunden werden muss, wegen der auch im flüssigen Zustande jedenfalls noch vorhandenen Zwischenräume, so scheint es ein Vorzug der hier mitgetheilten Methode, denselben direct für beliebige gasförmige Körper zu geben. Obwohl die Bestimmung der Dielektricitätsconstante für solche im allgemeinen keinerlei Schwierigkeiten bietet, so wird man sich doch noch eine sehr wesentliche Vereinfachung durch folgendes gestatten können.

Es hat Maxwell aus seiner Lichttheorie geschlossen, dass die Dielektricitätsconstante eines Isolators mit dem Quadrate des Brechungsexponenten desselben identisch sei, und die darüber gesammelten Beobachtungen, z. B. die sehr exacten Messungen Boltzmann's an Gasen, haben eine wenn auch nicht vollkommene, so doch für die vorliegenden Zwecke genügende Bestätigung dieser Annahme ergeben. Wenn wir also an Stelle der Dielektricitätsconstante das Quadrat des Brechungsexponenten n einführen (für sehr grosse Wellenlänge), so haben wir

$$v = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

und

$$\sigma = 6\sqrt{2} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot L.$$

Die mittleren Weglängen L sind für die verschiedenen Gase und Dämpfe aus mancherlei Versuchen bekannt, aus den Reibungs- und Transspirationsversuchen, sowie aus den Experimenten über Diffusion; die aus letzteren abgeleiteten Werthe scheinen einen grösseren Grad von Genauigkeit zu besitzen, wie die durch Reibungsversuche erhaltenen.

In der nachfolgenden Tabelle sind die Grössen von σ enthalten, wie sie sich aus den Beobachtungen ergeben; wo es möglich war, wurden zur Berechnung von v die Dielektricitätsconstanten selbst benutzt, sonst die Brechungsexponenten. Für die L wurden die Zahlen aus Reibungsversuchen und, wo es möglich war, auch die aus der Diffusion erhaltenen zu Grunde gelegt. Die Zahlen für σ sind mit 10^{-9} zu multipliciren und beziehen sich auf das Centimeter als Einheit.

Tab. I.

Gas	$v = \frac{k-1}{k+2}$	$\frac{\sigma}{L}$ aus Diffusion	$\frac{\sigma}{L}$ aus Reibung
Luft . . .	0,00017	10	14
CO_2	0,00031	13	17
H_2	0,000087	10	14
CO	0,00023	13	19
N_2O . . .	0,00033	12	19
CH_4	0,00031	—	21
C_2H_4	0,00044	—	21
	$v = \frac{n^2-1}{n^2+2}$		
NH_3 . . .	0,00026	—	16
H_2O . . .	0,00017	—	9
N_2	0,00020	—	17
NO	0,00020	—	16
O_2	0,00018	—	16
H_2S	0,00043	—	22
HCl . . .	0,00030	—	18
C_2N_2 . . .	0,00056	—	19
SO_2	0,00044	—	17
Cl_2	0,00051	—	19
S_4	0,00108	—	—
P_4	0,00091	—	—
Hg	0,00037	—	—

Was die Uebereinstimmung dieser Zahlen mit den bisherigen Angaben anlangt, wäre folgendes zu erwähnen. Die wirkliche Raumerfüllung, wie sie sich aus den Formeln $v = \frac{k-1}{k+2}$ oder $v = \frac{n^2-1}{n^2+2}$ ergibt, fällt, wie zu erwarten war, durchwegs kleiner aus als die bisher angenommenen Condensationscoefficienten; so beträgt letzterer z. B. für CO_2 0,00198 gegen 0,00031 obiger Tabelle, und ähnlich bei den übrigen condensirbaren Gasen. Die Grösse σ aus den Condensationscoefficienten berechnet, muss daher beträchtlich zu gross gefunden werden. Es erhielt Loschmidt für CO_2 z. B. $\sigma = 114 \cdot 10^{-9}$, während aus obiger Tabelle nur der Werth $13-17 \cdot 10^{-9}$ folgt. Van der Waals findet für CO_2 $\sigma = 18 \cdot 10^{-9}$, für H_2 $\sigma = 14 \cdot 10^{-9}$ und für Luft $\sigma = 30 \cdot 10^{-9}$, Werthe, welche dem hier gegebenen sehr nahe

kommen. Rühlmann findet für N_2 $\sigma = 34 \cdot 10^{-9}$, für CO_2 $\sigma = 16 \cdot 10^{-9}$ und für H_2 $\sigma = 41 \cdot 10^{-9}$, und Hodges berechnet aus der zum Verdampfen benöthigten Energie beim Wasser den Werth $\sigma = 10 \cdot 10^{-9}$. Auf speciellen Voraussetzungen basirend, findet schliesslich W. Thomson, dass σ bei Zn und Cu nicht kleiner sein können als 10^{-9}, welcher Grenze die hier mitgetheilten Werthe sich schon merklich nähern.

Aus den oben mitgetheilten Zahlen für v lassen sich die relativen Raumerfüllungen durch die die Gase constituirenden Atome finden; man erhält so die folgende Tabelle:

Tab. II.

	H	4,4
	N	10
	O	9
	Cl	25
	S	27
	P	23
	Hg	37
aus (CO — O)	C	14

Diese Zahlen stimmen gut mit jenen, die für die Raumerfüllung von Loschmidt gegeben wurden:

H	3,5
Cl	22,8
S	26,0
C	14,0

Berechnet man für die übrigen Gase, für welche die Raumerfüllung v bestimmt wurde, dieselbe aus den obigen Zahlen für die Constituenten, so kommt man zu einer durchwegs guten Uebereinstimmung mit der Beobachtung.

Aus den für v gewonnenen Zahlen lassen sich noch Schlüsse ziehen, auf die hier kurz hingewiesen werden soll. Kennen wir für irgend eine Substanz die Grösse v und das specifische Gewicht, so gibt die Division beider Grössen uns an, wieviel ein Cubikcentimeter, wenn er mit der betreffenden Substanz vollkommen ohne Zwischenräume ausgefüllt würde, in Grammen wiegen würde. Nennt man diese Grösse das wahre specifische Gewicht (W. Sp. G.), so ergibt sich aus den schon mitgetheilten Zahlen und den bekannten Dichten noch folgende Tabelle:

Tab. III.

Substanz	W. Sp. G. ($H_2O = 1$)
H_2	1,02
CH_4	2,32
C_2H_4	2,86
NH_3	2,92
SH_2	3,54
OH_2	4,71
ClH	5,40
Luft	7,58
CO	5,44
CO_2	6,36
NO	6,70
N_2O	6,00
Cl_2	6,26
S_4	5,32
P_4	6,16
N_2	6,30
O_2	7,89
C_2N_2	4,16
SO_2	6,59
Hg	24,32

Auch hier lassen sich wieder unter Berücksichtigung der Tabelle II für die einzelnen Constituenten die wahren specifischen Gewichte angeben. Man erhält:

Tab. IV.

Substanz	W. Sp. G. ($H_2O = 1$)
H_2	1,02
C	3,84
(Diamant)	5,58
S_4	5,32
P_4	6,16
Cl_2	6,26
N_2	6,30
O_2	7,89
Hg	24,32

Die Werthe der Tabelle III zerfallen in vier Gruppen: die Gruppe I wird gebildet durch H_2, Gruppe II durch die Verbindungen des H_2, Gruppe III enthält Verbindungen von C, O_2, N_2, Cl_2, S_4 und P_4, mit dem ungefähr constanten Werthe 6, Gruppe IV bildet das Hg. Berechnet man aus den Constituenten der Tabelle IV die Werthe der Tabelle III, so zeigt sich wieder eine durchgehende Uebereinstimmung.

Es liegen bekanntlich schon eine Reihe von directen Bestimmungen des specifischen Gewichtes verflüssigter Gase vor, deren wahrscheinlichste Werthe folgende sind:

Tab. V.

Substanz	Sp. G. ($H_2O = 1$)
O_2	0,9
N_2O	0,9
NH_3	0,6
H_2	0,88—0,60
Cl_2	1,33
C_2N_2	0,87
Feste CO_2	1,92

Man sieht, dass diese Werthe alle noch beträchtlich hinter jenen der Tabelle III zurückbleiben, was beweist, dass bei den verflüssigten Gasen noch ein grosser Theil des scheinbaren Volumens von Materie nicht erfüllt ist. Am nächsten dem W. Sp. G. kommt das beobachtete des flüssigen H_2; die Zahl 0,88 stammt von Graham und bezieht sich auf den im Palladium condensirten H_2.

Es ist von Interesse, aus den physikalischen Constanten flüssiger Isolatoren (aus den Brechungsexponenten und Dichten) direct die W. Sp. G. derselben zu berechnen und mit den aus Tabelle III und IV entnommenen zu vergleichen. Folgende Beispiele mögen genügen:

H_2O	Benzol	Terpentinöl	Diamant
$n = 1{,}329$	$n = 1{,}490$	$n = 1{,}466$	$n = 2{,}46$
$d = 1{,}00$	$d = 0{,}885$	$d = 0{,}887$	$d = 3{,}50$
Daraus:	Daraus:	Daraus:	Daraus:
W. Sp. G. = 4,9	W. Sp. G. = 3,1	W. Sp. G. = 3,2	W. Sp. G. = 5,58
berechnet aus	berechnet aus	aus	berechnet aus
$H_2O = 4{,}7$	$C_6H_6 = 3{,}2$	$C_{10}H_{16} = 3{,}0$	$C = 3{,}84$

Der aus den gasförmigen Kohlenstoffverbindungen berechnete Werth für C (3,84) ist viel kleiner als die sonstigen der Gruppe III in Tab. III, während der aus Diamant berechnete (5,58) sich den übrigen Werthen dieser Gruppen gut anschliesst.

Schliesslich soll noch auf folgendes aufmerksam gemacht werden: der Ausdruck $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$ gibt die Raumerfüllung für irgend eine den eingangs erwähnten Bedingungen genügende Substanz an, d. h. in Cubikcentimetern ausgedrückt den in dem scheinbaren Volumen von 1^{ccm} thatsächlich von Materie erfüllten Raum. Wird nun die Substanz comprimirt oder dilatirt, so dass sich ihre Dichte d ändert, so muss

offenbar der Ausdruck $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}$ constant bleiben. Man hat schon seit langem nach einer Relation zwischen n und d gesucht, welche dieser Bedingung genügt; der erste derartige Ausdruck, von Newton aufgestellt, war $\frac{n^2-1}{d}$ und wird seither das specifische Refractionsvermögen der betreffenden Substanz genannt. Dieser Ausdruck wurde lange beibehalten, weil er durch die Experimente von Biot und Arago für Gase vollkommen bestätigt wurde. Für Gase ist aber n^2+2 unter allen Umständen eine von der Zahl 3 nur äusserst wenig abweichende Grösse, so dass unser allgemeiner Ausdruck für diese in $\frac{1}{3}\frac{n^2-1}{d}$ übergeht, was eben der Ausdruck des Biot-Arago'schen Gesetzes ist. Letzteres hat sich für flüssige und feste Körper nicht bestätigt, wie aus dem vorhergehenden auch zu erwarten ist; man ist daher zu allen möglichen anderen empirischen Formeln wie $\frac{n-1}{d}$, $\frac{n-1}{n+2}\cdot\frac{1}{d}$, $\left(\frac{n}{d}-1\right)\cdot\frac{1}{d}$ übergegangen, die alle den Experimenten nur angenähert entsprechen. Die richtige Formel $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}$ steht dagegen mit der Erfahrung in bester Uebereinstimmung, wie dies von Lorenz zuerst durch sehr exacte Messungen nachgewiesen wurde. Auf Grund seiner Theorie des Lichtes kam nämlich Lorenz zu genau demselben Ausdruck für die Raumerfüllung, wie er im vorstehenden gegeben wurde, und es erscheint sehr bemerkenswerth, dass dasselbe Resultat auf zwei ganz heterogenen Wegen erreicht wurde. Um so wünschenswerther wäre es, wenn bei Berechnung der umfangreichen Untersuchungen über Refractionsäquivalente, wie sie in den letzten Jahren geliefert wurden und voraussichtlich noch werden geliefert werden, stets die richtige Formel zur Anwendung käme, die den empirischen Formeln gegenüber auch den Vorzug hat, dass sie der Ausdruck einer bestimmten physikalischen Constante, der Raumerfüllung, ist.

Hierauf spricht Prof. v. Lang

Ueber einen mechanischen Beweis des geometrischen Satzes, dass die Normale an die Ellipse den Winkel der beiden Radienvectoren halbirt.

Ein solcher Beweis, auf kinematische Betrachtungen beruhend, wurde schon von Roberval gegeben, welcher die Geschwindigkeit

eines Punktes auf der Ellipse parallel und senkrecht zu beiden Radienvectoren zerlegte, wo dann die Geschwindigkeiten parallel den beiden Vectoren gleich sein müssen, da ja der eine Vector um so viel zunimmt, als der andere abnimmt.

Um durch statische Ueberlegungen denselben Satz zu beweisen, gehe man von der bekannten Construction der Ellipse mit Hilfe eines Fadens aus, dessen Enden mit den beiden Brennpunkten zusammenfallen. Die Brennpunkte wollen wir uns in verschiedener Höhe denken und den Faden durch einen Ring gezogen, an welchem Ring ein Gewicht mittels eines zweiten Fadens befestigt ist. Es stellt sich dann natürlich ein Gleichgewichtszustand her, bei welchem die verticale Richtung des zweiten Fadens senkrecht zur Ellipse sein muss, also mit der Richtung der Normale zusammenfällt.

Man kann sich aber die Sache auch so vorstellen, dass der Ring unter dem Einflusse dreier Kräfte im Gleichgewicht sei, indem ausser dem Gewichte noch zwei Kräfte nach den Brennpunkten gerichtet auf den Ring wirken. Diese zwei Kräfte durch die Spannung des ersten Fadens repräsentirt, müssen natürlich gleich gross sein und ihre Resultirende wird daher den Winkel, den sie miteinander bilden, halbiren. Da diese Resultirende gleich und entgegengesetzt der dritten Kraft ist, so ist damit der Satz bewiesen.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.

Dr. Ernst Lecher, Secretär.


Gekörnt
staubfrei
weich crystallisirt
eisenfrei
Vorzüglichste Qualität
BRAUNSTEIN 90/95%
Arnstadt i/Th.
Gemahlenen
zur Füllung
v. Elementen
stein bis 95%
liefert
billigst
Wilh. Minner
Braunstein-
HANDLUNG.
(1/5)

XXI. Band. 6. Heft.



REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 6. Heftes.

Ueber die durch zahlreiche, unregelmässig vertheilte Körperchen hervorgebrachten Beugungserscheinungen. Von Dr. Karl Exner. S. 357.
Ueber die Form der Wellenfläche des Lichtes in einem isotropen Medium unter dem Einflusse eines homogenen magnetischen Feldes: vermuthliche Existenz einer eigenthümlichen Doppelbrechung senkrecht zu den Kraftlinien. Von A. Cornu. S. 401.
Die Wirkungsweite von der Molecularkraft der Adhäsion. Von W. Müller-Erzbach. S. 407.
Folgerungen aus einer neuen Hypothese von Kohlrausch über die thermoelektrischen Erscheinungen. Von Angelo Battelli. S. 415.
Ueber eine Methode, die Bildung von Diffractionsstreifen zu erklären. Von S. T. Moreland. S. 420.
Ueber Prof. Edlund's Theorie, dass das Vacuum ein Leiter der Elektricität sei. Von A. M. Worthington. S. 422.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Ueber die durch zahlreiche, unregelmässig vertheilte Körperchen hervorgebrachten Beugungserscheinungen[1].

Von

Dr. Karl Exner.

In einer früheren Abhandlung[2] habe ich Formeln entwickelt, welche sich auf die Beugungserscheinungen beziehen, welche durch die Combination eines Spiegels und einer räumlichen Bestäubung hervorgebracht werden.

Im folgenden veröffentliche ich eine experimentelle Verification dieser Formeln und verbinde damit eine zusammenhängende Darstellung des ganzen Gegenstandes und seiner Literatur.

Die Erscheinungen, um welche es sich hier handelt, zerfallen in zwei Classen: solche, welche durch Beugung an zahlreichen unregelmässig vertheilten Körperchen entstehen, und solche, welche durch doppelte Beugung an dem System der Körperchen entstehen, indem die Strahlen nach der ersten Beugung von einem Spiegel reflectirt werden und ein zweites Mal an denselben Körperchen Beugung erleiden, so dass eine Interferenz der beim ersten und der beim zweiten Durchgange gebeugten Strahlen eintritt. Zu den Erscheinungen der ersten Art gehören die „kleinen Höfe“, zu jenen der zweiten Art die Ringe des Newton'schen Hohlspiegelversuches.

Wenn das Gegentheil nicht besonders bemerkt ist, so wird im folgenden stets die Fraunhofer'sche Beobachtungsmethode vorausgesetzt, bei welcher sowohl die punktförmige Lichtquelle als der Projectionsschirm sich in unendlicher Entfernung befinden. Man genügt diesen beiden Bedingungen, wenn man das von der punktförmigen Spalte des Spaltfernrohrs eines Spectralapparates kommende parallele Strahlen-

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Sitz.-Ber. d. Wiener Akad. Bd. 90 S. 827.

2) Exner, Wied. Ann. Bd. 20 S. 63 (1883).

bündel, nachdem es Beugung erlitten hat, mittels des auf unendlich gestellten Beobachtungsfernrohres untersucht. Diese Methode wurde zuerst von Fraunhofer[1]) auf die Beugungserscheinungen der ersten Art angewendet, später von E. Lommel[2]) auf jene der zweiten Art.

Ehe ich auf den Gegenstand dieser Abhandlung eingehe, erinnere ich an den folgenden, für sehr kleine Oeffnungen giltigen Satz[3]).

Projicirt man eine schief gegen die directen Strahlen stehende Beugungsöffnung auf eine Ebene, welche durch einen beliebigen Punkt der Oeffnung geht und auf den directen Strahlen senkrecht steht, so ist der in irgend einer Richtung durch die gegebene Oeffnung resultirende gebeugte Strahl identisch mit jenem, welchen eine andere, mit der Projection zusammenfallende Oeffnung in derselben Beugungsrichtung hervorbringen würde.

I. Beugung durch eine Doppelöffnung.

Man nehme an, es finde die Beugung statt an zwei gleichen und gleichliegenden Oeffnungen, oder, in Rücksicht auf den in der Einleitung erwähnten Satz, an zwei sehr kleinen Oeffnungen, deren Projectionen gleich und gleichliegend sind.

Um das Beugungsbild zu erhalten, setze man die von einer der Oeffnungen in ein und derselben Richtung gehenden gebeugten Strahlen zu einem resultirenden gebeugten Strahle S_1 zusammen und die derselben Richtung entsprechenden Strahlen der anderen Oeffnung zu einem resultirenden Strahle S_2.

Sind nun: $2e$ die gegenseitige Entfernung zweier homologer Punkte der beiden Oeffnungen, bezw. ihrer Projectionen, γ und φ die Winkel der directen und der gebeugten Strahlen mit der Richtung der Linie $2e$, so findet man leicht für die Wegdifferenz der Strahlen S_1 und S_2:

$$\varDelta = 2e(\cos\gamma - \cos\varphi). \tag{I}$$

Bedeutet also i die dem Strahle S_1 entsprechende Intensität, so hat man für die aus der gegenseitigen Interferenz der Strahlen S_1 und S_2 hervorgehende Intensität:

$$J = 2i\left(1 + \cos 2\pi \frac{2e(\cos\gamma - \cos\varphi)}{\lambda}\right),$$

---

1) Fraunhofer, Schumacher, Astron. Abh. Bd. 3 (1824).

2) E. Lommel, Pogg. Ergbd. 8 (1878).

3) K. Exner, Wied. Ann. Bd. 9 (1880).

oder, wenn man mit Lommel

$$\frac{2\pi}{\lambda}(\cos\gamma - \cos\varphi) = s \tag{II}$$

setzt, also dass s eine Function der Beugungsrichtung ist,

$$J = 2i(1 + \cos 2es). \tag{III}$$

Man erhält demnach zwei Systeme Interferenzfransen. Eines entspricht den Maximis und Minimis des Factors i und ist identisch mit dem durch eine einzige der Oeffnungen hervorgebrachten Fransensysteme. Das zweite entspricht den Maximis und Minimis des Factors $(1 + \cos 2es)$ und entsteht durch die Interferenz der von der einen Oeffnung kommenden gebeugten Strahlen mit den von der anderen Oeffnung kommenden. Das erste Fransensystem hängt lediglich von der Gestalt der Oeffnungen oder ihrer Projectionen ab, das zweite lediglich von ihrer Lage, d. i. von der Lage und Länge der Linie $2e$.

Die Maxima und Minima des zweiten Fransensystems sind der Lage nach durch die Gleichung

$$\cos\varphi = \cos\gamma - k\frac{\lambda}{4e} \tag{IV}$$

gegeben, wenn k alle ganzen Zahlen mit Einschluss der Null und der negativen Zahlen bedeutet.

Diese Gleichung lehrt:

Die Interferenzlinien sind concentrische Kreise, deren gemeinsamer Mittelpunkt in der Richtung der Linie $2e$ liegt.

Da das Bild der Lichtquelle im allgemeinen nicht in dieser Richtung liegt, möge dieses Ringsystem das excentrische Ringsystem heissen.

Unter den hellen Ringen, welche den geraden Werthen von k entsprechen, während die dunkeln den ungeraden, ist der 0te Ring ausgezeichnet, für welchen $k = 0$ und $\varphi = \gamma$. Da sein Radius φ von der Wellenlänge unabhängig ist, ist er ein achromatischer Ring. Er geht durch das Bild der Lichtquelle und ist bei Anwendung weissen Lichtes zu beiden Seiten roth gesäumt. Er scheidet die übrigen Ringe in äussere und innere. Die äusseren entsprechen den positiven Werthen von k, ihre Radien sind grösser als der des achromatischen Ringes und sie erscheinen aussen roth gesäumt. Die inneren Ringe entsprechen den negativen Werthen von k, ihre Radien sind kleiner als der des achromatischen Ringes und sie sind innen roth gesäumt.

Die Ringe befolgen dasselbe Gesetz wie jene des Newton'schen Farbenglases: die Ringfläche ist constant.

Fig. 1 stellt die beiden Ringsysteme für kreisförmige Oeffnungen dar. a ist das Bild der Lichtquelle, bc der achromatische Ring. Die mit a concentrischen Ringe bilden die Beugungserscheinung einer einzigen Oeffnung. Von den excentrischen Ringen sind nur Fragmente zu sehen, da die Beugungserscheinungen immer nur in der Nähe des Bildes der Lichtquelle sichtbar sind. In der Figur ist vorausgesetzt, dass der Winkel der Linie $2e$ mit der Richtung der directen Strahlen einen von 0 und $\frac{\pi}{2}$ verschiedenen Werth habe. Wäre dieser Winkel gleich 0, so würden die beiden Ringsysteme concentrisch, wäre er gleich $\frac{\pi}{2}$, so würde das excentrische Ringsystem in eine Schaar paralleler Streifen degeneriren.

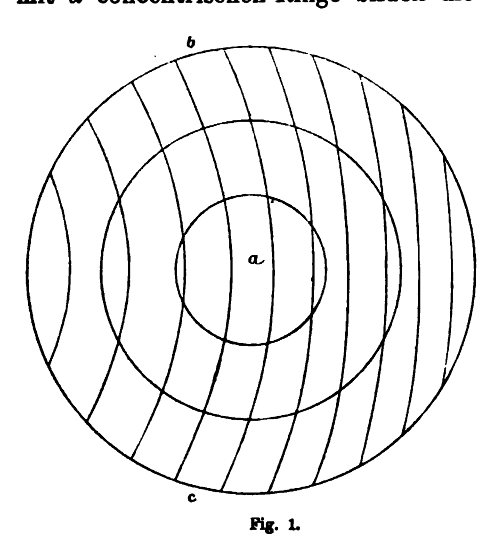


Fig. 1.

Wenn, wie dies bei den folgenden Anwendungen stets vorausgesetzt sein wird, die Entfernung $2e$ sehr gross ist im Vergleiche mit den Dimensionen einer Oeffnung, so werden die excentrischen Ringe so schmal, dass sie der Wahrnehmung entgehen. Eine Ausnahme findet nur in dem Falle statt, wo die Linie $2e$ ganz oder nahe mit der Richtung der directen Strahlen parallel ist. Da dieser Fall bei den folgenden Anwendungen ausschliesslich in Betracht kommt, möge darauf hingewiesen sein, dass in diesem Falle die Streifenbreite der beiden Ringsysteme von derselben Grössenordnung wird, wenn die Entfernung $2e$ im Vergleiche mit den Dimensionen einer Oeffnung sehr gross ist. So reducirt sich, wenn die Oeffnungen hinter einander liegen, die Breite des ersten Ringes des excentrischen Systems erst bei einer gegenseitigen Entfernung $2e = 4^{m}$ auf eine Winkelminute. Ist b die Breite des $k$ten Streifens dieses Ringsystems, wenn die Oeffnungen neben einander liegen, und B die Breite desselben Streifens, wenn sie hinter einander liegen, so findet man aus Gl. IV:

$$b : B = \sqrt{\frac{\lambda}{2e}} : (\sqrt{k+2} - \sqrt{k}).$$

2. Beugung durch zahlreiche, unregelmässig vertheilte Oeffnungen.

Man setze nun voraus, dass die Beugung durch zahlreiche, unregelmässig vertheilte Oeffnungen stattfinde, mögen dieselben in einer Ebene liegen oder nicht. Der letztere Fall wäre wohl schwer experimentell darzustellen, er erhält aber seine experimentelle Bedeutung dadurch, dass es nach dem Babinet'schen Principe gestattet ist, an Stelle der Oeffnungen gleichgestaltete Schirmchen oder Körperchen zu setzen.

Nun gehen in jeder Beugungsrichtung, wenn n Oeffnungen vorhanden sind, ebenso viele, diesen Oeffnungen entsprechende parallele Bündel gebeugter Strahlen, deren jedes einen resultirenden Strahl S gibt, welchem eine Intensität i entprechen möge. Es handelt sich darum, die Strahlen $S_1 \cdots S_n$ zu einem resultirenden Strahle zusammenzusetzen.

Um dies zu bewerkstelligen, kann man von jenem Satze[1]) Gebrauch machen, nach welchem Schwingungen wie Kräfte zusammengesetzt und zerlegt werden können.

Sind also S_p, S_q zwei beliebige der Strahlen S, ferner a_p, a_q die Amplituden, und α_p, α_q die Phasenwinkel dieser Strahlen, so resultirt aus der gegenseitigen Interferenz sämmtlicher Strahlen S eine Intensität:

$$J = [\Sigma(a \cos\alpha)]^2 + [\Sigma(a \sin\alpha)]^2$$

oder

$$J = \Sigma(a^2) + 2\Sigma[a_p a_q \cos(\alpha_p - \alpha_q)], \tag{V}$$

wo im letzten Gliede sich das Zeichen Σ auf alle Combinationen zweier der n Oeffnungen erstreckt.

Die Intensität setzt sich also aus zwei Theilen zusammen. Der erste, $\Sigma(a^2)$, stellt die Summe der von den einzelnen Oeffnungen gelieferten Intensitäten vor, der zweite, $2\Sigma[a_p a_q \cos(\alpha_p - \alpha_q)]$ ist von der Vertheilung der Oeffnungen abhängig und kann positiv oder negativ sein.

Es möge nun angenommen werden, dass die gegenseitigen Entfernungen je zweier beliebigen der Oeffnungen im Vergleiche mit den gegenseitigen Entfernungen zweier Punkte ein und derselben Oeffnung sehr gross seien.

Es ergibt sich hieraus, dass in dem für die Intensität gefundenen Ausdrucke V das erste Glied verhältnismässig sehr langsam, und das zweite Glied verhältnismässig sehr rasch mit der Beugungsrichtung variirt.

1) Verdet-Exner, Optik Bd. 1 S. 118.

Nimmt man ferner an, dass das Beugungsbild unter einer Vergrösserung beobachtet werde, welche die den langsamen Variationen des ersten Gliedes des Ausdruckes V entsprechenden Maxima und Minima der Helligkeit deutlich wahrnehmen lässt, so wird man die dem zweiten Gliede entsprechenden Maxima und Minima der Helligkeit ihrer Gedrängtheit wegen nicht mehr unterscheiden, sondern nur eine mittlere Intensität wahrnehmen.

Verstehen wir nunmehr, und im folgenden stets, unter J diese mittlere Intensität, so haben wir, um dieselbe auf einem Flächenstücke σ des Beugungsbildes zu berechnen, welches als klein angenommen wird in Bezug auf die langsamen Variationen von $\Sigma(a^2)$, so dass diese Grösse auf σ als constant angesehen werden kann, jedoch als gross in Bezug auf die raschen Variationen von $2\Sigma[a_p a_q \cos(\alpha_p - \alpha_q)]$, so dass viele Maxima und Minima dieser Grösse auf σ fallen, für die mittlere Intensität auf σ:

$$J = \Sigma(a^2) + \frac{2}{\sigma} \Sigma[a_p a_q \int\int \cos(\alpha_p - \alpha_q)\, d\sigma],$$

wo sich die Integrale über das Flächenstückchen σ erstrecken, das erste Summenzeichen auf sämmtliche Oeffnungen und das zweite Summenzeichen auf alle Combinationen je zweier Oeffnungen. Man sieht nun leicht[1]), dass jedes der Integrale $\int\int \cos(\alpha_p - \alpha_q)\, d\sigma$ in eine grosse Zahl abwechselnd positiver und negativer Integrale zerfällt, von welchen jedes dem folgenden numerisch gleich ist.

Es folgt:

$$\int\int \cos(\alpha_p - \alpha_q)\, d\sigma = 0$$

und

$$J = \Sigma(a^2)$$

oder

$$J = \Sigma(i). \qquad \text{(VI}$$

Das heisst:

Für eine grosse Zahl unregelmässig vertheilter Oeffnungen ist die Intensität an jeder Stelle des Beugungsbildes gleich der Summen der Intensitäten, welche von den einzelnen Oeffnungen für sich an dieser Stelle hervorgebracht würden.

Es findet also, kurz gesagt, eine Summation der elementaren Helligkeiten statt.

Es wurde angenommen, dass die vom zweiten Gliede des für die Intensität gefundenen Ausdruckes V herrührenden, durch die gegen-

1) K. Exner, Wied. Ann. Bd. 11 (1880).

seitige Interferenz der von verschiedenen Oeffnungen kommenden resultirenden gebeugten Strahlen entstehenden Maxima und Minima der Helligkeit ihrer Gedrängtheit wegen der Beobachtung entgehen. Dies war in der That der Fall, ehe das Vorhandensein dieser Maxima und Minima sich theoretisch ergeben hatte[1]). Später wurden dieselben durch hinreichende Reducirung der Ausdehnung der Lichtquelle wahrnehmbar gemacht (l. c.). Es zeigt sich eine feine Granulation des Beugungsbildes.

Sind insbesondere sämmtliche Oeffnungen gleich gestaltet, gleich gross und gleich orientirt, so ergibt sich aus Gl. VI:

$$J = ni. \qquad \text{(VII}$$

Das heisst: Das durch zahlreiche (n) unregelmässig vertheilte Oeffnungen von gleicher Gestalt, Grösse und Orientirung hervorgebrachte Beugungsbild unterscheidet sich von jenem einer einzigen der Oeffnungen (abgesehen von der Granulation) nur durch eine n-mal grössere Intensität, mögen die Oeffnungen in einer Ebene liegen oder nicht.

Dieser letztere Satz wurde unter Voraussetzung kreisförmiger Oeffnungen zuerst von Verdet[2]) abgeleitet. Indem aber Verdet bei der Ableitung nicht correct verfuhr (l. c.), entging ihm das Vorhandensein der Granulation. Bis dahin hatten alle Physiker ohne Ausnahme das Princip der Summation der elementaren Helligkeiten ihren theoretischen Betrachtungen stillschweigend zu Grunde gelegt und die Experimente hatten nicht widersprochen. Verdet war der Erste, welcher bemerkte, dass dieses Princip durchaus nicht selbstverständlich sei und daran ging, die Rechnung auf strengerer Grundlage durchzuführen, eine Intensitätsformel aufzustellen, und zu erklären, wie es möglich sei, dass völlig unregelmässig vertheilte Oeffnungen vollkommen regelmässige Beugungsringe geben. Verdet verificirte sein theoretisches Resultat, indem er vor das Objectiv des Fernrohres einen Schirm mit vielen kreisförmigen Oeffnungen von gleichem Radius, aber unregelmässiger Vertheilung brachte.

3. Beugung durch zahlreiche, unregelmässig vertheilte Doppelöffnungen.

Es ist leicht, die Erscheinung einer Doppelöffnung, welche unter 1. berechnet wurde, experimentell hervorzubringen. Ein Staniolblatt,

---

1) K. Exner, Wien. Akad. Ber. Bd. 76 (1877).

2) E. Verdet, Ann. d. chim. e. d. phys. (3) vol. XXXIV (1852).

an welchem mittels einer Stecknadel zwei Oeffnungen angebracht worden sind, zeigt vor dem Objectiv des Fernrohres die bekannten Ringe und geradlinigen Streifen. Zerschneidet man hierauf das Staniolblatt in zwei Theile, deren jeder eine der Oeffnungen enthält, belässt einen der beiden Theile in seiner Lage und verschiebt den anderen Theil in der Richtung der Lichtstrahlen, beispielsweise um 25^{cm}, so bleiben die Ringe unverändert, während sich die Streifen kreisförmig krümmen, so dass das in Fig. 1 versinnlichte Bild entsteht[1]).

Dasselbe Beugungsbild erhält man nach dem Babinet'schen Principe, wenn man an die Stelle der Oeffnungen Körperchen setzt. Auch kann man ein solches Doppelkörperchen durch ein einziges Körperchen ersetzen, wenn man einen ebenen Spiegel so anbringt, dass die Strahlen, welche an dem Körperchen Beugung erlitten haben, nach der Reflexion von dem Spiegel an demselben Körperchen eine zweite Beugung erleiden.

Combinirt man schliesslich in gleicher Weise ein System zahlreicher, unregelmässig vertheilter Körperchen mit einem ebenen Spiegel, so dass die Strahlen zwei Mal, vor und nach der Reflexion, an demselben System der Körperchen Beugung erleiden, so ist die Wirkung äquivalent einer Beugung durch ein System zahlreicher, unregelmässig vertheilter Doppelöffnungen, welche so liegen, dass die Verbindungslinien ($2e$) homologer Punkte der Oeffnungen einer Doppelöffnung in dem ganzen Systeme dieselbe Richtung (parallel der Spiegelnormale) haben.

Es möge also ein System sehr vieler, unregelmässig vertheilter Doppelöffnungen vorausgesetzt werden und möge angenommen werden, dass die Linie $2e$ für alle Doppelöffnungen dieselbe Richtung habe. Eine einzige der Doppelöffnungen gibt die beiden Interferenzsysteme, welche unter 1. beschrieben worden sind. Da bei den Versuchen die gegenseitige Entfernung der beiden Oeffnungen einer Doppelöffnung sehr gross ist im Vergleiche mit den Dimensionen einer Oeffnung, so muss, wenn beide Interferenzsysteme deutlich sichtbar sein sollen, nach 1. die weitere Bedingung erfüllt sein, dass die Linien $2e$ ganz oder nahezu mit den directen Strahlen parallel seien, oder dass, wenn ein Spiegel angewendet wird, die directen Strahlen nahe mit der Spiegelnormale zusammenfallen. Was die gegenseitige Interferenz der resultirenden gebeugten Strahlen betrifft, welche von verschiedenen Doppelöffnungen kommen, so lässt sich genau dieselbe Betrachtung anstellen, welche unter 2. für zahlreiche, unregelmässig vertheilte Oeffnungen angestellt worden ist, nur dass

1) K. Exner, Wien. Akad. Ber. Bd. 72 (1875).

jetzt immer an die Stelle der Oeffnung das Oeffnungspaar tritt[1]). Das durch das System der Doppelöffnungen hervorgebrachte Beugungsbild entspricht demnach der Uebereinanderlagerung der elementaren, durch die einzelnen Oeffnungspaare hervorgebrachten Beugungsbilder, nur dass auch dieses Phänomen die oben besprochene Granulation zeigt.

Bedeutet also j die einer einzigen der Doppelöffnungen entsprechende Intensität, so hat man:

$$J = \Sigma(j).$$

Bezeichnet man ferner durch i die von einer einzigen Oeffnung einer der Doppelöffnungen herrührende Intensität, so erhält man nach Gl. III:

$$J = \Sigma[2i(1 + \cos 2es)]. \qquad \text{(VIII}$$

4. Das Babinet'sche Princip.

Indem Fraunhofer (l. c.) daran ging, die Erscheinung der kleinen Höfe zu erklären, machte er die Bemerkung, dass ein schmaler, undurchsichtiger Schirm dieselbe Beugungserscheinung zeigt, wie eine gleich breite Spaltöffnung. Hierdurch wurde es ihm wahrscheinlich, dass durch die Beugung des Lichtes an den Dunstkügelchen dieselben Farbenringe hervorgebracht würden, wie durch die Beugung bei einer runden Oeffnung von demselben Durchmesser. Um hierüber Gewissheit zu erlangen, brachte er zunächst ein kleines, rundes Blättchen vor das Objectiv des Fernrohres und richtete dieses nach einem entfernten Lichtpunkte in der Erwartung, die Beugungserscheinung einer kreisrunden Oeffnung zu erhalten. Indem er jedoch keine Farbenringe erhielt, schrieb er dies der grossen Menge und Intensität des ungebeugten Lichtes zu. Indessen dürfte die wahre Ursache in der grossen Menge des unregelmässig gebeugten Lichtes zu suchen sein. An anderer Stelle[2]) habe ich gezeigt, wie man den Apparat einzurichten habe, um die Beugungserscheinungen einzelner, beliebig gestalteter, opaker Schirmchen zu erhalten. Fraunhofer half sich damit, dass er sehr viele, kreisrunde Staniolblättchen von gleichem Radius unregelmässig zwischen zwei Plangläser brachte, um die Intensität der Erscheinung zu steigern. Man sieht, dass Fraunhofer instinctiv von dem Principe der Summation der elementaren Helligkeiten Gebrauch machte. Er nahm nun in der That jene Ringe wahr, welche auch eine kreisrunde Oeffnung vom Radius eines der Schirmchen gegeben haben

1) K. Exner, Wied. Ann. Bd. 11 (1880).
2) K. Exner, Wien. Akad. Ber. Bd. 76 (1877).

würde. Denselben Versuch und mit gleich gutem Erfolge machte er mit Glaskügelchen. Man sieht, wie Fraunhofer durch seine Beobachtungen auf die Spur des Babinet'schen Princips kam, ohne jedoch seine Resultate zu verallgemeinern und als Princip auszusprechen.

War Fraunhofer bei seinen experimentellen Studien an jenes Princip herangelangt, nach welchem, ebene Wellen vorausgesetzt, Schirmchen dieselben Beugungsbilder geben, wie gleichgestaltete Oeffnungen, so erkannte im Gegentheile Babinet[1]), ebenfalls bei seinen Studien über die kleinen Höfe, sofort dieses Princip a priori, und sprach es als solches aus. Ich lasse die betreffende Stelle folgen:

„Den Schlüssel zu diesen Erscheinungen gibt ein scheinbar paradoxes Princip der Optik, welches sich folgendermaassen aussprechen lässt: Entsteht auf der Netzhaut des Auges ein Bild eines leuchtenden Punktes, und befindet sich im Gange der Strahlen ein kleines undurchsichtiges Körperchen, so ist die Wirkung genau dieselbe wie die einer Beugungsöffnung von der Gestalt des Körperchens, so dass dieses nicht, wie man glauben möchte, Verdunkelung, sondern im Gegentheile Erhellung hervorbringt. Dieses Paradoxon findet seine einfache Erklärung in der Wellentheorie. Aus der Interferenzlehre ist bekannt, dass der wirksame Theil einer Welle sich auf einen kleinen Kreis von solchem Radius reducirt, dass zwischen den beiden Strahlen, welche von der Mitte des Kreises und seiner Peripherie kommen, ein Gangunterschied gleich $\frac{\lambda}{4}$ besteht, während der ganze übrige Theil der Welle sich selbst durch Interferenz zerstört. Unterdrückt man nun durch die Interposition des Körperchens einen Theil der Welle, welcher nöthig ist zur Zerstörung benachbarter Wellentheile, so werden diese selbst wieder wirksam und man gelangt zu dem Theorem, dass das Körperchen in Wirklichkeit so viel Licht erzeugt, als es unterdrücken zu sollen scheint."

Dieses Babinet'sche Princip wurde später auch von Verdet (l. c.) seiner Berechnung der kleinen Höfe und von mir selbst der Berechnung des Newton'schen Hohlspiegelversuches zu Grunde gelegt. Ich habe an anderem Orte[2]) dieses Princip in sehr allgemeiner Weise ausgesprochen und begründet, derart, dass sich der Satz aussprechen lässt: Alle in dieser Abhandlung bisher für Oeffnungen erhaltenen Resultate bleiben gültig, wenn an Stelle der Oeffnungen gleichgestaltete Körperchen ge-

1) Babinet, C. R. 1837.
2) K. Exner, Wied. Ann. Bd. 17 (1882).

dacht werden. Unter gleichgestalteten Körperchen ist aber folgendes zu verstehen: Denkt man durch einen Punkt einer sehr kleinen Oeffnung eine Ebene senkrecht zur Richtung der directen Strahlen gelegt, und die Oeffnung auf diese Ebene projicirt, so ist nöthig, dass die Projection des Körperchens auf diese Ebene mit der Projection der Oeffnung zusammenfalle, und dass das Körperchen von der Ebene geschnitten werde.

Man gelangt also insbesondere zu den folgenden Resultaten.

Zwei identische und gleichliegende Körperchen liefern in einer gegebenen Beugungsrichtung zwei resultirende gebeugte Strahlen, deren Wegdifferenz durch Gleichung I gegeben ist. Sind die Körperchen sehr klein, so ist nur nöthig, dass ihre Projectionen die gedachten Bedingungen erfüllen. In Gleichung I bedeutet nun $2e$ den Abstand zweier homologer Punkte der beiden Projectionen. Ein solches Paar von Körperchen möge ein Doppelkörperchen heissen.

Das durch ein Doppelkörperchen hervorgebrachte Beugungsbild ist gegeben durch die Gleichungen II und III, wo i die durch eines der Körperchen für sich hervorgebrachte Intensität bedeutet. Man erhält demnach die beiden unter 1. beschriebenen Systeme von Interferenzfransen.

Das durch zahlreiche, unregelmässig vertheilte Körperchen oder Doppelkörperchen hervorgebrachte Beugungsbild zeigt eine Granulation. Die (mittlere) Intensität dieser Beugungsbilder ist für jede Stelle des Beugungsbildes gegeben durch die Gleichungen VI und VIII.

5. Die kleinen Höfe.

Die Beugungsbilder, welche durch zahlreiche, unregelmässig längs einer Ebene oder räumlich vertheilte, Schirmchen oder Körperchen hervorgebracht werden, unterliegen einer sehr einfachen Theorie. Nach dem Principe der Summation der elementaren Helligkeiten hat man an jeder Stelle des Beugungsbildes die Summe der durch die einzelnen Körperchen für sich hervorgebrachten Intensitäten, und diese Intensitäten sind wieder nach dem Babinet'schen Principe identisch mit den durch gleichgestaltete Oeffnungen hervorgebrachten.

Man hat demnach, wie schon bemerkt, die Intensitätsgleichung VI:

$$J = \Sigma(i).$$

Sind die Körperchen unregelmässig gestaltet, so besteht das Beugungsbild einfach aus einem hellen Felde.

Sind sämmtliche Körperchen gleich gestaltet, gleich gross und gleich orientirt, so kommt die Intensitätsgleichung VII in Anwendung:

$$J = ni.$$

Experimentell studirt ist nur der Fall gleich grosser Kügelchen oder kreisförmiger Schirmchen (kleine Höfe). In diesem Falle hat man demnach das Beugungsbild einer kreisförmigen Oeffnung vom Durchmesser eines der Kügelchen, doch erscheint die Intensität des durch die Oeffnung hervorgebrachten Beugungsbildes mit der Zahl der Kügelchen multiplicirt.

In seiner Optik beschreibt Newton[1]) die meteorologische Erscheinung der kleinen Höfe und gibt eine Erklärung nach der Emanationstheorie.

Die ersten genaueren Messungen verdanken wir Jordan[2]). Dieser beobachtete 1792 einen Mondhof und bestimmte die Durchmesser der Farbenringe mit einem Sextanten. Er fand den Durchmesser des nach aussen liegenden rothen Randes des ersten Ringes im Mittel gleich $2^{0}\ 1'$, den des zweiten gleich $3^{0}\ 20'$. Im Jahre 1797 machte er eine ähnliche Beobachtung und fand den Durchmesser des ersten Ringes gleich $5^{0}\ 36'$, den des zweiten gleich $9^{0}\ 52'$.

Die kleinen Mondhöfe entstehen durch Lichtbeugung an gleich grossen Wassertröpfchen. Die von Jordan gemessenen Ringe sollen demnach jenen einer kreisförmigen Oeffnung entsprechen. Diese letzteren Ringe sind aber bekanntlich gegeben durch das beigesetzte Tableau, in welchem R und θ den Radius der Oeffnung und den Beugungswinkel bedeuten.

Ringe	$\frac{R \sin \theta}{\lambda}$	Intens.
1. hell. Centrum	0	1
1. dunkl. R. . .	0,610	0
2. hell. R.	0,819	0,01745
2. dunkl. R. . .	1,116	0
3. hell. R.	1,333	0,00415
3. dunkl. R. . .	1,619	0
4. hell. R.	1,847	0,00165
4. dunkl. R. . .	2,120	0
5. hell. R.	2,361	0,00078
5. dunkl. R. . .	2,621	0

Um die obigen Zahlen Jordan's mit den Zahlen dieser Tabelle zu vergleichen, hat man zunächst von sämmtlichen Zahlen Jordan's den Durchmesser des Mondes abzuziehen, und sodann zu beachten, dass Jordan's Messungen sich auf das sichtbare Roth des weissen Lichtes beziehen, und dass folglich, wie man annimmt, die hellen Ringe Jordan's mit den dunklen der obigen Tabelle zusammenfallen müssen,

1) Newton, Optik 1704.
2) Jordan, Gilbert, Ann. 1804.

wenn für λ eine dem rothen Lichte entsprechende Wellenlänge eingeführt wird.

Was die erste Messung Jordan's anbelangt, so erhält man aus dem gemessenen Durchmesser des ersten Ringes, welcher dem ersten dunklen Ringe der Tabelle entspricht, mittels der Zahlen der Tabelle für den zweiten hellen Ring Jordan's, welcher dem zweiten dunklen Ringe der Tabelle entspricht, 3° 17', während Jordan 3° 20' fand. In Bezug auf die zweite Messung erhält man aus dem Durchmesser des ersten Ringes für jenen des zweiten Ringes 9° 50', während Jordan 9° 52' fand. Eine genauere Uebereinstimmung lässt sich bei Beobachtungen dieser Art nicht erwarten. Allein nicht nur die ersten Messungen verdanken wir Jordan, er war es auch, welcher zuerst die Entstehung der kleinen Höfe der Beugung des Lichtes beim Durchgange der Strahlen durch die Räume zwischen den Wassertropfen der Atmosphäre zuschrieb.

Sehr zahlreiche Vermessungen kleiner Höfe rühren von Kämtz[1]) her.

Th. Joung[2]) erkannte die Abhängigkeit der Ringdurchmesser von der Grösse der Tröpfchen und erinnerte an die Beobachtung Jordan's, nach welcher diese Durchmesser sehr variabel sind und sich nicht selten während der Zeit der Beobachtung merklich verändern.

Indessen kann man auch dies oft beobachten, dass die Ringe der Mondhöfe nicht genau kreisförmig erscheinen, was nicht einer zeitlichen sondern einer räumlichen Variation der Grösse der Wassertropfen entspricht; ferner, dass eine Uebereinanderlagerung zweier Ringsysteme sichtbar wird, eines solchen mit breiten und eines solchen mit schmalen Ringen, wenn nämlich die Lichtstrahlen nacheinander durch zwei Schichten von verschiedener Tropfengrösse gehen.

Fraunhofer (l. c.) beschäftigte sich eingehend mit diesen Ringen, welche er „Höfe kleiner Art" nannte, und welche auch Fraunhofer's Namen tragen. Er nannte diese, oftmals Sonne und Mond umgebenden Farbenringe, welche sich unmittelbar an das Bild der Lichtquelle anschliessen, kleine Höfe im Gegensatze zu den grossen Sonnen- und Mondhöfen, deren Durchmesser 45 und 90 Grade betragen.

In der historischen Einleitung sagt Fraunhofer: „Unvollkommene Höfe kleiner Art sieht man auch durch Fenster, welche leicht mit Dünsten beschlagen oder gefroren sind."

Was jedoch diese letzteren Ringe anlangt, so unterscheiden sich dieselben von den eigentlichen kleinen Höfen einigermaassen. Die

---

1) Kämtz, Meteorologie.
2) Th. Young, Phil. Tr. 1802.

Erscheinung der kleinen Höfe zeigt nämlich zunächst dem Bilde der Lichtquelle ein kreisförmig begrenztes helles Feld, auf welches der erste dunkle Ring folgt, während die leicht mit Dünsten beschlagenen Fenster im Gegentheile zunächst dem Bilde der Lichtquelle ein kreisförmig begrenztes dunkles Feld zeigen. Ich habe nun nachgewiesen[1]), dass diese Modification der Erscheinung dadurch herbeigeführt wird, dass eine der wesentlichen Bedingungen des Entstehens der kleinen Höfe, die völlig unregelmässige Vertheilung der lichtbeugenden Körperchen, in diesem Falle nur unvollkommen erfüllt ist.

Indem Fraunhofer, wie erwähnt, bei seinen Studien über diesen Gegenstand experimentell an das Babinet'sche Princip herankam, und indem er stillschweigend von dem Principe der Summation der elementaren Helligkeiten Gebrauch machte, gelangte er zu einer, wenn auch noch unvollkommenen Erklärung der kleinen Höfe.

Vollkommener, doch wie erwähnt, noch immer nicht völlig correct, behandelte Verdet (l. c.) den Gegenstand. Im experimentellen Theile seiner Arbeit fand er bei Anwendung von Lycopodiumstaub den Satz bestätigt, nach welchem zahlreiche unregelmässig vertheilte Kügelchen dieselben Ringe geben, wie eine kreisförmige Oeffnung vom Durchmesser eines der Körperchen.

Die correcte Theorie der Erscheinung der kleinen Höfe ist oben dargestellt worden. Ausführlicheres habe ich in einer früheren Abhandlung mitgetheilt (l. c.).

6. Die Newton'schen Beugungsringe.

Die folgende, wie erwähnt, im wesentlichen von E. Lommel herrührende Versuchsanordnung ist wohl die beste zur Hervorbringung jener Beugungsringe, welche ich die Newton'schen Beugungsringe nennen werde.

Die vom Heliostaten kommenden Sonnenstrahlen treten durch eine Sammellinse, kreuzen sich in der punktförmigen Spalte des Spaltfernrohres eines Spectralapparates, treten unter einander parallel aus dem Objective dieses Fernrohres, werden von einem Planglase reflectirt, Fig. 2, treten durch einen Bestäubungsraum, wobei sie Beugung erfahren, werden von einem ebenen Silberspiegel ganz oder nahezu normal reflectirt, treten neuerdings durch denselben Bestäubungsraum, wobei sie wieder Beugung erleiden, gehen sodann durch das Planglas und vereinigen sich in der Focalebene des Beobachtungsfernrohres zu einem punktförmigen Bilde der Oeffnung des Spaltfernrohres. Dieses

---

1) K. Exner, Wiener Akad. Ber. 1877.

Bild erscheint von Beugungsringen umgeben, zu deren Beobachtung man sich eines Fresnel'schen rothen Glases (Kupferoxydulglas) bedienen kann. Das Planglas hat den Zweck, die normale Reflexion zu ermöglichen. Den Bestäubungsraum erfülle man spärlich und gleichmässig mit zahlreichen, unregelmässig vertheilten, sehr kleinen Körperchen (Stäubchen). Die Abstände der Körperchen vom Spiegel werden durchschnittlich sehr gross sein im Vergleiche mit den Dimensionen der Körperchen selbst. Hierbei ist eine flächenhafte Vertheilung der Körperchen nicht ausgeschlossen. So bringt ein mit Reismehl an der zweiten Fläche bestäubtes, dem Spiegel paralleles Glasblättchen (siehe die Figur) ausserordentlich schöne Ringe hervor.

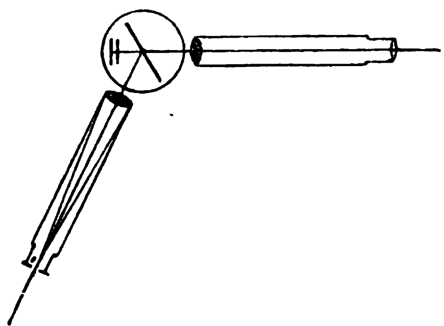


Fig. 2.

Es ist evident, dass das entstehende Beugungsbild identisch ist mit jenem Beugungsbilde, welches wahrgenommen würde, wenn der Spiegel nicht vorhanden wäre, hingegen die Spiegelbilder der Körperchen wirkliche Körperchen wären und die directen Strahlen nach ihrem Durchgange durch die beiden Bestäubungsräume in das Beobachtungsfernrohr gelangen würden.

Sind die Körperchen sehr klein und fallen die Strahlen nahe senkrecht auf den Spiegel, so stellt jedes Körperchen mit seinem Spiegelbilde ein Doppelkörperchen dar. Stehen ferner die Strahlen nahe oder völlig senkrecht auf dem Spiegel, so wird das durch ein solches Doppelkörperchen hervorgebrachte excentrische Ringsystem hinreichend breite Ringe zeigen, um deutlich wahrgenommen zu werden. Da die Geraden $2e$ für sämmtliche Doppelkörperchen genau parallel sind, fallen die Centra sämmtlicher, durch die einzelnen Doppelkörperchen hervorgebrachten excentrischen Ringsysteme zusammen. Sind überdies sämmtliche Geraden $2e$ gleich lang, oder stehen sämmtliche Körperchen vom Spiegel gleich weit ab, so sind die excentrischen Ringsysteme durchaus identisch. Doch soll die letztere Bedingung im allgemeinen nicht vorausgesetzt werden.

Das entstehende Beugungsbild zeigt die Granulation, und die Intensität an jeder Stelle desselben ist gegeben durch die Gleichungen VIII und II:

$$J = \Sigma[2i(1 + \cos 2es)]$$

$$s = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos\gamma - \cos\varphi).$$

e ist jetzt die Entfernung eines Körperchens vom Spiegel, welche im Vergleiche mit den Dimensionen des Körperchens als sehr gross vorausgesetzt wird, γ und φ sind jetzt die Winkel der directen und der gebeugten Strahlen mit der Spiegelnormale.

Legt man ein Coordinatensystem so in die Figur, dass die yz-Ebene auf den Spiegel fällt, zerlegt man den Bestäubungsraum R, also etwa einen begrenzten Luftraum, in welchem Stäubchen in spärlicher, unregelmässiger und gleichmässiger Vertheilung schweben, in sehr kleine Parallelepipede $\Delta x \Delta y \Delta z$, bezeichnet man mit W jene Intensität, welche in der betrachteten Beugungsrichtung entsprechend einer nur einmaligen Beugung vom ganzen Bestäubungsraum geliefert würde, setzt man ferner für Δx, Δy, Δz die Differentiale dx, dy, dz, für Σ das Zeichen $\int\int\int$, und ersetzt man nunmehr e durch x, so erhält man statt der letzten Gleichung:

$$J = \frac{2W}{R}\int\int\int(1 + \cos 2xs)\,dx\,dy\,dz, \qquad \text{(IX}$$

wo sich die Integration über den ganzen Bestäubungsraum erstreckt, als Intensitätsgleichung für das Phänomen der Newtonschen Beugungsringe unter der Voraussetzung einer flächenhaften oder aber einer räumlichen Bestäubung.

Man muss nun unterscheiden: Sind die Körperchen sämmtlich gleich gestaltet, gleich gross und gleich orientirt, sind sie beispielsweise Kugeln von gleichen Radien, so hat der Factor W seine eigenen Maxima und Minima und kann, wie gezeigt worden ist, berechnet werden.

Sind hingegen die Körperchen unregelmässig gestaltet, was im folgenden, wo nicht das Gegentheil bemerkt ist, stets vorausgesetzt wird, so nimmt W mit wachsendem Beugungswinkel verhältnismässig langsam ab, ohne Maxima und Minima zu zeigen; die Maxima und Minima des Beugungsbildes fallen dann sehr nahe mit jenen des dreifachen Integrals zusammen.

Die Gleichung IX, welche nichts anderes ausdrückt, als dass sich die Wirkungen der einzelnen Körperchen summiren, lässt zunächst unmittelbar den folgenden, für jede beliebige Bestäubung giltigen Satz erkennen:

Das Beugungsbild besteht, welche Gestalt immer der Bestäubungsraum habe, aus kreisförmigen Ringen, deren gemeinsamer Mittelpunkt in die Richtung der Spiegelnormale fällt.

Bei normaler Incidenz fällt diese Richtung mit jener Richtung zusammen, in welcher das Bild der Lichtquelle gesehen wird; die Ringe sind mit dem Bilde der Lichtquelle concentrisch. Bei (etwas) schiefer Incidenz werden die Ringe excentrisch.

Sind sämmtliche Körperchen vom Spiegel gleich weit entfernt, so befolgen die Ringe das Gesetz der Ringe des Farbenglases. Ist jedoch diese Bedingung nicht erfüllt, so hängt das Gesetz der Ringe, oder die Maxima und Minima des dreifachen Integrals, von der Gestalt des Bestäubungsraumes, oder den Grenzen dieses Integrals ab, das Gesetz der Ringdurchmesser muss in jedem besonderen Falle für sich gerechnet werden.

Im folgenden sollen einige solche besondere Fälle betrachtet werden.

7. Prismatische Bestäubung.

Hat der Bestäubungsraum die Gestalt eines Prismas, dessen Grundflächen mit dem Spiegel parallel sind, so ergibt sich aus Gl. IX durch Ausführung der Integration:

$$J = 2W\left(1 + \frac{\sin as}{as}\cos 2es\right), \qquad \text{(X}$$

wenn a die zum Spiegel senkrechte Seite des Prismas und e hier wie im folgenden stets die Entfernung des Mittelpunktes des Bestäubungsraumes vom Spiegel sind.

Um eine räumlich ausgedehnte Bestäubung von gleichmässiger Vertheilung und bestimmter Gestalt zu erhalten, kann man eine Flüssigkeit benützen, in welcher kleine Körpertheilchen suspendirt sind. Es ergibt sich so der in Fig. 3 abgebildete, auf das Tischchen des Spectrometers zu stellende Reflexionsapparat. a und b sind Plangläser, b an der zweiten Fläche c versilbert. d ist ein prismatisches Gefäss, z. B. ein gläserner Hohlcylinder mit horizontaler Axe, welcher bei e mit der die Theilchen enthaltenden Flüssigkeit gefüllt werden kann. Die von f (Spaltfernrohr) kommenden

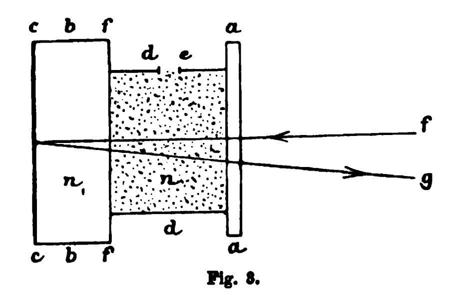


Fig. 3.

parallelen Strahlen werden vom Silberspiegel c in der Richtung g zurückgeworfen, um nach der Reflexion von der früher angeführten Glasplatte in das Beobachtungsfernrohr zu gelangen.

Da die optischen Längen in der Flüssigkeit und im Glase andere sind als in der Luft, erfährt die Formel X eine Veränderung und wird, wie man leicht sieht,

$$J = 2W\left(1 + \frac{\sin\frac{a}{n}s}{\frac{a}{n}s}\cdot\cos\left(\frac{a}{n} + \frac{2b}{n_1}\right)s\right), \tag{XI}$$

wenn b die Dicke des versilberten Glases und n, n_1 die Brechungsexponenten der Flüssigkeit und dieses Glases sind.

Die Formel vereinfacht sich wesentlich, wenn $b = 0$ ist, oder die Versilberung an der ersten Fläche f des Glases angebracht wird. In diesem Falle hat man:

$$J = 2W\left(1 + \frac{\sin\frac{4es}{n}}{\frac{4es}{n}}\right). \tag{XII}$$

Was das durch diese letztere Gleichung XII gegebene Beugungsbild anlangt, so entsprechen die Maxima und Minima der Intensität den Maximis und Minimis der Grösse $\frac{\sin\frac{4es}{n}}{\frac{4es}{n}}$, also der Gleichung

$$\operatorname{tang}\frac{4es}{n} = \frac{4es}{n}.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung wurden schon von Schwerd berechnet und sind:

$$\frac{4es}{n\pi} = \begin{array}{l} 0 \\ \pm\,1{,}4303 \\ \pm\,2{,}4590 \\ \pm\,3{,}4709 \\ \pm\,4{,}4774 \\ \pm\,5{,}4818 \\ \pm\,6{,}4844 \\ \pm\,7{,}4865 \\ \pm\,8{,}4881 \\ \ldots \end{array} \tag{XIII}$$

Die Maxima von $\frac{\sin\frac{4es}{n}}{\frac{4es}{n}}$ sind sämmtlich grösser als 0, die Minima kleiner als 0, beide nähern sich rasch der Limite 0. Folglich nähert sich die Intensität rasch der Limite $2W$ und es ist nur eine geringe Zahl Ringe wahrnehmbar.

Für die Lage der Maxima und Minima hat man demnach:

$$\frac{4es}{n\pi} = h,$$

wenn h eine der Zahlen Gl. XIII ist, und zwar entsprechen die unterstrichenen Zahlen den Maximis, die anderen den Minimis der Intensität.

Setzt man für s seinen Werth Gl. 2, so hat man für die hellen und dunkeln Ringe:

$$\cos\varphi = \cos\gamma - \frac{hn}{8}\cdot\frac{\lambda}{e}, \qquad \text{(XIV}$$

und zwar bedeuten: φ den Winkel der gebeugten Strahlen mit der Spiegelnormale, γ den Winkel der directen Strahlen mit der Spiegelnormale, n den Brechungsexponenten der Flüssigkeit und $2e$ die Dicke der Flüssigkeitsschichte.

Der achromatische Ring entspricht $h = 0$ und $\varphi = \gamma$, die positiven Werthe von h entsprechen den äusseren, die negativen den inneren Ringen.

Die Formel XII wurde experimentell geprüft. Als getrübte Flüssigkeit diente Milchwasser. Der Brechungsexponent dieser Flüssigkeit, bezogen auf die mittlere Wellenlänge $\lambda = 0{,}0006^{\text{mm}}$ des benützten rothen Glases war $n = 1{,}3343$. Die Dicke der Flüssigkeitsschicht war $2e = 5{,}285^{\text{mm}}$. Dieselbe reichte bis an den Spiegel, welcher durch Versilberung der in Fig. 3 mit f bezeichneten Glasfläche hergestellt war. Der Incidenzwinkel der directen Strahlen war $\gamma = 1^0\,3'$. Bei der angewendeten Flüssigkeit waren die lichtbeugenden Körperchen unregelmässig gestaltet.

Unter diesen Voraussetzungen hat man nach Gleichung XIV für den Radius φ eines hellen oder dunkeln Ringes:

$$\cos\varphi = 0{,}9998321 - 0{,}0000379 \cdot h.$$

Es ergab sich das folgende Tableau:

	Gerechnet	Gemessen
1. innerer heller Ring . . .	42′	43′
achromatischer Ring . . .	1° 3	1° 3
1. äusserer heller Ring . . .	1 18	1 18
2. äusserer heller Ring . . .	1 29	1 30

Bei einer zweiten Messung war der Incidenzwinkel $\gamma = 1^0\,31\,^1/_2{}'$. Es ergab sich:

	Gerechnet	Gemessen
2. innerer heller Ring . . .	1° 6′	1° 6′
1. „ „ „ . . .	1 19	1 20
achromatischer Ring . . .	1 31 1/2	1 31 1/2
1. äusserer heller Ring . . .	1 43	1 43
2. „ „ „ . . .	1 51	1 51

8. Ebene Bestäubung.

Degenerirt der Bestäubungsraum in eine beliebig begrenzte und beliebig gegen den Spiegel geneigte Ebene, lässt man z. B. die Strahlen durch eine an der zweiten Fläche gleichmässig mit Reismehl bestäubte Glasplatte treten, so erhält man aus Gl. IX durch Ausführung der Integration:

$$J = \frac{2\,W}{f \sin\psi} \int\limits_{x_1}^{x_2} (1 + \cos 2\,x s)\, F(x)\, d x, \qquad \text{(XV}$$

und zwar bedeuten hier f die Grösse der Bestäubungsebene, ψ den Winkel derselben mit dem Spiegel, x_1 und x_2 die kleinste und die grösste Entfernung der Bestäubungsebene vom Spiegel, $F(x)$ die Länge einer auf der Bestäubungsebene parallel dem Spiegel gezogenen Geraden, ausgedrückt als Function ihrer Entfernung vom Spiegel.

Eine gleichmässige, d. i. überall gleich dichte Bestäubung erhält man dadurch, dass man die als Träger der Bestäubung dienende Glasplatte sehr oft, beispielsweise 100 Mal, durch leichte Staubwölkchen führt.

Ist insbesondere die Bestäubungsebene ein Rechteck, dessen eine Seite dem Spiegel parallel liegt, so ergibt sich aus Gl. XV:

$$J = 2\,W\left[1 + \frac{\sin(x_2 - x_1)\,s}{(x_2 - x_1)\,s} \cos 2\,e s\right]. \qquad \text{(XVI}$$

Vergleicht man diese Formel mit der Formel X, so gelangt man zu dem auch ohne Rechnung zu begreifenden Satze:

Ein prismatischer Bestäubungsraum, dessen Grundflächen mit dem Spiegel parallel liegen, bringt dasselbe Beugungsbild hervor, wie eine rechteckige Bestäubungsebene, wenn zwei Seiten dieser letzteren auf die beiden Grundflächen des Prismas fallen.

Liegt insbesondere die rechteckige Bestäubungsebene dem Spiegel parallel, so erhält man aus Gl. XVI:

$$J = 2\,W(1 + \cos 2 e s), \qquad \text{(XVII}$$

und man sieht leicht, dass diese Gleichung auch dann noch besteht wenn die Bestäubungsebene beliebig begrenzt ist. Auch kann diese Gleichung sehr leicht selbständig abgeleitet werden[1]). Sind in diesem Falle, wie vorausgesetzt wird, die Stäubchen unregelmässig gestaltet, so hat man einzig das schon durch Formel III gegebene excentrische Ringsystem. Die Lage der hellen und dunkeln Ringe ist gegeben durch:

$$2es = \pm\, 0, \pi, 2\pi, 3\pi \cdots \qquad \text{(XVIII}$$

Sämmtliche Maxima der Intensität sind gleich $2W$, sämmtliche Minima gleich 0. Der Umstand, dass die Minima gleich 0 sind, und dass folglich die Ringe brillant und zahlreich erscheinen, hat seinen Grund in der Gleichheit der Spiegelabstände sämmtlicher Theilchen, wo dann sämmtliche elementare Ringsysteme congruiren. Sind diese Abstände ungleich, wie wenn die Bestäubungsebene schief gegen den Spiegel steht, so congruiren die elementaren Ringsysteme nicht mehr, die Minima sind nicht mehr gleich 0, die Zahl der sichtbaren Ringe vermindert sich und es kann zum gänzlichen Verschwinden derselben kommen.

Der zuletzt besprochene Fall, wo die Bestäubungsebene dem Spiegel parallel ist, wurde von vielen Physikern behandelt und ist einfach experimentell herzustellen. Es genügt, einen aus einer planparallelen Glasplatte hergestellten, an der zweiten Fläche belegten Spiegel an der ersten Fläche zu bestäuben, und in der beschriebenen Weise am Spectrometer anzubringen. Die Intensitätsgleichung ist indessen bei Anwendung eines Glasspiegels nicht die Gleichung XVII, sondern sie wird wegen der Brechung im Glase, welches sich zwischen Bestäubung und Spiegel befindet,

$$J = 2W\left(1 + \cos\frac{2es}{n}\right), \qquad \text{(XIX}$$

wo nun e die Glasdicke ist. Das Glas bewirkt demnach eine Erweiterung der Ringe.

Eine experimentelle Verification der Gleichung XIX, welche sich auf einen bestäubten, ebenen Glasspiegel bezieht, wurde von Lommel[2]) für die senkrechte Incidenz durchgeführt.

Wir wollen nun zu dem Falle zurückkehren, auf welchen sich Gleichung XVII bezieht, wo eine rechteckige Bestäubungsebene dem Spiegel parallel steht und sich zwischen beiden Luft befindet. Dreht

---

1) Verdet-Exner, Optik Bd. 1 S. 214.

2) E. Lommel, Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes. Erlangen 1875.

man das an der zweiten Fläche bestäubte Glasplättchen, welches den Abstand e vom Spiegel hat, um seinen Mittelpunkt, so dass beständig zwei Seiten des Rechteckes dem Spiegel parallel bleiben, so tritt die Formel XVI in Anwendung, das Gesetz der Ringe wird ein complicirtes, die Erscheinung wird eigenthümlich unregelmässig. Einfach wird das Gesetz der Ringe erst wieder, wenn das Bestäubungsblättchen so weit gedreht worden ist, dass eine Seite ihres rechteckigen Umrisses auf die Ebene des Spiegels fällt. In diesem Falle wird die Intensitätsformel:

$$J = 2W\left(1 + \frac{\sin 4es}{4es}\right) \qquad \text{(XX}$$

und unterscheidet sich von Formel XII nur durch die Abwesenheit des Brechungsexponenten n. Die Maxima und Minima der Grösse $\frac{\sin 4es}{4es}$ sind daher durch Gleichung XIII gegeben, sobald in dieser Gleichnng $n = 1$ gesetzt wird und die Discussion der Formel XX ist jener der Formel XII durchaus analog.

Es ergibt sich hieraus das folgende bemerkenswerthe Resultat:

Denkt man sich eine zur Spiegelebene parallele, rechteckige Bestäubungsebene um ihren Mittelpunkt gedreht, bis eine ihrer Seiten auf die Ebene des Spiegels fällt, so verändert sich das Beugungsbild in folgender Weise:

1. Da, wie aus den Formeln XVII und XX hervorgeht, bei der Parallellage des Bestäubungsblättchens die dunkeln Ringe vollkommen dunkel sind, hingegen bei der schiefsten Lage des Blättchens die dunkeln Ringe mit wachsender Ordnungszahl rasch den benachbarten hellen Ringen an Helligkeit fast gleich werden, muss die Drehung des Blättchens zur Folge haben, dass die Ringe von grösserer Ordnungszahl verschwinden, und dass auch die sichtbar bleibenden Ringe in vermindertem Glanze erscheinen.

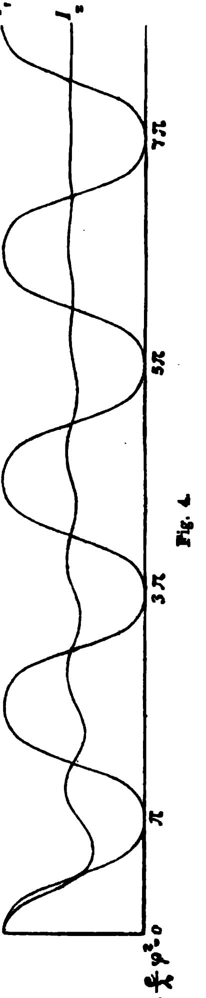
2. Wie aus dem Vergleiche der Gleichungen XIII und XVIII hervorgeht, müssen die Radien der bei der schiefsten Lage noch wahrnehmbaren Ringe reducirt erscheinen, so dass nahezu doppelt so viel Ringe als früher denselben Raum einnehmen.

3. Diese Veränderungen treten genau in derselben Weise ein, wie gross immer der ursprüngliche Abstand der Bestäubungsebene vom Spiegel genommen wird.

4. Ungeändert bleibt nur die Lage des 0ten oder achromatischen Ringes.

Die Curven I_1 und I_2 in Fig. 4 zeigen den Verlauf der Intensität für die Anfangslage (Parallelstellung) und die Endlage (schiefste Stellung)

des Bestäubungsblättchens bei normaler Incidenz, wo der achromatische Ring mit dem Bilde der Lichtquelle zusammenfällt und die übrigen Ringe mit diesem Bilde concentrisch sind. Vorausgesetzt ist hierbei, dass $2W$ als constant angesehen werde.



Alle diese Consequenzen der Theorie werden durch den Versuch bestätigt.

Ich habe indessen die Formel XX, welche sich auf den Fall bezieht, wo eine Seite der rechteckigen Bestäubung auf die Ebene des Spiegels fällt, auch direct durch messende Versuche geprüft.

Eine rechteckige Glasplatte wurde mit Reismehl gleichmässig bestäubt und in solche fixe Lage gegen einen ebenen Silberspiegel gebracht, dass eine Seite der rechteckigen Bestäubungsebene auf die Ebene des Spiegels fiel und die gegenüberliegende Seite der Bestäubungsebene vom Spiegel einen Abstand gleich $10{,}57^{mm}$ hatte. Dieser Reflexionsapparat wurde in angegebener Weise auf dem Tischchen eines Spectrometers angebracht und die Messungen mittels eines rothen Glases von der mittleren Wellenlänge $0{,}0006^{mm}$ bei einem Incidenzwinkel gleich $1^0\ 17'$ angestellt.

Man hat in diesem Falle nach Formel XIV, wo $n = 1$ zu setzen ist, für den Radius φ eines hellen oder dunkeln Ringes:

$$\cos\varphi = 0{,}9997492 - 0{,}00001419\,h,$$

wenn h eine der Zahlen Gl. XIII ist.

Es ergab sich:

	Gerechnet	Gemessen
1. innerer heller Ring . . .	$1^0\ 11'$	$1^0\ 11'$
achromatischer Ring . . .	1 17	1 17
1. äusserer heller Ring . . .	1 22	1 22
2. äusserer heller Ring . . .	1 26	1 27

9. Zusammenhang zwischen den kleinen Höfen und den Newton'schen Beugungsringen.

Eine kreisrunde Oeffnung bringt Ringe hervor, deren Centrum auf die Richtung der directen Strahlen fällt, also mit dem Bilde der Lichtquelle congruirt. Ebenso ein kugelförmiges Körperchen. Zwei solche Oeffnungen oder Körperchen, welche zusammen eine Doppelöffnung oder ein Doppelkörperchen bilden, bringen ausser diesem Ringsystem noch ein zweites excentrisches Ringsystem hervor, dessen Mittelpunkt auf die Richtung der Linie $2e$ fällt. Eine grosse Zahl unregelmässig vertheilter solcher Doppelkörperchen bringt ein Beugungsbild hervor, welches das Resultat der Uebereinanderlagerung sämmtlicher, den einzelnen Doppelkörperchen entsprechender, elementarer Beugungsbilder ist. Das durch eines der Doppelkörperchen hervorgebrachte, mit der Lichtquelle concentrische Ringsystem hängt nur von der Grösse der Körperchen ab, das excentrische Ringsystem nur von der Grösse und Richtung der Linie $2e$. Sind also sämmtliche Körperchen gleich gross und sämmtliche Gerade $2e$ gleich gross und parallel, so congruiren sämmtliche elementare Beugungsbilder, das resultirende Beugungsbild zeigt ebenfalls die beiden Ringsysteme und kein weiteres. Man hat nun das combinirte Phänomen der kleinen Höfe und der Newton'schen Beugungsringe.

Man kann den letzteren Fall experimentell verwirklichen, wenn man einen ebenen Glasspiegel mit Lycopodium (gleich grosse Kügelchen) bestäubt.

Man sieht hieraus, dass die kleinen Höfe und die Newton'schen Beugungsringe im wesentlichen identisch sind mit den beiden Systemen von Interferenzlinien, welche durch eine Doppelöffnung hervorgebracht werden, also sehr nahe verwandte Erscheinungen sind.

Bestäubt man die Glasplatte mit Reismehl, so hören die elementaren Beugungsbilder auf congruent zu sein, nur die excentrischen Ringsysteme haben überall dieselbe Lage. Demnach zeigt das resultirende Beugungsbild nur das excentrische Ringsystem, die Newton'schen Beugungsringe.

Lässt man das Licht durch eine auf beiden Seiten mit Lycopodium bestäubte Glasplatte treten, so kann man je ein Körperchen auf der einen Seite der Platte mit einem solchen auf der andern Seite zu einem Doppelkörperchen vereinigt denken. Da aber nun die Richtung der Linie $2e$ von einem Doppelkörperchen zum andern unregelmässig wechselt, sind die elementaren Beugungsbilder wieder nicht congruent, nur die mit der Lichtquelle concentrischen Ringsysteme haben überall die gleiche Lage. Demnach zeigt das resultirende Beugungsbild nur das Phänomen der kleinen Höfe.

Bestäubt man endlich die Glasplatte auf beiden Seiten mit Reismehl, so bleiben beide Ringsysteme aus, man erhält nichts als ein helles Feld gebeugten Lichtes.

Was diesen letzteren Fall anlangt, so ist ein kleiner historischer Rückblick nicht uninteressant.

Obgleich Babinet das Princip aufgestellt hatte, welches der Schlüssel nicht nur zur Erklärung der kleinen Höfe, sondern auch zu jener der Newton'schen Beugungsringe wurde, so kam Babinet doch nicht auf die Idee, dieses sein Princip auch auf die Erklärung dieses letzteren Phänomens anzuwenden, und seine Arbeiten in dieser Richtung lieferten ebenso viele Irrthümer als Wahrheiten. Er hatte den richtigen Gedanken[1]), dass bei der experimentellen Darstellung der Newton'schen Beugungsringe nicht nur, was schon der Herzog von Chaulnes erkannt hatte, die Bestäubung der Vorderfläche des Spiegels wesentlich und das Glas des Spiegels unwesentlich sei, sondern dass auch der Spiegel hinweggelassen werden könne, sobald nur an die Stelle der Spiegelbilder der Stäubchen wirkliche Stäubchen gesetzt würden, dass also das Wesentliche und theoretisch Einfachste der Durchgang des Lichtes durch eine doppelte Bestäubung sei. Auf dieser Erkenntnis beruht der folgende Versuch Babinet's:

Er brachte eine planparallele Glasplatte in den Gang der nach dem Brennpunkte einer Sammellinse convergirenden Strahlen. War die Platte auf beiden Seiten bestäubt, so zeigte sich nach der Angabe Babinet's auf einem durch den Brennpunkt der Linse gehenden Schirme das Phänomen der Newton'schen Beugungsringe. Er gab eine so genaue Beschreibung, dass kein Zweifel darüber bestehen kann, dass er wirklich das Phänomen der Newton'schen Beugungsringe wahrgenommen hatte, und versprach eine Berechnung, welche jedoch nie erschienen ist.

Babinet hatte übersehen, dass seine beiden Bestäubungen sich nicht wie Bild und Spiegelbild verhielten, und aus den oben angestellten Betrachtungen erhellt, dass Babinet unter den gegebenen experimentellen Bedingungen durchaus keine Newton'schen Beugungsringe erhalten haben konnte. Es hat auch nicht an Wiederholungen des Babinet'schen Versuches gefehlt, doch kein Physiker nach Babinet hat eine Spur von Ringen wahrnehmen können.

Das Räthsel, wie es zuging, dass Babinet Newton'sche Beugungsringe erhielt, wo er keine erhalten konnte, hat E. Lommel[2]) in geistreicher Weise gelöst.

---

1) Babinet, C. R. 1838.

2) E. Lommel, Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes Bd. 3. Erlangen 1876.

Man kann indessen das Experiment Babinet's wiederholen unter Erfüllung der nöthigen Bedingungen, indem man dafür sorgt, dass die beiden Bestäubungen von derselben geometrischen Zusammensetzung sind. So habe ich[1]) ein Experiment beschrieben, wo die Newton'-schen Beugungsringe dadurch erhalten wurden, dass die Strahlen successive durch zwei Glasplatten traten, welche zwei, auf photographischem Wege hergestellten, ihrer geometrischen Zusammensetzung nach identischen Bestäubungen als Träger dienten.

Solche photographische Bestäubungen sind jedoch schwer herzustellen, und man kann die beiden Platten in weit einfacherer Weise erhalten, indem man eine Glasplatte mit Oelfarbe punktirt und durch Auflegen einer zweiten Platte auf der letzteren einen Abdruck hervorbringt.

10. Beugungs-, Diffusions- und Reflexionstheorie.

Dass die kleinen Höfe durch das gebeugte Licht entstehen, stand seit jeher fest. Es folgt dies auch einfach aus der Uebereinstimmung der Messungen mit der Rechnung. Anders verhält es sich mit den Newton'schen Beugungsringen.

Der Herzog von Chaulnes[2]) war der Erste, welcher Newton's Anwandlungstheorie verliess, und behauptete, dass die Newton'schen Beugungsringe durch das an den Staubtheilchen gebeugte Licht hervorgebracht würden. Diese richtige Anschauung ging durch Th. Young[3]) auf lange Zeit verloren, welcher die Erscheinungen auf die gegenseitige Interferenz des beim Hingange und des beim Rückgange der directen Strahlen durch die Bestäubung diffus zerstreuten Lichtes zurückführte. Unter den interferirenden zerstreuten Strahlen verstand er jenes Licht, durch welches die Staubtheilchen sichtbar werden. Der Irrthum Young's, welcher das Entstehen der Newton'schen Beugungsringe diesem zerstreuten Lichte zuschreibt, erhielt sich bis in die jüngste Zeit; durch ihn ging auch der schon von Newton vorausgesetzte Zusammenhang zwischen den Ringen seines Hohlspiegelversuches und der Erscheinung der kleinen Höfe verloren.

Auch der folgende Versuch Pouillet's[4]) vermochte nicht die acceptirte Diffusionstheorie zu beseitigen.

Verwendet man statt des Bestäubungsblättchens einen undurchsichtigen, dem Spiegel parallelen Schirm, in welchem sich eine Beugungs-

---

1) K. Exner, Wiener Akad. Ber. 1875.

2) Herzog von Chaulnes, Mém. de l'anc. Akad. des sc. 1755.

3) Th. Joung, Phil. Tr. 1802.

4) Pouillet, Ann. de chim. et de phys. 1816.

öffnung befindet, so erhält man ebenfalls die Newton'schen Beugungsringe. Die Gestalt des Oeffnung kann eine beliebige sein. Pouillet erzeugte so ein elementares System Newton'scher Beugungsringe. Selbstverständlich erhält man gleichzeitig die Beugungsfigur der Oeffnung.

Der einzige Erfolg dieses Versuches war, dass man die durch eine solche Oeffnung hervorgebrachten Ringe, dem gebeugten, und die durch Staub hervorgebrachten, nach wie vor dem diffusen Lichte zuschrieb.

Der Versuch Pouillet's lässt sich leicht in instructiver Weise erweitern. Vermehrt man nämlich die Zahl der Oeffnungen und sorgt dafür, dass dieselben verschiedene Gestalt haben, so nimmt der Glanz der Newton'schen Beugungsringe zu, während die den einzelnen Oeffnungen enstprechenden Beugungsbilder sich gegenseitig stören; zugleich treten sehr feine, sich gegenseitig durchkreuzende Interferenzsysteme auf. Wird die Zahl der Oeffnungen sehr gross, so bilden diese letzten Streifensysteme eine feine Granulation des nunmehr durch die Beugungsbilder der einzelnen Oeffnungen hevorgebrachten hellen Feldes, auf welchem sich mit ausserordentlicher Schärfe die dunkeln Newton'schen Beugungsringe abzeichnen.

Vor Pouillet hatte schon der Herzog von Chaulnes das elementare Phänomen der Newton'schen Beugungsringe mittels der Combination einer Messerschneide und eines Spiegels hervorgebracht. Zu demselben Zwecke dienten später Babinet zwei polirte, parallel gespannte Drähte. Man sieht, wie Babinet auch hier den Spiegel vermeidet, indem er an die Stelle des Spiegelbildes des einen Drahtes einen wirklichen zweiten Draht setzt. Man sieht ferner, dass durch Babinet's Versuch zu der schon vorhandenen Beugungstheorie und der Diffusionstheorie eine dritte Theorie tritt, die Reflexionstheorie. Babinet sagt ausdrücklich, dass seine Drähte spiegelnd gewesen seien, und schreibt das entstehende Interferenzbild den reflectirten Strahlen zu. Die Reflexionstheorie gewinnt an Bedeutung, wenn man bedenkt, dass die in Rede stehenden Erscheinungen nur in unmittelbarer Nähe der directen Strahlen auftreten, und dass die streifende Reflexion auch an rauhen Körpern stets eine regelmässige Reflexion ist.

Der erste, welcher mit Nachdruck und an der Hand des Experiments die Beugungstheorie lehrte und seit Newton die kleinen Höfe und die Newton'schen Beugungsringe zum ersten Male wieder in ihrem Zusammenhange behandelte, war G. G. Stokes [1]).

Er gab den folgenden Beweis für die Beugungstheorie der Newton'schen Beugungsringe:

1) G. G. Stokes, Pogg. 1853.

„Die Polarisationsphänomene scheinen ein experimentum crucis an die Hand zu geben, um zu entscheiden, ob die Ablenkung des Lichtes aus seiner regelmässigen Bahn, welche die Bildung der Ringe veranlasst, eine Diffractionserscheinung oder ein Zerstreuen im eigentlichen Sinne des Wortes sei. Wo polarisirtes Licht zerstreut wird, entweder durch Reflexion an weissem Papier oder durch Transmission durch dasselbe, so verliert es seine Polarisation; allein wenn polarisirtes Licht eine regelmässige Diffraction erleidet, so behält es seine Polarisation. Ich stellte eine kleine Flamme nahe an den Krümmungsmittelpunkt eines Hohlspiegels, dessen Oberfläche mit Milch und Wasser zubereitet worden, und brachte nun ein Nicol'sches Prisma dicht an die Flamme, damit das auf den Spiegel fallende Licht polarisirt sei. Bei Untersuchung mit einem zweiten Nicol erwiesen sich die Ringe vollkommen polarisirt."

Man sieht, dass dieser Versuch, so schön er ist, doch keineswegs strenge beweist; denn er widerlegt zwar die Diffusionstheorie, nicht aber die Reflexionstheorie. Dasselbe lässt sich von einigen Beweisen sagen, welche E. Lommel gebracht hat.

Indessen lässt sich allerdings ein strenger Beweis für die Richtigkeit der Beugungstheorie geben.

Wenn man die Newton'schen Beugungsringe für sich erzeugt, so gelangt man allerdings zu demselben Beugungsbild, mag man annehmen, dass die directen Strahlen an einer bestimmten Stelle der Bestäubung zweimal gebeugt, oder dass sie zweimal diffundirt oder reflectirt worden sind, denn der Gangunterschied der interferirenden Strahlen ist in allen Fällen derselbe. Anders verhält es sich, wenn man die Newton'schen Beugungsringe mit den kleinen Höfen combinirt, welche letzteren unzweifelhaft eine Beugungserscheinung sind.

Man erzeuge das combinirte Phänomen der kleinen Höfe und der Newton'schen Beugungsringe mittels einer mit Lycopodium bestäubten Glasplatte unter Anwendung homogenen Lichtes und bei schiefer Incidenz. Ist die Incidenz beträchtlich schief, so erscheinen nur Fragmente der Newton'schen Beugungsringe in Gestalt nahe geradliniger Streifen, welche die mit dem Bilde der Lichtquelle concentrischen Beugungsringe durchschneiden. Man beachte nun die Art, wie dies geschieht. Nach der Beugungstheorie werden durch die doppelte Beugung die Beugungsringe an derselben Stelle, und congruirend übereinander liegend, doppelt erzeugt; durch die gegenseitige Interferenz der den beiden congruirenden Beugungsbildern entsprechenden Vibrationsbewegungen entstehen sodann die dunkeln Streifen. Nach der Beugungstheorie entsteht demnach ein Netz dunkler Linien auf hellem Grunde. Nach jeder anderen, als der Beugungstheorie ent-

stehen die Ringe durch das gebeugte Licht, hingegen die Streifen durch Licht anderer Provenienz. Hiernach ist es nicht möglich, dass ein dunkler Streifen, indem er einen hellen Ring durchschneidet, das Licht des Ringes an der Durchschnittsstelle auslöscht. Man muss daher ein Netz heller Linien auf dunklem Grunde wahrnehmen.

Der Versuch zeigt nun, dass man ein Netz dunkler Linien anf hellem Grunde erhält. Dies zeigt sich namentlich schön in dem mittleren, intensiven, hellen Felde der kleinen Höfe, welches von vollkommen schwarzen Linien durchschnitten erscheint.

II. Der Newton'sche Hohlspiegelversuch.

Von den älteren Versuchen möge zunächst der Newton'sche [1]) Hohlspiegelversuch Erwähnung finden.

Dieser bekannte Versuch, mit welchem Newton die nach ihm benannten Beugungsringe entdeckte, ist folgender.

Sonnenstrahlen treten durch eine Oeffnung im Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer, fallen auf einen Schirm mit kleiner Oeffnung, treten schwach divergent aus, werden von einem an der Rückseite belegten gläsernen Hohlspiegel reflectirt und vereinigen sich genau wieder in der kleinen Oeffnung des Schirmes, welcher durch den Krümmungsmittelpunkt des Spiegels geht. Man gewahrt auf dem Schirm einige lichtschwache, kreisförmige Farbenringe, deren Mittelpunkt auf die Oeffnung fällt. Wird die Distanz zwischen Spiegel und Schirm verändert, so werden die Ringe zunehmend undeutlich.

Es ist leicht, diese von Newton zum ersten Male beobachtete Erscheinung auf die schon besprochenen, experimentell einfacheren Erscheinungen zurückzuführen. Dieselbe entsteht durch die Beugung des Lichtes an den Unreinigkeiten der Vorderfläche des Spiegels in Verbindung mit der Reflexion an der belegten Hinterfläche. Man hat das schon durch Gleichung XIX dargestellte Beugungsbild. Die sammelnde Wirkung der Linsen des Spaltfernrohres und des Beobachtungsfernrohres sind hier ersetzt durch die sammelnde Wirkung des Spiegels und an die Stelle der subjectiven Beobachtung tritt der Schirm, auf welchen sich die Erscheinung projicirt.

Die hellen und dunklen Ringe sind demnach gegeben durch die der Gleichung IV analoge Gleichung

$$\cos\varphi = \cos\gamma - nk\frac{\lambda}{4e}, \qquad \text{(XXI}$$

1) Newton, Optik 2. Buch 4. Theil.

welche sich unmittelbar aus Gl. XIX ergibt. φ ist der Winkel der gebeugten, γ jener der einfallenden Strahlen mit der Axe des Spiegels, n der Brechungsexponent des Glases, k die Ordnungszahl des Ringes, e die Dicke des Spiegels. Da bei Newton's Versuch die Incidenz die normale war, ist $\cos\gamma = 1$.

Bezeichnet man nun durch E die Entfernung des Spiegels vom Schirme und durch r den auf dem Schirm gemessenen Radius eines hellen oder dunklen Ringes, so hat man für die normale Incidenz

$$\cos\varphi = 1 - \frac{r^2}{2E^2}$$

und

$$r^2 = k\frac{\lambda n E^2}{2e}, \qquad \text{(XXII}$$

durch welche Gleichung die Lage der Ringe für die normale Incidenz gegeben ist.

Dass Newton die Ringe nur bei einer bestimmten Entfernung des Spiegels vom Schirme deutlich sah, hat seinen Grund darin, dass nur bei dieser Entfernung die elementaren Ringsysteme coincidiren.

Newton fand die Farbenfolge der Ringe übereinstimmend mit jener der durchgelassenen Ringe des Farbenglases. Dies folgt in der That unmittelbar aus Gl. XXII.

Die Durchmesser der vier ersten hellen Ringe waren bei Newton's Versuch gleich

$$1\frac{11''}{16}\quad 2\frac{3''}{8}\quad 2\frac{11''}{12}\quad 3\frac{3''}{8},$$

die Durchmesser der vier ersten dunkeln Ringe:

$$1\frac{1''}{16}\quad 2\frac{1''}{16}\quad 2\frac{2''}{3}\quad 3\frac{3''}{20}.$$

Wurde der Spiegel dem Schirm genähert oder von ihm entfernt, so wurden die Radien der Ringe kleiner oder grösser, behielten aber dieselben Grössenverhältnisse.

Es ist nicht uninteressant, die Messungen Newton's gegen die Formel XXII zu halten.

Was zunächst die Veränderungen der Ringdurchmesser mit der Entfernung des Spiegels anlangt, so ergibt sich Newton's Resultat unmittelbar aus Gl. XXII. Um die für die Ringdurchmesser erhaltenen numerischen Resultate mit der Formel zu vergleichen, entnehmen wir den Mittheilungen Newton's, dass die Glasdicke $e = \frac{1''}{4}$, der Brechungsexponent des Glases $n = 1{,}545$ und die Entfernung des Spiegels vom

Schirme $E = 5' 11''$ war. Da Newton weisses Licht benutzte, sind wir genöthigt, eine mittlere Wellenlänge $\lambda = 0{,}0006$ anzunehmen und können eine genaue Uebereinstimmung nicht erwarten. Unter Zugrundlegung dieser Zahlen wird die Formel für den $k$ten hellen oder dunklen Ring

$$r^2 = k \cdot 0{,}366''$$

und es gehören die geraden Werthe von k den hellen, die ungeraden den dunklen Ringen an. Es ergibt sich das folgende Tableau:

Durchmesser der Ringe in $^1/_{10}$ Zoll.

	Newton's Messung	Rechnung
1. dunkler Ring	12	11
1. heller „	17	17
2. dunkler „	21	21
2. heller „	24	24
3. dunkler „	27	27
3. heller „	30	29
4. dunkler „	32	32
4. heller „	34	34

Newton stellte den Versuch auch im homogenen Lichte mittels eines Prismas an. Die Ringdurchmesser erschienen im brechbaren Lichte kleiner. In der That steht in Formel XXII die Grösse λ im Zähler.

Newton constatirte die Aehnlichkeit der Erscheinung mit jener des Farbenglases. In der That geht aus Gl. XXII hervor, dass in beiden Fällen dasselbe Gesetz für die Ringdurchmesser gilt.

Indem Newton die Belegung des Spiegels entfernte, fand er den Glanz der Erscheinung vermindert, indem er den Glasspiegel durch einen Metallspiegel ersetzte, verschwand die Erscheinung völlig. In der That sind die Beugung an der Vorderfläche und die Reflexion an der Hinterfläche wesentlich.

Newton unterwarf den von ihm angestellten Versuch einer Berechnung nach der Anwandlungstheorie. Da diese Berechnung eine Abhängigkeit der Ringdurchmesser von der Glasdicke ergeben hatte, beschäftigte er sich mit der experimentellen Feststellung dieser Abhängigkeit, und es ergab sich, dass die Durchmesser der Ringe der Wurzel aus der Glasdicke verkehrt proportional waren, wie sich dies auch aus der Formel XXII ergibt.

Newton entdeckte auch die charakteristischen Veränderungen, welche das Beugungsbild beim Uebergange zur schiefen Incidenz erfährt.

Als die Sonnenstrahlen vom Spiegel nicht mehr genau nach der Oeffnung des Schirms reflectirt wurden, sondern nach einem nahe benachbarten Punkte, fiel das Centrum des centralen kreisförmigen hellen Feldes und sämmtlicher Ringe nicht mehr auf die Oeffnung, sondern mitten zwischen diese und ihr Bild auf den Schirm, also auf den Krümmungsmittelpunkt des Spiegels. Bei fortgesetzter Drehung des Spiegels verdunkelte sich das Centrum des hellen Feldes, aus welchem sich ein beiderseits roth gesäumter achromatischer, durch die Oeffnung und ihr Bild gehender Ring entwickelte. In dem Centrum entstanden neue Ringe. Diese waren nun innere, mit den übrigen concentrische Ringe, während die schon ursprünglich vorhandenen nun das System der äusseren Ringe bildeten. Die inneren Ringe erschienen innen, die äusseren aussen roth gesäumt.

Man erkennt leicht in der Beschreibung Newton's jenes excentrische Ringsystem wieder, welches eine Doppelöffnung oder ein Doppelkörperchen hervorbringt, wenn die Strahlen mit der Linie $2e$ einen Winkel bilden. Die Richtung $2e$ ist bei Newton's Versuch ersetzt durch die Axe des Hohlspiegels, welche den Schirm in der Mitte zwischen der Oeffnung und seinem Bilde trifft.

Für die Lage der hellen und dunklen Ringe hat man in Gl. XXI

$$\varphi = \frac{r}{E} \qquad \gamma = \frac{r_0}{E} \qquad \cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2} \qquad \cos\gamma = 1 - \frac{\gamma^2}{2}$$

zu setzen, so dass r_0 die halbe auf dem Schirme gemessene Entfernung zwischen der Oeffnung und ihrem Bilde ist. Der Radius des $k$ten Ringes ist demnach

$$r^2 = r_0^2 + \frac{k\lambda n E^2}{2e}. \qquad \text{(XXIII}$$

Der Nullwerth von k entspricht dem Radius des achromatischen Ringes, $r = r_0$, die positiven Werthe von k entsprechen den äusseren, die negativen den inneren Ringen.

Newton fügte der Beschreibung des letzteren Versuches, bei welchem die schiefe Incidenz angewendet wurde, noch eine Bemerkung bei:

Als die gegenseitige Entfernung der Oeffnung und ihres Bildes $2\frac{3''}{8}$ betrug, war das Centrum eben wieder ein Maximum der Helligkeit und die Durchmesser der vier ersten hellen Ringe waren

$$1\frac{11''}{16},\ 1\frac{3''}{8},\ 2\frac{11''}{12},\ 3\frac{3''}{8},$$

genau so wie bei der normalen Incidenz, doch war nicht wie dort das Centrum, sondern der zweite Ring achromatisch. Die Discussion der Formel XXIII ergibt dasselbe Resultat ohne weiteres. Nehmen wir an, es sei

$$r^2_{-q} = r_0^2 - \frac{qn\lambda E^2}{2e} = 0$$

oder es falle der $q$te innere Ring mit dem Centrum zusammen, so ist der Radius des, vom Centrum des Ringsystems aus gezählten, $p$ten Ringes:

$$r^2_{(p)} = r^2_{p-q} = r_0^2 + \frac{(p-q)\lambda n E^2}{2e} = \frac{p\lambda n E^2}{2e},$$

also nach Gl. XXII der Radius des, vom Centrum aus gezählten, $p$ten Ringes bei schiefer Incidenz gleich dem Radius des $p$ten Ringes bei normaler Incidenz, in Uebereinstimmung mit Newton's Beobachtung.

Newton wiederholte auch den der schiefen Incidenz entsprechenden Versuch mit homogenem Lichte, und fand, wie dies der Formel (XXII) entspricht, die Lage des achromatischen Ringes für alle Farben constant, hingegen die Radien der äusseren Ringe für Roth grösser als für Violett, und die Radien der inneren Ringe für Roth kleiner als für Violett.

Obgleich Newton der Beschreibung der mit der Neigung des Spiegels gegen die einfallenden Strahlen verbundenen Veränderungen des Ringsystems volle vier Quartseiten widmet, hat er doch seine Berechnung nach der Anwandlungstheorie auf die schiefe Incidenz nicht ausgedehnt.

Nach Newton beschäftigte sich zunächst der Herzog von Chaulnes (l. c.) mit dem von Newton entdeckten Phänomen. Obgleich er dieses Phänomen, welches Newton richtig beschrieben hatte, unrichtig beschrieb, erkannte er doch, was Newton verborgen geblieben war, dass dasselbe wesentlich durch die auf der Vorderfläche des Spiegels befindlichen Staubtheilchen und sonstigen Verunreinigungen entsteht. Er vermehrte die Wahrnehmbarkeit und den Glanz der Erscheinung ungemein durch künstliche Vermehrung der lichtbeugenden Körperchen. Er bewirkte dies zuerst durch Behauchen, später durch einen dünnen Ueberzug eingetrockneten Milchwassers. Er beseitigte das überflüssige Glas des Spiegels und gab seinem Apparate die in Fig. 5 versinnlichte Form. *ab* ist der Schirm, *c* die Oeffnung in demselben, *cd* das von der Oeffnung kommende, schwach divergente Strahlenbüschel, welches durch den, einem katoptrischen Fernrohre entnommenen Hohlspiegel *f* reflectirt und wieder gegen *c* hin convergent gemacht wurde. Bei *e* gingen die Strahlen zweimal durch ein mit Milchwasser behandeltes

dünnes Glimmerblättchen. Letzteres wurde später auch ersetzt durch Mousselin, ferner durch ein Gitter paralleler und nicht äquidistanter Silberfäden. Im letzteren Falle entsteht ein den Newton'schen Beugungsringen analoges Phänomen. Es genügt indessen, wie ich mich überzeugt habe, für diesen Versuch ein gewöhnlicher Glasspiegel, dessen Oberfläche mit einem fettigen Tuche einmal geradlinig bestrichen worden ist.

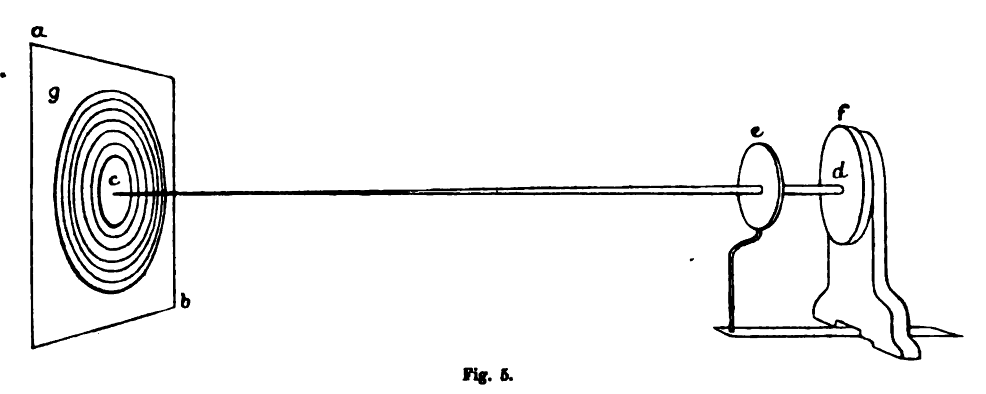


Fig. 5.

Der Herzog von Chaulnes war der Erste, welcher ein elementares Beugungsbild dieser Art hervorbrachte, indem er an die Stelle des Glimmerblättchens eine Messerschneide setzte. Es ist klar, dass dieser Versuch auch im durchgehenden Lichte mittelst zweier Messerschneiden und ohne Spiegel gelingen muss.

Endlich brachte der Herzog von Chaulnes die Beugungsbilder auch mittels Linsen hervor, deren eine Fläche getrübt wurde, während die andere als Spiegel diente. Indessen beschrieb er diese Versuche nicht genauer. Man sieht leicht, wie auch derlei Erscheinungen sich nach den oben entwickelten Grundsätzen berechnen lassen.

Was die Erklärung der Newton'schen Beugungsringe in der Undulationstheorie anlangt, so wirkte Th. Young (l. c.) bahnbrechend, indem er das von ihm herrührende Princip der Interferenz auf eine grosse Zahl von Erscheinungen und auch auf die in Rede stehenden anwendete, ohne indessen die Berechnung eingehend durchzuführen.

Die Gleichung (XXII), welche für den Fall gilt, wo die Bestäubungsfläche dem Spiegel parallel ist und die Strahlen senkrecht auffallen, wurde zuerst von J. Herschel [1] abgeleitet, während W. Herschel [2] einen Versuch beschrieb, wo die Ringe dadurch hervorgebracht wurden, dass man Puder in die Luft vor einem Metallspiegel streute,

1) J. Herschel, On the Theory of Light. London 1828.

2) W. Herschel, Phil. Transact. 1807.

auf welchen ein Lichtstrahl fiel, und das zurückgeworfene Licht auf einer Tafel auffing, Das Resultat dieses Versuches wurde von J. Herschel als unerklärbar nach der Theorie der Anwandlungen betrachtet. Es ist dies der erste und vor meinen Untersuchungen einzige Fall der Anwendung einer räumlichen Bestäubung.

Ueber 100 Seiten der Physik Biot's[1] sind dem Newton'schen Hohlspiegelversuche gewidmet. Biot stand auf dem Boden der Emanationstheorie, er arbeitete das Phänomen Newton's experimentell und theoretisch aus, und fand in der Uebereinstimmung zwischen Theorie und Messung die schönste Bestätigung der Richtigkeit der Emanationstheorie.

Indem er den Hohlspiegelversuch wiederholte, bemerkte er wie Newton, dass die Ringe nur dann deutlich erscheinen, wenn der Schirm durch den Krümmungsmittelpunkt des Spiegels geht, und erklärte diese Thatsache richtig damit, dass nur bei dieser Entfernung des Spiegels vom Schirme die elementaren Ringsysteme congruiren. Er erkannte ferner, dass, wenn die von der Oeffnung des Schirms kommenden Strahlen stark divergiren, was durch eine Linse bewerkstelligt werden kann, Fig. 6, und wenn folglich der Spiegel in einem

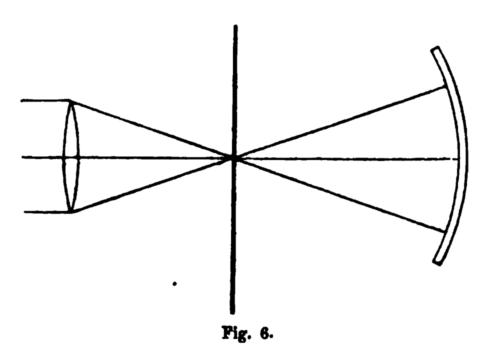


Fig. 6.

grösseren Theile seiner Ausdehnung in Anspruch genommen wird, die Ringe nur dann deutlich erscheinen können, wenn das Glas überall gleich dick ist, weil sonst wieder die elementaren Ringsysteme nicht congruiren.

Biot dehnte, was Newton unterlassen hatte, die Berechnung des Hohlspiegelversuches auch auf die schiefe Incidenz aus, und gelangte auch hier zu einer Uebereinstimmung mit dem Experimente.

Wie dies der Herzog von Chaulnes schon früher gethan hatte, ersetzte auch Biot den Hohlspiegel durch eine Linse, deren erste Fläche als Träger der Bestäubung diente, während die zweite den

1) Biot, Traite de Phisique.

Spiegel abgab. In Bezug auf derlei Experimente ist Folgendes zu bemerken.

Man zerlege das von der Oeffnung kommende Lichtbüschel in viele schmale Büschel. Jedes derselben bringt für sich ein elementares Ringsystem hervor, welches leicht zu berechnen ist. Man erhält nun das resultirende Gesammtphänomen, indem man an jeder Stelle des Beugungsbildes die Summe der elementaren Helligkeiten nimmt. Dies kommt im Allgemeinen auf eine Integration hinaus. Einfacher wird die Sache, wenn die Versuchsanordnung so beschaffen ist, dass sämmtliche elementare Ringsysteme sich decken, wo dann nur ein einziges derselben zu berechnen ist. Am einfachsten endlich, wenn das einfallende Licht ein schmales, mit der Axe der Linse zusammenfallendes Bündel bildet, wo dann der ganze Versuch als eine unwesentliche Modification des Newton'schen Hohlspiegelversuches anzusehen ist. Alle Versuche Biot's waren dieser Art. Ich verweile deshalb nicht länger bei denselben und begnüge mich damit, eine der vielen in dieser Richtung ausgeführten Messungen Biot's herauszugreifen.

Biot hatte einen concav convexen Spiegel, welcher parallel der Axe einfallendes Licht wieder parallel der Axe reflectirte. Der Brechungsexponent des Glases war $\frac{3}{2}$, die Dicke des Glases in der Mitte gleich 2,337705 ^{mm}. Ein solcher Spiegel kann in einer beliebigen Entfernung vom Schirme angebracht werden, wenn man dafür sorgt, dass das einfallende Lichtbündel genau parallel und hinreichend schmal ist. Ein planparalleles Glas hätte indessen, wie man leicht sieht, dieselben Dienste gethan. Die Oeffnung des Schirms betrug 5 ^{mm} und die Entfernung zwischen Schirm und Spiegel wurde arbiträr gleich 2178 ^{mm} genommen. Um die Strahlen genau parallel zu machen, war der Spiegel bedeckt mit einem Diaphragma von 5 ^{mm} Oeffnung. Das Strahlenbündel fiel normal auf die Mitte des Spiegels und war durch ein rothes Glas gegangen. Es ergaben sich folgende Ringdurchmesser:

Ringe	Durchmesser in Millimetern	Quadrate der Durchmesser
1. dunkler	63	3969
1. heller	88	7744
2. dunkler	107	11449
2. heller	125	15725
3. dunkler	143	20449

Was die Berechnung der Ringe anlangt, so sieht man, dass wie qeim Hohlspiegelversuche die Formel XXII anzuwenden ist:

$$r^2 = \frac{k\lambda n E^2}{2e}.$$

Diese Formel verlangt zunächst, dass die Quadrate der Ringdurchmesser sich wie die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 verhalten sollen. Da dies zutrifft, genügt es, einen einzigen der Ringe, etwa den zweiten hellen Ring, nach der Formel zu berechnen. Hierzu hat man

$$k = 4$$
$$n = 1{,}5 \text{ (ungefähr)}$$
$$\lambda = 0{,}00065 \text{ (ungefähr)}$$
$$E = 2178$$
$$e = 2{,}3377$$

und es ergibt sich:

$$d_4 = \underbrace{126^{\text{mm}}}_{\text{Gerechnet}} \quad \underbrace{125^{\text{mm}}}_{\text{Gemessen}}$$

G. G. Stokes (l. c.) beschreibt in seiner 50 Seiten langen Abhandlung eine Versuchsanordnung, welche gestattet, die Erscheinung des Newton'schen Hohlspiegelversuches subjectiv wahrzunehmen; schon Newton hatte ein ähnliches Experiment anzustellen versucht. Nach Stokes kann man die Erscheinung, welche sich auf dem Schirm zeigt, auch ohne Schirm wahrnehmen, wenn man die Strahlen direct mit dem Auge auffängt und sich so stellt, dass man einen Gegenstand in der Entfernung des Schirms deutlich sieht. Es ist also hinreichend, eine kleine Flamme in solcher Stellung vor den Spiegel zu bringen, dass sie mit ihrem umgekehrten Bilde zusammenfällt; dann sieht man in der Luft ein Ringsystem die Flamme umgebend, Fig. 7. Die der schiefen Incidenz entsprechende Erscheinung kann in dieser Weise bei einer Seitenbewegung der Flamme gesehen werden.

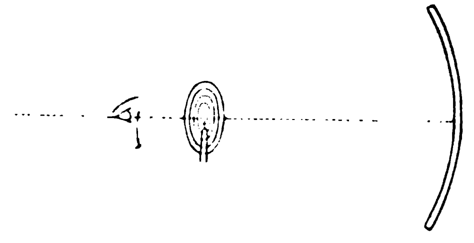


Fig. 7.

Nachdem Stokes die schon von J. Herschel abgeleitete Gleichung neuerdings abgeleitet hatte, dehnte er die Berechnung des Newton'schen Hohlspiegelversuches auch auf die schiefe Incidenz aus und berechnete die Zahl der inneren Ringe, welche eine beschränkte ist. Man wird zu einem Ausdrucke für diese Zahl leicht mittels der Gleichung XXII gelangen.

Schliesslich hat E. Lommel die Erscheinung des Newton'schen Hohlspiegelversuches, wie oben mitgetheilt worden ist, in vollkommener Weise experimentell dargestellt, und ich habe oben die vollständige Berechnung dieser und analoger Erscheinungen gegeben.

12. Die Quetelet'schen Streifen [1]).

Blickt man, eine brennende Kerze in der Hand und diese nahe dem Auge haltend, aus einiger Entfernung in einem verfinsterten Zimmer nach einem gewöhnlichen Toilettenspiegel, welcher behaucht, bestäubt oder in anderer Weise, z. B. durch Berührungen mit der Hand, verunreinigt worden ist, so nimmt man eine Reihe schöner Farbenstreifen wahr; unter diesen ist ein achromatischer Streifen ausgezeichnet, welcher durch das Bild der Kerzenflamme hindurchgeht. Man bringt dieses von Quetelet beschriebene und, wie es scheint, zuerst von Whewell beobachtete Phänomen zu prachtvoller Erscheinung wenn man sich statt des Kerzenlichtes der Sonnenstrahlen bedient, welche von dem Brennpunkte einer Linse ausgehen. Aendert entweder die Lichtquelle oder das Auge den Ort, so ändern auch die Streifen ihre Breite, Gestalt und Lage in eigenthümlicher Weise.

Quetelet hat keine Berechnung des Phänomens gegeben, doch sieht man leicht, dass es sich hier lediglich um eine subjective Wahrnehmung der Newton'schen Beugungsringe handelt. An irgend einer Stelle der bestäubten Vorderfläche des Spiegels wird ein Strahl gebeugt, um nach seiner Reflexion an der Hinterfläche des Spiegels ins Auge zu gelangen, und an derselben Stelle der Vorderfläche des Spiegels wird ein zweiter Strahl, welcher schon Reflexion an der Hinterfläche erfahren hat, gebeugt, um ebenfalls ins Auge zu gelangen. Der Gangunterschied dieser beiden Strahlen bestimmt den Grad der Helligkeit, welcher an jener Stelle des Spiegels wahrgenommen wird. Man sieht auch, dass dieser Gangunterschied sich ebenso berechnet, wie beim Newton'schen Hohlspiegelversuche, oder einem Doppelkörperchen, und dass man folglich für die Maxima und Minima der Intensität auch dieselbe Gleichung (XXI) wieder erhält:

$$\cos\varphi = \cos\gamma - \frac{nk\lambda}{4e}.$$

In dieser Gleichung bedeutet nun φ den Winkel der von irgend einer Stelle des Spiegels nach dem Auge gesendeten gebeugten Strahlen mit der Spiegelnormale, γ den Winkel der nach derselben Stelle des

---

1) Quetelet, Corresp. phys. et mathém. 1829.

Spiegels von der Lichtquelle entsendeten directen Strahlen mit der Spiegelnormale, n den Brechungsexponenten des Glases des Spiegels, k die Ordnungszahl des Streifens, e die Dicke des Spiegels. Der Winkel γ ist jetzt, wie man sieht, nicht mehr constant, sondern mit der betrachteten Stelle des Spiegels variabel.

Da φ und γ stets sehr wenig von der Null verschieden sind, kann man näherungsweise

$$\cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2} \qquad \cos\gamma = 1 - \frac{\gamma^2}{2}$$

setzen. Bedeuten also a und b die Abstände des Auges und der Lichtquelle vom Spiegel, c die gegenseitige Entfernung der Fusspunkte dieser Abstände, u und v die Entfernungen der betrachteten Stelle des Spiegels von diesen Fusspunkten, so hat man näherungsweise

$$\varphi = \frac{u}{a} \qquad \gamma = \frac{v}{b}$$

und die obige Gleichung für die Lage der hellen und dunklen Streifen wird:

$$\frac{u^2}{a^2} - \frac{v^2}{b^2} = \frac{nk\lambda}{2e}.$$

Soll die Lage des Streifens von λ unabhängig sein, so hat man $k = 0$. Für den achromatischen Streifen erhält man demnach die Gleichung

$$\frac{u}{v} = \frac{a}{b},$$

d. h. der achromatische Streifen ist ein Fragment eines Kreises, dessen Grösse und Lage wie folgt bestimmt ist: Zieht man durch das Auge zwei Gerade durch die Lichtquelle und ihr Bild, so schneiden diese beiden Geraden den Spiegel in den beiden Endpunkten eines Durchmessers des achromatischen Streifens.

Dieser Satz wurde zuerst von Schläfli[1]) in einer zu wenig gewürdigten Abhandlung abgeleitet.

Transformirt man nun die für die Lage der hellen und dunkeln Ringe gefundene Gleichung auf ein Polarcoordinatensystem, dessen Centrum auf den Mittelpunkt des achromatischen Ringes fällt, so erhält man:

---

1) Schläfli, Grunert Bd. 13 (1848).

$$
\left.\begin{aligned}
r^2 &= r_0^2 + \frac{kn\lambda}{2e} \cdot \frac{a^2 b^2}{a^2 - b^2} \\
r_0^2 &= \frac{a^2 b^2 c^2}{(a^2 - b^2)^2},
\end{aligned}\right\} \quad \text{(XXIV}
$$

in welcher Gleichung r_0 der Radius des achromatischen und r jener eines beliebigen Ringes ist. Diese Gleichung besagt, dass sämmtliche Streifen Fragmente concentrischer Kreise sind.

Vergleicht man die Gleichungen XXIV und XXIII, so ergibt sich weiter:

Die Quetelèt'schen Ringe sind identisch mit den durch den Newton-schen Hohlspiegelversuch hervorgebrachten, sobald die Brechungsexponenten und Dicken der Gläser in beiden Fällen gleich sind, man dem Hohlspiegel eine solche Neigung gegeben hat, dass die Durchmesser der achromatischen Ringe in beiden Fällen gleich sind, und schliesslich die Entfernung des Hohlspiegels vom Schirme gleich

$$
E^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 - b^2}
$$

genommen wird.

In Fig. 8 bedeutet *abcd* den Spiegel, *e* die Lichtquelle, *f* das Auge, *g* und *h* die Projectionen der beiden auf den Spiegel, *i* jenen

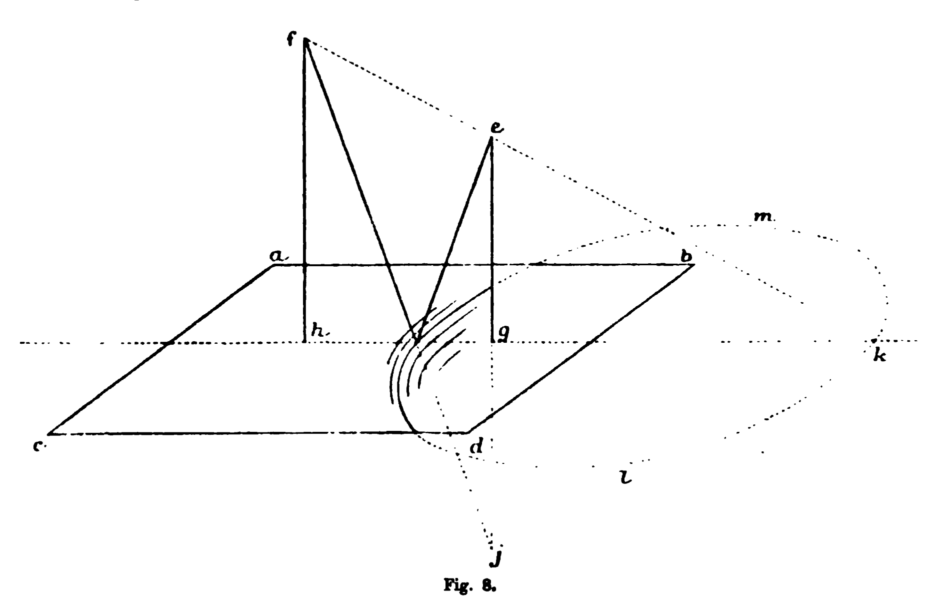


Fig. 8.

Punkt des Spiegels, in welchem der Strahl *ei* nach dem Auge *f* reflectirt wird, *j* das Bild der Lichtquelle, *iklm* den achromatischen

Ring, und sind in der Nähe von i die sichtbaren Fragmente der Ringe angedeutet.

Es mögen insbesondere einige specielle Fälle bezüglich der Lage des Auges und der Lichtquelle betrachtet werden.

Ist $a = b$, oder stehen Auge und Lichtquelle vom Spiegel gleich weit ab, so wird die Gleichung XIV linear:

$$r = r_0 + \frac{kn\lambda}{4e} \cdot \frac{ab}{c}.$$

Die Streifen bilden eine Schaar paralleler Geraden und die Streifenbreite ist

$$\beta = \frac{n\lambda}{2e} \cdot \frac{ab}{c}, \qquad \text{(XXV}$$

also constant.

Schläfli stellte einen Versuch in der Art an, dass als Lichtquelle die Sonne benutzt wurde. In diesem Falle haben wir in der Gleichung XXIV die Substitution

$$b = \infty \quad c = \infty \quad \frac{c}{b} = \operatorname{tang} \gamma$$

vorzunehmen, so dass γ den Winkel der Sonnenstrahlen mit der Spiegelnormale bedeutet. Wir erhalten, wie auch Schläfli,

$$r^2 = a^2 \operatorname{tang}^2 \gamma - \frac{a^2 kn\lambda}{2e}.$$

Der Radius des achromatischen Ringes ist

$$r = a \operatorname{tang} \gamma.$$

Fallen die Sonnenstrahlen senkrecht ein, so hat man

$$r^2 = \frac{a^2 kn\lambda}{2e},$$

der achromatische Ring hat sich auf einen Punkt, die Projection des Auges, reducirt, es gibt nur mehr äussere Ringe, und diese erscheinen vollständig. Die Radien der Ringe wachsen, wie man sieht, mit der Entfernung des Auges vom Spiegel.

Liegt überhaupt die Lichtquelle auf der durch das Auge gehenden und auf dem Spiegel senkrechten Geraden, so hat man nach Gl. XXIV

$$c = 0, \quad r_0 = 0,$$

und

$$r^2 = \frac{kn\lambda}{2e} \cdot \frac{a^2 b^2}{a^2 - b^2},$$

die Ringe sind concentrisch mit der Projection des Auges auf den Spiegel.

Im zweiten Abschnitte seiner Abhandlung beschäftigt sich Stokes mit der Berechnung der Quetelet'schen Streifen und gelangte zu Resultaten, zu welchen Schläfli schon früher gelangt war. Ueberdies fand er die folgende sich aus der Theorie ergebende Consequenz:

Wenn der Lichtpunkt auf einer Linie gezogen durch das Auge senkrecht zum Spiegel erst vor dem Auge liegt und angenommen wird, er bewege sich rückwärts durch das Auge, bis er hinter demselben liege, so werden die Ringe sich bis ins Unendliche ausdehnen, verschwinden und wieder erscheinen, wenn der Lichtpunkt durch das Auge gegangen ist. Diese Consequenz der Theorie ergibt sich in der That unmittelbar aus der letzten Gleichung, wenn daselbst $a = b$ gesetzt wird.

Um diese Consequenz der Theorie experimentell zu prüfen, stellte Stokes den folgenden Versuch an. Er stellte zwischen die Lichtquelle und den Spiegel ein Stück Tafelglas, geneigt gegen den Spiegel unter einem Winkel von etwa 45°, so dass die Ringe durch Reflexion an der Glasplatte gesehen werden konnten, ohne das einfallende Licht abzuhalten. Das Auge wurde so gestellt, dass das durch die geneigte Platte entstehende Bild desselben in einer durch den Lichtpunkt winkelrecht auf den Planspiegel gezogenen Linie lag und sodann so bewegt, dass das Bild auf dieser Linie blieb. In der That fand ich, sagt Stokes, dass beim Zurückbewegen des Kopfes die Ringe sich ausdehnten, bis der helle centrale Fleck, welcher das Bild (der Lichtquelle) umgab, das ganze Gesichtsfeld erfüllte, und bei Fortsetzung dieses Zurückbewegens des Kopfes kamen die Ringe wieder zum Vorschein.

Im dritten Abschnitte seiner Abhandlung erweiterte Stokes die Berechnung der Quetelet'schen Streifen für den schon früher von Biot behandelten Fall, wo der Spiegel nicht mehr eben, sondern sphärisch gekrümmt ist. Mir scheint indessen diese Complication des Versuches nicht mehr ein hinreichendes Interesse zu bieten, sowie ich auch nicht auf jene Berechnung eingehe, welche ich für den Fall gegeben habe, wo die Dicke des Spiegels eine beliebige Function der betrachteten Stelle des Spiegels ist.[1] Ich begnüge mich mit der Bemerkung, dass Stokes die complicirten Resultate seiner Rechnungen durch Experimente qualitativ bestätigt gefunden hat, denn Messungen wurden nicht angestellt.

---

1) K. Exner, Wien. Akad. Ber. 1877.

Ist die Dicke des Spiegels variabel, so sieht man leicht, dass die Quetelet'schen Streifen noch immer deutlich gesehen werden müssen, dass sie aber aufhören werden, kreisförmig zu sein. Um die Quetelet'schen Streifen in dieser Art zu beobachten, genügt es, die vom Brennpunkte der Heliostatenlinse kommenden Strahlen durch einen senkrecht gegen dieselben gestellten Metallspiegel in einer Entfernung von etwa 10 ^{m} zurückwerfen zn lassen, vor dem Spiegel und schief gegen denselben ein bestäubtes Glasblättchen anzubringen und das durch den Spiegel erzeugte Bild der Lichtquelle in einer unter 45^0 gegen die Strahlen geneigten, zwischen dem Heliostaten und dem Bestäubungsblättchen angebrachten, planparallelen Glasplatte mit freiem Auge aufzusuchen. Das Bild der Lichtquelle erscheint dann von den Ringen umgeben, welche aber nicht mehr kreisförmig sind, sondern eine ovale Gestalt zeigen.

Betrachten wir noch einmal die gewöhnliche Erscheinung der Quetelet'schen Sreifen, wie sie ein überall gleich dicker, ebener Spiegel zeigt und verfolgen wir die Veränderungen des Streifensystems, wenn das Auge ruht und die Lichtquelle ihren Ort verändert.

Befindet sich die Lichtquelle seitlich vom Auge und dem Spiegel näher als dieses, so bilden die Interferenzfransen ein System concentrischer Kreise, der durch das Bild der Lichtquelle gehende ist achromatisch und wendet dem Auge seine convexe Seite zu. Die äusseren Ringe sind aussen, die inneren innen roth gerändert. Entfernt sich sodann die Lichtquelle vom Spiegel in der Richtung senkrecht zu demselben, so vergrössern sich die Durchmesser der Ringe und werden unendlich gross, wenn die Entfernung der Lichtquelle vom Spiegel gleich der des Auges geworden ist. In diesem Falle hat man ein System geradliniger Fransen, das gemeinsame Centrum ist auf der Seite der Lichtquelle in die unendliche Entfernung gerückt. Entfernt sich der Lichtpunkt noch mehr vom Spiegel, so krümmen sich die Streifen nach der entgegengesetzten Seite, der gemeinsame Mittelpunkt der Ringe rückt von der Seite des Auges aus der unendlichen Entfernung wieder heran, der achromatische Ring kehrt jetzt dem Auge seine concave Seite zu. Mit zunehmender Entfernung des Lichtpunktes rückt das Centrum immer näher an die Projection des Auges auf den Spiegel, die Zahl der inneren Ringe wird immer kleiner, zuletzt reducirt sich der achromatische Ring auf einen hellen, mit der Projection des Auges znsammenfallenden Punkt und es giebt nur mehr äussere Ringe. Geht die Gerade, auf welcher wir die Lichtquelle in Bewegung denken, durch das Auge, so sind die Ringe stets mit der Projection des Auges auf den Spiegel concentrisch. Es variirt dann während der Bewegung der Lichtquelle nur die Breite der Ringe und diese wird unendlich

gross in dem Momente, wo die Lichtquelle durch das Auge geht, oder vielmehr durch das Bild des Auges, wenn man mit Stokes eine Glasplatte zu Hilfe nimmt.

Man sieht, das Phänomen ist so charakteristisch, dass man sich schon durch eine qualitative Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch zufriedengestellt finden mag. In der That sind Messungen nur von Mousson[1] angestellt worden. Dieser widmete 45 Quartseiten der Vermessung der Quetelet'schen Streifen, und zwar für den Fall, wo sie ganz oder nahe geradlinig sind. Die Breite dieser Streifen ist theoretisch gegeben durch Formel (XXV):

$$\beta = \frac{n\lambda}{2e}\frac{ab}{c},$$

welche, wenn durch i der Incidenzwinkel des direct nach dem Auge reflectirten Strahles bezeichnet wird, auf die schon von Stokes gefundene Form

$$\beta = \frac{n\lambda}{2ei}\frac{ab}{a+b}$$

gebracht werden kann.

Indem Mousson zur Beobachtung der Streifen einen Theodoliten benutzte, gelangte er zu den folgenden Resultaten:

1. Die Streifenbreite ist verkehrt proportional der Dicke des Spiegels.
2. Wenn die Lichtquelle oder das Auge in der unveränderten Richtung des einfallenden oder des reflectirten Strahles dem Spiegel näher oder weiter gerückt wird, so ist die Streifenbreite proportional $\frac{ab}{a+b}$.
3. Die Streifenbreite ist dem Incidenzwinkel verkehrt proportional.

Alle diese Resultate stehen in unmittelbarer Uebereinstimmung mit der letzten Gleichung.

Ich glaube im Vorstehenden nicht nur eine gewisse Classe von Beugungserscheinungen durchaus befriedigend und in höchst einfacher Weise abgehandelt zu haben, man wird auch die umfangreiche Literatur des Gegenstandes vollständig berücksichtigt und alles Behaltenswerthe zusammengefasst oder wenigstens erwähnt finden.

1) A. Mousson, Neue Denkschr. d. allg. Schweiz. Ges. f. d. gesammte Naturwiss. Zürich 1853.

Ueber die Form der Wellenfläche des Lichtes in einem isotropen Medium unter dem Einflusse eines homogenen magnetischen Feldes: vermuthliche Existenz einer eigenthümlichen Doppelbrechung senkrecht zu den Kraftlinien[1]).

Von

A. Cornu.

Ein durchsichtiges isotropes Mittel, in ein magnetisches Feld gebracht, erlangt bekanntlich ein Rotationsvermögen in der Richtung der Kraftlinien. Verdet hat in seinen schönen Untersuchungen diese Gesetze auf experimentellem Wege festgestellt, die man folgendermaassen ausdrücken kann:

„Die Rotation der Polarisationsebene ist proportional: 1. der Intensität M des magnetischen Feldes; 2. dem Cosinus des Winkels α, welcher von der Richtung des Lichtbündels und den Kraftlinien des Feldes gebildet wird."

Folgt man bei der Erklärung des Gesetzes der Theorie von Fresnel (die übrigens durch die Versuche mehrerer Physiker bestätigt worden ist), so wird man finden, dass die Geschwindigkeiten v', v'' der Fortpflanzung ebener Wellen, deren Schwingungen links oder rechts circular sind, bei dem Grade der Genauigkeit, den die Messungen erlauben, folgender Gleichung unterworfen sind:

$$v'' - v' = 2KM \cos \alpha;$$

$2\,K$ ist eine specielle Constante des isotropen Mittels, die von der Wellenlänge der beobachteten Ausstrahlung abhängt.

Andrerseits habe ich durch Versuche folgendes Gesetz[2]) gefunden:

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus C. R. vol. XCIX.

2) C. R. vol. XCII p. 1368.

Das Mittel der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der in entgegengesetzter Richtung circularen Wellen, die durch die magnetische Wirkung entstanden sind, ist der gemeinsamen Geschwindigkeit v dieser Wellen bei einer magnetischen Wirkung gleich Null merklich gleich.

Daraus folgt die Gleichung:

$$v' + v'' = 2v.$$

Diese beiden Gleichungen sind der Ausdruck zweier Experimentalgesetze; wenn man annimmt, dass diese beiden Gesetze unwiderleglich seien (was man nur durch ihre Consequenzen beweisen kann), so kann man daraus die Werthe von v' und v'' folgern, d. h. die Geschwindigkeiten ebener Wellen für alle Directionen der Fortpflanzung, die in beiden Richtungen circular polarisirt sind;

$$v' = v - KM \cos\alpha, \quad v'' = v + KM \cos\alpha.$$

Es wird genügen die geometrische Methode Fresnel's anzuwenden, um durch eine einfache Berechnung die Gestalt der einhüllenden[1]) Welle im magnetischen Felde zu finden.

Zu diesem Zwecke denken wir uns jede ebene Welle auf drei rechtwinkelige Axen OX, OY, OZ bezogen, die Axe OX sei mit den Kraftlinien parallel. Die gesuchte Wellenoberfläche ist die Einhüllende einer Fläche, deren Entfernung vom Ursprung gleich der normalen Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist.

Bezeichnet man durch α, β, γ die Winkel, welche die Senkrechte auf die Wellenebene mit den Axen OX, OY, OZ bildet, so wird die allgemeine Gleichung dieser Ebenen offenbar sein

$$x \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma = v \pm KM \cos\alpha,$$

die man auch so schreiben kann:

$$(x \mp KM) \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma = v, \tag{1}$$

mit der Bedingung

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

Die Einhüllende der Fläche erhält man, wenn man beide Gleichungen in Bezug auf $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ differenzirt, indem man diese

1) Das Verdet'sche Gesetz allein würde nicht genügen, obgleich man immer $v' + v'' = 2u$ setzen könnte; denn man kann nicht behaupten, dass u nicht von α abhängt, was dessen Eliminirung unmöglich machen würde.

letzteren als veränderliche Parameter betrachtet, und wenn man die Coefficienten der unabhängigen Differentiale annulirt; man erhält

$$\frac{x \mp KM}{\cos\alpha} = \frac{y}{\cos\beta} = \frac{z}{\cos\gamma} = \frac{v}{1}, \qquad (3$$

Gleichungen des Radius Vector der den Ursprung mit dem Contactpunkt vereinigt. Eliminirt man mit Hilfe der Gleichung 2 $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$, so erhält man die gesuchte Wellenoberfläche

$$(x \mp KM)^2 + y^2 + z^2 = v^2, \qquad (4$$

ein Resultat, das man auch leicht durch reine Geometrie erlangen würde.

Dies ist ein System von zwei excentrischen Sphären, deren gemeinsame Axe den Kraftlinien des magnetischen Feldes parallel ist: die eine der Sphären entspricht den rechtscircularen Wellen, die andere den linkscircularen. Man kann daraus folgenden Satz ableiten:

In einem isotropen Mittel, das sich in einem homogenen magnetischen Felde befindet, pflanzen sich die beiden Wellenarten mit entgegengesetzt circularen Schwingungen, deren Existenz man allein voraussetzen kann, in Kugelflächen fort, die identisch sind mit den Wellensphären des Mittels in natürlichem Zustand, und welche symmetrisch in gleichem Betrage in der Richtung der Kraftlinien gegeneinander verschoben sind.

Diese magnetische Verschiebung ist der Intensität des Feldes und der elektro-optischen Constante des Mittels proportional.

Es ist nicht unwesentlich darauf aufmerksam zu machen, dass dieses auf experimentelle Gesetze gegründete Resultat von der magnetischen oder molecularen Theorie unabhängig ist.

Besondere Richtungen der circularen magnetischen Doppelbrechung. Diese Anordnung von zwei sphärischen Flächen der Wellenoberfläche bietet eine interessante Eigenthümlichkeit dar: es ist bekannt nach dem Verdet'schen Gesetz, dass Wellen, die sich senkrecht auf die Kraftlinien fortpflanzen, die gleiche Geschwindigkeit der normalen Fortpflanzung zeigen, da unter diesen Bedingungen das Rotationsvermögen gleich Null ist.

In der That fallen zwei Ebenen, die zwei Sphären tangiren, zusammen, wenn sie gleichzeitig der gemeinsamen Axe parallel sind: aber daraus geht auch hervor, dass jede der Axe parallele Ebene zwei Contactpunkte mit der Oberfläche der Welle haben muss, den einen an der Fläche der rechtscircularen Schwingungen, den andern an der

linkscircularen; beide Punkte liegen mit der Revolutionsaxe in einer Ebene.

Die Richtungen des Lichtes (die man bei der gewöhnlichen Doppelbrechung Strahlen nennt) sind also durch einen abschätzbaren Winkel getrennt, obwohl die Wege der ebenen Wellen, die ihnen entsprechen, zusammenfallen: daher kann man auf die Wahrscheinlichkeit einer Doppelbrechung von besonderer Art senkrecht auf die Kraftlinien schliessen, d. h. in einer Richtung in der man die magnetische Wirkung auf das Licht bisher gleich Null gesetzt hat.

Dies ist ein Phänomen, welches dasjenige in Erinnerung ruft, das man bei Krystallen mit zwei optischen Axen beobachten kann, wenn die ebene Welle die Oberfläche einer kreisförmigen Welle tangirt; aber es unterscheidet sich davon dadurch, dass von den, mit derselben ebenen Welle correspondirenden Strahlen nur zwei vorhanden sind, während sie in dem Fall des Krystalls sich zu einer konischen Fläche zusammenschliessen.

Da in krystallisirten Medien mit Doppelbrechung die Richtung des Strahles in der Regel schräg auf die Ebene der Welle ist, so ist der Ausdruck für den Winkel ε, welchen die Normale auf diese Ebene mit dem Strahl bildet leicht zu erhalten, indem man x, y, z in der Formel eliminirt:

$$\cos\varepsilon = \frac{x}{r}\cos\alpha + \frac{y}{r}\cos\beta + \frac{z}{r}\cos\gamma;$$

ausserdem ist

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$$

mit Hilfe der Gleichung 3 findet man:

$$\left.\begin{aligned}\cos\varepsilon &= \frac{v \pm KM\cos\alpha}{\sqrt{v^2 \pm 2vKM\cos\alpha}}\\ \sin\varepsilon &= \frac{\pm KM\sin\alpha}{\sqrt{v^2 \pm 2vKM\cos\alpha}}\\ \operatorname{tang}\varepsilon &= \frac{\pm KM\sin\alpha}{v \pm KM\cos\alpha}\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Aber man kann keinen Parallelismus zwischen diesen beiden Arten von Doppelbrechung feststellen, da Vergleichungen zeigen, dass die Symmetrie in eigenthümlicher Weise mit den elektromagnetischen Wirkungen alternirt; so haben in der magnetischen Doppelbrechung die der Revolutionsaxe ($\alpha = 0$) folgenden, ebenen Wellen verschiedene Geschwindigkeiten v', v'', und die correspondirenden Strahlen fallen

zusammen ($\varepsilon = 0$); senkrecht auf diese Axe $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$ findet das Entgegengesetzte statt: die Wellen haben dieselbe Geschwindigkeit v und die Richtung der Strahlen ist verschieden $\left(\operatorname{tang} \varepsilon = \pm \frac{KM}{v}\right)$.

Ich hatte diese Resultate schon vor langer Zeit gefunden, aber ich behielt mir ihre Veröffentlichung vor bis ich geprüft hatte, ob es möglich sei, diese merkwürdige Doppelbrechung durch einen directen Versuch darzulegen. Meine Aufmerksamkeit wurde von neuem auf diese Frage gelenkt durch eine jüngst erschienene Arbeit des Herrn Dr. v. Fleischl[1]) betitelt: Ueber die Deformation der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde. Nach dem Obengesagten sieht man, dass es sich hier nicht um eine Deformation, sondern um eine Theilung handelt.

Es war mir bis jetzt noch nicht möglich, diesen Versuch auszuführen, da er wegen der ausserordentlichen Kleinheit der Erscheinungen grosse Schwierigkeiten darbietet, die mir aber, Dank der Vorzüglichkeit der elektromagnetischen Apparate, die gegenwärtig construirt werden, nicht unüberwindlich erscheinen. Ich lasse hier die Berechnung der Elemente, die zu beobachten wären, folgen.

Die Entfernung der beiden Contactpunkte der Wellenebene mit den Kugelflächen beträgt $2KM$, wie aus der Gleichung 3 hervorgeht. Hat die Kugelfläche den Radius v, so erhält man für den Winkel 2ε folgende Gleichung:

$$\operatorname{tang} 2\varepsilon = \frac{2KM}{v}, \tag{6}$$

die man auch als besonderen Fall der Gleichung 5 wieder finden kann.

Leicht kann man $2KM$ als Function des Winkels ω ausdrücken, um den die Polarisationsebene eines Strahls sich drehen würde, dessen Weg durch das Mittel, den magnetischen Kraftlinien folgend, durch e bezeichnet würde;

$$\omega = \frac{\pi e}{\lambda}\left(\frac{V}{v'} - \frac{V}{v''}\right), \tag{7}$$

---

1) Anzeiger der k. k. Akad. d. Wiss. zu Wien Nr. XIII. Dr. v. Fleischl gibt ohne Beweis die Gleichung der Wellenfläche

$$\frac{(x^2 + y^2)n^2 + z^2}{2r^2 n^2} \pm \frac{x\sqrt{n^2 - 1}}{r} + \frac{n^2}{2} = 1;$$

n ist ein unächter Bruch, dessen Werth wenig von der Einheit abweicht und das Maass einer homogenen Deformation darstellt, welche die ursprüngliche Kugelfläche (vom Radius r) in der Richtung der x-Axen erleidet.

V ist die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft und λ die Wellenlänge gleichfalls in Luft.

Ersetzt man in dieser Gleichung das Product $v'v''$ durch v^2, welches ihm merklich gleich ist, die Differenz $v''-v'$ durch $2KM$ (da $\alpha = 0$) und V durch nv (n bedeutet den Brechungsindex des Mittels), so erhält man:

$$e \operatorname{tang} 2\varepsilon = \frac{1}{n} \frac{\omega}{\pi} \lambda. \tag{8}$$

Dieser Werth von $\varepsilon \operatorname{tang} 2e$ repräsentirt die gesuchte lineare Theilung des Strahles, der eine Dicke e des gegebenen Mittels in einer auf die Kraftlinien des magnetischen Feldes senkrechten Richtung durchlaufen hat unter der Bedingung, dass das magnetische Feld die Wirkung habe, die Polarisationsebene um einen Winkel ω zu drehen wenn diese Länge e parallel mit den Kraftlinien durchlaufen wird.

Man sieht, dass die Theilung von der Ordnung der Wellenlänge ist, denn der numerische Factor kann der Einheit unter Bedingungen gleich gemacht werden, die praktisch nicht schwer zu verwirklichen sind; es würde also genügen, um die Ordnung von hundertstel Millimetern zu erreichen, den Factor noch ungefähr zehn Mal grösser zu machen; diese Dimension wäre hinreichend, um die Theilung und entgegengesetzte circulare Polarisation beider Bilder genau zu constatiren[1]); eine gewisse Zahl zur Verwendung bei derartigen Untersuchungen gut geeigneter Apparate bieten sich dar und lassen den Versuch leicht realisirbar erscheinen.

Die Theilung ist nach Gleichung 8 scheinbar λ proportional; in Wirklichkeit ist sie demselben merklich umgekehrt proportional, denn der Winkel ω folgt beinahe dem Gesetz von Biot, d. h. er ist λ^2 umgekehrt proportional.

Diese Bestätigungen würden ein Interesse haben, dessen Tragweite offenbar diejenige der elementaren Betrachtungen, die ihnen vorangegangen, weit übertreffen würde.

---

1) Man sollte erwarten, dass man beim Beobachten mit einem Analysator in den den beiden Bündeln gemeinsamen Theilen ein System periodisch polarisirter Fransen bemerken müsste, wie die, welche Fizeau mit zwei Parallelepipeden von Fresnel erhalten hat. (Ann. d. Ch. et Ph. (3) vol. LXIII p. 405.)

Die Wirkungsweite von der Molecularkraft der Adhäsion[1]).

Von

W. Müller-Erzbach.

Den Radius der Wirkungssphäre der Cohäsion leitete Plateau aus der kleinsten Dicke ab, unter welcher Flüssigkeitslamellen bestehen können; er fand ihn kleiner als 0,0000567^{mm} und Leidenfrost erhielt nach einer anderen Methode der Ausmessung von der Lamellendicke einen Werth, der kleiner ist als 0,0000886^{mm}. G. Quincke[2]) bedeckte Glasplatten mit dünnen keilförmigen Schichten verschiedener Stoffe und beobachtete, bei welcher Dicke derselben eine aufliegende und die Schicht nicht benetzende Flüssigkeit nach der Constanz des vorher veränderlichen Randwinkels keinen Einfluss der Glasplatte mehr erkennen liess und kam zu dem mittleren Werthe von 0,00005^{mm} für jenen Radius bei der Wechselwirkung zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten. Ich habe nun bei Gelegenheit einer Untersuchung über die Stärke der Adhäsion nach der Dampfspannung absorbirter Stoffe ein Mittel gefunden, durch welches ich auf einfache Weise glaube beweisen zu können, dass die in Betracht kommenden Molecularkräfte nicht nur bei unmittelbarer Berührung wirksam sind, sondern selbst noch in einem grösseren Abstande als ihn Hr. Quincke nach seinen Versuchen bestimmt hat.

Reines pulverfömiges Eisenoxyd, welches durch Erhitzen des mit Ammoniak gefällten Hydrats bis zu anfangender Rothgluth dargestellt war, zeigte bei gewöhnlicher Temperatur ein ziemlich starkes Absorptionsvermögen zu dem Wasserdampf der damit gesättigten Luft, aber ein noch viel stärkeres zu Schwefelkohlenstoffdämpfen, denen es in

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus den Verh. der phys. Ges. zu Berlin 1885 Nr. 1 und 4.

2) Kgl. Ges. d. Wiss. Göttingen, 5. Mai 1869.

einer verschlossenen Flasche ausgesetzt war. 0,3005 ^{g} des mässig fein pulverisirten Oxyds wurden in einer auf einer Seite zugeschmolzenen Glasröhre von 58^{mm} Länge und 7^{mm} Durchmesser in die am Boden mit Schwefelkohlenstoff bedeckte Flasche gebracht. Neben ihr befand sich eine weitere Röhre mit concentrirter Schwefelsäure, welche vorhandene Wasserdämpfe aufnehmen sollte. Bei einer durschnittlichen Temperatur von ungefähr 12° wurden nun in den ersten 22 Stunden 32 ^{mg} Schwefelkohlenstoff aufgenommen, dann regelmässig in derselben Zeit weniger und zuletzt betrug die Gewichtszunahme in 24 Stunden noch nicht 1 ^{mg}, sodass die Absorption im Wesentlichen als beendigt angesehen werden konnte. Der Vorgang war durch häufige Wägungen näher verfolgt, und es ergaben sich nach denselben für je 24 Stunden der sich folgenden neun Tage die nachstehenden Gewichtszunahmen.

35 — 17 — 15 — 9 — 6 — 3 — 2 — 1 — 0,5^{mg} zusammen 88,5^{mg}.

Den Erfahrungen Bunsen's[1]) gemäss fand ich, dass das vollständige Aufhören der Dampfaufnahme jedenfalls im Laufe einiger Tage nicht zu erkennen ist, in dem beschriebenen Versuche ist es nach der starken Abnahme der absorbirten Mengen gleichwohl noch früher zu erwarten als nach einigen darüber angestellten Versuchen bei der Absorption des Wasserdampfs. Als ich eine andere Glasröhre von gleicher Länge aber grösserem Querschnitte zur Aufnahme des Eisenoxyds benutzte, erfolgte die Absorption wie zu erwarten lebhafter, aber das Aufhören derselben ist selbst in diesem Falle bis jetzt nicht festgestellt.

Durch Vergleichen der gleichzeitigen Gewichtsabnahme gleicher Röhren mit freiem und mit absorbirtem Schwefelkohlenstoff, also aus der verschiedenen Verdampfungsgeschwindigkeit, habe ich nach der für das Messen der Spannkraft des Wassers angegebenen Methode[2]) das Verhältnis für die Dampfspannung des freien und des gebundenen Schwefelkohlenstoffs gesucht. Wegen der hohen Dampfspannung des Schwefelkohlenstoffs werden dabei jedoch kleine Unterschiede viel weniger sichtbar als beim Wasser, und so zeigte sich anfangs überhaupt kein Unterschied. Es wurden nämlich der Reihe nach die folgenden relativen Spannungen (freier Schwefelkohlenstoff = 100) beim Verdampfen an der Luft beobachtet: 100,4—98—88—81—20. Dabei bezeichnen die beiden ersten Zahlen die Spannung während des Verdunstens der ersten 60 % des Schwefelkohlenstoffs und für die letzte

1) Wied. Ann. Bd. 20 S. 545.
2) Wied. Ann. Bd. 23 S. 607.

Zahl ist zu beachten, dass nachher noch eine Gewichtsabnahme von $1\frac{1}{2}$ mg stattfand. Die relative Spannung des von Eisenoxyd oder Aluminiumoxyd absorbirten Wassers war bedeutend geringer, sie betrug in einem Falle für die erste Hälfte des Wassers 81 % und fiel dann auf 38 %. Das Aluminiumoxyd und besonders wenn es möglichst rein dargestellt ist, absorbirt grosse Mengen von Wasserdampf, sogar mehr als ein Hydrat mit 3 Molekülen Wasser erfordern würde, aber die Versuchsdauer ist bedeutend grösser, und so sind meine Beobachtungen noch nicht abgeschlossen, weitere Mittheilungen darüber muss ich mir deshalb für eine spätere ausführliche Abhandlung vorbehalten. Für Wasserdämpfe konnten nach ihrer Absorption die Spannungen nach der Verdampfungsgeschwindigkeit bei einer einfachen Correctur mit einer Genauigkeit bestimmt werden, die Barometermessungen kaum nachstehen dürfte.

Die Absorption des dampfförmigen Schwefelkohlenstoffs vollzieht sich mit schneller Abnahme und allmähligem Abschluss genau wie die eines gewöhnlichen Gases. An der Oberfläche des Eisenoxyds ist der Schwefelkohlenstoff fest und die Dichtigkeit dieser Schicht ist nach der Analogie des Wassers nicht viel grösser anzusehen als die des freien Schwefelkohlenstoffs. Das von wasserhaltigen Salzen chemisch aufgenommene Wasser, auch wenn es eine geringere Spannkraft besitzt und demnach fester gebunden ist als irgend absorbirtes Wasser, zeigte fast in keinem Falle eine 25 % überschreitende Contraction, und wenn man eine solche für den Schwefelkohlenstoff in Anrechnung bringt, so hat man aller Wahrscheinlichkeit nach den wahren Betrag derselben überschritten. Nimmt man deshalb 1,60 anstatt 1,27 für das specifische Gewicht des absorbirten Schwefelkohlenstoffs, so wäre man im Stande, das Minimum der Entfernung für die noch wirksame Adhäsiou zu berechnen, wenn man ausserdem die Oberfläche des absorbirenden Eisenoxyds ausmessen könnte. Letzteres ist unmöglich, aber es ist unbedenklich, eine Maximalgrenze dieser Oberfläche mit Hilfe des Mikroskops aufzusuchen. Das von mir benutzte mässig fein geriebene Eisenoxyd breitete ich auf einer Glasplatte aus, kehrte die Platte um und maass nun mittels eines aufgelegten Mikrometers von einer Theilung bis 0,01 mm die anhaftenden kleineren Körnchen. Nur ein geringer Theil derselben hatte unter 0,02 mm Durchmesser, als Durchschnitt würde ich 0,06 mm abgeschätzt haben, aber für die beabsichtigte Grenzbestimmung nahm ich 0,02 mm, was zugleich fast den Dimensionen der kleinsten Zellen entspricht. Bei kugelförmiger Gestalt der Körnchen von 0,01 mm Radius hätten die für die Absorption verwandten 0,3005 g Eisenoxyd eine Oberfläche von 17970 qmm, bei der Form des Tetraeders wäre sie $1\frac{1}{2}$ mal so gross, für quadratische Säulen von 10 mal grösserer

Höhe als Grundkante zweimal so gross und für quadratische Pyramiden mit zehnmal so grosser Grundkante als Höhe viermal so gross. Rechnet man daher die dreifache Oberfläche der substituirten sehr kleinen Kugeln, so darf dieselbe jedenfalls als eine maximale angesehen werden. Da auf dieser Fläche von 54000 ^{qmm} selbst bei der angenommenen starken Verdichtung 55 ^{cmm} Schwefelkohlenstoff liegen, so beträgt die Dicke der Schicht 0,001 ^{mm}. Bis auf einen solchen Abstand mindestens vermag demnach das Eisenoxyd die Molecüle des Schwefelkohlenstoffs durch die gegenseitige Adhäsion zu binden. Dit Aehnlichkeit zwischen Absorption und chemischer Anziehung tritt auffallend hervor, man könnte die erstere als eine Vorstufe der letzteren bezeichnen und dann auch die Beschränkung molecularer Bewegung in analoger Auffassung als die Ursache der Absorption hinstellen. Der Anziehungsmittelpunkt für die Ablagerung der Gasmoleküle liegt auf der Oberfläche des Eisenoxyds und die zuerst absorbirten Schichten vermitteln die Uebertragung der vom Eisenoxyd ausgehenden Erregung, je mehr der Abstand von jenem Centrum wächst, desto geringer wird die Kraftwirkung, wie der Verlauf der Gewichtszunahmen ganz deutlich anzeigt. Die Behauptung, dass die zuerst verdichtete Schicht von Schwefelkohlenstoff für sich allein die folgenden anziehen sollte, dürfte sich schwer festhalten lassen, denn sonst würde weder diese Anziehung so schnell noch mit zunehmender Entfernung stetig abnehmen. Auch wenn man eine die weitere Adhäsion ermöglichende moleculare oder chemische Veränderung der angelegten Schichten voraussetzen wollte, bliebe gegen ihre selbständige Anziehung derselbe Einwurf, da sich ähnliche allotropische Veränderungen oder solche des Aggregatzustandes sehr leicht ausbreiten, wenn sie einmal angefangen haben. Stark abnehmende partielle Veränderungen, wie man sie annehmen müsste, sind daher unwahrscheinlich und so bleibt nur die zugleich am nächsten liegende Erklärung, dass die Adhäsion nicht nur bei unmittelbarer Berührung, sondern auch bis zu einem messbaren Abstande wirksam ist. Diese Thatsache beweist der beschriebene Versuch mit grosser Bestimmtheit, während die genaue Angabe der Grösse jenes Abstandes nach demselben unmöglich ist. Doch ist es bei der Schwierigkeit des Gegenstandes wichtig genug, die untere Grenze für die Ausdehnung der Wirkungssphäre kennen zu lernen.

Der von mir als Minimum bestimmte Werth ist noch 20 mal grösser als der schon für zu gross gehaltene Quincke'sche von 0,00005 ^{mm}; aber da doch unbedingt die Oberfläche des Eisenoxyds nicht noch 20 mal grösser angesehen werden darf als 54000 ^{qmm}, so muss ich bei der Behauptung des grösseren Werthes stehen bleiben. Doch führt schon die Analogie zwischen Absorption und chemischer Ver-

bindung ebenso wie die Verschiedenheit der Steighöhen in Haarröhrchen darauf die Wirkungsweite von der chemischen Natur der sich berührenden Stoffe abhängig anzusehen, sodass selbst abgesehen von den Modalitäten des Versuchs jene Radien von einander abweichen müssten. Für den bei der Absorption von mir gefundenen grösseren Werth spricht die Thatsache, dass die dichtesten Kohlen, deren Poren bei grösserer Dicke der angelegten Schichten leichter gefüllt werden könnten, in Wirklichkeit allgemein am wenigsten absorbiren. Ich halte wegen der bedeutenden Herabsetzung der Zahlen zur Sicherstellung des Minimums thatsächlich die Dicke der adhärirenden Schwefelkohlenstoffschicht für erheblich grösser als jenes Minimum, doch fehlen die Mittel zu weiterer Entscheidung. Dagegen kann das Verhältnis der mittleren Entfernung der einzelnen Schwefelkohlenstoffschichten von der Oberfläche des Eisenoxyds hinreichend genau angegeben und mit den aufgenommenen Gewichtsmengen verglichen werden. Man findet nämlich bei dem Verhältnisse der mittleren Entfernungen 17 : 43 : 59 : 71 : 79 : 83 als entsprechendes Verhältnis der in je 24 Stunden absorbirten Schwefelkohlenstoffmengen 35 : 17 : 15 : 9 : 6 : 3, sodass man die Abhängigkeit beider Grössen auf das Deutlichste erkennen kann. Nach welchem Gesetze aber die Abnahme erfolgt, das kann erst nach umfangreicheren Beobachtungen festzustellen unternommen werden. Es wurden von Hrn. Kayser und Hrn. Neesen Zweifel ausgesprochen, ob die auch nach Bildung der oberflächlichen Schicht des Schwefelkohlenstoffs noch wahrnehmbare Absorption des letzteren thatsächlich in der Anziehungskraft des absorbirenden Körpers gegen den betreffenden Dampf ihren Grund habe. Hr. Kayser wies darauf hin, dass die weitere Verdichtung durch den schon verdichteten Schwefelkohlenstoff die Erscheinung erkläre. Hr. Neesen machte darauf aufmerksam, dass die ganze Erscheinung auch als reine Diffusion aufgefasst werden könnte.

Auf diese Bedenken kann ich gegenüber der Annahme des Hrn. Kayser, dass der neue Schwefelkohlenstoffdampf durch den schon verdichteten festgehalten würde, zunächst nur darauf hinweisen, wie es früher bereits geschehen ist, dass ich keinen Grund finde, weshalb dann die Aufnahme des Schwefelkohlenstoffs schliesslich aufhört und weshalb sie mit so deutlich hervortretender Abstufung abnimmt. Aus Veranlassung dieses Einwandes habe ich weiter den Versuch gemacht, ob es nicht möglich wäre, zwei Absorptionsschichten über einander zu legen, und das ist mir meines Erachtens beim Eisenoxyd wie bei der Thonerde wirklich gelungen. Es ist ja bereits bekannt, dass feuchte Kohle schwächer absorbirt als trockene, in ähnlicher Weise nahmen nach wiederholten Versuchen Eisenoxyd und Thonerde um so weniger

Schwefelkohlenstoff auf, je grösser ihr Gehalt an absorbirtem Wasser war. In einem Falle brachte ich mit Wasserdampf ziemlich gesättigte Thonerde in die am Boden mit Schwefelkohlenstoff bedeckte Flasche, welche durch concentrirte Schwefelsäure trocken gehalten wurde. Nach 24 Stunden war trotz des sehr starken Absorptionsvermögens der Thonerde gegen Schwefelkohlenstoff nur wenig davon aufgenommen, ich liess denselben an der Luft verdampfen und fand, dass die Thonerde nachher gegen den Anfang des Versuches etwas von ihrem Wasser verloren hatte, es war davon fast genau so viel an die trockene Luft in der Flasche abgegeben als es bei der gleichen Sättigung der Thonerde ohne Anwesenheit von Schwefelkohlenstoff gewöhnlich geschieht, und für dieses Wasser war Schwefelkohlenstoff absorbirt. In den nächsten 24 Stunden wiederholte sich dieser Vorgang mit annähernd den gleichen Gewichtsmengen, später aber erfolgte der Austausch wesentlich langsamer. Durch frühere Versuche hatte ich bereits nach der Gewichtsabnahme in gleichen Zeiten beim Verdunsten an der Luft die Spannkraft des von der Thonerde absorbirten Schwefelkohlenstoffs bestimmt und bei dem zuletzt verdunstenden Theile desselben eine starke Abnahme der Dampfspannung, viel stärker als beim Eisenoxyd, beobachtet. Ich prüfte daher in gleicher Weise die mit Wasserdampf und nachträglich mit Schwefelkohlenstoff beladene Thonerde, fand aber nur die stärkste unter den Spannungen, welche früher festgestellt waren. So schliesse ich auf eine Lagerung des Schwefelkohlenstoffs über oder in die äusserste Schicht des absorbirten Wassers. Je dicker diese Schicht ist, desto schwächer äussert sich wegen der grösseren Entfernung die Anziehung der Thonerde; den Schwefelkohlenstoff durch das absorbirte Wasser und nur in unmittelbarer Berührung festgehalten anzusehen ist schon deshalb unmöglich, weil die aufgenommene Menge desselben nach Maassgabe der Wassermenge und nicht der Wasseroberfläche veränderlich ist.

Der feste Körper zieht nicht nach dem Dichtigkeitsverhältnisse das Gas an, sondern nach seiner übrigen physikalischen und namentlich seiner chemischen Beschaffenheit. Die verschiedenen Eisenoxyde haben fast gleiche Dichtigkeit und doch absorbirte Caput mortuum im Vergleiche mit einem anderen Oxyde in 10 Tagen nur $^1/_8$ des Schwefelkohlenstoffs, am ersten Tage noch nicht $^1/_{20}$. Dass der bereits verdichtete Schwefelkohlenstoff den von den Oxyden ausgehenden Einfluss vermittelt, ist möglich und ich bestreite es nicht, ich behaupte nur, die Anziehung der Oxyde reicht durch die aufliegenden Schichten hindurch bis zu den Gastheilchen in der angegebenen Entfernung. Durch gleich dicke Schichten von absorbirtem Wasser hindurch wirken Eisenoxyd und Thonerde ganz in der

ursprünglichen Verschiedenheit auf Schwefelkohlenstoff ein und bei allen diesen Absorptionen bleibt das entscheidende Moment, das primum agens, das Verhältnis vom Oxyd zu der Gasmasse. Nimmt dabei die Dichtigkeit in der von Hrn. Kayser bezeichneten Art ab und eine Abnahme derselben findet unzweifelhaft statt, so würde dadurch die Entfernung von der Oberfläche der absorbirenden Oxyde für nur noch grösser anzusehen sein.

Die Gleichstellung der Erscheinung mit einer Diffusionsbewegung, wie sie Hr. Neesen angedeutet hat, liegt nach meiner Auffassung an sich näher. Neben der durch das Eindringen bedingten langsamen Aufnahme des verdichteten Dampfes wäre nach meinen bisherigen Erfahrungen hauptsächlich der Umstand dafür, dass anscheinend die durch Säuren schwerer löslichen Modificationen des Eisenoxyds, z. B. Caput mortuum auffallend schwächer absorbiren als die leichter löslichen. Aber schon die Thatsache spricht dagegen, dass dieselbe Menge an Schwefelkohlenstoff, welche zur Aufnahme durch das Eisenoxyd neun Tage erforderte, aus einer ziemlich engen und 5 ^{cm} langen Glasröhre in fünf Stunden vollständig an die Luft verdunstete. Ferner würde man beim Eindringen zwischen die einzelnen Moleküle des Oxyds eine gleichmässige Zwischenlagerung erwarten, und dann müsste die Abscheidung in ähnlicher Weise regelmässig erfolgen wie bei den doch wahrscheinlich vollständiger vereinigten und fester zusammengehaltenen Bestandtheilen einer chemischen Verbindung. In Wirklichkeit aber giebt z. B. das bei gewöhnlicher Temperatur völlig zerlegbare wasserhaltige schwefelsaure Natron alles Wasser mit constanter Spannung ab, während von dem durch Thonerde absorbirten Wasser kaum $^1/_6$ mit gleicher Spannung verdunstet, nachher sinkt die Spannung bald auf $^1/_4$ und $^1/_8$ der ursprünglichen, bis sie zuletzt fast ganz aufhört. Eine Analogie mit dem chemisch gebundenen Wasser ist deshalb in dieser Beziehung gar nicht vorhanden. Auch die vorher erwähnte Beobachtung, nach welcher der von dem bereits wasserbedeckten Oxyde absorbirte Schwefelkohlenstoff während eines Zeitraums von 48 Stunden die relativ grösste Dampfspannung behält, ist wieder schwer mit einem beträchtlicheren Eindringen in das Innere des Oxyds zu vereinigen. Am vollständigsten jedoch steht jener Ansicht die Wahrnehmung entgegen, dass es beim Eisenoxyd sowohl wie bei der Thonerde durch blosses Hineinwerfen in Wasser gelingt, sofort den grössten Theil des aufgenommenen Schwefelkohlenstoffs in Form von flüssigen Tropfen abzuscheiden. Vom Eisenoxyd wurden nach einem darüber angestellten Versuche wenigstens $^7/_9$ des Schwefelkohlenstoffs sogleich frei und konnten zum Verdunsten gebracht werden, nach dem Schütteln hörte

der Geruch danach auf und war auch nach dem Hinzugiessen von starker kalter Salzsäure wie beim völligen Auflösen des Oxyds durch Erwärmen nicht wieder zu bemerken. Da der Schwefelkohlenstoff demnach nur lose anhaftete und sich theilweise in grösseren Tropfen absonderte, versuchte ich ihn durch Pressen der pulverförmigen Oxyde zwischen zwei Glasplatten zu Tropfen zu vereinigen, aber das war nicht möglich. Die Thonerde verhielt sich dem Eisenoxyd ähnlich, nur wurde hier in einem Falle nach dem Zugiessen von Salzsäure der Geruch nach Schwefelkohlenstoff von neuem deutlich bemerkt. Eine grössere Menge desselben war deshalb bei keinem der Oxyde in das Innere eingedrungen, sonst konnte er bei einer äusserlichen Bedeckung der engen Zugänge dorthin nicht in einigen Minuten schon abgeschieden sein.

Während ich in dieser vorläufigen Mittheilung bisher nur die häufiger genannten kleineren Radien für die Wirkungssphäre der Molekularkräfte angegeben habe, will ich nachträglich noch darauf hinweisen, dass Mach[1]) durch Wägen von Lamellen auf Zahlen geführt ist, die beim Colophonium 27 mal und beim Wasserglas 142 mal grösser sind als das von mir aufgestellte Minimum.

1) Wien. Ber. Bd. 46 S. 125 vom Jahre 1862.

Folgerungen aus einer neuen Hypothese von Kohlrausch über die thermoelektrischen Erscheinungen[1]).

Von

Angelo Battelli.

Um die von sehr bedeutenden Physikern in Bezug auf die thermoelektrischen Erscheinungen erzielten Beobachtungsresultate zu erklären, zog Thomson nach theoretischen Erwägungen den Schluss[2]), dass ausser den elektromotorischen Kräften, die, wie man annahm, an den Berührungspunkten zweier verschiedener Metalle existiren, auch in jedem Querschnitte der beiden Metalle eine elektromotorische Kraft vorhanden sei, falls in denselben die Temperatur nicht constant wäre. Umgekehrt werde ein Strom, wenn er von einer Stelle eines Metalls zu einer anderen von verschiedener Temperatur fliesse, entweder Wärme entwickeln oder solche absorbiren; den Betrag σ, der von der Einheit eines elektrischen Stroms, welcher in einem gegebenen Metalle zwischen zwei um einen Temperaturgrad verschiedenen Stellen übergeht, absorbirten oder entwickelten Wärme, nannte Thomson „specifische Elektricitätswärme".

Tait vervollständigte diese Theorie durch die Annahme[3]), der Betrag σ sei der absoluten Temperatur proportional, und er kam zu dem Schlusse, die totale elektromotorische Kraft eines thermoelektrischen Elements lasse sich ausdrücken durch

$$E = A(T_1 - T_2)\left(T_0 - \frac{T_1 + T_2}{2}\right); \qquad (1$$

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus „Rendiconti della R. Accad. dei Lincei" vol. I Serie 4 (1885).

2) Transactions of the R. Society of Edinburgh vol. XXI part. I May 1854.

3) Proceedings of the R. Society of Edinburgh (19. Dec. 1870).

ferner der Betrag der von der Stromeinheit in der Zeiteinheit beim Durchgang durch eine Löthstelle des Elements entwickelten Wärme lasse sich wieder geben durch

$$\Pi = \frac{A}{J}(T_0 - T)\,T. \tag{2}$$

In diesen Gleichungen sind A und T_0 zwei Constanten, und zwar ist T_0 die absolute Temperatur des neutralen Punktes, T_1 und T_2 sind die absoluten Temperaturen der beiden Löthestellen und J ist das mechanische Wärmeäquivalent.

Im Jahre 1856 versuchte Thomson[1]) die Thatsache der Stromumkehrung in einem thermoelektrischen Elemente durch eine neue Hypothese zu erklären, nämlich durch die Annahme einer „elektrischen Wärmeübertragung".

Eben diese Hypothese wurde vor einigen Jahren von Kohlrausch als Grundlage aller thermoelektrischen Erscheinungen eingeführt[2]).

Er stellte fest, dass die thermomotorische Kraft, die in einem gegebenen Körper einen elektrischen Strom Eins erzeugt, proportional sei der elektromotorischen Kraft, die in demselben Körper einen Wärmestrom Eins hervorbringt.

Ich beabsichtige nun hier den Nachweis zu erbringen, wie aus den Kohlrausch'schen Schlüssen mit grösster Leichtigkeit die Ausdrücke sich ableiten lassen, die ihre Bestätigung durch die Experimente gefunden haben.

Vor Allem lässt sich durch einfache Schlussfolgerung das Gesetz betreffs der Zwischenmetalle einer Spannungsreihe beweisen.

Denn haben wir eine Kette von drei Metallen A, B, C und ist M der Betrag der vom Strome in das Metall A transportirten Wärme, M' der ins Metall B, das eine constante Temperatur haben soll, transportirte Wärmebetrag, so ist $M - M'$ die bei der Verbindung $(A|B)$ entwickelte Wärme; und wenn M'' die in das Metall C übergeführte Wärme ist, so ist $M' - M''$ die bei der Verbindung $(B|C)$ entwickelte Wärme; mithin ist die gesammte entwickelte Wärme $M - M''$, wie wenn das Zwischenmetall B gar nicht vorhanden wäre.

Nun nennt Kohlrausch „thermoelektrische Constante" einer Substanz den Betrag

$$\vartheta = \alpha\,\frac{h}{k},$$

1) Philosophical Trans. of the R. Soc. of London vol. 146 part. III.

2) Pogg. Ann. Bd. 156 S. 601.

wo α die in dieser gegebenen Substanz von einem Wärmestrom Eins transportirte Elektricitätsmenge, h und k bezw. die thermische und elektrische Leitungsfähigkeit derselben Substanz sind.

Macht man ϑ zu einer Function der absoluten Temperatur und zerlegt sie in zwei Glieder $\vartheta + \eta T$, deren eines constant, das andere mit der Temperatur veränderlich ist, so nimmt die elektromotorische Kraft eines thermoelektrischen Elements den Ausdruck an:

$$E = \int_{T_1}^{T_2} (\vartheta + \eta T)\, dT - \int_{T_2}^{T_1} (\vartheta' + \eta' T)\, dT,$$

wenn T_1 und T_2 die absoluten Temperaturen der beiden Löthestellen, und ϑ und η dem ersten, ϑ' und η' dem zweiten Metalle zugehören. Hieraus ist

$$E = (\vartheta - \vartheta')(T_1 - T_2)\left(1 + \frac{\eta - \eta'}{\vartheta - \vartheta'} \frac{T_1 + T_2}{2}\right);$$

multiplicirt man und dividirt durch $\frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta - \eta'}$, so erhält man:

$$E = (\eta' - \eta)(T_1 - T_2)\left(\frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta} - \frac{T_1 + T_2}{2}\right),$$

und macht man

$$\eta' - \eta = A, \quad \frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta} = T_0,$$

so hat man:

$$E = A(T_1 - T_2)\left(T_0 - \frac{T_1 + T_2}{2}\right),$$

welcher Ausdruck vollkommen mit der Formel 1 von Tait übereinstimmt, und der von Tait selbst[1]), sowie von Avenarius[2]) experimentell bestätigt worden ist.

Aus dem von Kohlrausch gefundenen Ausdrucke für den Betrag der an einer Löthestelle L_1 entwickelten Wärme

$$Q_1 = C(\vartheta' - \vartheta)\, i,$$

wo i die Stromintensität, C eine Constante ist, lässt sich ableiten, dass dieser Wärmebetrag $= 0$ ist, wenn $T_0 = 0$ ist, wie dies auch von den Prof. Naccari und Bellati[3]) experimentell erprobt worden ist.

---

1) Trans. of the R. Society of Edinburgh vol. XXVII p. 126.

2) Pogg. Ann. Bd. 119.

3) Atti dell' Istituto Veneto vol. VII Serie V.

In der That, setzt man für ϑ und ϑ' bezw.

$$\vartheta + \eta T \text{ und } \vartheta' + \eta' T,$$

sodann

$$Q_1 = C(\vartheta + \eta T - \vartheta' - \eta' T)\, i$$

und setzt man:

$$T = T_0 = \frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta},$$

so hat man:

$$Q_1 = C\left(\vartheta + \eta\,\frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta} - \vartheta' - \eta'\,\frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta}\right) i.$$

Hieraus erhält man leicht:

$$Q_1 = 0.$$

Uebrigens kann man diesen Ausdruck so schreiben:

$$Q_1 = C[\vartheta - \vartheta' + (\eta - \eta')\, T]\, i$$

$$Q_1 = -\, C\left(\frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta} - T\right) i,$$

und macht man C proportional zu T:

$$C = -\, C' T,$$

d. h. nimmt man an, dass das Verhältnis zwischen der von der Wärme transportirten Elektricität und der von der Elektricität transportirten Wärme mit der Temperatur zunimmt, so erhält man:

$$Q_1 = C'\left(\frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \alpha} - T\right) T,$$

wenn die Stromeinheit hindurchgeht, oder

$$Q_1 = C'(T_0 - T)\, T,$$

welches die Tait'sche Gleichung 2 ist, wenn

$$C' = \frac{A}{J}.$$

Dieser Ausdruck wurde auch von den Professoren Naccari und Bellati in der oben citirten Abhandlung auf experimentellem Wege bestätigt.

Aus den Untersuchungen Le Roux's ergibt sich, dass für Blei der Thomson'sche Effect Null ist; nach der Hypothese von Kohlrausch heisst dies so viel als $\eta = 0$; und wenn man alsdann alle Metalle auf das Blei bezieht, so wird der Ausdruck für die elektromotorische Kraft

$$E = \eta\,(T_1 - T_2)\left(\frac{\vartheta - 1}{\eta} - \frac{T_1 + T_2}{2}\right),$$

wenn man das ϑ des Bleies gleich der Einheit setzt; und das thermoelektrische Vermögen wird ausgedrückt sein durch

$$\frac{dE}{dT} = \vartheta - 1 - \eta T.$$

So ergibt sich, dass, wenn man die Diagramme des thermoelektrischen Vermögens herstellt, die Constante η für ein auf Blei bezogenes Metall gleich ist der trigonometrischen Tangente des Winkels, den sein Diagramm mit dem des Bleies bildet.

Es ist nicht ohne Nutzen, für zwei ein Element bildende Metalle die Constanten ϑ und η zu kennen; denn der Strom geht von jenem Metalle, in welchem der Betrag $\vartheta + \eta T$ grösser ist, durch die warme Löthestelle hindurch in das andere Metall. Kennt man sonach die Richtung des Stromes in einem aus zwei Metallen bestehenden Elemente, so weiss man mittels der thermoelektrischen Constanten sogleich, welche Löthestelle sich erwärmt und welche sich abkühlt.

Es ist leicht, ein Gesetz abzuleiten für den elektrischen Wärmetransport, denn die Wärme wird von der positiven Elektricität aus dem Metalle A zum Metalle B hingeführt, wenn $\vartheta + \eta T > \vartheta' + \eta' T$, oder wenn E positiv ist.

Wenn daher die halbe Summe der absoluten Temperaturen der beiden Verbindungsstellen kleiner ist als die neutrale Temperatur, und letztere über Null beträgt, so wird der von der positiven Elektricität bewirkte Wärmetransport von A nach B gehen, wenn bei der höheren Temperatur der Verbindungsstelle das Diagramm von A sich über dem von B befindet; das Gegentheil geschieht, wenn die halbe Summe der absoluten Temperaturen grösser ist als die neutrale Temperatur, und diese höher als Null ist.

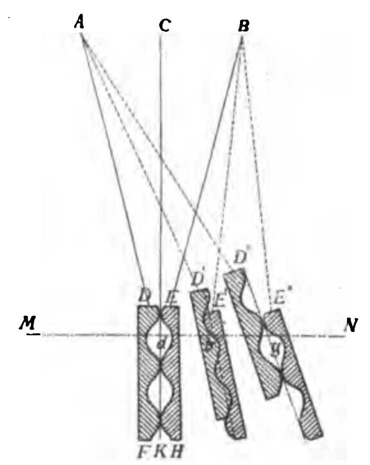
Ist die neutrale Temperatur niedriger als Null, so wird der Transport immer von A nach B erfolgen bei allen Temperaturen, bei welchen sich das Diagramm von A unter B befindet.

Ueber eine Methode, die Bildung von Diffractionsstreifen zu erklären[1]).

Von

S. T. Moreland.

Die folgende Methode zur Erklärung der hellen und dunklen Streifen bei einer Diffractionserscheinung erwies sich mir beim Unterricht als sehr zufriedenstellend und ich veröffentliche sie in der Hoffnung, dass vielleicht auch Andere sie nützlich finden mögen. Diese Methode wird durch nebenstehende Figur dargestellt und bedarf wohl kaum noch einer Erklärung. *A* und *B* stellen zwei leuchtende Punkte dar, von welchen zwei Wellenzüge gleicher Phase und gleicher Wellenlänge ausgehen. *DF* und *EH* sind zwei dünne Bretter, welche nach der einen Seite in Form einer harmonischen Welle geschnitten sind. *DA* und *EB* sind zwei Drähte von gleicher Länge. Wenn wir die beiden Bretter bei gespannten Drähten mit den gekrümmten Seiten gegeneinander hin und her bewegen, so finden wir leicht jene Punkte, wo Wellenberg auf Wellenberg fällt. Diese Punkte entsprechen den hellen Stellen bei der Diffraction. Ebenso finden wir auch eine andere Reihe von Punkten wie *f*, welche zwischen den eben erwähnten liegen, wo Wellenberg und Wellenthal zusammenfällt, wo also Verdunklung eintreten muss. Folgende Gesetze der Diffraction können mit Hilfe unseres Apparates bewiesen oder wenigstens illustrirt werden:



1) Uebersetzt aus Sill. Journ. vol. XXIX p. 5 (1885).

1. Die Entfernung zwischen den Banden nimmt ab, wenn AB sich verkleinert. Dies zeigt man, indem man einfach die Distanz AB verändert.

2. Unter sonst gleichen Umständen ist die Entfernung zwischen zwei Banden grösser, je grösser die Wellenlänge des verwendeten Lichtes ist. Es lässt sich dies zeigen, indem man ein anderes Paar Bretter hernimmt, welches eine andere Wellenlänge anzeigt. Wir können so die Wirkung des weissen Lichtes klar machen.

3. Die hellen Punkte sind so gelegen, dass die Differenz der Entfernungen von den beiden Lichtcentren ein Multiplum der Wellenlänge ist, während sie bei den dunklen Punkten ein Multiplum der halben Wellenlänge ist. Es könnten noch andere Punkte erwähnt werden, aber diese dürften genügen.

Ich habe hier keinerlei Versuch gemacht, die Darstellung der Banden durch Licht zu beschreiben, da ja die nöthigen Maassregeln in vielen Büchern dargestellt sind. Auch habe ich die Grenzen und die Ungenauigkeiten bei obiger Methode nicht erwähnt; dieselbe wird Jeder finden, der diese Methode anwendet.

Ueber Prof. Edlund's Theorie, dass das Vacuum ein Leiter der Elektricität sei[1]).

Von

A. M. Worthington.

Ich möchte mir erlauben, die Aufmerksamkeit des Prof. Edlund auf einen Einwand zu lenken, wonach ein eine Entladung verhinderndes Vacuum keineswegs ein Leiter der Elektricität ist. Diesen Einwurf habe ich bereits im Frühlinge des Jahres 1883 in einem Briefe an die „Nature" erhoben und derselbe fand, so weit ich weiss, keine Entgegnung. Ich nehme nämlich dabei Bezug auf die Thatsache, dass ein von einem solchen Vacuum umgebener Körper von einem benachbarten elektrisirten Körper elektrisch influencirt, nicht aber vor einer derartigen Wirkung beschirmt wird, wie es ja sein müsste, wenn er von einem Conductor umgeben wäre.

Wiewohl ich mit genügender Wahrscheinlichkeit die Thatsache als experimentell erwiesen annehmen konnte, dass eine Influenz auch durch ein Vacuum hindurch stattfinde, so hielt ich es doch der Mühe werth, die in meinem Briefe beschriebenen Versuche wirklich auszuführen; es wurde dabei gezeigt, dass eine in einem solchen Vacuum aufgehängte Platinkugel von einer in der Nähe befindlichen elektrisirten Scheibe genau so kräftig angezogen wurde, wie wenn sie sich in einer anderen dielektrischen Flüssigkeit befunden hätte, während auch im Moment, als die beiden sich anziehenden Körper in Contact kamen, ein kleiner Funke übersprang.

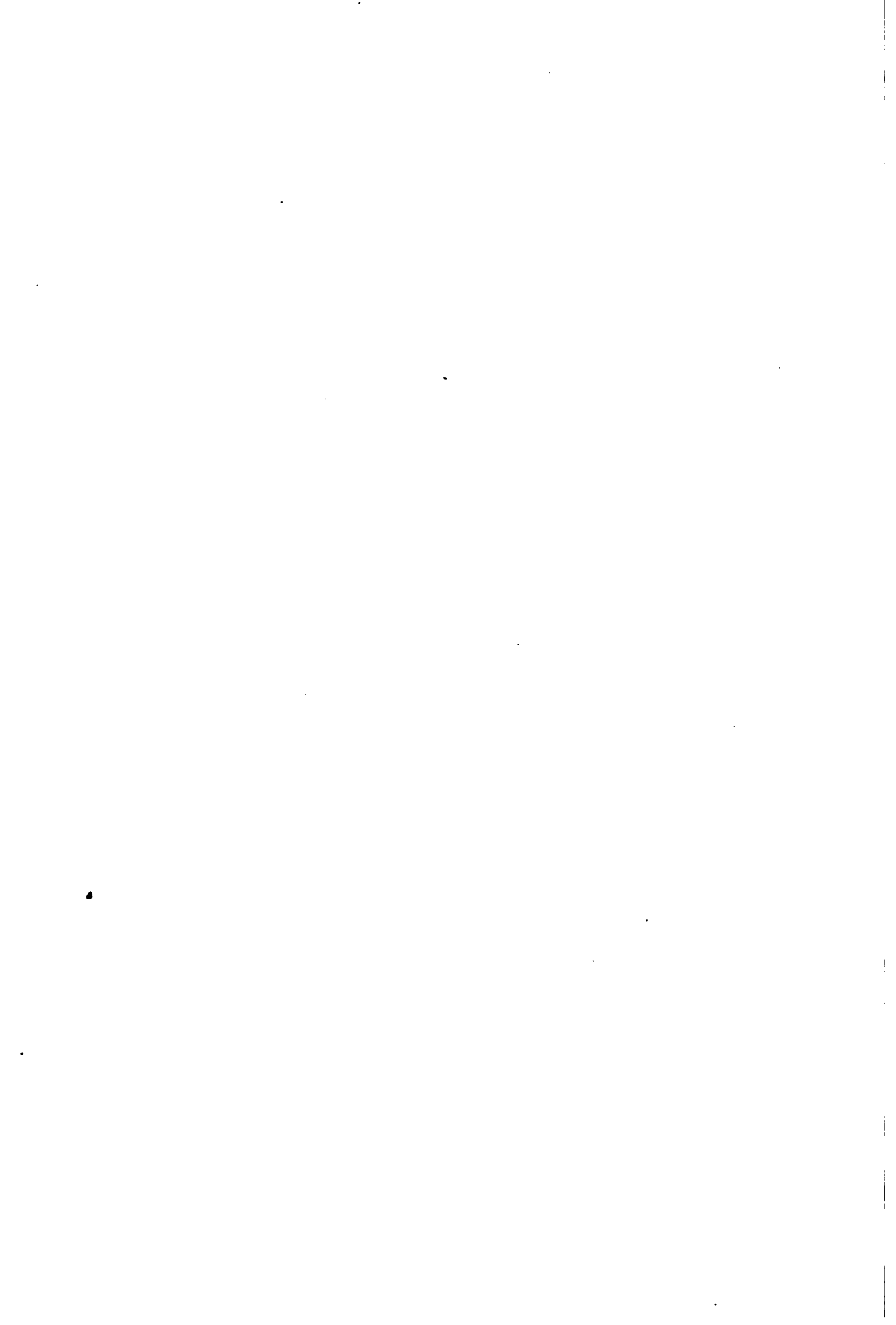
Diese Röhre, ebenso wie andere, mit welchen ich experimentirte, zeigten, wenn man sie in der Nähe eines elektrisirten Körpers bewegte und durch das Vorüberfliessen eines Stromes in der Nachbarschaft influencirte, die von Prof. Edlund beschriebenen Lichteffecte; ich glaube aber keineswegs, dass dieses Aufleuchten nothwendigerweise ein Beweis für einen Strom im gewöhnlichen Sinne des Wortes sei. Es kann eine

1) Uebersetzt aus Phil. Mag. (5) vol. XIX p. 218 (1885).

Folge des Anwachsens oder der Verminderung der Induction innerhalb des Mediums sein, dass die Inductionsröhren etwas von der Energie beim Durchgange absorbiren.

Es wäre ein Versuch von Interesse, den Durchgang eines Stromes durch einen dicken Draht, der von einem solchen Vacuum umgeben ist, zu beobachten und darauf zu achten, ob der Durchgang der Energie durch ein solches Vacuum von einem Aufleuchten begleitet ist oder nicht[1]). Wäre dies der Fall, dann könnte man das Vacuum insoweit wie einen Leiter betrachten, als die in dasselbe eintretende inductive Energie in die Form von Licht verwandelt wird. Wird ein solcher Effect nicht beobachtet, so können wir daraus schliessen, dass eine derartige Verwandlung nicht stattfindet, sobald ein regelmässiges Fliessen erreicht ist, dass es vielmehr nur Variationen im Fliessen begleitet.

1) Siehe Prof. Poynting's paper „On the Transfer of Elect. in Electr. Field." Phil. Trans. vol. II (1884).



Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4. (20a/6)	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen und electr. Messinstrumente.
Schuckert, S., Nürnberg. (9/6)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (19a/6)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

XXI. Band. 7. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 7. Heftes.

Ueber eine Abänderung an den Spiegelgalvanometern für absolute Messungen. Von A. v. Obermayer. S. 425.
Ueber die Thermoelektricität geschmolzener Metalle. Von F. Braun. S. 427.
Die Dissociation wasserhaltiger Salze und daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitution der Salzbestandtheile. Von W. Müller-Erzbach. S. 438.
Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der Grösse der Moleküle. Von Prof. Franz Exner. S. 446.
Ueber die Geschwindigkeit der circularpolarisirten Strahlen im Innern eines mit Drehungsvermögen begabten Körpers. Von Prof. August Righi. S. 471.
Ueber die Drehung der Aequipotentiallinien eines elektrischen Stromes durch magnetische Wirkung. Von E. H. Hall, S. 477.
Ueber die Phänomene, welche permanente Gase bei ihrer Verdampfung im Vacuum zeigen; über die Grenze des Gebrauchs von Wasserstoffthermometern und über die Temperatur, die man durch verdampfenden Wasserstoff erhält. Von S. Wroblewski. S. 497.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 21. April 1885. S. 500.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.


Soeben beginnt zu erscheinen
in 256 wöchentlichen Lieferungen à 50 Pf.:
MEYERS
KONVERSATIONS-LEXIKON
VIERTE AUFLAGE.
Bibliographisches Institut in Leipzig.
Über 500 Illustrationstafeln und Kartenbeilagen.
Achtzig Aquarelltafeln.
3000 Abbildungen im Text.

Ueber eine Abänderung an den Spiegelgalvanometern für absolute Messungen.

Von

A. v. Obermayer.

Die gebräuchlichen Spiegelgalvanometer in der Wiedemann-schen Anordnung und in der von Edelmann getroffenen Abänderung, gestatten in der Regel bloss die Anwendung von, eigens zu dem Instrumente construirten Rollen oder machen die Ausführung ziemlich complicirter Hilfsstücke nöthig, um andere Rollen mit dem Instrumente verbinden zu können. Häufig steht auch die Ablenkungsschiene der centralen Stellung einer Rolle, welche im Galvanometer verwendet werden soll, im Wege.

Um nun mit grosser Leichtigkeit auf dasselbe Galvanometer die verschiedensten Rollen central aufsetzen zu können, soferne denselben nur eine bestimmte Minimalinnenweite zukommt, habe ich von dem Mechaniker Wilhelm Heidel Galvanometer ausführen lassen, bei denen über dem cylindrischen kupfernen Dämpfer zu beiden Seiten zwei gleich grosse, weite Messingröhren unter Anwendung eines nicht unerheblichen Druckes aufgeschoben sind. Die Enden der Röhren werden durch passende Messingscheiben geschlossen. Es entsteht so eine sehr steife Ablenkungsschiene von ca. 50 bis 60^{cm} Länge, welche auf der Theilmaschine so getheilt wird, dass die Halbirungslinie des Dämpfers den Nullpunkt der, nach beiden Seiten hin verlaufenden Theilung bildet.

Der Dämpfer wird, in sehr solider Weise, mittels einer durchbrochenen Zwischenwand, central im Innern eines starken Messingringes befestigt, welcher unterhalb auf dem Stativ aufruht, oberhalb das Gehäuse für den Spiegel und die Suspensionsröhre trägt.

Da die bisher ausgeführten Instrumente auch zu Vorlesungszwecken dienen sollten, wurde ein Glockenmagnet angewendet, um eine stärkere Dämpfung zu erzielen. Es würde aber keiner Schwierigkeit unterliegen, den Dämpfer zweitheilig zu machen und einen Ringmagnet zur Anwendung zu bringen.

Auf die cylindrische, zum Dämpfer centrale Ablenkungsschiene lässt sich, wie wohl selbstverständlich, jede Rolle mittels Hilfsvorrichtungen, die auf der Drehbank sehr leicht herzustellen sind, befestigen.

Durch einen messingenen, federnden Klemmring und einen Index oder Nonius ist es möglich, den Rollen stets dieselbe Stellung zu geben.

Das Aufschieben von kreisförmigen Holzscheiben mit wenigen Windungen dicken Drahtes oder mit vielen Windungen dünnen Drahtes, für welche in beiden Fällen die Galvanometerconstanten gerechnet werden können, die Centrirung von Rollen, deren umsponnene Fläche — oder die Galvanometerconstante — experimentell bestimmt werden soll, sind bei diesem Galvanometer sehr einfach zu bewerkstelligen.

Für sichere Ermittelung der Rollendistanzen bei gegebenen Ablesungen am Nonius würde sich noch eine leichte stangencirkelartige Hilfsvorrichtung empfehlen, welche auf die Suspensionsröhre aufgeschoben wird und es ermöglicht, gleiche Distanzen zu beiden Seiten derselben einzustellen.

Wenn bei der Anwendung des Spiegelgalvanometers als Tangentenbussole die Ablenkung des Magneten zu gross wird, so kann durch Anwendung einer Hilfsrolle, durch welche der Strom einer Batterie von constanter elektromotorischer Kraft, z. B. von 6 bis 12 Callaud-schen Elementen, bei beträchtlichem sonstigem Schliessungswiderstande fliesst, diese Ablenkung theilweise aufgehoben werden.

Eine solche Batterie gibt, wenn sie stets durch einen grossen Widerstand geschlossen bleibt, tagelange constante Ströme. Während der Dauer eines Versuches ändert sich daher die Stromstärke in nicht nachweisbarem Maasse.

Dieses Compensationsverfahren setzt zwei Ablesungen voraus; die Ablesung des Ausschlages n_1, welchen die Batterie allein mit der Compensationsrolle hervorbringt, und die Ablesung des durch die Batterie zum Theil verringerten Ausschlages n_2, des zu messenden Stromes. Uncompensirt würde dieser letztere Ausschlag ausserhalb der Scala fallen.

Die Kenntnis der Constanten G_2 der Compensationsrolle ist nicht nöthig, man braucht bloss die Constante G_1 der Tangentenbussolenringe zu wissen. Sind H die Horizontalcomponenten, i_1 und i_2 der zu messende und der compensirende Strom, φ_1 und φ_2 die den Ablesungen n_1 und n_2 entsprechenden Winkel, dann ist:

$$G_2 i_2 = H \operatorname{tg} \varphi_2 \qquad\qquad i_1 = \frac{H(\operatorname{tg}\varphi_1 + \operatorname{tg}\varphi_2)}{G_1}.$$
$$G_1 i_1 - G_2 i_2 = H \operatorname{tg} \varphi_1$$

Die vorbesprochene Anordnung eignet sich weniger zu Galvanometern von grösster Empfindlichkeit, als zur Lösung der verschiedenen, bei absoluten Messungen vorkommenden Aufgaben.

— — — —

Ueber die Thermoelektricität geschmolzener Metalle[1]).

Von

F. Braun.

1. In einem Kreise metallischer Leiter kann ein durch Temperaturdifferenzen hervorgebrachter Strom sein Aequivalent nur in Wärme haben, welche von aussen zugeführt wird. Nimmt man an: 1. der Process sei reversibel; 2. es werde Wärme nur an der höher temperirten Contactstelle aufgenommen und nur an der kälteren abgegeben — so folgt, dass die thermoelektrische Kraft der Temperaturdifferenz der Löthstellen für beliebig grosse Intervalle proportional sein muss. Setzt man an beiden Löthstellen einen Sprung der Potentialfunction voraus, so lässt sich das Resultat auch aussprechen in der Form, dass dieser Potentialsprung der absoluten Temperatur der Löthstelle proportional sei. Die elektromotorische Kraft, aufgetragen als Function der Temperaturdifferenz, sollte also eine gerade Linie sein. Die Erfahrung zeigt nun, dass in allen seither untersuchten Ketten diese lineare Abhängigkeit nicht stattfindet; in weitaus den meisten Fällen ergibt sich vielmehr für die Curve eine Parabel. Dies führte W. Thomson zu dem Schlusse, dass auch im Inneren desselben, aber ungleich erwärmten Metalles beim Stromdurchgang reversible, der ersten Potenz der Stromintensität proportionale Wärme erzeugt werden müsse (wir wollen sie mit Le Roux den Thomsoneffect nennen). In der That, wenn die Thermokette nicht zwischen zwei Temperaturen, sondern zwischen unendlich vielen arbeitet, so folgt umgekehrt, dass ihre elektromotorische Kraft sich nicht mehr als lineare Function der grössten in derselben vorkommenden Temperaturdifferenz darstellen lässt. Obschon strenge genommen sich über den Sitz der elektromotorischen Kräfte gar nichts sagen lässt, so wird man doch geneigt sein, zu den an den Löthstellen angenommenen Potentialänderungen

[1]) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Berl. Akad. Bd. 18 (1885).

(von denen aber auch noch nicht bewiesen ist, dass sie dort auftreten) neue im Inneren der ungleich temperirten Metalle hinzuzufügen.

Seither hat man, meines Wissens, immer Ketten untersucht, in denen wenigstens ein Metall sich im festen Aggregatzustande befand. Es liegt dann nahe, diese inneren thermoelektrischen Kräfte dadurch zu erklären, dass die Wärme selber das feste Metall ändere und heisses und kaltes Metall sich wie zwei verschiedene Stoffe verhalten, oder, wie man es kurz ausdrücken kann, dass die Wärme Structuränderungen hervorbringt. In der That geben, nach den bekannten Versuchen von Magnus, Stücke desselben Metalles, die von verschiedener Temperatur sind, rasch zusammengebracht, einen Thermostrom. Nur bei Blei konnte er diesen nicht mit Sicherheit nachweisen. In Blei ist nun, wie Le Roux gezeigt, auch der Thomsoneffect vollständig oder sehr nahe gleich Null. — Im allgemeinen zeigen diejenigen Metalle, welche grossen Thomsoneffect haben, noch die fernere Erscheinung, dass beim Erhitzen eines einzigen Drahtes — während seine Enden auf constanter Temperatur bleiben — ein Thermostrom entsteht, dessen Intensität (und sogar Richtung) mit oft geringfügigen Aenderungen in der Vertheilung der Temperatur oder der Structur des Drahtes variirt. Diese Ströme sind, um es gleich hier zu erwähnen, so energisch und vor allem so variabel, namentlich wenn die Temperatur bis zur Rothgluth steigt, dass ich bei meinen Ketten darauf bedacht sein musste, dass nicht in einem festen Metall starke Temperaturdifferenzen vorhanden waren. Nur im Blei habe ich, auch beim Eintauchen von festem Blei in geschmolzenes, keine solchen Ströme mit Sicherheit finden können. Nach einem oft citirten Versuche von Magnus — den ich kurz den Magnus'schen Versuch nennen will — fehlen dieselben vollständig beim Quecksilber.

Es liegt nahe, die Ströme, welche beim Zusammenlegen eines kalten und eines warmen Metalls entstehen, gleichfalls auf Structurverschiedenheiten zurückzuführen (obschon man dann entweder der Zeit oder der Temperaturvertheilung, vielleicht dem Gefälle, einen Einfluss zuschreiben muss) und dieselben in Beziehung zu bringen zu dem Thomsoneffect, d. h. den Abweichungen, welche die thermoelektrische Kraft von der Proportionalität mit der Temperaturdifferenz zeigt. Wenn gewisse Metalle weder bei dem Magnus'schen Versuch, noch beim Erhitzen eines Drahtes, dessen Enden auf constanter Temperatur gehalten werden, einen Thermostrom geben, so kann dies in zweierlei Weise erklärt werden: entweder es treten zu beiden Seiten der erhitzten Stelle Potentialänderungen ein, welche aber um die gleiche Grösse beiderseits abnehmen, oder es entsteht überhaupt keine

thermoelektrische Erregung in dem gleichen Körper, sobald Structurverschiedenheiten seiner Natur nach ausgeschlossen sind.

Dieser letzteren, wenn auch specielleren Annahme, scheint mir, wird man a priori am meisten zuneigen. Es ist anzunehmen, dass auch andere geschmolzene Metalle sich wie Quecksilber verhalten, was ich auch thatsächlich bestätigt fand (vgl. § 7).

2. Fasst man den Magnus'schen Versuch in der zweiten Weise auf, so würde folgen, dass die thermoelektrische Kraft geschmolzener Metalle proportional der Differenz der absoluten Temperaturen ihrer Contactstellen sein müsste. Dies würde aber die Möglichkeit gewähren, absolute Temperaturen bis zu sehr hohen Graden zu messen in einer Weise, welche viele Vorzüge vor den Messungen mit dem Luftthermometer voraus hat (kleinerer Raum von constanter Temperatur, Unabhängigkeit von Ausdehnung und Formänderungen des Gefässes). Man würde ferner, und man darf wohl sagen zum ersten Male, Zahlen erhalten, welche lediglich durch die chemische Natur der Substanz definirt sind und von den Unbestimmtheiten wie: hart, weich etc. frei wären. Sie würden uns eher einen Aufschluss versprechen über die inneren Vorgänge, durch welche thermoelektrische Kräfte erregt werden. In der That erscheint es sehr sonderbar, warum bei gleichen äusseren Verhältnissen (wo beliebige Wärmemengen zur Verfügung stehen) an der Contactstelle mancher Metalle grosse Quantitäten Wärme in die Energieform mechanischer Arbeit übergeführt werden, bei anderen wieder sehr geringe[1]). Da ferner jedes geschmolzene Metall in thermoelektrischer Beziehung durch eine einzige Constante (die allerdings noch vom Druck abhängen könnte) charakterisirt wäre, so müsste diese mit anderen von der Temperatur unabhängigen für das betreffende Metall charakteristischen Constanten in Beziehung stehen; als solche bleiben aber füglich nur die Atomgewichte.

3. Diese Erwägungen veranlassten mich, in möglichst weiten Temperaturgrenzen die thermoelektrischen Kräfte geschmolzener Metalle gegeneinander zu messen. Lineare Abhängigkeit derselben von der Temperatur erschien mir von vornherein so wahrscheinlich, dass ich

1) Dass man die Peltier'sche Wärme auffasst als das Aequivalent für die Arbeit, welche die Elektricität beim Uebergang auf ein anderes Potentialniveau an der Contactstelle leistet, entbehrt jeglicher Berechtigung. Die an der einen Contactstelle verlorene Arbeit kann geleistet werden durch die gleich grosse an der anderen gewonnene, ebenso wie die Arbeiten in gleich hohen Theilen der beiden Schenkel eines Hebers mit Flüssigkeit sich compensiren. Man kann keineswegs, wie dies Maxwell gethan hat, aus der Peltier'schen Wärme auf den an der Berührungsstelle zweier Leiter in Folge der Contactelektricität stattfindenden Sprung der Potentialfunction schliessen.

von Anfang an mein Augenmerk auf möglichst vollkommene chemische Reinheit der Materialien lenkte und zunächst bloss Elemente wählte. Erst später wurden noch einige Legirungen herangezogen.

Ich gebe im folgenden die Combinationen, welche gemessen wurden, sowie den benutzten Temperaturumfang; t soll die Temperatur der kälteren Contactstelle, T die der an der wärmeren Contactstelle erreichte höchste bedeuten.

Na|Hg ($t = 20^0$, resp. 100^0; $T = 370^0$)
Pb|Hg ($t = 20^0$; $T = 580^0$)
K|Hg ($t = 20^0$, resp. 100^0; $T = 520^0$)
Sn|Hg ($t = 20^0$; $T = 460^0$)
Hg|(Na + K)[1] ($t = 20^0$; $T = 380^0$)
Pb|Sn ($t = 20^0$; $T = 435^0$; $t = 424^0$; $T = 974^0$)
Bi|Sn ($t = 508^0$; $T = 882^0$)
Hg|(Hg + Bi + Pb)[2] ($t = 20^0$; $T = 530^0$).

4. Zur Bestimmung der hohen Temperaturen in oft kleinen Räumen dienten Platinspiralen, deren galvanischer Widerstand vorher als Temperaturfunction ermittelt war. Ich benutzte dazu einen grossen, mit Steinkohlen geheizten Muffelofen, auf dessen Beschreibung, sowie einige andere mit ihm ausgeführte Versuche ich demnächst an einem anderen Orte zurückkommen werde. Die Gefässe für das Luftthermometer waren aus Meissener Porzellan[3]). Die Dimensionen konnten so gewählt werden, dass — Constanz der Temperatur vorausgesetzt — Temperaturen von 1000^0 C. noch bis 1 oder 2^0 genau garantirt werden können.

5. Die Metalle waren, soweit Glas benutzt werden konnte, in Glasröhren eingeschlossen. Als Leitung nach aussen dienten Platindrähte, welche in die Glaswand eingeschmolzen waren. Bei einigen Metallen war der Platindraht direct mit den Metallen in Contact; bei anderen wurde dieser Contact vermittelt durch einen Stift aus Retortenkohle[4]) oder Graphit, bei anderen durch einen Eisendraht. Zwei mit Metallen gefüllte Glasröhren standen vertical dicht nebeneinander. An

1) Bei gewöhnlicher Temperatur flüssige Legirung; circa 1 Aequ. K auf 1 Aequ. Na.

2) Bei gewöhnlicher Temperatur flüssig; 1 Theil Blei, 1 Theil Wismuth, 3 Theile Quecksilber.

3) Es drängt mich, an dieser Stelle der kgl. sächs. Porzellanmanufactur, insbesondere dem Herrn Büttner, meinen allerherzlichsten Dank auszusprechen für die ausserordentliche Liebenswürdigkeit, mit welcher dieselbe mir in der sehr schwierigen Herstellung dieser Gefässe entgegengekommen ist.

4) Platin wird bei 200^0 durch Quecksilber amalgamirt, bei etwa 500^0 von demselben ungefähr ebenso energisch aufgelöst wie von kochendem Königswasser.

der heisseren (oberen) Contactstelle waren die Platindrähte ausserhalb der Röhren im Knallgasgebläse aneinander geschmolzen. Soweit an den Enden der Röhren (den heissesten und kältesten Stellen) die zur Vermittelung der Leitung dienenden Drähte in die flüssigen Metalle tauchten, musste alles auf der gleichen Temperatur sich befinden. — Die kälteren (unteren) Enden der Röhren tauchten in zwei concentrische Gefässe voll Quecksilber, welche in einem Bade von constanter Temperatur (aber nicht immer Zimmertemperatur) sich befanden. Aus diesen Quecksilbergefässen führten Bleidrähte nach aussen zu einem Bade von Petroleum, welches sich auf Zimmertemperatur befand. Erst von dort fingen die Kupferleitungen an. Die Bleidrähte durften natürlich nicht direct in das Quecksilber eintauchen. Deshalb waren ihre Enden in eine Glasröhre geschmolzen, durch deren unteres geschlossenes Ende ein kurzer Platindraht führte. Ich übergehe hier die Vorsichtsmaassregeln, welche nöthig waren um zu bewirken, dass in den übrigen Theilen des Stromkreises nur geringe und längere Zeit constante thermoelektrische Kräfte waren. Diese wurden immer besonders bestimmt.

Die elektromotorischen Kräfte wurden durch Compensation gemessen.

6. Die Temperatur der heisseren Contactstelle wurde hergestellt: 1. in einem Bade von schwer siedendem Mineralöl, welches durch einen Rührer fortwährend gemischt wurde. Man konnte so auf ca. 380° C. kommen. 2. In einem aus drei concentrischen Eisencylindern bestehenden, aussen von einem Eisen- und einem Chamottemantel umgebenen Luftbad, welches nach meinen Angaben für eine andere Untersuchung construirt war und welches Hr. Ehrhardt neulich[1]) beschrieben hat. Es wurde mit Gas geheizt. Ich bin in ihm bis zu 580° C. gelangt. 3. Durch einen lebhaften Dampfstrom constant siedender Substanzen, welcher durch ein gegen Wärmeabgabe nach aussen geschütztes Glasgefäss hindurchgeschickt wurde. Es waren: Alkohol (80° C.), Wasser, Xylol (140,5° C.), Anilin (183° C.), Dimethylanilin (192° C.), Toluidin (198° C.), Xylidin (214° C.). Zur sicheren Entscheidung einzelner Fragen kam es mir nämlich auf wenig voneinander abstehende, constante Temperaturen an. — Zur Controle anderer Messungen wurden ferner benutzt Bäder aus den Dämpfen von Benzoesäure (250° C.), Quecksilberjodid (357° C.) und Schwefel (448° C.).

Für noch höhere Temperaturen (bis zu 980° C.) diente 4. die Muffel. Die Gefässe, welche das Metall aufnahmen, waren aus Thon.

1) Wied. Ann. Bd. 24 S. 217 (1885).

Man denke sich eine etwa 10° gegen den Horizont geneigte Thonröhre, an beiden Enden mit vertical stehenden Pfeifenköpfen versehen. Zwei solche, gleich lange Röhren liegen nebeneinander. Jede enthält ein geschmolzenes Metall. Die höher gelegenen Pfeifenköpfe befinden sich im Inneren der Muffel und werden auf höhere Temperatur geheizt als die tiefer gelegenen. Sie werden durch einen Bügel aus dickem Eisendraht oder Retortenkohle[1]) überbrückt, um die Leitung daselbst herzustellen. — Ein weiter, dickwandiger Chamottehals ging aus der Muffel durch den Heizkanal nach aussen. Durch ihn führten die Thonröhren; die beiden anderen Pfeifenköpfe befanden sich ausserhalb der Muffel, umgeben von einem Eisenkasten, welcher mit Kohlen geheizt wurde. Die Temperatur wurde dort möglichst nahe dem Schmelzpunkt des strengflüssigeren Metalles gehalten. — Um die Leitung aus den ausserhalb der Muffel befindlichen geschmolzenen Metallen weiter zu führen, war nach vorherigen Erfahrungen als Metall, welches den Temperaturübergang bis zur Zimmertemperatur vermittelte, nur Blei (abgesehen von Quecksilber) tauglich. Mit Rücksicht auf die Eigenschaften der nachgenannten Stoffe ergab sich dann die folgende Anordnung: An das untere Ende eines dünnwandigen Messingrohres (diesem kommt keine wesentliche Bedeutung zu) von ca. 12^{mm} Durchmesser war ein Eisenrohr hart angelöthet; es war unten mit einem eingeschraubten Eisenscheibchen geschlossen, auf welches innen ein Stückchen Platinblech hart angelöthet war. Die Schraube schloss dicht gegen das geschmolzene Metall, in welches das Eisenrohr eintauchte. Auf das Platinblech legte sich federnd ein Platindraht an. Dieser war durch das geschlossene untere Ende einer Glasröhre durchgeschmolzen. Der Boden derselben war ca. 10^{mm} hoch mit Graphit vollgestopft. Man schob dann in das Glasrohr langsam Bleidraht ein; derselbe schmolz in demselben und es bildete sich von dem Graphit aus ein continuirlicher Uebergang vom geschmolzenen bis zum festen Blei. Der feste Bleidraht führte weiter bis zu Stellen von Zimmertemperatur. Alle die verschiedenen Leiter: Eisen, Platin, Graphit befanden sich ganz von dem im Pfeifenkopf geschmolzenen Metall umgeben; dasselbe stand etwa 4^{cm} über dem oberen Ende der Graphitschicht. Man darf deshalb in ihnen allen gleiche Temperatur voraussetzen. Diese zuletzt beschriebene Versuchsanordnung wurde für die Ketten Pb|Sn und Sn|Bi verwendet.

7. Ich gehe zu den Resultaten über. Trägt man die Temperaturen als Abscissen, die elektromotorischen Kräfte als Ordinaten auf,

---

1) Eisen wird bei etwa 1000° C. von Zinn aufgelöst. Ein 10^{mm} dicker Draht ist nach einer halben Stunde auf etwa 3^{mm} Durchmesser reducirt.

so ergibt sich folgendes. Die meisten, wenn nicht alle Curven, sind keine geraden Linien; sie sind so gestaltet, dass der Krümmungsmittelpunkt auf der der Abscissenaxe abgewendeten Seite der Curve liegt, d. h. sie steigen rascher an als der Proportionalität mit der Temperatur entspricht. Nur die Curve für Na|Hg, welche eine längere Strecke fast geradlinig verläuft, scheint bei höherer Temperatur eine Krümmung nach der anderen Seite anzunehmen. Die thermoelektrische Kraft dieses Elementes ist aber so gering, dass die Messungen an ihm besondere Schwierigkeiten bieten. K|Hg verläuft fast geradlinig, hat aber besondere Eigenthümlichkeiten (vgl. unten).

Die Curven sind sicher nicht zweiten Grades, sondern mindestens vom dritten. Die Annahme Tait's, dass die specifische Wärme der Elektricität der absoluten Temperatur proportional sei, was zur Gleichung der Parabel führt, ist also für geschmolzene Metalle nicht zulässig. Als einen Beleg gebe ich einige Zahlen aus der Curve für das Element Pb|Hg. Es ist wegen der Eigenschaft des Bleis, keinen Thomsoneffect zu zeigen, von besonderem Interesse.

Tab. I.

Blei|Quecksilber.

	ϑ	e	$de/d\vartheta$ beobachtet	$de/d\vartheta$ berechnet	Π(cal:)
20°	293°	0	3,4	—	46,2
100	373	340	4,8	—	83,0
200	473	920	7,0	6,5	153,7
300	573	1710	9,2	8,3	244,6
400	673	2640	10,2	10,0	318,5
500	773	3750	12,5	11,8	448,3
580	853	4940	19,0	13,2	751,9

Die erste Spalte gibt die Temperatur der wärmeren Contactstelle in Grad Celsius, die zweite dieselbe gerechnet vom absoluten Nullpunkt. Die Temperatur der anderen Contactstelle ist fortwährend gleich 20° C. gedacht. Die dritte Spalte enthält die elektromotorische Kraft e in Mikrovolts. Stellte sich e als Function von ϑ durch eine Curve zweiten Grades dar, so sollte $de|d\vartheta$ lineare Function von ϑ sein. Den beobachteten Werth von $de|d\vartheta$ zeigt die vierte Spalte, die fünfte den aus den beiden ersten Zahlen der vierten Spalte berechneten Werth. Die Abweichungen gehen weit über die Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler hinaus. — Die letzte Spalte gibt diejenige Wärmemenge in Grammecalorien, welche an den Contactstellen von der absoluten Temperatur ϑ entsteht, wenn die Elektricitätsmenge,

welche 2g Wasserstoff elektrochemisch äquivalent ist (193000 Coulombs), durch sie hindurchfliesst (elektrochemische Elektricitätseinheit).

Wenn man aus den Versuchen von Le Roux (der für den Thomsoneffect ja keine absoluten Werthe gibt) schliesst, dass in Blei kein Thomsoneffect stattfindet, so müsste ein solcher in Quecksilber vorhanden sein. Und zwar würde seine Grösse durchaus nicht unbeträchtlich sein. Es folgt dies aus Beobachtungen an den Ketten Hg|Cu, Hg|Pt, Hg|Fe, deren elektromotorische Kraft ich für einige Temperaturdifferenzen gemessen habe. In den Metallen: Cu, Pt, Fe ist der Thomsoneffect sehr erheblich; in Quecksilber müsste er nach dem Ergebnis dieser Messungen von mindestens gleicher Grösse sein. Die benutzten Drähte der drei Metalle gaben beim Erhitzen in der Mitte (auch nach wiederholtem Glühen), während die Enden auf constanter Temperatur gehalten waren, sehr beträchtliche elektromotorische Kräfte (70 bis 200 Mikrovolt und darüber), Quecksilber dagegen, wie bekannt, nicht. Diese letztere Erscheinung und der Thomsoneffect können also nicht direct miteinander in Verbindung stehen. —

In dem Thermoelement Pb|Hg mögen die Contactstellen die resp. absoluten Temperaturen Θ und ϑ ($\Theta > \vartheta$) haben; es mag so lange geschlossen gedacht werden, bis sein Thermostrom die elektrochemische Elektricitätseinheit durch dasselbe hindurchgeschickt hat. Dann ist bei der Temperatur Θ die Wärmemenge Π_Θ aufgenommen, bei ϑ die Wärmemenge Π_ϑ an die Umgebung abgegeben worden. Die Differenz $\Pi_\Theta - \Pi_\vartheta$ kann in dem vorliegenden Beispiele nicht vollständig in elektrische Energie übergeführt sein (bei einer entgegengesetzten Krümmung der Curve wäre sie nicht das alleinige Aequivalent, sondern es wäre noch Wärme aus dem Inneren der Metalle selber in Arbeit umgesetzt worden).

Die folgende Tabelle II gibt für verschiedene Temperaturintervalle die Wärme $\Pi_\Theta - \Pi_\vartheta$ in Grammecalorien. Ferner die elektrische Arbeit L in gleichem Maasse. Es ergibt sich aus ihr, dass im günstigsten Falle 47 % der Wärme $\Pi_\Theta - \Pi_\vartheta$ als nutzbare elektrische Arbeit auftreten. Der Rest von wenigstens 53 % bleibt in den Metallen selber in der Form von (reversibler) Wärme. Sie ist in der vierten Spalte angegeben. — Die Thermokette nimmt bei der höchsten Temperatur Θ die Wärmemenge Π_Θ auf; mindestens mit diesem Wärmecapital arbeitet die Kette. Wie viel von dieser Wärme tritt als nutzbare Arbeit auf? Die sechste Spalte zeigt, dass es höchstens 40 % sind. Wäre von der Wärmemenge Π_Θ der ganze, nicht in Arbeit verwandelte Rest bei der Temperatur ϑ abgegeben worden, so müsste der Bruchtheil $(\Theta - \vartheta) | \Theta$ in Stromenergie übergeführt worden sein. Die folgende Spalte enthält diesen Bruch.

Tab. II.

Temp.-Intervalle	$\Pi\Theta - \Pi\vartheta$	El. Arbt. L	$(\Pi\Theta - \Pi\vartheta) - L$ d. h. Wärme in den Metallen	El. Arbt. / $\Pi\Theta - \Pi\vartheta$	El. Arbt. / $\Pi\Theta$	$\frac{\Theta - \vartheta}{\Theta}$	$\frac{\Pi\Theta - \Pi\vartheta}{\Pi\Theta}$
20—100°	36,8	15,8	21,0	0,43	0,19	0,21	0,44
20—200	107,5	42,7	64,8	0,40	0,28	0,38	0,70
20—300	198,4	79,4	119,0	0,40	0,32	0,49	0,81
20—400	272,3	128,5	149,8	0,47	0,40	0,56	0,85
20—500	402,1	174,0	228,1	0,43	0,39	0,62	0,89
20—580	705,7	229,2	476,5	0,32	0,30	0,66	0,94

Fragt man sich darnach, ob die Thermoelemente geeignete Vorrichtungen sind, um Wärme in Arbeit umzusetzen, so ergibt sich folgendes. Elemente, deren elektromotorische Kraft mit steigender Temperaturdifferenz stark zunimmt, wie das bei dem Element Hg|Pb der Fall ist, arbeiten mit sehr geringem Nutzeffect (von den Wärmeverlusten durch Leitung, Strahlung etc. ganz abgesehen). Thermoelemente, deren elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur abnimmt, arbeiten mit mehr Nutzeffect, sind aber weniger günstig für den absoluten Betrag der zu erzielenden Arbeit.

Auch die anderen Elemente mit flüssigen Metallen führen zu wesentlich den gleichen Resultaten wie das Pb|Hg-Element. Mit den Curven für letzteres hat fast genau gleichen Verlauf diejenige für Hg|(Hg + Bi + Pb). In ihm sind beide Bestandtheile bei gewöhnlicher Temperatur flüssig; ich habe dasselbe in einem Temperaturintervall von über 500° untersucht. Es schien mir von besonderem Interesse mit dieser flüssigen Legirung den Magnus'schen Versuch anzustellen. Wurde in den auf ca. 300° geheizten einen Theil des Amalgames kaltes eingetaucht, so entstand kein Thermostrom, dessen elektromotorische Kraft mehr als 0,5 Mikrovolt betragen hätte, was die Grenze des für mich Messbaren war.

Eine besondere Eigenthümlichkeit zeigt die Curve für dieses Element. Bis 180° convex gegen die Abscissenaxe, wird sie zwischen 180° und 210° concav und von da wieder convex. Sie gleicht in dieser Beziehung qualitativ durchaus der Curve, welche Platin-Eisenelemente geben, nur dass in letzteren die Erscheinung noch prägnanter ausgesprochen ist. Beim Pt|Fe-Element steigt bis etwa 360° die Curve steil und etwas concav gegen die Abscissenaxe an, biegt dann rasch gegen die horizontale Richtung um, hat bei 420° ein Maximum, fällt von diesem ganz wenig (fast horizontal) zu einem Minimum bei 520°,

erhebt sich wieder langsam und steigt dann von etwa 630° an wieder ebenso steil bis zu 1000° an, wie auf der Strecke von 0° bis 360°.

Ganz analoges Verhalten zeigt das aus geschmolzenem Kalium und Quecksilber bestehende Element. Die Curve geht schlangenförmig in die Höhe. Uebereinstimmende Werthe erhält man bei letzterem Elemente aber nur, wenn man die Dämpfe constant siedender Substanzen zur Erhitzung benutzt. Im Oel- und Luftbad untersucht, fallen bei gleicher Temperatur die Werthe oft ziemlich weit aus einander.

Man wird diese Erscheinungen wohl nur erklären können durch die Annahme, dass auch in den flüssigen Körpern moleculare Umwandlungen vor sich gehen (wie sie ja auch sonst, z. B. bei Schwefel, bekannt sind), und diese Aenderungen scheinen, wenigstens was die Geschwindigkeit des Verlaufes betrifft, vom Gang der Erwärmung abzuhängen. Es liegt dann die Frage nahe, ob geschmolzenes Cadmium, welches im dampfförmigen Zustande einatomig ist, mit dem gleich beschaffenen Quecksilber zu einem Thermoelement combinirt, lineare Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Temperatur ergibt. Das zur Verfügung stehende Temperaturintervall schien mir zur sicheren Entscheidung zu gering, als dass ich den Versuch gemacht hätte. Cadmiumamalgam gegen Quecksilber zu untersuchen, hielt ich für ungeeignet, da in den Amalgamen keine isolirten Atome mehr anzunehmen sind.

8. Fasst man die Gesammtheit der Resultate zusammen, so kommt man zu dem Schluss, dass wir im Gebiete der Thermoelektricität noch weiter von einem Einblick in das wahre Wesen entfernt sind, als wohl mit mir die meisten Physiker gedacht hatten. Auch im Inneren geschmolzener Metalle von ungleicher Temperatur müssen wir elektromotorische Kräfte annehmen. Und zwar folgen dieselben durchaus keinen einfachen Gesetzen. Es wird keine Schwierigkeiten bieten, Formeln für die in dem Inneren der Metalle gedachten elektromotorischen Kräfte zu finden, welche den Beobachtungen genügen. Einer Vorstellung von den Vorgängen kommen wir aber damit, wie mir scheint, vorerst nicht näher. Mit Bestimmtheit darf man sagen, dass auch flüssige, ungleich erwärmte Metalle elektrisch geladen sind und dass durch blosse Temperaturungleichheiten in einem Leiter die Bedingungen zur Umwandlung von Wärme in Arbeit erfüllt sind, nur dass wir die Arbeit nicht gerade in der bequemen Form eines geschlossenen Stromes gewinnen können. Vielleicht findet diese elektrische Erregung in allen Flüssigkeiten, überhaupt in allen Stoffen, d. h. auch im sog. Vacuum statt, und es würde sich dann freilich um die principiell wichtige weitere Frage handeln, welchen Einfluss

dieser seither nicht berücksichtigte Umstand auf physikalische Vorgänge hat.

Kehren wir zu den oben mitgetheilten Thatsachen zurück, so deutet alles darauf hin, dass die thermoelektrische Erregung ein intermolecularer Vorgang ist, der abhängt von der Atomzahl und eventuell Atomgruppirung im Molekül. Man wird so auf den Gedanken geführt, dass auch alle die grob mechanischen Aenderungen, welche so grossen Einfluss auf das thermoelektrische Verhalten eines festen Körpers ausüben und welche in Zug, Biegung, Härten, Anlassen etc. bestehen, mit intermolecularen, also gewissermaassen chemischen Vorgängen verbunden sind. Es würde dies in Uebereinstimmung mit der einen bereits bekannten Thatsache stehen, dass im Stahl beim Uebergang aus dem weichen in den harten Zustand und umgekehrt (auch durch blossen Zug) die Quantität chemisch gebundenen Kohlenstoffs sich ändert. Harter und weicher Stahl geben bekanntlich ziemlich kräftige thermoelektrische Wirkungen.

Die Dissociation wasserhaltiger Salze und daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitution der Salzbestandtheile[1]).

Von

W. Müller-Erzbach.

Lässt man in verschlossenen und am Boden mit concentrirter Schwefelsäure bedeckten Flaschen von 200 bis 300^{ccm} Inhalt verdünnte Schwefelsäure und reines Wasser aus zwei hineingestellten, an einer Seite offenen Glasröhren von 7^{mm} Durchmesser und 5—7^{mm} Länge verdunsten, so kann trotzdem die in den Flaschen befindliche Luft so trocken gehalten werden, dass die restirende Feuchtigkeit bei mehrtägigem Verschluss der Flaschen nur eine durchschnittliche Spannung von 1/2 oder sogar 1/3^{mm} Quecksilberhöhe behält. Wurden jedoch bei den angestellten Versuchen die Flaschen täglich oder häufiger geöffnet, so stieg die Spannung wegen des aus der äusseren Luft eindringenden Wasserdampfes auf den Durchschnitt von 2^{mm} und mehr, selbst wenn durch Schütteln der Schwefelsäure ein schnelleres Austrocknen versucht war. Innerhalb solcher Flaschen konnte deshalb nach der Verdampfungsgeschwindigkeit in der von mir früher[2]) beschriebenen Weise die Dampfspannung der in die Glasröhren gebrachten wasserhaltigen Verbindungen bestimmt werden, und die Bestimmungen erreichten bei Anwendung einer einfachen Correctur wegen des restirenden Wasserdampfes fast die Genauigkeit der barometrischen Methode. Die nach der letzteren von Regnault für die Dampfspannung der 19- bis 62procentigen Schwefelsäure gemachten bekannten Angaben wichen in keinem Falle um mehr als 1/3^{mm} von den aus der Verdampfungsgeschwindigkeit gefundenen Zahlen ab. Nur für höhere Procente an

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Berl. Akad. Bd. 20 (1885).

2) Wied. Ann. Bd. 23 S. 607.

Säure wurden die Abweichungen verhältnismässig beträchtlicher und jedenfalls deshalb, weil jetzt die Unterschiede in den Spannungen der untersuchten und der zum Austrocknen benutzten concentrirten Schwefelsäure zu gering geworden waren. In ziemlich weiten Grenzen lässt sich demnach aus dem Gewichtsverluste die Dampfspannung mit ausreichender Zuverlässigkeit feststellen. Untereinander stimmen die Resultate auch bei der Dissociation fester Körper meist so vollständig überein, wie bei der Verdunstung von Flüssigkeiten, und deshalb ist die neue Methode ein geeignetes Hilfsmittel geworden, um aus der Dissociation wasserhaltiger Salze über die Constitution derselben Aufschlüsse zu erhalten, die theilweise früheren Versuchsergebnissen entsprechen, theilweise aber auch bisher unbekannt waren. Da die Beobachtung der Salze in der Barometerröhre wiederholt und namentlich nach den eingehenden Untersuchungen von Hrn. Naumann[1]) als unzuverlässig für die Ermittelung des Dampfdrucks erkannt ist, so konnte die absolute Grösse der Dissociationsspannung bis jetzt nur nach der relativen Verdampfungsgeschwindigkeit der Salze gegen reines Wasser bestimmt werden. Selbst die Thatsache, dass bei gleichbleibender Temperatur die Dampfspannung der Salze eine unveränderliche ist, war vorher nicht festgestellt worden, ja auf Grund der sorgfältigen und zahlreichen barometrischen Messungen wurde sogar die Möglichkeit einer solchen Feststellung stark bestritten.

Unter der ziemlich grossen Zahl der bis jetzt untersuchten Salze zeigte sich nur in einem Falle bei einer Art von Boraxkrystallen, die aus wässriger Lösung ausgeschieden waren, eine bemerkenswerthe Ausnahme von der Gleichmässigkeit der Spannung. Der unter der Einwirkung von Wasserdampf gebildete Borax zeigte sie überhaupt nicht und seine Spannung blieb ebenfalls andauernd constant. Während der fortschreitenden Zerlegung der Salze hielt sich die Spannung nun entweder unverändert bis alles Wasser verdunstet war oder sie wurde von bestimmten Zusammensetzungen an sprungweise eine schwächere, die dann wieder gleichmässig blieb. Die Versuche führten deshalb unmittelbar und meist recht auffallend an diejenigen Grenzen, an welchen der Uebergang von den zurückgebliebenen einfacheren zu den ursprünglichen weniger einfachen Molekülen stattfindet. Bei früheren Zerlegungsversuchen, die namentlich Graham[2]) in grosser Zahl und mit vieler Sorgfalt ausgeführt hat, ist häufig erhöhte Temperatur und meist unter Abkürzung der Versuchsdauer das Vacuum zur Zersetzung mitbenutzt, die schwächeren Spannungen der zurückbleibenden Salze

1) Chem. Ber. 1874 S. 1573.
2) Pogg. Bd. 38 S. 132.

sind nicht weiter beachtet und wahrscheinlich als verschwindend klein angesehen.

Nach den bereits publicirten Resultaten[1]) betrug für eine Temperatur von 15° mit Abrechnung des Gegendrucks beim phosphorsauren Natron $Na_2HPO_4 + 12H_2O$ für die 5 letzten Wassermoleküle die Spannung 8,8 mm, für die folgenden 5 Moleküle blieb sie andauernd 5,8 mm und fiel dann beim Entweichen des letzten Wassers auf den abermals constanten Werth von 1,6 mm. Die direct gefundenen Zahlen für das Verhältnis der Spannung des im Salze gebundenen Wassers zu der des freien Wassers gaben ohne Correctur die Werthe 0,67 — 0,41 und 0,05 und diese Werthe der relativen Spannung sind schon vollständig ausreichend, um den grossen Unterschied im Verhalten der drei Salze mit 2, 7 und 12 Molekülen Wasser deutlich zu machen. Da die relative Spannung ausserdem auf den Grad der Anziehung des gebundenen Wassers hinweist, so sollen die nachstehenden Angaben nur die unmittelbar gefundenen relativen Spannungen enthalten, und weil diese mit zunehmender Temperatur wachsen, so ist zugleich für möglichst viele Fälle eine Temperatur von 15° festgehalten worden. Für die Beurtheilung der Resultate ist ausserdem zu beachten, dass meine Versuche fast bei allen Salzen, besonders aber bei entstehendem Zweifel wegen der Zuverlässigkeit des Ergebnisses noch einmal mit solchen Salzen wiederholt wurden, die aus wasserfreien oder wasserärmeren Verbindungen und dem Wasserdampf feucht gehaltener Luft zurückgebildet waren. Zunächst wurden an die erwähnten früheren Versuche die über schwefelsaure Salze und Haloidsalze angeschlossen und diese Reihenfolge ist auch in der nachstehenden Uebersicht festgehalten.

Schwefelsaure Salze mit 7 Molekülen Wasser. 1,499 g gewöhnlicher rhombischer schwefelsauren Magnesia $MgSO_4 + 7H_2O$ zersetzten sich in 16 Tagen unter einer relativen Spannung von 0,34 in das Salz mit 6 Molekülen Wasser, welches bei einer Durchschnittstemperatur von annähernd 18° in den folgenden 13 Tagen nur noch 0,009 von der Spannung des unverbundenen Wassers anzeigte. Die corrigirten Werthe für die absoluten Spannungen betragen 4,9 und 0,4 mm, so dass mit der Aufnahme des 7. Wassermoleküls eine mehr als 12fache Steigerung der Dampfspannung verbunden ist. Auf dasselbe Magnesiumsulfat $MgSO_4 + 6H_2O$ war früher Hr. E. Wiedemann[2]) aus der Volumveränderung des Salzes bei 93° geführt worden und auch Mitscherlich und Haidinger hatten es dargestellt. Am

1) Wied. Ann. Bd. 23 S. 616.
2) Wied. Ann. Bd. 17 S. 561.

schwefelsauren Nickeloxydul $NiSO_4 + 7H_2O$ wurde in zwei Versuchsreihen für das erste Wassermolekül die relative Spannung 0,56 beobachtet, dann fiel sie bei dem Salze der einen Darstellung auf 0,007 und bei einem anderen sogar auf 0,003 und wurde dann in noch zwei Monate fortgesetzter Beobachtung ganz unmerklich. Die Salze mit 7 und 6 Molekülen Wasser geben sich demnach hier ebenfalls als wesenslich verschiedene zu erkennen. Schwefelsaures Kobaltoxydul $CoSO_4 + 7H_2O$ verhielt sich fast genau wie das Nickelsalz, die relative Spannung wurde anfangs bei den Temperaturen von 15° bis 17° zwischen 0,53 und 0,57 schwankend beobachtet und war dann nach dem Verluste eines Wassermoleküls eine minimale. Hr. G. Wiedemann[1]) fand mit seinen barometrischen Messungen eine ähnliche Uebereinstimmung zwischen beiden Salzen, aber die von ihm beobachteten absoluten Spannungen sind überall grösser und, wie ich glaube, aus Gründen, die ich in der oben erwähnten Mittheilung näher erörtert habe. In den beiden anderen Sulfaten mit 7 Wasser, des Eisens und des Zinks, ist die Constitution eine ganz andere. Der gewöhnliche monoklinische Eisenvitriol zeigte ziemlich grosse Abweichungen in seiner Dissociationsspannung, bei älteren übrigens gut erhaltenen Krystallen wurde in zwei Fällen, in welchen die Proben verschiedenen Quellen entnommen waren, eine relative Spannung von 0,46 bis 0,48 beobachtet, nach dem Umkrystallisiren zeigten die zuerst ausgeschiedenen Krystalle dieselbe Spannung, aber die später ausgeschiedenen und ebenso drei Proben anderer gereinigter Krystalle eine geringere von 0,27 bis 0,35. Bei wieder anderen aus schwach angesäuerter Lösung erhaltenen Krystallen wurde für 18° 0,41 bis 0,43 gefunden, aber bei dem sehr haltbaren durch Alkohol niedergeschlagenen Eisenvitriol ganz gleichmässig 0,36 und für eine Temperatur von 18½° 0,40. Aus Wasserdampf und $FeSO_4 + H_2O$ gebildeter Vitriol hatte ebenfalls eine constante Spannung von 0,30 und 0,31 bei 15° und ich halte deshalb die ihr naheliegende Spannung des durch Alkohol gefällten Eisenvitriols für die normale. Dieser am wenigsten veränderliche Eisenvitriol enthielt übrigens einer älteren Angabe von Persoz entgegen volle 7 Moleküle Wasser. Alle Krystalle von der Spannung 0,36 bis 0,30 gaben genau 3 Moleküle Wasser ab, und dann wurden die Gewichtsverluste im Laufe von 6 und 7 Tagen unmerklich. Man hat demnach nach der Dissociation die Salze mit 7 und mit 4 Molekülen Wasser zu unterscheiden, Regnault hat die letztere Verbindung durch Abdampfen einer Vitriollösung bei 80° erhalten, und sie gab sich ihm also ebenfalls als die festere zu erkennen. Die erwähnten

1) Pogg. Jubelb. 1874 S. 474.

älteren Krystalle entliessen noch ein viertes Molekül Wasser mit der schwächeren Spannung von 0,24, aber dann hörte die Zersetzung ebenfalls auf.

Zinkvitriol verlor bei wenig veränderter Spannung 0,35 für 16°, die sich in einem der ziemlich zahlreichen Versuche bis 0,43 für 19½° steigerte, 5 Moleküle Wasser, dann nahm die Spannung schnell bis 0,24 und 0,18 ab, und schliesslich betrug der Gewichtsverlust bei einem Rückstande von 0,728ᵍ in 7 Tagen nicht ½ᵐᵍ, obgleich noch 1 1/9 Moleküle Wasser vorhanden waren. In einem anderen Falle blieben 1 2/3 Moleküle Wasser zurück, und in den folgenden 31 Tagen wurde dann noch nicht 1ᵐᵍ Wasser verdampft. Da der Rest nicht bei der vollen Zahl der durch die Zusammensetzungsformel ausgedrückten Wassermoleküle abschloss, so wurde eine neue Probe neben einem grossen Ueberschuss an entwässertem Aetzkali in eine zugeschmolzene Glasröhre abgesperrt und die Röhre nach 8 Monaten erst geöffnet, aber auch jetzt fand sich ein Wasserrückstand von 1 1/7 Molekülen, also nahe mit dem des ersten Versuches übereinstimmend. Die von dem 7fach gewässerten Salz hiernach als fester zu unterscheidende Verbindung mit 2 Molekülen Wasser ist vorher von Schindler beim Zerfallen des Zinkvitriols durch Erwärmen auf 50° beobachtet und ebenso von Kühn durch Kochen mit absolutem Alkohol. Kühn erhielt auch durch Erhitzen bis 100° das einfach gewässerte Salz, aber ich darf nicht annehmen, dasselbe ebenfalls abgeschieden zu haben, dazu waren die von mir beobachteten Wasserreste zu gross. Aus entwässertem Zinkvitriol und Wasserdampf gebildetes Salz hatte für die fünf letzten Moleküle Wasser eine etwas grössere Spannung von 0,43 bis 0,44, dann eine abermals constante von 0,33 bis 0,36 und es blieben nur 1 1/12 Moleküle Wasser zurück. Die Salze mit 7 Molekülen Wasser zerfallen also nach ihrer Dissociation in drei von einander verschiedene Gruppen. Ob das dampfförmig durch die entwässerten Sulfate aufgenommene Wasser dem Krystallwasser ganz gleichzustellen ist, muss erst durch Beobachtung des specifischen Gewichts und anderer Eigenschaften entschieden werden.

Schwefelsaure Salze mit 5 Molekülen Wasser. Selbst ganz fein pulverisirter Kupfervitriol gab in den ersten Tagen an die durch Schwefelsäure ausgetrocknete Luft fast gar kein Wasser ab, erst allmählich nahm die Spannung des Wasserdampfs zu und blieb dann bei einer Durchschnittstemperatur von 17° wochenlang constant 0,04 bis 0,05, während etwas über 2 Moleküle Wasser verdunsteten. Nachher nahm die Spannung schnell bis 0,002 ab, dann wurden monatelang zwischen 0,0015 und 0,0027 liegende Werthe beobachtet und schliesslich waren etwas über 2 Moleküle Wasser rückständig,

während Graham[1]) an dem bei etwas höherer Temperatur von 19 bis 21° im Vacuum gehaltenen Kupfervitriol einen Rest von fast 2 Molekülen bestimmt hat. 10 Monate lang der Einwirkung einer grösseren Menge von entwässertem Kali in einer zugeschmolzenen Glasröhre ausgesetzt, enthielt der Vitriol noch 1/3 des ursprünglichen, also 1 2/3 Moleküle Wasser; er hat demnach bei 15° eine dreifach verschiedene Dissociationsspannung, je nachdem er mit 5, mit 3 oder mit 2 Molekülen Wasser verbunden ist. Abweichend von allen anderen bisher untersuchten Salzen erwies sich die aus entwässertem Kupfervitriol und Wasserdampf gebildete Verbindung von dem gewöhnlichen Salze so sehr verschieden, dass sie genau 2/5 ihres Wassers mit einer relativen Spannung von 0,09, also von mehr als dem doppelten Betrage der früher gefundenen verdampfen liess. Aus dieser Thatsache erklären sich ohne weiteres die besonders grossen Unregelmässigkeiten, welche Hr. Naumann aus der barometrischen Messung der Dissociationsspannung von Kupfervitriol mitgetheilt hat. Schwefelsaures Manganoxydul $MnSO_4 + 5H_2O$, welches etwas verwittert war und nicht volle 5 Wassermoleküle enthielt, verlor eine geringe Menge Wasser mit einer Spannung von 0,61, die aber bald auf 0,50 herabging und nun constant blieb bis 1 1/2 Moleküle Wasser rückständig waren. Später betrug sie bald nur noch 0,003 und in einem Wasserrest von 1 1/5 Molekülen verloren 0,491g des Rückstandes in 2 Monaten nicht 1mg. In der zugeschmolzenen Glasröhre liess Aetzkali in 8 Monaten bei einem ersten Versuche 1 1/3, bei einem zweiten bei etwas höherer Temperatur in 2 Monaten 1 1/5 Moleküle Wasser des Mangansulfats zurück, während Graham durch Erhitzen an der Luft bis 114° C. etwas über 1 Molekül und beim Trocknen im Vacuum bis 22° 1 2/3 Molekül Wasser im Rückstande gefunden hat.

Haloidsalze. Krystallisirtes Chlorcalcium $CaCl_2 + 6H_2O$ ebenso wie die aus entwässertem Salze und Wasserdampf gebildete Verbindung liess vier verschiedene Abstufungen in der Dampfspannung ganz bestimmt erkennen, für $CaCl_2 + 6H_2O$ 0,12, für $CaCl_2 + 4H_2O$ etwas ungleichmässig 0,08 und 0,09, für $CaCl_2 + 2H_2O$ von 0,013 bis 0,017 und endlich für $CaCl_2 + H_2O$ nach einer Beobachtung von 3 Monaten eine minimale oder Null. Von diesen Zerlegungen ist nur die Abscheidung von 4 Wassermolekülen bekannt, welche Graham in der Sommerwärme im Vacuum und Mitscherlich durch Erhitzen bis 200° bewirkt haben.

Das Verhalten des Chlorcalciums bei der Dissociation in gewöhnlicher Temperatur könnte demnach durch folgende Zusammensetzungsformel ausgedrückt werden:

1) Phil. Mag. J. 6 S. 419.

$$\underbrace{\left.\begin{matrix}\underbrace{CaCl_2 + H_2O} \\ + H_2O\end{matrix}\right\} + 2H_2O}_{+ 2H_2O}$$

Kobaltchlorür $CoCl_6 + 6H_2O$ gab mit der Spannung 0,20 zwei Moleküle Wasser ab und erlitt dann in 8 Tagen keinen bemerkbaren Gewichtsverlust, so dass neben dem 6fach gewässerten Salze die sonst noch nicht bekannte Verbindungsstufe des 4fach gewässserten als eine ganz verschiedene durch die Dissociation angezeigt wird. Manganchlorür $MnCl_2 + 4H_2O$ zerlegt sich unter der gleichmässigen Spannung 0,18 bis genau an die Grenze der Verbindung $MnCl_2 + 2H_2O$, welche Graham schon gefunden hat und über welche hinaus 0,325g des Rückstandes in 14 Tagen nicht 1mg verloren. Aus dem Bromnatrium $NaBr + 2H_2O$ verflüchtigt sich alles Wasser ohne wesentliche Aenderung der Spannung von 0,27. Dagegen gibt wieder Chlorbarium $BaCl_2 + 2H_2O$ nur die Hälfte des Wassers mit einer allmählich auf 0,035 steigenden Spannung ab, bei der zweiten Hälfte ging dieselbe nicht über 0,007 hinaus.

Neben der grossen Verschiedenheit in der Constitution der Salze, die sich auf diese Weise durch die genauere Beobachtung ihrer Dissociation zu erkennen gibt, erschien mir ein anderer Umstand von ganz besonderer Bedeutung für die Auffassung über die Anordnung der einzelnen Bestandtheile innerhalb der einheitlichen Gruppen, die wir als Moleküle zu bezeichnen pflegen. Im Laufe der Dissociation zeigte sich nämlich ziemlich häufig die merkwürdige Erscheinung, dass beim Uebergang von einer wasserreicheren zu einer Verbindung von geringerem Wassergehalt und geringerer Spannung anfangs tagelang fast gar kein Wasser verdampfte und erst allmählich eine grössere und schliesslich constante Gewichtsabnahme wahrgenommen werden konnte. Mehrere Salze von überhaupt schwacher Dissociationsspannung verhielten sich bei der ersten Einwirkung der trockenen Atmosphäre ganz ähnlich und deshalb erkläre ich mir jenen Stillstand bei dem Uebergange zu einem schwerer zersetzbaren Complexe dadurch, dass das zuerst abgegebene Wasser diesem Complexe in einem gewissen Grade getrennt gegenübersteht. Anfangs reagirt das loser gebundene Wasser für sich allein auf den äusseren Feuchtigkeitsdruck in dem das Salz umgebenden Raume, ist dieses erste Wasser dann verschwunden, so lockert sich allmählich durch die innere Dampfspannung, die nun keinen Gegendruck mehr findet, in allen Molekülen die Festigkeit der rückständigen Verbindung, und so entsteht schliesslich von neuem ein gleichmässiger Dampfdruck. Man hat also nach dieser Auffassung innerhalb der einzelnen Moleküle von manchen Salzen getrennt wirk-

same Complexe von Wasser und von wasserhaltigem Salz anzunehmen. Das bezügliche Verhalten fiel unter den von mir untersuchten Verbindungen an folgenden besonders auf: am phosphorsauren Natron, Borax, an dem durch Alkohol ausgeschiedenen Eisenvitriol, am Zinkvitriol, am Zinkvitriol, Kupfervitriol, Chlorcalcium, Chlormagnesium und Chlorbarium. Als eine vereinzelt vorkommende Ausnahme kann man demnach die Erscheinung entschieden nicht ansehen und es verdiente näher geprüft zu werden, ob vielleicht eine Veränderung des Volumens mit jenem Vorgang verbunden ist.

Kennt man die Dissociationsspannung eines Salzes und ausserdem die Dampfspannung seiner gesättigten wässerigen Lösung, so lassen sich leicht die Grenzen bestimmen, innerhalb deren das Salz an der Luft verwittern oder zerfliessen kann. Beispielsweise beträgt für 15° die Dissociationsspannung der Kupfervitriols mit der Correctur wegen des Gegendrucks 0,98 ^{mm} und die Dampfspannung einer gesättigten Lösung von Kupfervitriol 12 ^{mm}. Demnach kann bei 15° der Kupfervitriol nur verwittern, wenn der Feuchtigkeitsgehalt der Luft längere Zeit weniger als 8% und nur zerfliessen, wenn er mehr als 95% beträgt. Krystallisirtes Chlorcalcium besitzt eine Dissociationsspannung von 2,0 ^{mm}, die gesättigte Lösung eine Spannung von ungefähr 5,5 ^{mm}, also verlangt dieses Salz bei 15° zum Verwittern einen Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre von weniger als 16% und zum Zerfliessen von mehr als 43%. Ueber die letztere Zahl geht aber bekanntlich der durchschnittliche Feuchtigkeitsgrad der Luft bedeutend hinaus, und es stehen daher die abgeleiteten Resultate sowohl mit der bekannten geringen Veränderlichkeit des Kupfervitriols, als auch mit der grossen Neigung des Chlorcalciums zum Zerfliessen in völliger Uebereinstimmung.

Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der Grösse der Moleküle[1]).

Von

Prof. **Franz Exner.**

I.

Es ist bekannt, dass die Kraft, mit welcher zwei elektrische Massen in Ruhe aufeinander wirken, nicht allein von deren Quantität und Entfernung abhängt, sondern auch noch von der Natur des Mediums, das dieselben umgibt. Ist diese Kraft im leeren Raum gleich F, so wird sie, wenn der Raum mit irgend einem Dielektricum erfüllt ist, gleich $\frac{F}{K}$, wo K eine diesem Dielektricum eigenthümliche Constante bedeutet.

Es hat schon Faraday diese Veränderung in der Wirkung auf eine bestimmte Constitution des Dielektricums zurückgeführt, indem er dasselbe als aus leitenden Partikelchen bestehend annimmt, die aber voneinander durch isolirende Zwischenschichten (den leeren Raum) getrennt sind. Die Induction, welche von den wirksamen Massen auf die kleinen leitenden Theilchen ausgeübt wird und in ihnen eine Neuvertheilung der Elektricität hervorruft, führt zu der besprochenen Aenderung der Kraft. Auch zur Bestimmung der Grösse der Constante K, der sog. Dielektricitätsconstante des betreffenden isolirenden Mediums hat Faraday zuerst den Weg gezeigt. Ladet man einen Condensator von bestimmter Gestalt bis zu einer bestimmten Potentialdifferenz der Belegungen, einmal wenn letztere nur durch den leeren Raum, das andere Mal, wenn sie durch irgend einen Isolator getrennt sind, so nimmt derselbe zwei verschiedene Elektricitätsmengen auf: Q_1 und Q_2; dabei ist immer $Q_2 > Q_1$. Diese Ladungen sind den

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Wien. Akad. Bd. 91 (1885).

Dielektricitätsconstanten der Zwischenmedien proportional und setzen wir die des leeren Raumes $= 1$, so wird $K = \frac{Q_2}{Q_1}$. Auf diese einfache Weise lassen sich die betreffenden Constanten für verschiedene Körper bestimmen; sie müssen nach dem Vorstehenden alle > 1 sein.

Es hat Clausius[1]) den Zusammenhang zwischen der Constitution eines Isolators und dessen Dielektricitätsconstante näher erörtert und ist zu dem Resultate gekommen, dass letztere wesentlich vom Werthe der Raumerfüllung durch leitende Substanz abhängt, wobei jedoch die Voraussetzung zu Grunde liegt — und diese ist für das folgende von Wichtigkeit —, dass die leitenden Partikelchen im Isolator als kugelförmig angesehen werden können. Diese Voraussetzung als statthaft angenommen, gelangt man zu dem Ausdrucke:

$$K = \frac{1 + 2v}{1 - v},$$

wo v jenen Bruchtheil des ganzen vom Dielektricum eingenommenen Raumes bezeichnet, der durch leitende Materie occupirt ist. Obigen Ausdruck können wir auch schreiben:

$$v = \frac{K - 1}{K + 2}\ ^{2)}.$$

Gehen wir nun zu dem speciellen Fall eines gasförmigen Dielektricums über. Für ein solches werden wir die kleinsten leitenden Partikelchen als kugelförmig ansehen können, ohne damit über den Rahmen der üblichen Annahmen hinauszugehen; die isolirenden Zwischenschichten sind hier durch den leeren Raum gebildet und die obige Grösse v gibt somit das Verhältnis des von der Substanz des Gases thatsächlich eingenommenen Raumes zu dessen scheinbaren Volumen.

In seiner epochemachenden Arbeit „zur Grösse der Luftmoleküle" hat Loschmidt[3]) diese Grösse v zum ersten Male dazu benutzt, um aus ihr einen Schluss auf die Dimensionen der Moleküle zu ziehen; er hat ihr den Namen „Condensationscoefficient" gegeben und bestimmte sie aus dem Volumen, welches die Gase im tropfbar flüssigen Zustande zeigen, gegenüber dem im gasförmigen Zustande ihnen

1) Die mechanische Behandlung der Elektricität III. Abschnitt.

2) Der Bruch $\frac{K+2}{K-1}$ drückt auch, wie Boltzmann (Sitzungsber. d. Wiener Akademie Bd. 70 [1874]) gezeigt hat, aus, um wie viel Mal eine leitende Kugel stärker von irgend einer elektrischen Ladung angezogen wird als eine gleich grosse dielektrische unter gleichen Umständen, wenn K die Dielektricitätsconstante des betreffenden Isolators ist.

3) Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 52 (1865).

zukommenden. Eine derartige Bestimmung liefert freilich für v nur einen oberen Grenzwerth, da ja auch in flüssigem Zustande der Raum keineswegs vollständig von Materie erfüllt ist, doch war dieser Umstand für die damalige erste und grundlegende Bestimmung der Grössenordnung des Moleküles nicht von Belang.

Im vorstehenden ist nun der Weg gezeigt, die Grösse v direct auf elektrischem Wege an jeder Substanz im gasförmigen Zustande zu bestimmen; es ist also nicht nöthig, dazu Messungen am verflüssigten Gase zu machen, auch erhält man für v nicht einen Grenzwerth, sondern dessen wirklichen Werth, insolange die kleinsten Partikelchen als Kugeln angesehen werden können.

Die Relation, welche die Grösse v mit dem Moleküldurchmesser verbindet und welche auch von Loschmidt in seiner oben erwähnten Arbeit zur Auswerthung des letzteren verwendet wurde, findet ihren Ausdruck in der folgenden von der Gastheorie gelieferten Gleichung:

$$\sigma = 6\sqrt{2} \cdot v \cdot \lambda.$$

Hier bedeutet σ den Moleküldurchmesser, v den obigen Coefficienten und λ die mittlere Weglänge. Leider sind die Werthe von λ in vielen Fällen gegenwärtig noch nicht mit der wünschenswerthen Genauigkeit bestimmt, jedenfalls dürften die aus den Diffusionsversuchen abgeleiteten mehr Vertrauen verdienen, als die den Reibungs- und Transpirationsversuchen entstammenden, welch letztere durchwegs zu gross bestimmt zu sein scheinen.

Es sind daher im folgenden auch der Berechnung von σ, wo es möglich ist, die aus den Diffusionsversuchen stammenden Werthe von λ zu Grunde gelegt.

Bevor ich an die Mittheilung der betreffenden Tabellen gehe, muss ich noch auf folgendes aufmerksam machen. Es bietet zwar die experimentelle Bestimmung der Dielektricitätsconstante bei Gasen keine besonderen Schwierigkeiten dar, allein es eröffnet sich uns noch ein anderer und einfacherer Weg zur Bestimmung von v. Wie nämlich aus der Maxwell'schen Theorie des Lichtes hervorgeht, ist die Dielektricitätsconstante eines Isolators identisch mit dem Quadrate seines Brechungsexponenten n, also $K = n^2$, eine Beziehung, die, soweit sie bisher experimental verfolgt ist, im grossen und ganzen zutrifft. Speciell für Gase wurde sie durch die bekannten Untersuchungen Boltzmann's[1]) entschieden bestätigt, desgleichen für die festen Isolatoren[2]), wie Paraffin, Schwefel etc. Wenn wir zunächst bei gas-

1) Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 69 (1874).
2) Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 67 (1873).

förmigen Körpern stehen bleiben, so können wir also unbedingt an Stelle von K den Werth n^2 einführen, so dass unsere Formel für v übergeht in:

$$v = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}.$$

Der Werth der vorliegenden Methode scheint mir demnach hauptsächlich in dem Umstande zu liegen, dass zur Bestimmung von σ ausser dem bekannten λ nur noch der Brechungsexponent n erforderlich ist, eine Grösse, die für die meisten Gase schon mit grosser Genauigkeit bekannt, jedenfalls aber leicht und exact am gasförmigen Medium bestimmbar ist. Wir sind dadurch in die Lage gesetzt, die Grösse σ für alle Gase, für die λ bekannt ist, anzugeben, ohne dass wir an specielle Eigenthümlichkeiten derselben, wie z. B. leichte Verflüssigung, gebunden wären; dadurch wird aber eine wesentliche Verbreiterung des der Untersuchung zugänglichen Gebietes geschaffen.

In der folgenden Tabelle gebe ich zunächst eine kurze Zusammenstellung der Werthe von v für einige Gase, und zwar unter A die aus der Dichtigkeit im gasförmigen und flüssigen Zustande berechneten Condensationscoefficienten und unter B dieselben Grössen nach der Formel $v = \frac{K-1}{K+2}$ oder $v = \frac{n^2-1}{n_2+2}$. Die Werthe unter A sind von O. E. Meyer[1]) berechnet.

Tab. I.

	A	B
H_2O	0,00081	0,00017
NH_3	0,00119	0,00026
H_2S	0,00168	0,00043
CO_2	0,00198	0,00031
N_2O	0,00204	0,00033
Cl_2	0,00238	0,00051
C_2N_2	0,00270	0,00056

Man sieht aus dieser Tabelle, dass die Condensationscoefficienten, auf die übliche Weise bestimmt, um das 4—5fache zu gross sein können und in demselben Maasse werden dann auch die Dimensionen zu gross gefunden.

In der folgenden Tabelle II sind angegeben unter A die mittleren Weglängen λ, und zwar wo es möglich war die Zahlen, welche Stefan aus den Diffusionsversuchen von Loschmidt berechnete, sonst die Zahlen, welche O. E. Meyer[2]) als Resultate der Transspirations-

1) Theorie der Gase S. 226.
2) Theorie der Gase S. 142.

versuche Graham's angibt; unter B die Werthe von v, und zwar für jene Gase, für welche K von Boltzmann[1]) bestimmt wurde, nach der Formel $v = \frac{K-1}{K+2}$, für die übrigen nach $v = \frac{n^2-1}{n^2+2}$, wobei für n die Werthe von Dulong[2]) für 0° und 760^{mm} Druck zu Grunde gelegt wurden. Colonne C enthält die daraus berechneten Moleküldurchmesser σ. Zur Vergleichung sind noch für jene Gase, bei welchen σ aus λ (Diffusion) berechnet wurde, unter D die Werthe von σ aus λ (Reibung) beigesetzt.

Tab. II.

Gas	*A* λ aus Diffusion $= 10^{-7}$ Mal	*B* $v = \frac{K-1}{K+2}$ $= 10^{-5}$ Mal	*C* σ in Centim. $= 10^{-9}$ Mal	*D* σ in Centim. $= 10^{-9}$ Mal
Luft	71	17	10	14
CO_2	50	31	13	17
H_2	139	8,7	10	14
CO	65	23	13	19
N_2O	42	33	12	19
	λ aus Reibung			
CH_4	83	31	21	
C_2H_4	56	44	21	
		$v = \frac{n^2-1}{n^2+2}$		
NH_3	71	26	16	
H_2O	63	17	9	
N_2	97	20	17	
NO	94	20	16	
O_2	104	18	16	
H_2S	60	43	22	
HCl	70	30	18	
C_2N_2	40	56	19	
SO_2	46	44	17	
Cl_2	45	51	19	

Auffallend ist bei Durchsicht dieser Tabelle, dass die Werthe von σ nicht sehr verschieden sind, so dass für alle betrachteten Gase ziemlich die gleiche Moleculargrösse resultirt; eine Ausnahme scheint

1) A. a. O.

2) Ann. d. Ch. et Ph. vol. XXXI.

nur Wasserdampf zu machen, doch ist dabei zu bemerken, dass die Zahl für λ_{H_2O} in vorstehender Tabelle die einzige ist, die — von den aus Reibungsversuchen gewonnenen — nicht von Graham stammt, sondern von Kundt und Warburg[1]), also mit den übrigen eingentlich nicht vergleichbar ist[2]). Guglielmo[3]) findet aus Diffusionsversuchen für dieselbe Grösse statt $63,10^{-7}$ die Zahl $89,10^{-7}$, woraus sich für σ der Werth $13,10^{-7}$ ergeben würde.

Im allgemeinen sind die Abweichungen in der Bestimmung der λ ziemlich bedeutende, je nachdem dieselben aus Diffusions- oder Reibungsversuchen hergeleitet sind; damit variirt auch der Werth von σ. Da jetzt allgemein die Bestimmungen der mittleren Weglängen aus den Diffusionsversuchen als die zuverlässigeren betrachtet werden, so müssen wir auch für die σ die kleineren Werthe als die wahrscheinlicheren bezeichnen.

Es ist von Interesse, die in Tabelle II für die σ gegebenen Werthe mit den bisher bekannten Bestimmungen zu vergleichen; leider basiren alle angewendeten Methoden auf particulären Eigenschaften der Körper, so dass nach jeder derselben meist nur wenige, oft nur einzelne Substanzen untersucht werden konnten. Soweit mir derartige Bestimmungen bekannt sind — abgesehen von den älteren Methoden, die nur sehr hoch gelegene Grenzwerthe liefern — theile ich dieselben in der folgenden Tabelle mit den hier gewonnenen zusammengestellt mit. Die Einheit ist überall das Centimeter.

---

1) Pogg. Ann. Bd. 155.

2) Herr Hofrath Stefan hatte die Güte, mir mitzutheilen, dass aus einer neuerlichen Berechnung von Diffusionsversuchen seinerseits für λH_2O der Werth 62.10^{-7} sich ergibt; der in der Tabelle aufgeführte Werth 9.10^{-9} für σ würde also einem λ (Diffusion) entsprechen und sich den übrigen aus Diffusionsversuchen abgeleiteten σ anschliessen.

3) Atti della R Acc. Tor. vol. XVIII (1882) und Rep. d. Ph. Bd. 19 S. 568.

Tab. III.

Substanz	Faraday[1])	Loschmidt[2])	O.E. Meyer[3])	W. Thomson[4])	O. E. Meyer[5])	V. d Waals[6])	Rühlmann[7])	Hodges[8])	Exner
Au	$\sigma < 2.10^{-8}$	—	—	—	—	—	—	—	—
Lutt	—	$67 . 10^{-9}$	—	—	$42 . 10^{-9}$	$30 . 10^{-9}$	—	—	$10 . 10^{-9}$
H_2O	—	—	$44 . 10^{-9}$	$> 10^{-8}$	—	—	—	10^{-8}	$9 . 10^{-9}$
NH_3	—	—	$45 . 10^{-9}$	—	—	—	—	—	$16 . 10^{-9}$
H_2S	—	—	$89 . 10^{-9}$	—	—	—	—	—	$22 . 10^{-9}$
CO_2	—	—	$114 . 10^{-9}$	—	$6 . 10^{-9}$	$18 . 10^{-9}$	$16 . 10^{-9}$	—	$13 . 10^{-9}$
N_2O	—	—	$118 . 10^{-9}$	—	—	—	—	—	$12 . 10^{-9}$
C_2N_2	—	—	$96 . 10^{-9}$	—	—	—	—	—	$19 . 10^{-9}$
SO_2	—	—	$80 . 10^{-9}$	—	—	—	—	—	$17 . 10^{-9}$
Cl_2	—	—	$96 . 10^{-9}$	—	—	—	—	—	$19 . 10^{-9}$
Zn_1Cu	—	—	—	$> 10^{-9}$	—	—	—	—	—
N_2	—	—	—	—	$26 . 10^{-9}$	—	$34 . 10^{-9}$	—	$17 . 10^{-9}$
H_2	—	—	—	—	$66 . 10^{-9}$	$14 . 10^{-9}$	$41 . 10^{-9}$	—	$10 . 10^{-9}$

1) Pogg. Ann. Bd. 101 (1857).
2) Sitzungsber. der Wiener Akademie Bd. 52 (1865).
3) Theorie der Gase. Nach Loschmidt's Methode aus den Condensationscoefficienten berechnet.
4) Vortrag in d. R. Inst. of Gr. Br. 1883 und Rep. d. Ph. Bd. 21 S. 182.
5) Theorie der Gase. Aus den Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetze berechnet.
6) Aus der Veränderlichkeit der Ausdehnungscoefficienten berechnet.
7) Handbuch d. mech. Wärmetheorie Bd. 2. Aus den Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetze berechnet.
8) Sill J. vol. XVIII p. 135. Aus der Verdampfungswärme berechnet.

Nach dieser Zusammenstellung kann es kaum mehr zweifelhaft sein, dass man gegenwärtig im Stande ist, die Grössenordnung der Moleküldurchmesser anzugeben; dieselbe wäre in Centimetern gleich 10^{-8}.

Aus den in Tab. II unter *B* mitgetheilten Zahlen für die Raumerfüllung v in Gasen lassen sich auch die entsprechenden Verhältniszahlen für die einzelnen Atome der Constituenten ableiten. Um die Zahlen möglichst zu vervollständigen, habe ich noch die Grösse v für Schwefel-, Phosphor- und Quecksilberdampf nach den Brechungsexponentenbestimmungen von Le Roux[1]) berechnet. Es ergibt sich

Tab. IV.

Substanz	n	$v = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$
S_4	1,00163	0,00108
P_4	1,00136	0,00091
Hg	1,00056	0,00037

Zieht man diese Substanzen bei, so erhält man für die relative Raumerfüllung φ durch die Atome folgende Zahlen:

Tab. V.

Substanz	φ	Loschmidt
H	4,4	3,5
N	10	12
O	9	11
Cl	25	22,8
S	27	26
P	23	—
Hg	37	—
C (aus CO—O)	14	14

Diese der Beobachtung direct entnommenen Zahlen stimmen gut mit den von Loschmidt nach dem Vorgange Kopp's seinerzeit aufgestellten und in der beigesetzten Columne angeführten.

Man kann nun die Werthe von v für die übrigen in Tab. II aufgezählten Gase aus den vorstehenden Zahlen für die Constituenten berechnen und kommt so, wie die folgende Tabelle zeigt, zu einer guten Uebereinstimmung mit den direct beobachteten Werthen.

1) Ann. d. Ch. et Ph. (3) vol. LXI.

Tab. VI.

Substanz	*v*. beobachtet	*v*. berechnet
Luft	0,00017	0,00019
CO_2	31	32
N_2O	33	34
CH_4	31	32
C_2H_4	44	45
NH_3	26	23
H_2O	17	18
NO	20	19
H_2S	43	36
HCl	30	29
C_2N_2	56	48
SO_2	44	45

Bedeutende Differenzen ergeben sich nur bei H_2S und C_2N_2; ob dieselben auf Beobachtungsfehler bei Bestimmung der Brechungsexponenten zurückzuführen sind, oder ob sie der Wirklichkeit entsprechen, muss dahingestellt bleiben. Wäre letzteres der Fall, so wird man vielleicht im Laufe der Zeit gerade aus solchen Differenzen am ersten einen Schluss auf die Constitution der betreffenden Moleküle ziehen können.

Aus den Loschmidt'schen Zahlen in Tab. V hat O. E. Meyer[1]) die Molecularvolumina w für die übrigen Gase berechnet und ich stelle die so erhaltenen Zahlen in der folgenden Tabelle mit der beobachteten Grösse v aus Tab. II zusammen.

Nach dem Gesetze Avogadro's sind letztere Zahlen den Molecularvolumen proportional.

Tab. VII.

Substanz	$v . 10^{-5}$	w
Luft	17	23
CO_2	31	35
H_2	8,7	7
CO	23	25
N_2O	33	35
CH_4	31	28
C_2H_4	44	42
NH_3	26	22,5
H_2O	17	18
N_2	20	24
NO	20	23
O_2	18	21
H_2S	43	33
HCl	30	26,3
C_2N_2	56	56
SO_2	44	48
Cl_2	51	45,6

1) Theorie der Gase S. 220.

Die Uebereinstimmung der beiden Reihen muss im ganzen als um so befriedigender bezeichnet werden, als die Werthe von v, jedes für sich ganz unabhängig von den übrigen das Resultat einer Beobachtung ist; auch hier zeigt sich bei H_2S wieder die grösste Differenz, so dass der Gedanke naheliegt, dass der Brechungsexponent desselben mit einem Fehler behaftet ist.

II.

Es ist auffallend, dass die Dielektricitätsconstanten isolirender Körper und damit auch deren Brechungsexponenten zwischen verhältnismässig engen Grenzen eingeschlossen sind. Die untere Grenze bildet die Einheit und Werthe über 2 für Brechungsexponenten oder über 4 für Dielektricitätsconstanten, gehören schon zu den Seltenheiten; dann aber erfolgt plötzlich ein Sprung, die Dielektricitätsconstante wird unendlich gross und der Brechungexponent nimmt unbestimmbare Werthe an, wir stehen an der Grenze zwischen Isolatoren und Leitern. Wenn wir an dem Zusammenhange zwischen Raumerfüllung und Dielektricitätsconstante festhalten, so gibt es, glaube ich, nur eine einzige physikalische Deutung für diesen plötzlichen Sprung, obgleich es dahingestellt bleiben muss, ob dieselbe auch vom Standpunkte des Chemikers aus acceptabel erscheint.

Die eingangs erwähnte Relation zwischen Raumerfüllung und Dielektricitätsconstante hat nur Giltigkeit, so lange man die kleinen leitenden Partikelchen als voneinander isolirt und als kugelförmig betrachten darf; diese Bedingung ist aber wahrscheinlich nur in den seltensten Fällen, wenn überhaupt je erfüllt. Es fragt sich nur, wie weit eine Abweichung von der Kugelform für die vorstehenden Betrachtungen von Belang sein kann. Da wir über die Form der kleinsten Theilchen gar nichts wissen, so hat eine speciellere Erörterung dieser Frage vorläufig noch kein Interesse, doch lässt sich nach den Inductionserscheinungen im allgemeinen jedenfalls voraussagen, dass der Einfluss der Form kein wesentlicher sein wird, so lange dieselbe nicht zu sehr von der Kugelgestalt abweicht. Hätte man es also z. B. mit Würfeln, Octaedern, Tetraedern u. dgl. zu thun, so würde der Einfluss vielleicht noch kaum oder gar nicht bemerkbar sein; anders aber, wenn in der Grundform eine Dimension besonders vorherrscht, wie z. B. bei nadelförmigen Prismen u. dgl. Hier müsste der Fehler ein sehr bedeutender sein, denn die Grösse der Induction richtet sich nach der grössten Dimension des Körperchens und ein solches Prisma in die Richtung der Kraftlinie gebracht, würde fast so wirken wie eine Vollkugel, deren Durchmesser gleich der Längsausdehnung des Prisma ist.

Die aus unserer Formel berechnete Grösse v würde dann viel zu gross gefunden und man kann allgemein sagen, dass die berechnete Raumerfüllung immer eine obere Grenze ist, denn sie gibt eigentlich das Volumen der Kugel, die das Partikelchen einhüllt, resp. die Summe aller dieser Elementarkugeln. Dieser Umstand ist für die weiteren Folgerungen noch von Wichtigkeit.

Was nun den Unterschied zwischen Isolatoren und Leitern, resp. den plötzlichen Sprung der Dielektricitätsconstante ins Unendliche anlangt, so wäre darüber folgendes zu bemerken. Wir gelangen nach dem Vorgange Faraday's zu einer ganz befriedigenden Erklärung des Verhaltens der Isolatoren, wenn wir annehmen, dass deren kleinste Theilchen so gut aus leitender Materie bestehen, wie die der Metalle, dass dieselben aber durch den leeren Raum voneinander isolirt seien und wenn wir weiter annehmen, dass dieselben angenähert die Kugelgestalt haben und dass sie angenähert gleichmässig im Raume vertheilt sind. Denken wir uns aber nun die letztere Bedingung nicht erfüllt, denken wir uns z. B. die Moleküle kettenförmig aneinandergereiht, durch grössere oder geringere Strecken, oder zu einem Raumgitter vereinigt, so muss eine solche Anordnung der Materie in elektrischer Beziehung wesentlich anders wirken. Die Induction durch einen derartig von einem Gitter occupirten Raum hindurch geht bekanntlich gerade so vor sich, als wäre der Raum vollständig mit leitender Substanz erfüllt, d. h. die Dielektricitätsconstante desselben wird unendlich gross. Zur Erzielung dieser Wirkung ist aber die Annahme gar nicht einmal nothwendig, dass das Gitter durchaus leitend sei, es genügt, wenn die einzelnen leitenden Theile desselben nach einer Richtung ausserordentlich nahe aneinander zu liegen kommen, jedenfalls viel näher als bei gleichförmiger Vertheilung im Raume, wie bei den Isolatoren. Eine derartige Anordnung der Materie würde also das dielektrische Verhalten der Leiter erklären. Das Kriterium des Metalles wäre demnach nicht an die Substanz des Atoms, auch nicht an den Charakter des Moleküls gebunden, sondern an den Charakter der Molekülverkettung zur sichtbaren Materie. Diese Ansicht kann selbstverständlich nicht darauf Anspruch machen, als der wirkliche Ausdruck der Thatsachen zu gelten, sie scheint mir nur eine Möglichkeit zu bieten, über diesen schwierigen Punkt hinwegzukommen und es bleibt immer fraglich, ob sie auch in anderer Hinsicht, namentlich in chemischer, befriedigt.

Wenn wir bei gasförmigen Medien, also bei den besten Isolatoren stehen bleiben, so werden wir unsere Formel für die Raumerfüllung v insolange richtig anwenden können, als die Formen der kleinsten Theilchen nicht zu sehr von der Kugelgestalt abweichen. Aus der

Grösse v ergibt sich aber eine sehr wichtige und, so viel ich weiss, bisher nicht beachtete Constante, nämlich das wahre specifische Gewicht der Substanzen, denn v drückt denjenigen Bruchtheil eines Cubikcentimeters aus, der von der Materie des Gases wirklich occupirt ist, also das thatsächliche Volumen desselben, durch dessen Division in die Dichte oder in das gewöhnliche specifische Gewicht wir eben das wahre specifische Gewicht erhalten.

In der folgenden Tabelle sind die betreffenden Werthe für die untersuchten Gase zusammengestellt, indem für v die Werthe aus Tab. II entnommen sind; die specifischen Gewichte der Gase sind in Grammen pro Cubikcentimeter angegeben und die wahren specifischen Gewichte auf $H_2O = 1$ bezogen, drücken also gleichfalls in Grammen das Gewicht der Substanz pro Cubikcentimeter aus.

Tab. VIII.

	Substanz	Gewicht in Gm. pro 1 ccm $= 10^{-6}$ Mal	$v = 10^{-5}$ Mal	Wahres spec. Gewicht $H_2O = 1$	Wahres spec. Gewicht berechnet
A	H_2	8,9	8,7	1,02	—
B	CH_4	72	31	2,32	2,26
	C_2H_4	126	44	2,86	2,74
	NH_3	76	26	2,92	3,28
	SH_2	152	43	3,54	4,25
	OH_2	80	17	4,71	4,50
	ClH	162	30	5,40	5,47
C	Luft	129	17	7,58	—
	CO	125	23	5,44	—
	CO_2	197	31	6,36	6,12
	NO	134	20	6,70	7,05
	N_2O	196	33	6,00	6,78
	Cl_2	319	51	6,26	—
	S_4	575	108	5,32	—
	P_4	561	91	6,16	—
	N_2	126	20	6,30	—
	O_2	142	18	7,89	—
	C_2N_2	233	56	4,16	4,86
	SO_2	290	44	6,59	6,35
D	Hg	900	37	24,32	—

In dieser Tabelle gibt die vorletzte Columne die wahren specifischen Gewichte der untersuchten Substanzen an; dieselben zerfallen

augenscheinlich in vier Gruppen, deren erste (A) durch den Wasserstoff gebildet wird. Dieser hat von allen Körpern das geringste wahre specifische Gewicht; es wiegt ein Cubikcentimeter, ganz mit Wasserstoffsubstanz erfüllt, fast genau 1^{g}, also so viel wie das gleiche Volumen Wassers.

Die zweite Gruppe (B) enthält die Verbindungen des Wasserstoffes und man bemerkt, dass letzterer sein geringes specifisches Gewicht in dieselben überträgt, denn ihre Dichte ist um so geringer, je beträchtlicher ihr Gehalt an Wasserstoff ist. Die dritte Gruppe (C) wird gebildet durch C, S_1, P_4, Cl_2, N_2, O_2 und deren Verbindungen mit einander; sie zeigt eine auffallende Constanz der specifischen Gewichte, die um den ungefähren Mittelwerth = 6 schwanken.

Die vierte Gruppe (D) endlich enthält nur Quecksilber mit dem hohen Werthe 24,32; da das gewöhnliche specifische Gewicht desselben gleich 13,6 ist, so geht daraus hervor, dass das scheinbare Volumen des Quecksilbers unter gewöhnlichen Umständen schon etwas mehr als bis zur Hälfte von Materie occupirt ist, was eine viel dichtere Raumerfüllung bedeutet als bei anderen Substanzen beobachtet werden kann, wo dieselbe meist zwischen den Werthen $^1/_8$—$^1/_3$ bei festen Körpern und zwischen $^1/_{11}$—$^1/_6$ bei Flüssigkeiten schwankt. Es wäre wohl denkbar, dass die besonderen physikalischen Eigenschaften des flüssigen Quecksilbers zum Theil wenigstens in dieser dichten Raumerfüllung hren Grund hätten. Es erscheint sehr wünschenswerth, auch von den übrigen Grundstoffen die wahren specifischen Gewichte zu kennen, was sich durch eine Bestimmung der Brechungsexponenten und Dichte ihrer Dämpfe erzielen liesse. Ich beabsichtige, eine derartige Untersuchung auszuführen, und hoffe, dass sich daraus weitere Schlüsse über die Gruppirung der Grundstoffe werden ziehen lassen. Auf einen Umstand möchte ich hier noch aufmerksam machen: es ist schon vielfach von der Einheit der Materie gesprochen worden, also von der Identität der sog. Grundstoffe der Substanz nach, und man hat es stets als ein grosses Hindernis bei Verfolgung dieser Ansicht empfunden, dass die specifischen Gewichte der Körper so sehr verschieden sind, denn dieselben variiren von 0,000088 bei Wasserstoff bis ungefähr 21 bei Platin, d. h. um mehr als das 200000fache, oder um mehr als das 130000fache zwischen Wasserstoff und Quecksilber. Geht man aber auf die wahren specifischen Gewichte zurück, so erscheint dieses Multiplum schon auf den Werth 24 reducirt und würde sich in Bezug auf Wasserstoff und Platin ungefähr auf 45 belaufen; denn so gross wäre das wahre specifische Gewicht des Platins, wenn wir dessen Brechungsexponenten gleich 1,9 setzen[1]) und unter der allerdings sehr

1) Nach Quineke.

fraglichen Voraussetzung, dass man unsere Betrachtungsweise auch noch auf Metalle anwenden darf. Der Bestimmung des wahren specifischen Gewichtes durch die Raumerfüllung v liegt aber noch die Voraussetzung zu Grunde, dass die den Raum erfüllenden Partikelchen kugelförmig seien. Wie wir sahen, wird der Fehler in der Bestimmung von v um so beträchtlicher, je mehr dieselben von der Kugelgestalt abweichen, und zwar wird dann v immer zu gross und somit das wahre specifische Gewicht zu klein gefunden. Nehmen wir aber — die Einheit der Materie vorausgesetzt — das constituirende Wasserstoffatom nicht als kugelförmig an, sondern als prismatisch von etwa 3- bis 4facher Höhe des Durchmessers und setzen voraus, dass die Atome der übrigen Substanzen sich als Conglomerate von solchen Prismen mehr und mehr der Kugelform nähern, so erklären sich leicht die noch vorhandenen Unterschiede der beobachteten wahren specifischen Gewichte[1]). Da wir aus mechanischen Gründen gezwungen sind, die letzten Constituenten als kugelförmig anzusehen, so müssten wir noch die weitere Annahme hinzufügen, dass das Wasserstoffatom aus zahlreichen kugelförmigen Theilchen — sagen wir dem Aether — gebildet wäre. Der Vortheil der hier dargelegten Ansicht liegt darin, dass wir zur Erklärung der Differenzen in den specifischen Gewichten nicht genöthigt sind, auf eine Verdichtung der Urmaterie zurückzugreifen, sondern dass wir lediglich durch die Annahme einer geänderten Anordnung der constituirenden Partikelchen den Thatsachen gerecht werden. Auch würde dadurch vielleicht das Auftreten zahlreicher Spectrallinien in den Spectren selbst einatomiger Gase, wie des Quecksilbers, dem Verständnisse näher gerückt werden.

Aus den in Tab. VIII mitgetheilten wahren specifischen Gewichten kann man dieselben für die einzelnen Constituenten entnehmen, und zwar für H_2, S_4, P_4, Cl_2, N_2, O_2 und Hg direct und für C aus einer der Verbindungen, z. B. aus CO. In der folgenden Tabelle sind diese Werthe mit den Zahlen φ der Tabelle V, welche die relativen Volumina der Atome angeben, zusammengestellt.

---

1) Es ist nicht nöthig, gerade den Wasserstoff als ursprünglichen Constituenten zu betrachten, man könnte auch von jedem anderen Körper ausgehen, indem die grösseren oder geringeren specifischen Gewichte sich durch eine mehr oder minder günstige Raumerfüllung erklären; so lange jedoch das Atomvolumen des Wasserstoffes das kleinste unter den bekannten bleibt, wird man auch am passendsten von diesem ausgehen.

Tab. IX.

	Substanz	φ	Wahres spec. Gewicht $H_2O = 1$
A	H	4,4	1,02
C	(aus CO) C	14	3,84
	(aus Diamant) C	—	5,58
	S	27	5,32
	P	23	6,16
	Cl	25	6,26
	N	10	6,30
	O	9	7,89
D	Hg	37	24,32

Kohlenstoff zeigt, aus gasförmigen Verbindungen berechnet, ein viel niedrigeres specifisches Gewicht, wie als Diamant; letzterer mit der Dichte 3,50 und dem Brechungsexponenten $n = 2{,}46$ liefert für das wahre specifische Gewicht den Werth 5,58, wodurch auch der Kohlenstoff sich der Gruppe *C* anreiht. Es scheint also die Raumerfüllung durch Kohlenstoff sich im Diamanten mehr der Kugelform zu nähern, als in den gasförmigen Verbindungen.

Aus den Werthen der vorstehenden Tabelle lassen sich die wahren specifischen Gewichte der Verbindungen berechnen und mit den der directen Beobachtung entnommenen vergleichen; die Berechnung muss natürlich unter Rücksichtnahme auf die Atomvolumina geschehen, auf folgende Weise: bezeichnen $n_1 n_2 \cdots$ die Anzahl der Atome einer Substanz im Molekül, dessen wahres specifisches Gewicht S berechnet werden soll und $\varphi_1 \varphi_2 \cdots$ die Atomvolumina, sowie $s_1 s_2 \cdots$ die wahren specifischen Gewichte der Constituenten, so ist $S = \frac{n_1 \varphi_1 s_1 + n_2 \varphi_2 s_2 + \cdots}{n_1 \varphi_1 + n_2 \varphi_2 + \cdots}$. Auf diese Art wurden die in Tab. VIII letzte Colonne unter „berechnet" aufgeführten Zahlen für die wahren specifischen Gewichte der Verbindungen gewonnen.

Auch hier zeigt H_2S wieder eine grössere Abweichung zwischen Beobachtung und Rechnung, als alle anderen Wasserstoffverbindungen, was die früher gelegentlich der Tabellen VI und VII ausgesprochene Vermuthung bestärkt, dass für H_2S der Werth v zu gross und somit das wahre specifische Gewicht zu klein ermittelt ist. Ausserdem zeigen noch die Verbindungen des Stickstoffs beträchtliche Differenzen, und zwar durchgehends in dem Sinne, dass die aus den Constanten der Verbindungen entnommenen Werthe kleiner sind als die aus den

Constituenten abgeleiteten; es ist bei diesen Verbindungen also die Raumerfüllung eine ungünstigere, d. h. weniger der Kugelform sich anschliessende als bei den Constituenten.

Es ist nicht ohne Interesse, die wahren specifischen Gewichte der Substanzen, wie sie sich aus dem vorangegangenen ergeben, mit den Dichten der verflüssigten Gase zu vergleichen, weil sich daraus ein Maassstab für die Raumerfüllung in letzteren ergibt; ich stelle die Zahlen, so weit ich solche auffinden konnte, in der folgenden Tabelle zusammen.

Tab. X.

Substanz	Wahres spec. Gewicht $H_2O = 1$	Spec. Gewicht in flüssigem Zustande
H_2	1,02	0,6 — 0,88 [1]
O_2	7,89	0,9 [2]
Cl_2	6,26	1,33 [3]
H_2O	4,71	1,00
SO_2	6,59	1,36 [4]
C_2N_2	4,16	0,87 [3]
N_2O	6,00	0,87 [4]
CO_2	6,36	0,86 [4]
Fest „	—	1,94 [5]
HCl	5,40	0,85 [6]
NH_3	2,92	0,62 [4]
C_2H_4	2,86	0,36 [7]
H_2S	3,54	0,91 [7]

Man ersieht aus dieser Zusammenstellung, dass bei den verflüssigten Gasen stets noch ein beträchtlicher Theil des scheinbaren Volumens, drei Viertel bis acht Neuntel desselben, von Materie frei ist, selbst die feste Kohlensäure füllt in gepresstem Zustande nur ein Drittel des von ihr eingenommenen Raumes wirklich aus. Die relativ grösste Verdichtung zeigt, nach den allerdings sehr schwankenden Angaben Graham's, der Wasserstoff im Zustande der Occlusion im Palladium;

1) Graham, aus Verdichtung im Palladium.
2) Pictet und Cailletet.
3) Faraday.
4) Andreef.
5) Landolt.
6) Ansdell.
7) Bleekrode.

die angegebenen Werthe als richtig vorausgesetzt, würde derselbe den occupirten Raum bis zu zwei Drittel wirklich erfüllen.

Wir haben im vorhergehenden die wahren specifischen Gewichte der Körper aus den physikalischen Eigenschaften der gasförmigen Verbindungen derselben abgeleitet, wir können dasselbe auch in Bezug auf die verflüssigten Gase thun, insoweit uns deren Dichten und Brechungsexponenten bekannt sind. Aus den letzteren finden wir auf bekannte Weise die Raumerfüllung v und aus dieser und der Dichte das wahre specifische Gewicht. In der folgenden Tabelle sind die betreffenden Werthe zusammengestellt, indem ich die Brechungsexponenten der verflüssigten Gase einer später noch zu erwähnenden Arbeit von Bleekrode[1]) entnehme.

Tab. XI.

Substanz	Dichte	n	Wahres spec. Gewicht Gas	Wahres spec. Gewicht Flüssigkeit
SO_2	1,359	1,351	6,59	6,54
C_2N_2	0,866	1,327	4,16	4,27
N_2O	0,870	1,204	6,00	6,66
CO_2	0,863	1,196	6,36	6,89
HCl	0,854	1,257	5.40	5,26
Cl_2	1,330	1,367	6,26	5,92
NH_3	0,616	1,325	2,92	3,06
C_2H_4	0,361	1,180	2,86	3,11
H_2S	0,910	1,390	3,54	3,82
H_2O	1,000	1,329	4,71	4,90

Es zeigt sich im allgemeinen eine gute Uebereinstimmung zwischen den Werthen, die aus dem gasförmigen und jenen, die aus dem flüssigen Zustande abgeleitet wurden, in den meisten Fällen sind letztere etwas grösser, d. h. es ist die Raumerfüllung im Molekül im flüssigen Zustand eine etwas vollständigere. Uebrigens können die Zahlen auf grosse Genauigkeit nicht Anspruch machen, da die Brechungsexponenten der verschiedenen Flüssigkeiten nicht alle für dieselbe Lichtart angegeben sind, keiner aber für Strahlen von sehr grosser Wellenlänge, wie es eigentlich die Berechnung erfordern würde; um so mehr wird man zugeben müssen, dass die Voraussetzungen, unter denen die Zahlen abgeleitet wurden, nicht allzu hypothetischer Natur sind.

Da man, wie eben angedeutet wurde, auch aus den physikalischen Constanten der Flüssigkeiten deren wahres specifisches Gewicht be-

1) J. de Ph. (2) vol. IV März 1885.

stimmen kann, so ist es naheliegend, dies wenigstens für einige besonders bemerkenswerthe Repräsentanten der Kohlenwasserstoffe zu thun, für welche ja durchwegs die Grössen n und d genau ermittelt sind; man kann die so an den Flüssigkeiten erhaltenen Werthe dann mit jenen vergleichen, die nach der Constitutionsformel aus dem Atomvolumen und dem wahren specifischen Gewichte der Constituenten berechnet werden. Als Beispiel mögen hier die beiden ausgezeichneten Isolatoren Benzol und Terpentinöl dienen.

	Benzol		Terpentinöl
Formel	C_6H_6	Formel	$C_{10}H_{16}$
n	1,490	n	1,466
d	0,885	d	0,887
W. sp. G. aus n, d	3,1	W. sp. G. aus n, d	3,2
W. sp. G. aus Formel	3,2	W. sp. G. aus Formel	3,0

Es scheint also bei diesen Körpern die Raumerfüllung im Moleküle keine wesentlich günstigere oder ungünstigere zu sein als bei den Constituenten.

Ein besonderes Interesse dürfte vielleicht die Untersuchung isomerer Reihen bieten, weil man hier erwarten darf, durch Unterschiede im wahren specifischen Gewichte auf das Vorhandensein von Unterschieden in der Raumerfüllung, d. h. auf eine verschiedene Anordnung im Molekül geführt zu werden. Ich theile im folgenden als Beispiel eine solche Reihe mit.

Tab. XII.

Substanz	Formel	n [1]	d [1]	Wahres specifisches Gewicht berechnet	
				aus Formel	aus n, d
Aceton	C_3H_6O	1,357	0,792	3,36	3,65
Allylalkohol	„	1,410	0,854	3,36	3,45
Propylaldehyd	„	1,361	0,807	3,36	3,63
Amylformiat	$C_6H_{12}O_2$	1,396	0,880	3,36	3,62
Iso-Capronsäure	„	1,412	0,924	3,36	3,69
Methylvalerat	„	1,393	0,879	3,36	3,67

Man ersieht aus diesen Zahlen, dass bei vorstehenden Körpern die Raumerfüllung durchwegs eine bessere ist als in den Constituenten, denn das beobachtete wahre specifische Gewicht ist grösser als das berechnete; ersteres ist auffallend gleich bei fünf Substanzen der Reihe, nur Allylalkohol zeigt einen beträchtlich niedrigeren Werth, woraus

1) Nach Landolt's Tabellen.

man schliessen kann, dass die räumliche Anordnung der Masse im Molekül bei ihm mehr von der Kugelform abweicht als bei den übrigen, wenngleich noch immer weniger als bei den Constituenten.

Um schliesslich noch für eine aus vier Constituenten bestehende Verbindung ein Beispiel anzuführen, erwähne ich den gleichfalls in Landoldt's Tabellen aufgeführten Trichloressigester $C_4H_5Cl_3O_2$; für diesen ist $n = 1,448$ und $d = 1,383$, woraus sich das wahre specifische Gewicht gleich 5,16 ergibt, während die Berechnung nach der Constitutionsformel den Werth 4,96 liefert. Hier ist also wieder die Raumerfüllung in der Verbindung eine etwas dichtere als in den Bestandtheilen.

Die im vorangegangenen mitgetheilten Tabellen sollen selbstverständlich nur als Beispiele für die eingeschlagene Methode zur Bestimmung der wahren specifischen Gewichte gelten.

Da diese Methode keine anderen Bestimmungen als die der Brechungsexponenten und der Dichten voraussetzt, so ist zu erwarten, dass das Gebiet, auf welches sie sich anwenden lässt, ein sehr ausgedehntes sei, und nur wenn letztere Bedingung erfüllt ist, wird man hoffen dürfen, einen Blick in die Molecularconstitution der Materie werfen zu können.

Was bisherige Versuche zur Bestimmung des wahren specifischen Gewichtes anlangt, so ist mir nur der Weg bekannt, den Maxwell angezeigt hat, nämlich die Berechnung des von der Materie eines Gases wirklich occupirten Raumes aus dem Moleculardurchmesser und der Anzahl der Moleküle in der Volumseinheit. Letztere ergibt sich aus dem Querschnitte eines Moleküls und aus der Querschnittssumme, für welche Grösse die kinetische Gastheorie einen Ausdruck liefert. Auf diesem Wege wurde das wahre specifische Gewicht für Luft ungefähr $= 7$ gefunden ($H_2O = 1$), was mit unserem Werthe 7,58 in genügender Uebereinstimmung steht.

Da Maxwell's Methode die Kenntnis der Moleculargrösse voraussetzt, so ist dieselbe nur auf gasförmige Medien anwendbar; auch basiren ihre Resultate auf einer genauen Bestimmung der mittleren Weglänge.

III.

Die Grösse v, die durch den Ausdruck $\frac{K-1}{K+2}$ oder $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ charakterisirt ist, drückt das Verhältnis des von einer bestimmten Menge eines Körpers wirklich occupirten Raumes zu deren scheinbaren Volumen aus. Wird der Körper comprimirt, z. B. bis seine Dichte d den doppelten Werth erreicht hat, so ist klar, dass auch die Raum-

erfüllung v auf das Doppelte gestiegen ist; beide Grössen gehen einander proportional, aus welcher Ursache auch immer eine derartige Compression oder Dilatation resultire.

Es folgt somit die Gleichung

$$\frac{K-1}{K+2} \cdot \frac{1}{d} = \frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d} = \text{Constante.}$$

Was eine solche Relation zwischen dem Brechungsexponenten und der Dichte anlangt, so ist bekannt, dass dieselben schon seit Newton's Zeiten gesucht und in den verschiedensten Formen gefunden wurde.

Newton selbst setzt (vom Standpunkt der Imanationstheorie ausgehend) $\frac{n^2-1}{d}$ = Constante und nennt diese Grösse das specifische Brechungsvermögen der betreffenden Substanz. Es hat sich der Ausdruck in dieser Form sehr lange erhalten, weil er für Gase durch die Untersuchungen von Biot und Arago[1]) sowie von Dulong[2]) experimentell vollkommen bestätigt wurde. Doch lässt sich leicht zeigen, dass der Newton'sche Ausdruck in seiner Anwendung auf Gase nur ein specieller Fall der vorstehenden allgemeinen Formel ist. Für Gase ist nämlich der Brechungsexponent stets eine nur wenig von der Einheit abweichende Grösse für n^2+2 kann man daher für alle Gase mit grosser Annäherung die Zahl 3 setzen. Die allgemeine Formel übergeht somit in $\frac{1}{3}\frac{n^2-1}{d}$ = Constante oder $\frac{n^2-1}{d}$ = Constante wie bei Newton.

Versucht man die Formel Newton's auch auf flüssige oder feste Körper anzuwenden, so stösst man sofort auf Widersprüche mit den Thatsachen; man hat daher versucht, auf empirischem Wege andere Relationen zwischen n und d aufzustellen, welche der Bedingung der Constanz genügen sollten. So wurde die Formel $\frac{n-1}{d}$ = Constante als eine rein empirische eingeführt und an einem sehr umfangreichen Beobachtungsmateriale auch angenähert bestätigt gefunden[3]). Für Gase trifft diese Bestätigung selbstverständlich am schärfsten zu, da wegen der geringen Abweichung der n von der Einheit die Grössen $n-1$ und n^2-1 einander proportional sind. Wie zu erwarten war,

---

1) Mem. d. Inst. vol. VII (1807).

2) Ann. d. Ch. et d. Ph. vol. XXXI.

3) Vgl. Gladstone & Dale, Ph. Mag. vol. XXVI p. 484. — Landolt Pogg. Ann. vol. CXXIII. — Brühl, Ann d. Ch. vol. CC p. 139, vol. CCIII p. 1 et 255. — Mascart, C. R. vol. LXXVIII p. 617, 679, 801. — Wüllner, Pogg. Ann. vol. CXXXIII p. 1. — Damien, C. R. vol. XCI p. 323.

hat man sich nicht lange mit dieser ganz willkürlich aufgestellten Formel begnügt, der durchaus keine bestimmte physikalische Bedeutung zukam, sondern man war bestrebt, aus bestimmten Annahmen über die Constitution der Materien selbst Relationen zwischen n und d abzuleiten. Die ersten derartigen Bestrebungen gingen von Schrauf[1]) aus, den seine Untersuchungen über die Lichtbewegung gleichfalls zur Formel Newton's $\frac{n^2-1}{d}$ = Constante allerdings nur als Näherungsformel führten.

Später erschienen zwei wichtige Arbeiten, die mir erst bei Durchsicht der hier einschlagenden Literatur bekannt wurden, von A. Lorentz[2]) „Ueber die Beziehung zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes und der Körperdichte" und von L. Lorenz[3]) „Ueber die Refractionsconstante". Beide Autoren kommen unabhängig voneinander zu derselben Relation zwischen n und d, indem sie ihren Rechnungen die Annahme zu Grunde legen, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes durch die Raumerfüllung bedingt sei; für die Raumerfüllung, also für unsere Grösse v, erhalten sie den Werth $\frac{n^2-1}{n^2+2}$, d. i. denselben, der aus der Betrachtung der Dielektricitätsconstante folgt, und daraus ergibt sich ihnen die Gleichung $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$ = Constante, welche am Eingange dieses Abschnittes schon aufgestellt wurde. Auch in der Gleichung von Lorenz ist für n der Werth für sehr grosse Wellenlängen zu substituiren. Da Lorenz selbst durch sehr exacte Messungen mittels einer Interferenzmethode die volle Gültigkeit seiner Formel für gasförmige und auch flüssige Körper nachgewiesen hat, so bin ich der Mühe überhoben, hier weitere Belege für deren Richtigkeit anzuführen. Nur die Resultate der Berechnung eines festen Körpers des Steinsalzes will ich erwähnen, um auch hierfür ein Beispiel zu geben. Es ist für ClNa die Aenderung des Brechungsexponenten mit der Temperatur sehr genau von Stefan[4]) bestimmt bis zu Temperaturen über 90°, ausserdem ist der Ausdehnungscoefficient nach Fizeau bekannt. Man findet für die Temperaturen 20° und 90° die Dichten $d_{20} = 2{,}100$ und $d_{90} = 2{,}082$, sowie die Brechungsexponenten $n_{20} = 1{,}5391$ und $n_{90} = 1{,}5365$. Daraus ergibt sich der Werth von $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$ bei $20^0 = 0{,}1492$ und bei $90^0 = 0{,}1499$. Uebrigens muss hervorgehoben

1) Physikalische Studien 1867.
2) Wied. Ann. Bd. 9 S. 641.
3) Wied. Ann. Bd. 11 S. 70.
4) Sitzungsber. der Wiener Akademie Bd. 63 (1871).

werden, dass die Uebereinstimmung dieser beiden Zahlen keine derartige ist, dass sie nicht auch durch andere Formeln erreicht würde; so liefert z. B. unter Zugrundelegung derselben Zahlen für n und d bei 20° und 90° die Formel $\frac{n-1}{d}$ die Werthe 0,2566 und 0,2577, die in ebenso guter Uebereinstimmung stehen.

Die Formel $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}=$ Constante ist auch ausser von Lorenz noch anderweitig experimentell bestätigt worden. So namentlich von Prytz[1]), von Nasini[2]) und in jüngster Zeit von Bleekrode[3]); letzterer wendet dieselbe auf die condensirbaren Gase an und findet die Werthe merklich constant gleichgiltig, ob die Grössen n und d an dem Körper im gasförmigen oder im flüssigen Zustande bestimmt wurden. Die Constanz der Werthe ist in diesem Falle auch beträchtlich grösser als bei Anwendung der Formel $\frac{n-1}{d}=$ Constante.

Wenn demnach die Formel $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}=$ Constante auch experimentell als vollkommen bestätigt gelten kann, so ist es um so bedauerlicher, wenn später wieder andere, rein empirische Formeln zur Anwendung kommen, wie z. B. die von Johst[4]). Auf Grund von Messungen an Gemischen von Anilin und Alkohol stellt Johst die Formeln auf

$$\frac{\sqrt{n}-1}{d}=\text{Constante und } \frac{n-1}{n+2}\cdot\frac{1}{d}=\text{Constante,}$$

die den bekannten Formeln nachgebildet sind. Allein, wenn jeder auf Grund einiger Beobachtungen an vereinzelten Körpern eine empirische Formel aufstellt, nur deshalb, weil sie gerade diesen Beobachtungen sich besser anpasst, so wird man schliesslich sehr viel Mühe und Zeit umsonst vergeudet haben, denn ein wirkliches Resultat kann, wie ich glaube, doch immer nur aus der Vergleichung von Beobachtungen mit einer Formel hervorgehen, deren physikalische Bedeutung eine bekannte ist; und das ist bei der Formel $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}=$ Constante der Fall, wo der Bruch $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ die bestimmte Bedeutung der Raum-

1) Wied. Ann. Bd. 11 S. 104.
2) Rend. d. R. Acc. d. Lincei 1885 p. 74.
3) J. d. Ph. (2) vol. IV März 1885.
4) Wied. Ann. Bd. 20 S. 47.

erfüllung hat. Es ist durchaus nicht zu verlangen, dass diese Formel für alle Fälle vollkommen entsprechen soll, denn die Voraussetzungen, unter denen sie abgeleitet ist, treffen gewiss in Wirklichkeit nicht immer zu, aber gerade aus diesen Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung kann man — wenn man eben weiss, was für eine physikalische Bedeutung der berechnete Werth hat — wichtige Schlüsse auf die Constitution der Körper ziehen. Dagegen lehrt uns die wenn auch noch so gute Uebereinstimmung mit einer empirischen Formel, deren physikalische Deutung unbekannt ist, einfach gar nichts.

Zwei Körper haben bisher durchaus nicht den gewöhnlichen Zusammenhang zwischen Dichte und Brechungsexponenten ergeben, das Glas und das Wasser. Ersteres hat bekanntlich einen mit der Temperatur wachsenden Brechungsexponenten, was den Beobachtungen an allen anderen Substanzen, sowie unserer Formel widerspricht, doch ist zu bedenken, dass letztere nur für Strahlen von sehr grosser Wellenlänge gilt, und da liegen allerdings Beobachtungen vor, die diesen Widerspruch zu lösen scheinen. Es hat schon van der Willigen[1]) gefunden, dass ein Flintglasprisma zwar die gelben und blauen Strahlen bei höherer Temperatur stärker bricht, als bei niedriger, dagegen die rothen, also langwelligen, schwächer. Eine gleiche Beobachtung hat Hastings[2]) gemacht; auch er findet für die rothen Strahlen bei Crownglas eine Abnahme des n mit der Temperatur, für die übrigen Strahlen dagegen eine Zunahme. Wenn diese Beobachtungen richtig wären, so würden sie das abnorme Verhalten des Glases in Uebereinstimmung mit unserer Formel vollkommen erklären. Es ist aber Stefan[3]) bei seinen Untersuchungen über die Refraction des Glases zu anderen Resultaten gekommen, es haben sich die erwähnten Beobachtungen, wenigstens an seinen Glassorten, nicht bestätigt; der Brechungsexponent zeigte sich auch für unendlich lange Wellen stets mit der Temperatur wachsend. Es ist also das Verhalten des Glases in dieser Beziehung noch nicht ganz aufgeklärt; jedenfalls hat man es im Glase mit einer, was die Molecularstructur anlangt, schwer definirbaren Substanz zu thun.

Der zweite Körper, der ein abnormes Verhalten zeigt, ist das Wasser; die Dichte des Wassers hat bei 4° ein Maximum und man sollte nach unserer Formel daher bei dieser Temperatur auch ein Maximum des Brechungsexponenten erwarten. Es hat aber schon vor längerer Zeit Jamin[4]) den Nachweis geliefert, dass letzterer sich von

1) Arch. d. Mus. Teyler vol. I p. 64.
2) Sill. J. (3) vol. XV p. 269.
3) Sitzungsber. der Wiener Akademie Bd. 63 (1871).
4) C. R. vol. XLIII (1856).

0^0 an stetig mit der Temperatur ändert, auch über 4^0 hinaus. Dieser Widerspruch wurde von L. Lorenz in seiner schon früher erwähnten Arbeit vollständig zu Gunsten unserer Formel gelöst. Es hat nämlich Jamin die Brechungsexponenten nur für weisses Licht, mittels der Interferenzen, bestimmt, Lorenz dagegen untersucht die Dispersion bei verschiedenen Temperaturen und berechnete aus derselben den von der Dispersion befreiten Brechungsexponenten, also den für unendlich lange Wellen giltigen. Da zeigte sich denn, dass dieser in der That bei 4^0 ein Maximum habe und dass also auch das Wasser in seinem Verhalten gegen das Licht bei Dichteänderungen sich unserer Formel anschliesst. Diese Beobachtung Lorenz' würde ganz mit den Resultaten übereinkommen, die van der Willigen und Hastings an Glasprismen erhalten haben.

Es hat schon vor längerer Zeit Stefan[1]) auf eine eigenthümliche Beziehung zwischen der mittleren Weglänge eines Gases und dessen Brechungsexponenten aufmerksam gemacht. Von der Ansicht ausgehend, dass die Moleküle eines Gases als Kugeln verdichteten Aethers zu betrachten seien, gelangte er zu der Vermuthung, dass die brechende Kraft eines Gases, also die Grösse $n-1$ um so kleiner sein müsse, je grösser die mittlere Weglänge λ wäre. Diese Vermuthung zeigt sich auch durchgehends bestätigt, ja für eine Reihe von Gasen, wie H_2, O_2, Luft, CO, CO_2 und N_2O, zeigt das Product $(n-1)\lambda$ sogar ziemlich constante Werthe; dieselben liegen nach Weglassung des Factors 10^{-11} zwischen 192 und 224. Bei anderen, namentlich leichter condensirbaren Gasen und Dämpfen, liegt der Werth jedoch beträchtlich höher bis ungefähr 300, wie u. a. aus einer diesbezüglichen Zusammenstellung von E. Wiedemann[2]) hervorgeht. Dieser Zusammenhang zwischen den Grössen $n-1$ und λ lässt, wie ich glaube, noch eine präcisere Deutung zu.

Wir haben nämlich zur Bestimmung des Moleculardurchmessers σ die Gleichung:

$$\sigma = C \cdot v \cdot \lambda,$$

wo C eine Constante bedeutet und v die Raumerfüllung, also die Grösse $\frac{n^2-1}{n^2+2}$.

Für Gase ist aber allgemein $n^2+2=3$ zu setzen und $n^2-1=2(n-1)$; dadurch übergeht die obige Gleichung in:

$$\sigma = C' \cdot (n-1)\lambda,$$

1) Sitzungsber. der Wiener Akademie Bd. 65 (1872).

2) Wied. Ann. Bd. 5 S. 142.

wo C' abermals eine Constante bedeutet. Man sieht also, dass der Ausdruck $(n-1)\lambda$ eine Grösse bedeutet, welche dem Durchmesser des Moleküls proportional ist. Vergleicht man die in Tab. II aufgeführten Werthe von σ in dieser Hinsicht, so wird man finden, dass dieselben, namentlich bei den schwerer condensirbaren Gasen, keine sehr grossen Differenzen aufweisen. Dieselben treten aber sehr entschieden auf beim Uebergang zu den Dämpfen. Während z. B. (für aus Diffusionsversuchen berechnete λ) der Werth von σ bei $H_2 = 10$, Luft $= 10$, $CO = 13$, $CO_2 = 13$, $N_2O = 12$ ist (multiplicirt mit 10^{-9}), wird derselbe für Aetherdampf $= 19$ und für Schwefelkohlenstoffdampf $= 27$[1]).

Zum Schlusse möchte ich noch auf folgenden Umstand aufmerksam machen. In der eingangs erwähnten Untersuchung hat Clausius gezeigt, dass die Dielektricitätsconstante in einer bestimmten Weise von der Raumerfüllung abhängig sei; andrerseits hat L. Lorenz in einer gleichfalls schon citirten Arbeit nachgewiesen, dass, ganz unabhängig von jeder elektrischen Beziehung, das Quadrat des Brechungsexponenten eben dieselbe Function der Raumerfüllung ist. Die Identität zwischen der Dielektricitätsconstante und dem Quadrate des Brechungsexponenten würde sich somit von selbst ergeben und darthun, dass sowohl die Fortpflanzung einer elektrischen Kraft durch ein Dielektricum hindurch als auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in demselben in gleicher Weise von der Anordnung der Materie im Raume bedingt seien. Dieser Parallelismus müsste sich also auch ergeben, selbst wenn die beiden Vorgänge ihrem Wesen nach ganz differenter Natur wären.

---

1) Ich verdanke einer gütigen Mittheilung des Herrn Hofrathes Stefan die Kenntnis der von ihm aus Diffusionsversuchen abgeleiteten λ, nämlich für Aether $23{,}10^{-7}$ und für Schwefelkohlenstoff $32{,}10^{-7}$.

Ueber die Geschwindigkeit der circularpolarisirten Strahlen im Innern eines mit Drehungsvermögen begabten Körpers[1].

Von

Prof. **August Righi.**

Die Drehung der Polarisationsebene, die viele Körper, sei es ihrer natürlichen Beschaffenheit zufolge, sei es wenn sie in einem magnetischen Felde sich befinden, an den durch sie hindurchgehenden Strahlen bewirken, rührt von einer doppelten circularen Brechung her, d. i. davon, dass der einfallende Strahl sich in zwei in entgegengesetzter Richtung circulirende Strahlen zerlegt, die innerhalb des Körpers verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen. Dies ist vor langer Zeit von Fresnel experimentell bewiesen worden für Körper, die, wie der Quarz, ein natürliches Drehungsvermögen haben, und von mir[2]) vor sechs Jahren für Körper, die mit einem magnetischen Drehungsvermögen ausgestattet sind.

Nehmen wir an, wir haben einen Körper, der bewirkt, dass die Vibrationen in der Richtung des Uhrzeigers sich drehen, z. B. einen rechts drehenden Quarz. Kraft ihrer verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit werden die zwei circularen Strahlen, in welche der mit geradlinigen Vibrationen eintretende Strahl sich zerlegt und wovon einer nach rechts, der andere nach links sich dreht, beim Austritte aus dem Quarze sich derart wieder vereinigen, dass sie einen Strahl mit geradlinigen, nach rechts gedrehten Vibrationen erzeugen, weil der linkskreisende Strahl bei seinem Austritte aus dem Quarze gegenüber dem rechtskreisenden mit einer gewissen Phasenverzögerung anlangt.

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Accad. di Bologna (4) vol. VI (1885).

2) Memorie della R. Accad. di Bologna (3) vol. VIII p. 625. — Nuovo Cimento (Mai 1878) p. 212.

Hieraus lässt sich entnehmen, dass der rechtskreisende Strahl innerhalb des Quarzes eine grössere Geschwindigkeit besitzt als der linkskreisende. Dies kann mittels der in meiner oben citirten Arbeit[1]) gegebenen Formeln bewiesen werden, weshalb ich dieselben hier, jedoch mehr in das Einzelne eingehend, reproduciren werde.

Es sei

$$x = a \sin \frac{2\pi t}{T}$$

die Vibration beim Eintritte in den Quarz, die wir uns horizontal längs der x-Axe verlaufend denken wollen; wir bezeichnen mit x den Abstand des schwingenden Theilchens im Augenblicke t von seiner Ruhelage, die als Coordinatenursprung genommen wird; a sei die Schwingungsamplitude, T die Schwingungsdauer.

Die gegebene Schwingung wird augenscheinlich, wie es gewöhnlich geschieht, durch folgende vier Schwingungen ersetzt werden können:

$$x_1 = \frac{a}{2} \sin \frac{2\pi t}{T}, \quad x_2 = \frac{a}{2} \sin \frac{2\pi t}{T},$$

$$y_1 = \frac{a}{2} \cos \frac{2\pi t}{T}, \quad y_2 = -\frac{a}{2} \cos \frac{2\pi t}{T},$$

die man so auffassen kann, als bildeten sie einen rechtskreisenden Strahl (x_1, y_1) und einen linkskreisenden (x_2, y_2), beide von der Schwingungsweite $\frac{a}{2}$.

Nehmen wir nun an, v_1 sei die Geschwindigkeit des rechts-, v_2 die des linkskreisenden Strahls innerhalb des Quarzes und l sei die Quarzlänge, die vom Lichte durchlaufen wird.

Der rechtskreisende Strahl wird den Quarz in einer Zeit $\frac{l}{v_1}$, der linkskreisende aber wird ihn in einer Zeit $\frac{l}{v_2}$ durchlaufen. Die Lage, die das an der Austrittsfläche des Quarzes am rechtskreisenden Strahle befindliche Theilchen in der Zeit t im Verhältnisse zu einer Ruhelage einnimmt, wird keine andere sein, als die Lage, die das an der Eintrittsfläche befindliche Theilchen zu einer der gegenwärtigen Zeit um das Intervall $\frac{l}{v_1}$ vorausgehenden Zeit, in Bezug auf seine Gleichgewichtslage inne hatte. Sonach wird es genügen, in den Werthen von x_1 und y_1 das t zu verwandeln in $t - \frac{l}{v_1}$, wenn man die Lage

1) Memorie S. 633. — Nuovo Cimento p. 222.

des vibrirenden Theilchens auf dem rechtskreisenden Strahle im Augenblicke t und beim Austritte aus dem Quarze erhalten will. Aehnliches ist zu sagen vom linkscircularpolarisirten Strahle. Demgemäss werden die circularen Austrittsvibrationen durch die Gleichungen gegeben sein:

$$x_1' = \frac{a}{2}\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{l}{v_1}\right), \quad x_2' = \frac{a}{2}\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{l}{v_2}\right),$$

$$y_1' = \frac{a}{2}\cos\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{l}{v_1}\right), \quad y_2' = -\frac{a}{2}\cos\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{l}{v_2}\right),$$

wenn x_1', y_1' die geradlinigen Componenten des rechts-, x_2' und y_2' die des linkscircularpolarisirten Strahles sind.

Man beachte wohl, dass diese Formeln die Lage des in den zwei circularen Strahlen vibrirenden Punktes für einen und denselben Augenblick t geben. Wir werden die Strahlen also wieder vereinigen können in zwei geradlinige Vibrationen nach den Axen, deren eine $X = x_1' + x_2'$, die andere $Y = y_1' + y_2'$ ist. Setzt man in X und Y die für x_1', x_2', y_1', y_2' gefundenen Werthe ein, und macht man Gebrauch von den trigonometrischen Formeln, welche die Summen in Produkte verwandeln, so wird man erhalten:

$$X = a\cos\frac{\pi l}{T}\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right)\sin\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi l}{T}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)\right]$$

$$Y = -a\sin\frac{\pi l}{T}\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right)\sin\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi l}{T}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)\right]$$ [1].

Es ist klar, dass diese zwei geradlinigen Vibrationen nichts anderes sind als die zwei nach den Axen verlaufenden Componenten einer einzigen Vibration

$$a\sin\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi l}{T}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)\right],$$

die mit der X-Axe einen Winkel Θ bildet, der gegeben ist durch

$$\Theta = \frac{\pi l}{T}\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right);$$

dieser Winkel wird gemessen, indem man von der obengenannten Axe ausgeht und in rechtskreisender Richtung fortschreitet, während für Y das Minuszeichen bestehen bleibt.

Nehmen wir an, v_1 sei grösser als v_2. Dann wird Θ positiv sein, und die Drehung der Vibrationen wird in rechtsläufigem Sinne erfolgen. Wäre umgekehrt v_2 grösser als v_1, so würde Θ das Zeichen

1) In meiner citirten Abhandlung fehlt in Folge eines Druckversehens das Minuszeichen in der zweiten Formel.

wechseln, Y würde negativ werden und die Drehung würde nach links erfolgen.

Mithin ist in einem rechtsdrehenden Quarze die Geschwindigkeit eines rechtskreisenden Strahles grösser als die eines linkskreisenden. Und da die Schwingungsperiode T immer constant ist, so wird in einem solchen Quarze auch die Wellenlänge grösser sein für den rechts- als für den linkspolarisirten Strahl.

Maxwell gibt in seinem berühmten Tractate[1]) einen dem ersten Anscheine nach unwiderleglichen Beweis an, dem zufolge in einem rechtsdrehenden Quarze die grössere Wellenlänge im Gegentheile dem linkspolarisirten Strahle angehören würde. Hier folgt eine getreue Uebersetzung des Maxwell'schen Beweises.

„Wir können die Erscheinung der Drehung der Polarisationsebene immer auf folgende Weise ausdrücken. Ein polarisirter Strahl fällt auf das Medium. Er ist äquivalent mit zwei circularpolarisirten Strahlen, deren einer (in Bezug auf den Beobachter) sich nach rechts, der andere nach links dreht. Folglich muss von den zwei circularpolarisirten Strahlen derjenige, der nach rechts polarisirt ist, gegenüber dem anderen Strahle eine Beschleunigung in seiner Schwingungsphase erfahren während seines Durchgangs durch das Medium. Mit andern Worten: Der rechtspolarisirte Strahl hat eine grössere Zahl von Schwingungen vollführt und folglich hat er innerhalb des Quarzes eine kleinere Wellenlänge als der linkspolarisirte, dessen Schwingungsperiode dieselbe ist wie die des rechtspolarisirten.

„Diese Art, den Vorgang festzustellen, ist in der That unabhängig von irgend welcher Lichttheorie, weil, mögen wir auch Gebrauch machen von Ausdrücken wie: Wellenlänge, Circularpolarisation u. s. w., die in unserm Verstande sich mit einer besonderen Form der Undulationstheorie verbinden können, die Beweisführung doch unabhängig ist von dieser Ideenassociation, und nur allein von den Erfahrungsthatsachen abhängt."

Es ist richtig, dass der rechtspolarisirte Strahl aus dem Körper, der die Polarisationsebene nach rechts sich zu drehen veranlasst, mit beschleunigter Phase austritt; aber der Wahrheit entgegengesetzt ist die Folgerung, die Maxwell hieraus zieht, nämlich dass derselbe Strahl innerhalb des Körpers eine grössere Anzahl von Schwingungen vollführt habe als die Zahl der vom linkspolarisirten Strahle vollbrachten Schwingungen beträgt.

Diese Folgerung zulassen hiesse stillschweigend annehmen, dass die beim Austritte aus dem Quarze geradlinige Vibration aus der Zu-

---

1) A treatise on Electricity and Magnetism vol. II p. 402 Art. 812.

sammensetzung der Coordinaten des in den zwei circularen Bewegungen vibrirenden Theilchens hervorgehe, was man offenbar nicht thun darf, da die zwei Bewegungen verschiedenen Augenblicken entsprechen.

In der That; nehmen wir für einen Augenblick mit Maxwell an, die Wellenlänge, und folglich auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des rechtspolarisirten Strahles innerhalb des Quarzes sei kleiner als die des linkspolarisirten, und betrachten wir die Aethertheilchen, die sich auf der vom Lichtstrahle innerhalb des Quarzes durchlaufenen Geraden befinden. Das erste Theilchen, d. i. jenes, welches am Eingange des Quarzes sich befindet, wird von der einfallenden geradlinigen Vibration angeregt werden, und letztere wollen wir uns durch zwei (eine rechts- und eine linkscirculare) Schwingungen ersetzt denken. Die rechtscirculare Schwingung wird sich allmählich der ganzen Reihe der Theilchen bis zum letzten mittheilen, d. i. bis zu jenem, das sich am Ausgange aus dem Quarze befindet; und dasselbe wird geschehen mit der linkscircularen Vibration. Da nun die rechtscirculare Vibration grössere Geschwindigkeit besitzt als die linkscirculare, so werden, wenn die Bewegung am letzten Theilchen anlangt, längs der Reihe der Aethertheilchen mehr rechts- als linkscirculare Schwingungen beendet sein, und deshalb wird dieses Theilchen in seiner linkscircularen Bewegung gegenüber seiner rechtscircularen in einer Phasenverzögerung sich befinden. Wenn es erlaubt wäre, diese zwei Bewegungen zusammen zu setzen, was bei Maxwell's Ausführung stillschweigend geschieht, so würden sie genau eine geradlinige, nach rechts gewendete Vibration geben.

Aber diese zwei Bewegungen, woran das letzte Theilchen Antheil hat, werden gleichzeitig von jenem Theilchen mitgemacht, das am Eingange des Quarzes sich befindet; und da ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit verschieden ist, so entsprechen die Coordinaten, die zusammengesetzt werden müssten, offenbar verschiedenen Zeitpunkten. Im Gegentheile, um die entsprechende Vibrationsbewegung des am Ausgange des Quarzes befindlichen Theilchens zu erhalten, muss man die Stellungen berücksichtigen, in welchen es sich kraft einer jeden einzelnen der Bewegungscomponenten in einem und demselben Augenblicke befindet; dies geschieht in genauer Weise bei dem oben erklärten sehr einfachen Verfahren, das demnach den Werth hat, die Drehung der Polarisationsebene quantitativ zu bestimmen. Aber man kann mittels einer einfachen Ueberlegung voraussehen, welcher von zwei circularpolarisirten Strahlen derjenige sei, der in einem rechtsdrehenden Quarze die grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat. Deshalb wird es genügen, daran zu erinnern, dass, wenn eine Vibrationsbewegung sich in einer gegebenen Richtung von einem Theilchen A zu einem

anderen Theilchen B fortpflanzt, die in einem gegebenen Augenblicke vom Theilchen B eingenommene Lage gegenüber seiner Gleichgewichtslage nichts anderes ist als die Lage, die das Theilchen A bezüglich seiner eigenen Gleichgewichtslage in einer früheren Epoche einnahm, die dem gegenwärtigen Augenblicke um so viel Zeit vorangeht, als zu der Fortpflanzung der Bewegung von A nach B verwendet wurde. Je kleiner die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Vibrationsbewegung, desto grösser ist diese Zeit, und um so mehr also wird das Theilchen B in seiner Bewegung verzögert erscheinen. Nun ist aber beim Austritte aus einem rechtsdrehenden Quarze der linkspolarisirte Strahl in seiner Bewegung zurück gegenüber dem rechtspolarisirten. Er muss demnach mehr Zeit zum Durchlaufen des Quarzes gebraucht haben, und deshalb muss die Geschwindigkeit des rechtspolarisirten grösser sein als die des linkspolarisirten — ein Schluss, der dem von Maxwell gezogenen gerade widerspricht.

Das Beweisverfahren dieses Autors ist demnach unrichtig, und auch die von ihm auf S. 403, da, wo das oben übersetzte Stück endet, gezeichnete Figur bedarf der Abänderung.

Ich glaube nicht, dass Andere vor mir diese Behauptung Maxwell's berichtigt haben. Denn auch Fitzgerald[1]) wiederholt in einer seiner Abhandlungen, mit der ich mich für eine meiner Arbeiten vorübergehend habe beschäftigen müssen, Maxwell's Beweis, und bedient sich desselben, um die Principien seiner Theorie zu beweisen, welche die Erscheinungen erklären soll, die Kerr bei der Reflexion des am Pole eines Magnets polarisirten Lichtes entdeckt hat.

---

1) Phil. Mag. supplement june 1877 p. 529.

Ueber die Drehung der Aequipotentiallinien eines elektrischen Stromes durch magnetische Wirkung[1]).

Von

E. H. Hall.

In folgender Abhandlung sollen die Resultate jener Versuche gegeben werden, welche ich während des Monats August 1883 und in Zwischenräumen seither ausgeführt. Die hauptsächlich untersuchten Substanzen sind Kupfer, Zink, einige ihrer Legirungen, Eisen und Stahl. Ferner sollen auch Gold, Kobalt, Nickel, Wismuth und Antimon

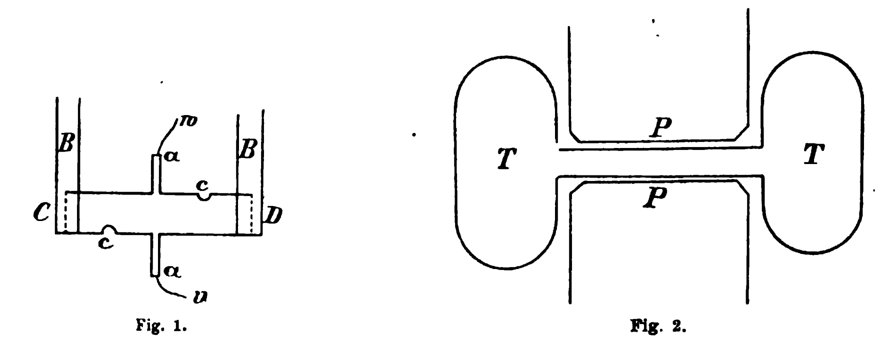


Fig. 1. Fig. 2.

einige Berücksichtigung finden. In den meisten Fällen wurde womöglich das Metall in Form eines dünnen Streifens gebraucht, welcher etwa 1,1 cm breit und 3 cm lang zwischen zwei Messingstücken *BB* Fig. 1 behufs der Zu- und Abführung des Stromes eingelöthet war. An die Arme *aa*, welche etwa 2 mm breit und ungefähr 7 mm lang waren, sind Drähte eingelöthet, welche zu einem Thomson-Galvanometer führen. Die Einkerbungen *cc* zeigen, wo das Ganze befestigt war. Der so hergerichtete Streifen wurde mittels eines Kittes aus Bienenwachs und

1) Uebersetzt aus Sill. J. (3) vol. XXIX (1885).

Kolophonium derart auf einer Glasplatte befestigt, dass alle die in der Figur ersichtlichen Theile ganz vollständig in diesem Kitte, welcher bei der gewöhnlichen Lufttemperatur vollkommen steif und spröde war, eingebettet und von ihm bedeckt waren.

Die Glasplatte und der darauf befestigte Metallstreifen mit *BB* wurden dann bei der Untersuchung vertical in den schmalen Theil eines Gefässes gebracht, dessen horizontaler Durchschnitt in Fig. 2 gezeichnet ist. Das Bad *TT* selbst steht zwischen den Polen eines Elektromagneten und war manchesmal mit ruhendem, manchesmal mit fliessendem Wasser gefüllt. Auf diese Weise konnte man die Temperatur der Metallstreifen mit ziemlicher Genauigkeit controliren und die aus thermoelektrischen Wirkungen bei a und a' entspringenden Unbequemlichkeiten vermindern. Der Durchmesser der ebenen kreisförmigen Enden des Poles PP' beträgt etwa 3,7^{cm}. Die allgemeine Methode der meisten der zu schildernden Experimente unterscheidet sich nicht allzusehr von jenen, welche ich im September des Jahres 1880 in Sill. J. beschrieben habe. Es wurde auch die Stärke des magnetischen Feldes wie damals durch jenen Ausschlag geschätzt, welchen eine kleine, mit einem Galvanometer verbundene Rolle erzeugte, wenn man sie plötzlich aus dem magnetischen Felde entfernte. Dieser Ausschlag wurde dann mit jenem verglichen, welchen dieselbe Nadel zeigte, wenn man den Strom eines Erdinductors von bekannten Dimensionen einleitete.

Der direct durch den untersuchten Metallstreifen durchgehende Strom wurde mit Hilfe einer Tangentenbussole gemessen, der Querstrom hingegen wurde mittels eines Thomson'schen Galvanometers gemessen, dessen Reductionsfactor ich gewöhnlich dadurch bestimmte, dass man ein Paar Minuten vor und ein Paar Minuten nach jeder Beobachtungsreihe eines Querstromes einen Strom von bekannter Stärke hindurchsandte.

Es ist dann das Rotationsvermögen in streng absolutem Maasse gegeben, nur sind die betreffenden Werthe ungenau infolge der Unsicherheit 1. der Dicke der untersuchten Streifen, 2. der Dimensionen der kleinen Rolle, mittels welcher die Intensität des magnetischen Feldes bestimmt wurde, 3. der Horizontalintensität des Erdmagnetismus, 4. des Reductionsfactors der gebrauchten Tangentenbussole, 5. der Grösse der direct vom Magneten auf das etwa 50 Fuss entfernte Thomson-Galvanometer ausgeübten Wirkung.

Eine der mühsamsten Operationen bei diesen Versuchen ist die Bestimmung der Dicke der untersuchten Metallstreifen; infolge der unvermeidlichen leichten Unebenheiten an der Oberfläche ist eine directe Messung der Dicke mittels eines Tastzirkels leicht dazu angethan, zu grosse Resultate zu geben. Andrerseits aber ist die Dichtig-

keit verschiedener Proben desselben Körpers in beträchtlicher Weise ungenau und es kann daher auch die von mir angewandte Methode einer indirecten Bestimmung der Dicke mittels dem Gewichte und der Dichte nicht sehr verlässlich sein. Ueberdies gibt diese letztere Methode im besten Falle nur die mittlere Dicke des Streifens, während ich bisher und ebenso auch in dieser Abhandlung immer noch unter der Dicke des Streifens diejenige jenes Theiles verstehe, welcher zwischen den beiden Armen *aa* liegt. Ich hielt es daher schliesslich so, dass ich die mittlere Dicke mittels der Dichtigkeit und des Gewichtes bestimmte, wobei ich die möglichst besten Daten in Verwendung zog, dann aber, um die Dicke zwischen den beiden Armen zu erhalten, zu der so gewonnenen Zahl noch immer so viel hinzuaddirte oder abzog, als der Tastzirkel verlangte. Bei vielen der später erwähnten Streifen wurde diese Correction etwas weniger sorgfältig durchgeführt und dann dürfte eine Ungenauigkeit von 4 oder 5 % in der geschätzten „wirklichen“ Dicke vorkommen; bei anderen Streifen hingegen wurde diesbezüglich eine grosse Sorgfalt aufgeboten und hier dürfte wohl bei der Bestimmung der Dicke die Unsicherheit der Dichte der Metalle die grösste Fehlerquelle sein. Specielle Daten werden der Reihe nach bei den einzelnen Versuchen angeführt werden.

Die fünfte Fehlerquelle störte ungeheuer bei einigen Versuchen mit gewissen Legirungen. Das Galvanometer war unglücklicherweise so aufgestellt, dass nicht nur die Grösse, sondern auch die Richtung dieser Wirkung des Elektromagneten geändert wurde, wenn die Galvanometernadel einige wenige Grade aus ihrer gewöhnlichen Ruhelage entfernt war.

Kupfer, Zink und deren Legirungen.

Ich habe vor mehr als drei Jahren (B. A. Report 1881) gefunden, dass wenn das Drehvermögen des Kupfers — genannt wird, jenes des Zinks + ist. Gleichzeitig fand ich, dass eine Probe von Messing, dessen genaue Zusammensetzung unbekannt ist, zwischen Kupfer und Zink, aber näher dem Kupfer zu liegt, indem es factisch ein kleines negatives Drehungsvermögen besass.

Durch die Liebenswürdigkeit des Prof. Trowbridge und Mr. E. K. Stevens standen mir im Sommer 1883 eine Reihe von stark variirenden Legirungen aus Kupfer und Zink zur Verfügung. Mr. Stevens hatte zwar Proben dieser Legirungen chemisch analysirt, da sie aber später längere Zeit in exponirten Lagen sich befunden hatten, so fürchtete ich, dass die Etiquetten derselben nicht mehr ganz intact wären, und Mr. G. D. Moore of the Harvard class of 1884 hatte die grosse Freundlichkeit, neuerdings Analysen für mich

zu machen, indem er sowohl das Zink als das Kupfer in jenen Proben bestimmte, welche ich ihm in Form von dünnen Streifen, wie ich sie in meinen Experimenten gebrauchte, lieferte. Mr. Moore fand

Eine Probe	Kupfer	Zink
A	99,9 %	—
B	81,08	18,51 %
C	72,86	27,02
D	66,85	33,04
F	5,87	93,79
G	eine Spur	99,54

Die Probe *E*, welche sichtlich etwa 50 % Kupfer enthielt, war so brüchig, dass es mir nicht gelang, sie in dünne Streifen zu rollen.

Die allermeisten dieser Proben wurden während des Processes des Rollens ein oder mehrere Male ausgeglüht, keiner der untersuchten Streifen wurde aber, nachdem er endgiltig gerollt, noch einmal geglüht. Alle die Streifen, welche ich gebrauchte, wurden so geschnitten, dass die Arme *aa* in jener Richtung lagen, in welcher das Metall durch die Rolle gezogen worden war.

Da es eine etwas mühsame Aufgabe ist, die Dichtigkeit dünner Metallstreifen genau zu bestimmen und da mein unmittelbarer Zweck keine grosse Genauigkeit in dieser Richtung erheischte, so schien es mir zulässig, die Dichtigkeit der Legirungen aus ihren Zusammensetzungen zu berechnen. Nach einigen rohen Versuchen wurde 8,9 als Dichte des Kupfers und 7,2 als Dichte des Zinks angenommen. Wenn wir annehmen, was nicht genau richtig ist, dass die Dichtigkeit einer Legirung regelmässig in derselben Weise abnimmt als die Zinkmenge per Masseneinheit steigt, so finden wir

Legirung	Dichte
B	8,6
C	8,4
D	8,3
F	7,3

Es folgt nun eine genaue Beschreibung der einzelnen Streifen.

A (Nr 1).

Länge des mittleren Streifens beim Wägen . . .	4,20 cm
Breite „ „ „ „ „ . . .	1,07 cm
Von den Armen eingeschlossene Fläche	4,98 cm²
Gewicht	202 g
Dichte	8,9
Resultirende mittlere Dicke	0,00456 cm

Der Tastzirkel ergab als Dicke des einen Endes 0,0046, des anderen Endes 0,0044, zwischen den Armen 0,0048, also im Mittel

0,0046. Wir nehmen daher als wirkliche Dicke zwischen den Armen 0,00476.

In diesem Falle sind aber die Messungen des Tastzirkels nicht sehr sorgfältig gemacht und daher auch nicht ganz zuverlässig.

Bei diesem Streifen betrug der Raum zwischen den beiden Kupferbacken *BB* (Fig. 1) etwa 3,2 cm.

B (Nr. 1).

Länge des mittleren Streifens beim Wägen . . .	4,58 cm
Breite „ „ „ „ „ . . .	1,08 cm
Von den Armen eingeschlossene Fläche	5,32 cm²
Gewicht	0,184 g
Dichte	8,58
Resultirende mittlere Dicke	0,0043 cm

Aus den Angaben des Tastzirkels schloss ich, dass die Dicke zwischen den beiden Armen um etwa 1 ½ % grösser war als die mittlere Dicke.

Daraus ergibt sich als Dicke zwischen den Armen 0,00409 cm. Dieser Werth ist ebenso wie der für *A* gegebene im Betrage von einigen Procenten ungenau. Die Entfernung zwischen den beiden Backen *BB* ist etwa 3,2 cm.

C (Nr. 1).

Länge des mittleren Streifens beim Wägen . . .	3,75 cm
Breite „ „ „ „ „ . . .	1,08 cm
Von den Armen eingeschlossene Fläche	4,39 cm²
Gewicht	0,1085 g
Dichte	8,44
Resultirende mittlere Dicke	0,00292 cm

Mittels des Tastzirkels war die Dicke an einem Ende 0,0034; am anderen Ende 0,0032; zwischen den Armen 0,0034; im Mittel 0,00333 cm. Nehmen wir daher als Werth für die wirkliche Dicke zwischen den Armen 0,00299 cm. Die Entfernung zwischen den beiden Backen *BB* war etwa 3,2 cm.

D (Nr. 1).

Länge des mittleren Streifens beim Wägen . . .	3,86 cm
Breite „ „ „ „ „ . . .	1,07 cm
Von den Armen eingeschlossene Fläche	4,45 cm²
Gewicht	0,1081 g
Dichte	8,33
Resultirende mittlere Dicke	0,00291 cm

Mittels des Tastzirkels war die Dicke an einem Ende 0,0030; am anderen Ende 0,0030; zwischen den Armen 0,0032; im Mittel 0,00307 cm. Es ist daher als wirkliche Dicke zwischen den Armen 0,00304 cm zu

nehmen. Die Entfernung zwischen den beiden Backen *BB* war etwa 3,2 cm.

F (Nr. 1).

Länge des mittleren Streifens beim Wägen . . .	3,70 cm
Breite " " " " " . . .	1,06 cm
Von den Armen eingeschlossene Fläche	4,28 cm^2
Gewicht	0,2915 g
Dichte	7,3
Resultirende mittlere Dicke	0,00934 cm

Mittels des Tastzirkels war die Dicke an einem Ende 0,0098; am anderen Ende 0,100; zwischen den Armen 0,100; im Mittel 0,00993 cm. Es ist daher als wirkliche Dicke zwischen den Armen 0,00941 cm zu nehmen. Die Entfernung zwischen den Backen *BB* betrug etwa 3,2 cm.

G (Nr. 1).

Länge des mittleren Streifens beim Wägen . . .	4,17 cm
Breite " " " " " . . .	1,09 cm
Von den Armen eingeschlossene Fläche	5,03 cm^2
Gewicht	0,1206 g
Dichte	7,2
Resultirende mittlere Dicke	0,00333 cm

Durch eine ziemlich sorgfältige Anwendung des Tastzirkels fand man die Dicke zwischen den Armen um etwa $4\frac{1}{2}$ % grösser als die mittlere Dicke.

Es ist daher als mittlere Dicke zwischen den Armen 0,00348 cm zu nehmen. Die Entfernung zwischen den Backen *BB* war etwa 3,2 cm.

Der Hauptzweck der Versuche mit diesen Metallen und ihren Legirungen bestand in der Bestimmung, ob sich die Legirung in Bezug auf die Grösse ihrer Rotationskraft einem bestimmten Gesetze in der Weise unterordnen würde, dass man dieselbe aus den bekannten Verhältnissen zwischen Kupfer und Zink würde berechnen können. Ueberdies wurden mehrere Versuche gemacht, um die Wirkung der Temperaturveränderung auf die verschiedenen Proben zu bestimmen.

Man wird sehen, dass während der Versuche im August bei Kupfer, Zink und ihren Legirungen die Intensität des magnetischen Feldes nahezu die gleiche war. Auch war die Stärke des directen Stromes mit Ausnahme der Versuche am 11. August bei Kupfer immer nahezu dieselbe. An diesem Tag war der verwendete Strom etwas weniger als halb so gross wie gewöhnlich. Derselbe Kupferstreifen wurde dann neuerdings am 29. August mit einem Strom von gewöhnlicher Stärke untersucht und die Uebereinstimmung zwischen den unter so verschiedenen Bedingungen erhaltenen Resultaten ist eine sehr genaue.

In der folgenden Tabelle und ebenso in der ganzen Abhandlung ist immer, wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich erwähnt wird, das C.-G.-S.-System gebraucht. Folgende in den Tafeln gebrauchten Symbole bedürfen einer Erklärung:

C bedeutet den Strom der Linie *CD* (Fig. 1);

M bedeutet die Intensität des magnetischen Feldes;

R. P. (rotatory power) bedeutet das Drehungsvermögen, welches numerisch durch die Gleichung $D\frac{E}{C \times M}$ gegeben ist, wo *D* die Dicke des Metallstreifens und *E* die aus *C* und *M* resultirende elektromotorische Kraft ist, welche den Querstrom erzeugt[1]. *R. P.* wird als positiv gerechnet, wenn *E* in derselben Richtung einen Querstrom erzeugen würde, in welcher unter der Einwirkung desselben Hauptstromes und der gleichen magnetischen Kraft der Metallstreifen sich bewegen würde.

Die in der Tafel angegebenen Temperaturen sind jene, welche ein in das Wasserbad, welches die untersuchten Streifen enthält, eingetauchtes Thermometer lieferte (Fig. 2).

Kupfer, Zink und deren Legirungen.

Streifen	Zusammensetzung entsprechend der chem. Analyse		Datum	Temperatur	*M*	*C*	$R. P. \times 10^{15}$	$R. P.$ nahe 24^0 C. $\times 10^{15}$	Zusammensetzung etc. [2]	
	% Kupfer	% Zink							% Kupfer	% Zink
A	100		1883	° C.						
	(99,9)		11. Aug.	3	5700	0,0619	(— 521)			
„	„		„	4,8	5640	0,0819	(— 530)			
„	„		„	21,5	5560	0,0876	(— 520)	(— 520)		
„	„		29. Aug.	24,5	6030	0,1906	(— 519)			
B	81,3	18,7								
	(81,08)	(18,51)	18. Aug.	25	5750	0,1800	(— 404)	(— 404)	91,3	8,7
C	73	27								
	(72,86)	(27,02)	17. Aug.	5,1	5680	0,1810	(— 246)			
„	„	„	„	22,8	5700	0,1830	(— 250)	(— 250)	80	20
D	67	33								
	(66,85)	(33,04)	13. Aug.	6	5830	0,1680	(— 178)			
„	„	„	„	25	5930	0,1680	(— 166)	(— 166)	73,6	26,4
F	6	94								
	(5,87)	(93,79)	17. Aug.	4	5640	0,1790	(+ 527)			
„	„	„	„	24(?)	5690	0,1780	(+ 496)	(+ 496)	24,3	75,7
G	0,0	100								
„	Spur	(99,54)	15. Aug.	4,4	6150	0,1860	(+ 838)			
„			„	25	6130	0,1850	(+ 830)	(+ 820)		
			„	22,4	6210	0,1870	(+ 809)			

1) Das *R. P.* in diesem Artikel ist der reciproke Werth der Grösse $\frac{M \times V}{E}$, welche ich in meiner früheren Abhandlung (Amer. Journ. of Science, Sept. 1880) gebrauchte.

2) Zusammensetzung von Legirungen, bei welchen man a priori die gleichen Werthe von *R. P.* vermuthet hätte.

Diese Tabelle zeigte Versuchsresultate mit den früher beschriebenen Metallstreifen. Die letzten zwei Colonnen geben angenähert die Zusammensetzung von Platten, welche ein dem beobachteten gleiches Rotationsvermögen haben würden, wenn das Vermögen von Kupfer sowohl als auch von Zink bei der Vereinigung beibehalten würde. Man wird bemerken, dass immer die von diesem Gesichtspunkte aus verlangte Kupfermenge grösser ist, als die Menge in der wirklichen Platte. Zur Zeit, als ich diese Versuche anstellte, vermuthete ich, dass die Platte *B* etwa 92 % Kupfer enthalte, und dies wäre eine Ausnahme von obiger Regel gewesen. Ich glaubte, dass bei der Bestimmung der Dicke dieser Platte oder bei der der Kupfer- oder Zinkplatte ein ernstlicher Fehler gemacht sei und präparirte daher mit grosser Sorgfalt Platten Nr. 2 von *A, B, G*. Diese neuen Platten waren den bereits beschriebenen ähnlich, hatten aber in der Länge zwischen *B* und *B* etwa 2,2 ^{cm}. Da die Ferien bereits vorüber und dadurch die Möglichkeit einer experimentellen Arbeit begrenzt war, so begnügte ich mich damit, hier nur vergleichende Versuche anzustellen. Ich bestimmte nicht mehr die Horizontalintensität des Erdmagnetismus von neuem und ich versuchte auch nicht die directe Einwirkung des Elektromagneten auf das Thomson-Galvanometer, mit welchem der Querstrom gemessen wurde, zu bestimmen; ich wusste, dass diese directe Wirkung sehr klein war und suchte eine derartige Einrichtung zu treffen, dass die neuen Resultate von *A, B* und *G* in gleicher Richtung und in nahezu derselben Grösse beeinflusst wurden. Die Intensität des magnetischen Feldes war bei diesen Versuchen nahezu die gleiche wie bei den früheren Versuchen. Diese Intensität wurde wie gewöhnlich am 20. October bestimmt, als die Wirkung der Temperaturänderung auf die Platte *B* geprüft wurde. Am 13. October aber, als *A* Nr. 2 und *B* Nr. 2 verglichen wurden, und am 27. October, als *A* Nr. 2 und *G* Nr. 2 verglichen wurden, erschien diese Bestimmung nicht als nothwendig. Am 13. October wurde zuerst *A* Nr. 2, dann *B* Nr. 2 und hierauf wieder *A* Nr. 2 bestimmt. Diese Anordnung bezweckte die Resultate der Vergleichung von irgend einer fortschreitenden Abnahme des den Elektromagneten umfliessenden Stromes unabhängig zu machen und ersparte viel Zeit. Am 27. October wurde die gleiche Methode befolgt. Ich werde nicht versuchen, diese Resultate im absoluten Maasse zu geben, gleichwohl aber will ich dieselben nach einer absoluten Scala mittheilen.

Probe	Proc. Kupfer	Proc. Zink	Temperatur	*R. P.*
A Nr. 2	99,9	—	—	100 (—)
B Nr. 2	81,08	18,51	21°	76,1 (—)
B Nr. 2	81,08	18,51	4°	78,7 (—)
G Nr. 2	—	90,54	—	158,8 (+)

A Nr. 2 und *B* Nr. 2 wurden bei ungefähr 25° C., *A* Nr. 2 und *G* Nr. 2 bei ungefähr 19° C. verglichen.

Die in der ersten Tabelle gegebenen Werthe von *R. P.* stehen in ungefähr folgendem Verhältnisse:

		R. P.
A	Nr. 1	100 (—)
B	Nr. 1	77,6 (—)
C	Nr. 1	157,5 (+)

Diese Uebereinstimmung erschien bei Berücksichtigung aller Umstände als überaus befriedigend und die Ausnahme, welche, wie oben gezeigt, bei *B* erschien, bestätigte sich auch jetzt. Das Resultat der chemischen Analyse aber zeigte, dass diese Legirung, welche entsprechend dem umgehängten Zettel etwa 92 % Kupfer enthalten sollte, in Wirklichkeit die in der obigen Tabelle angegebene Zusammensetzung hatte. Die Legirung *B* bestätigt also gleichfalls die Regel, dass die Legirungen von Kupfer und Zink Rotationsvermögen haben, welche dem des Kupfers näher liegen, als man bloss nach der Zusammensetzung der Legirung vermuthen sollte.

Einfluss der Temperatur.

Man wird sehen, dass bei Kupfer, Zink und allen Legirungen mit Ausnahme von *C* eine Abnahme der Temperatur ein leises Ansteigen des numerischen Werthes des Drehungsvermögens zu verursachen scheint. Es ist möglich, dass bei weiteren Versuchen auch die durch *C* gelieferte scheinbare Ausnahme bestätigt wird. Andererseits erscheint es nicht wahrscheinlich, dass diese ganz bestimmte Uebereinstimmung von fünf Fällen ausser des sechsten ganz zufällig ist. Bei *D* ist die durch die Temperaturabnahme verursachte scheinbare Aenderung überaus beträchtlich. Es waren aber auch die mit dieser Legirung angestellten Versuche ganz besonders unbefriedigend. Die Nadel des Thomson-Galvanometers war nämlich überaus unruhig, weil die zu messende Gesammtwirkung überaus klein war.

Die Versuche mit Eisen und Stahl waren im grossen und ganzen Wiederholungen der bereits publicirten. Sie wurden aber mit grösserer Sorgfalt angestellt.

Weiches Eisen.

Die Dimensionen des in diesen Versuchen gebrauchten Streifens von weichem Eisen waren ungefähr die folgenden:

Länge zwischen den Enden *BB* (Fig. 1)	$2{,}9^{cm}$
Breite	$1{,}06^{cm}$
Dicke	$0{,}0041^{cm}$

Diesen Streifen verdankte ich ebenso wie den im Jahre 1882[1]) gebrauchten der Liebenswürdigkeit des Prof. Langley vom Allegheny Observatory und die beiden Streifen hatten wahrscheinlich denselben Charakter und die gleiche Zusammensetzung.

Wiewohl die im Jahre 1882 angestellten Versuche nicht sehr befriedigend waren, so schienen sie mir doch dafür zu sprechen, dass *R. P.* von weichem Eisen bei starken magnetischen Intensitäten etwas grösser war als bei schwächeren und ich wagte es, damals die Meinung auszusprechen, dass diese Ansicht durch spätere Versuche bekräftigt werden würde. Dies ist aber wohl kaum der Fall. Die untenstehende Tafel zeigt zwar ein ganz leichtes Anwachsen des *R. P.*, wenn *M* von 801 auf 3264 steigt und wiederum, wenn *M* von 3264 auf 5835 anwächst. Die beobachtete Zunahme ist aber numerisch zu klein, als dass sie irgend welches Zutrauen verdiente.

Datum	Temperatur	*M*	*C*	*R. P.*	Geschätzte *R. P.* bei 28°
22. Aug. 1883	6,2°	791,4	0,1771	$+7147 \times 10^{-15}$	
„	28,2	797,6	0,1742	+8302	
„	28,3	804,6	0,1794	+8304	
	28,25	801,1		8303	$+8290 \times 10^{-15}$
23. Aug. 1883	28,1	3259	0,1728	8306	
„	28,4	3274	0,1702	8289	
„	27,65	3260	0,1696	8306	
	28,05	3264		8300	$+8297 \times 10^{-15}$
24. Aug. 1883	28,7	5797	0,1839	8391	
„	28,1	5833	0,1842	8310	
„	28,0	5875	0,1853	8245	
	28,27	5835		8315	$+8300 \times 10^{-15}$
27. Aug. 1883	27,25	8626	0,1894	8139	
„	28,35	8690	0,1898	8261	
„	27,95	8636	0,1911	8200	
	27,85	8651		8200	$+8208 \times 10^{-15}$

Die Abnahme des *R. P.* für einen Grad der Temperatur beträgt etwa ²/₃ %.

Die Abnahme des beobachteten Werthes von *R. P.*, wenn *M* von 5835 auf 8651 steigt, scheint aber doch ein effectives Absinken des Werthes von *R. P.* bei sehr hohen magnetischen Intensitäten anzuzeigen.

In einer bestimmten Richtung aber beantworteten diese Versuche eine überaus wichtige Frage, dass *R. P.* von Eisen bei magnetischen

1) Sil. Journ. März 1883.

Kräften von variirender Intensität viel mehr constant ist als das *R. P.* von Nickel; denn es ist nach früheren Versuchen[1]) das *R. P.* von Nickel in einem magnetischen Felde von der Intensität 8700 um viele Procente, vielleicht um 20, kleiner als in einem magnetischen Felde von der Intensität 2000.

Der einzige bei tiefen Temperaturen angestellte Versuch bestätigte den aus einem ähnlichen Versuche im vorigen Jahre[2]) gezogenen Schluss, dass eine Temperaturabnahme von 1^0 das *R. P.* von weichem Eisen um $^2/_3$ % erniedrigt. Ich benutzte diese Versuche, als ich es wagte, aus den beobachteten Resultaten die nothwendigen kleinen Aenderungen für die Werthe des *R. P.* bei 28^0 abzuleiten.

Es wurde auch mit diesem Streifen von weichem Eisen ein Versuch gemacht, die Richtung der äquipotentialen Linien permanent zu ändern. Ein ähnlicher Versuch, den ich ein Jahr vorher mit angelassenem Stahle anstellte, hatte Erfolg und ich will die Beschreibung der daselbst angewandten Methode von einem früheren Artikel hernehmen (Sil. Journ. März 1883). „Diese Platte hatte die gewohnten elektrischen Verbindungen und es floss, wie gewöhnlich, ein Strom durch dieselben; hierauf wurde sie, wie gewöhnlich, zwischen die Pole des Elektromagneten gestellt, der Strom desselben wurde geschlossen und geöffnet und hierauf die Platte aus den Polen des Magneten herausgenommen, um die Wirkung des sehr beträchtlichen remanenten Magnetismuses zu vermeiden. Hierauf wurde eine Ablesung am Thomson-Galvanometer in Bezug auf den Querstrom gemacht, dann wurde die Platte wieder zwischen die Pole zuückgebracht, um welche jetzt der Strom in entgegengesetzter Richtung herumgeschickt wurde. Dann wurde der Magnetstrom wieder unterbrochen, die Platte wiederum aus dem magnetischen Felde herausgebracht und eine neue Ablesung am Thomson-Galvanometer gemacht.“ Als ich diesen Versuch mit weichem Eisen und einer Batterie mit 50 Elementen anstellte, war das Resultat ein negatives; wenn überhaupt ein Effect erzeugt wurde, so war es wahrscheinlich nur ein kleiner Theil eines Procentes der temporären Wirkung, welche erzeugt wurde, während die Platten der magnetischen Wirkung unterworfen waren.

Stahl.

Den in diesen Versuchsreihen gebrauchten Stahl lieferte Montgommery & Co., New York, und war durch die Buchstaben „*F C R*“ bezeichnet, was „French Cold Rolled“ bedeutet. Dieser Stahl war so,

---

1) Phil. Mag. Sept. 1881.

2) Sil. Journ. März 1883 p. 218.

wie ihn der Kaufmann lieferte, geschmeidig und biegsam genug, dass man ihn ganz leicht mit einem gewöhnlichen Taschenmesser schneiden konnte. Der erste zu beschreibende Streifen wurde in diesem „natürlichen“ Zustande untersucht.

Nr. 1 (nicht angelassen).

Länge des mittleren Streifens beim Wägen	$4{,}13^{cm}$
Breite „ „ „ „ „	$1{,}10^{cm}$
Fläche des ganzen Streifens beim Wägen .	$4{,}88\ cm^2$
Gewicht	$4{,}21^{g}$
Dichte	7,9
Mittlere Dicke nach diesen Daten . . .	$0{,}01092^{cm}$
Geschätzte Dicke zwischen den Armen . .	$0{,}01116^{cm}$
Distanz von B zu B etwa	$3{,}1^{cm}$

Nr. 2 (angelassen).

Die Dimensionen dieses Streifens wurden nicht so genau gemessen. Er war so brüchig, dass ich mich bei Anwendung des Tastzirkels zum Gebrauche grosser Vorsicht genöthigt sah. Er schien mir von gleicher Dicke wie Nr. 7 und ich nahm an, dass er genau ebenso dick sei. Die Entfernung zwischen BB war ungefähr $2{,}6^{cm}$.

Die Resultate dieser zwei Streifen sind in folgender Tabelle angegeben:

	Datum	Temperatur	M	C	$R.P.$
Nr. 1	24. Nov.	18,7°	1647	0,0970	$+ 12000 \times 10^{-15}$
Nr. 1	„	2,5	1629	0,1007	$+ 11230 \times 10^{-15}$
		16,2			770

Die Abnahme für 1° Temperaturabnahme ist ungefähr 0,4 %.

	Datum	Temperatur	M	C	$R.P.$
Nr. 2	1. Dec.	18,0°	1602	0,0870	$+ 32720 \times 10^{-15}$
Nr. 2	„	1,9	1587	0,0908	$+ 30800 \times 10^{-15}$
		16,1			1920

Die Abnahme für 1° Temperaturabnahme ist ungefähr 0,4 %.

Der Drehungscoefficient ist im weichen Stahle etwa 1½ Mal und im getemperten Stahl etwa 4 Mal so gross als im weichen Eisen. Dies stimmt ganz gut mit dem Ergebnis eines vor einem Jahre hastig angestellten Versuches, bei welchem ich ein Stück einer Uhrfeder gebrauchte. Wenn man ein empfindliches Galvanometer hat, so erzeugt schon ein gewöhnlieher permanenter Hufeisenmagnet von einem halben Zolle Breite im getemperten Stahle einen leicht wahrnehmbaren Effect.

Zwei oder drei Monate, bevor diese Versuche gemacht wurden, waren beide Stahlstreifen in der gewöhnlichen Lage einer magneti-

sirenden Kraft von der Intensität 8500 ausgesetzt worden. Es erscheint als sehr unwahrscheinlich, dass die obigen Resultate dadurch ernstlich beeinflusst worden wären.

Diese erste Magnetisirung erfolgte, um womöglich eine permanente Wirkung aufzudecken, wie ich eine solche vor einem Jahre an einer angelassenen Uhrfeder fand, in weichem Eisen aber vergeblich suchte.

Nr. 2 zeigt als permanente Wirkung etwa $1^1/_2$ % der temporären, welches Resultat mit dem an der Uhrfeder erhaltenen sehr gut übereinstimmt. Nr. 1 zeigt einen relativ und selbst absolut grösseren Effect als Nr. 2. Es sind hier etwa 5 % des temporären Effectes. Das Experiment geschah in den beiden Fällen ziemlich flüchtig und es sind die erhaltenen Resultate nur angenähert correct.

Gold.

Der einzige wichtige Versuch war hier der Nachweis eines permanenten Effectes. Ich verwendete denselben Streifen wie das Jahr zuvor. Der permanente Effect ist, wenn überhaupt vorhanden, so nur ein sehr kleiner Bruchtheil eines Procentes des temporären Effectes.

Cobalt.

Ich sagte im Phil. Mag. Sept. 1881 folgendes: „Da ich keinen dünnen Streifen dieses Metalles zur Hand hatte, so arbeitete ich aus einem Stücke ziemlich reinen Cobaltes ein flaches Kreuz heraus und löthete an die beiden Enden jedes Armes dünne Kupferstreifen behufs der elektrischen Verbindung. Das Ganze wurde dann mittels eines festen Kittes an einer Glasplatte befestigt etc.“ Ich verwandte jetzt das gleiche Stück Cobalt, nur dass ich es mittels Feile und Schmirgelpapier bis auf eine Dicke von etwa $0{,}0062^{cm}$ herabbrachte. Der centrale Theil des Kreuzes betrug etwa 2^{qcm}, von wo aus die 2^{mm} breiten Arme rechtwinklig etwa 3^{mm} hinausragten.

Der hauptsächlichste Zweck dieser neuerlichen Versuche war die Bestimmung des Einflusses der Temperatur. Dabei wurde angenommen, dass die Intensität des magnetischen Feldes während der Versuche constant blieb. Immerhin aber wäre während dieses Zeitraums eine Abnahme um 1 oder 2 % möglich. Der dadurch bedingte Fehler ist im vorliegenden Falle nur von geringem Einfluss. Ebenso wurde die directe Störung der Galvanometernadel durch den Elektromagneten vernachlässigt; dadurch und durch einige andere Umstände können die Werthe des Rotationsvermögens vielleicht um einige Procente falsch sein.

Nr. des Exp.	Datum	Temperatur	B	C	$R.P.$
1	22. Dec. 1883	3°	3463	0,1251	$+2092 \times 10^{-15}$
3	„	1,3	3463	0,1243	$+2061$
		2°			2076
2	„	18°	3463	0,1238	$+2441$
	„	18	3463	0,1244	$+2390$
		18°			2415

Die Abnahme des $R.P.$ beträgt für einen Temperaturfall von 1° ungefähr $^9/_{10}$ %.

Wismuth.

Ich kann, was das Rotationsvermögen in diesem Metalle betrifft, das, was Prof. Righi bereits veröffentlichte, nur bestätigen. Das Rotationsvermögen ist numerisch 260 Mal so gross als das von angelassenem Stahl und von entgegengesetztem Vorzeichen.

Der Wismuthstreifen wurde in genau derselben Weise erhalten, geschabt und montirt wie der bereits beschriebene Cobaltstreifen. Nur waren die Dimensionen dieses Kreuzes etwas grösser und auch die Dicke etwa 1^{mm}.

Es erscheint als wahrscheinlich, dass ein dünner Wismuthstreifen, in passender Weise hergerichtet und befestigt, ein sehr schätzenswerthes Instrument zur Messung der Intensität eines starken magnetischen Feldes abgeben würde.

Antimon.

Der kräftige Effect im Wismuth legt eine Untersuchung des Antimon nahe. Es wurde ein dem Wismuthstreifen möglichst ähnlicher Streifen aus Antimon hergestellt. Die schliessliche Dicke der mittleren Partie wurde auf $1{,}2^{mm}$ geschätzt.

Datum	Temperatur	M	C	$R.P.$
26. Juli 1884	21,8°	1698	0,1150	$+114100 \times 10^{-14}$
8. Aug.	21,1	1638	0,1104	$+117300$
8. Aug.	3 ·	1638	0,1104	$+123900$

Die beiden Versuche vom 8. August sind nicht ganz unabhängig voneinander, da während dieser zwei Versuche die Stärke des magnetischen Feldes und die Empfindlichkeit des Thomson-Galvanometers nur einmal bestimmt wurden. Die Versuche scheinen ein Anwachsen des Drehungsvermögens mit der Abnahme der Temperatur anzuzeigen, sie sind jedoch zu ungenau, um eine derartige Schlussfolgerung zu rechtfertigen.

Einige Experimente ergaben sich ferner aus einer Kritik oder den Vermuthungen anderer Forscher.

Bidwell's Theorie.

Diese Theorie wurde erst jüngst und so ausführlich gegeben, dass ich kaum nöthig habe, mich hier in Details einzulassen.

Ich habe die erste Abhandlung Bidwell's in der Science (28. März 1884) ganz kurz erwidert. Ich fand nämlich, dass der Querstrom in einem Streifen von weichem Stahl die gleiche Richtung hat, ob dieser Streifen auf der tragenden Platte mittels Klammern an seinen Enden oder mittels einer Klammer in seiner Mitte befestigt ist.

In seiner zweiten Abhandlung (Phil. Mag. April 1884) beschreibt Hr. Bidwell ein Experiment, von welchem er glaubt, dass es direct der vorausgefassten Ansicht des Rotationsvermögens widerspräche. Er erhält bei Gold, wenn er nebeneinander zwei schmale und knapp nebeneinander gehende Längsstreifen anwendet, eine Erscheinung, welche er eine „Umkehr" der Querwirkung nennt.

Ich beabsichtige hier keine ausführliche Discussion dieser interessanten Versuche Bidwell's. Meine Ansicht über diesen Gegenstand ist im wesentlichen folgende:

Es sei l in Fig. 3 eine äquipotentielle Linie in einem Metallstreifen, durch welchen in gewöhnlicher Weise ein elektrischer Strom fliesst.

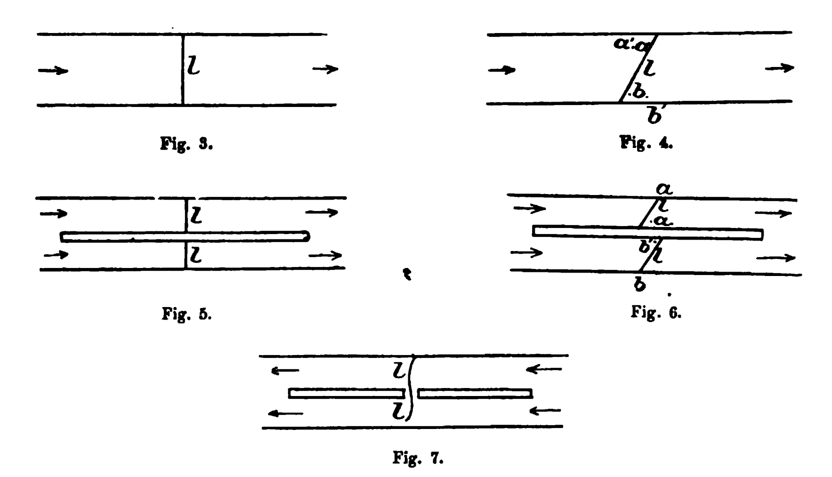


Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

In Fig. 4 stelle l die entsprechende äquipotentielle Linie dar, wenn auf den Metallstreifen eine starke magnetische Kraft senkrecht zur Ebene der Zeichnung wirkt.

Wenn nun a und b durch einen Draht verbunden werden, so fliesst durch diesen Draht von a nach b ein Strom. Wenn man a'

und *b'* verbindet, so wird dann der entsprechende durch den Draht fliessende Strom schwächer sein.

Fig. 5 stellt einen Metallstreifen dar, welcher in seiner Mitte durch einen Schlitz gespalten ist; dieser Schlitz greift über die magnetischen Pole hinaus. Im gewöhnlichen Zustande sind dann *l* und *l'* die betreffenden äquipotentiellen Linien.

Lassen wir nun wie früher eine magnetische Kraft angreifen, dann wird jede der beiden Linien in Fig. 5 um den gleichen Winkel gedreht sein als wie *l* in Fig. 3 und 4. Das Resultat ist in Fig. 6 dargestellt.

Wenn jetzt *a* und *b* durch einen Draht verbunden werden, so wird durch denselben ein Strom von *a* nach *b* fliessen. Wenn in gleicher Weise *a'* und *b'* verbunden werden, so wird ein Strom von *b'* zu *a'* fliessen.

Um den Fall Bidwell's zu bekommen, denken wir uns, es führe eine schmale Metallbrücke zwischen *a'* und *b'* über den Schlitz. Diese Brücke bildet dann zwar eine Zweigleitung zu dem Draht, der, wie wir uns vorstellten, die Punkte *a'* und *b'* verbinden soll, sie wird aber keineswegs eine Umkehr des Potentialverhältnisses der beiden Punkte verursachen. Die Linien *ll* werden nun, wie Sir W. Thomson im Philadelphia Meeting aus einander setzte, eine Form annehmen, wie sie etwa Fig. 7 andeutet.

Wird die Brücke immer breiter, so streckt diese Linie immer mehr gerade bis sie schliesslich wieder so wird, wie sie in Fig. 4 dargestellt ist. Wäre hingegen in Fig. 5 der Schlitz im Vergleiche zu den Dimensionen des Magneten kurz, so könnte eine Umkehr, wie sie Bidwell entdeckte, nicht eintreten.

Die Vermuthung von Thomlinson.

Im Maihefte (1884) des Phil. Mag. zeigte Thomlinson an, dass gewisse Beziehungen, welche er entdeckt hatte, darauf hindeuteten, dass im Nickel das Drehungsvermögen bei tiefen Temperaturen grösser sein müsse als bei höheren. Er trat meiner gegentheiligen Meinung entgegen, welche ich aus einigen flüchtigen und überaus rohen Versuchen folgerte, bevor ich noch ein Wasserbad gebrauchte, um die Temperatur des Metalles constant zu erhalten. Ich habe daher diese Sache neuerlich wieder aufgenommen. Ich verwendete dasselbe Stück Nickel, mit welchem ich den ersten Versuch angestellt (Phil. Mag., Sept. 1881, p. 163), der Streifen wurde aber, als er am Glase befestigt wurde, so beschädigt, dass man, um die Arme für die Seitenverbindungen zu erhalten, die Breite sehr verkleinern musste.

Nr. des Exp.	Datum	Temperatur	M	C	$R. P.$
1	28. Juli 1884	22°	1717	0,0374	14940×10^{-15}
2	"	4,9	1703	0,03135	13760
3	29. Juli	25,5	1652	0,03140	14710
4	30. Juli	2,2	1636	0,03123	12810
5	"	21,2	1629	0,03121	15060
6	1. Aug.	2,8	1671	0,03137	13180
7	4. Aug.	26,1	1691	0,03140	15110
8	"	4,1	1627	0,03112	13220

Durch Vereinigung von 1, 3, 5 und 7 erhalten wir

Temperatur	$R. P.$
22,5°	14960×10^{-15}

Aus 2, 4, 6 und 8

3,5°	13240×10^{-15}

Es ergibt sich als Abnahme für einen Grad der Temperaturerniedrigung ungefähr 6 %.

Es ist zu beobachten, dass die bei tiefen Temperaturen erhaltenen Zahlen nicht so gut stimmen als die bei hohen. Es lassen sich, wenn kaltes Wasser durch das Bad fliesst, Schwankungen weniger leicht vermeiden, so dass dadurch thermoelektrische Ströme entstehen können.

Was ich in dieser Abhandlung $R. P.$ nenne, entspricht dem $\frac{E'}{v}$ meiner Abhandlung von 1881 dividirt durch das F dieser Abhandlung. Wenn ich das $R. P.$ von Nickel aus dieser früheren Arbeit berechne, so finde ich, dass dasselbe für ein Feld von der Intensität 1660 etwa 12700×10^{-15} ist. Als ich diese Differenz erklären wollte, fand ich, dass ich im Jahre 1881 als Dicke des Plättchens $0{,}00104^{cm}$ angenommen hatte, in diesen letzten Versuchen hingegen $0{,}0012^{cm}$. Die erstere Schätzung erhielt ich durch Abwägen, die letztere durch Messung mittels des Tastzirkels. Dieser Unterschied ist gross genug, um die verschiedenen Werthe des $R. P.$ zu erklären. Ich kann nicht entscheiden, welche Schätzung der Dicke die genauere ist.

Summarium.

	$10^{15} \times R. P.$ bei 20° C.
Kupfer	— 520
Zink	+ 820

Vier Legirungen von Kupfer und Zink wurden untersucht. Wenn man eine Reihe aufstellt, welche mit Zink beginnt und mit Kupfer endigt, und in welcher die Legirungen nach ihrer Zusammensetzung aufeinander folgen, so ist die Reihe der algebraischen Grösse der $R. P.$

dieser Legirungen die gleiche. Nur liegen letztere Werthe etwas näher zum Kupfer als nach der Zusammensetzung zu erwarten wäre.

Eisen . . . . + 7850

R. P. ist durch einen weiten Umfang der magnetischen Intensität constant, nimmt aber bei hohen Intensitäten sichtlich ab.

Kein gesicherter permanenter Effect.

Weicher Stahl . . . . + 12060

Permanenter Effect gleich 5 % des temporären.

Getemperter Stahl . . . . . + 33000

Permanenter Effect etwa 1 1/2 % des temporären.

Gold (keine neuere Versuche über die Grösse des *R. P.*) . . . — 660

Kein gesicherter permanenter Effect.

Cobalt	+ 2460
Nickel	— 14740
Wismuth	— 8580000
Antimon	+ 114000

Eine Temperaturabnahme von einem Grad verursacht im *R. P.* von

Eisen	eine	ungefähre	Abnahme	von	2/3 %
weichem Stahl . .	"	"	"	"	1/3
getempertem Stahl .	"	"	"	"	1/3
Cobalt	"	"	"	"	1
Nickel	"	"	"	"	2/3

von nicht magnetischen Metallen ersichtlich eine kleine Zunahme.

Anhang.

Im Philadelphia meeting of the Americain Association berichtete ich, dass ich das Verhalten eines weichen Stahlstreifens, der auf einer Glasplatte festgekittet war, verglich mit dem Verhalten eines ähnlichen Streifens, welcher mittels Klammern auf der Glasplatte befestigt war. Als ich diese Sache zur Publication herrichtete, fand ich, dass der Beweis nicht so überzeugend sei als zu wünschen gewesen und ich habe daher das Experiment unter der Mithilfe des Hrn. W. A. Stone aus der Harvard class of 1886 wiederholt.

Ich nenne den eingekitteten Streifen *A*. Es wurde seiner in vorhergehender Abhandlung als Nr. 1 Erwähnung gethan. Den angeklammerten Streifen nenne ich *B*. Beide Streifen waren aus demselben Stück weichen Stahles geschnitten. Jeder ist zwischen den beiden Kupferenden $1{,}1^{cm}$ weit und $3{,}2^{cm}$ lang. *A* ist etwa $0{,}011^{cm}$ dick und möglicherweise um 1 % dicker als *B*.

A war nicht nur mit einem Kitte aus Bienenwachs und Harz an seiner Platte befestigt, es war überdies noch im Kitt vergraben, welcher es wahrscheinlich in einer Dicke von 1 mm oder mehr überdeckte. Erst so wurde die Platte ins Wasser gebracht. Die Klammern, mit welchen *B* an seiner Platte befestigt war, war aus Holz, etwa 1 mm dick und reichte nahe von einem Arm des Streifens zum nächsten. Um jedes Hin- und Herpendeln der Enden des Streifens zu vermeiden, waren dieselben durch ein Stück Faden an die Platte gebunden. Andererseits lag der Streifen frei der Luft ausgesetzt.

Die erwähnten Messungen wurden am 17. Januar zwischen 5 und 6 Uhr ausgeführt. Zwischen den aufeinanderfolgenden Ablesungen am Thomson-Galvanometer war ein Intervall von einer Minute. Es wurde keinerlei Messung über die Intensität des magnetischen Feldes gemacht. Es wurde angenommen, dass diese Intensität während des einen Versuches von *A*, welcher zwischen beiden Versuchen von *B* gemacht wurde, gleich dem Mittel aus diesen beiden Intensitäten sei.

Die Zeichen + und — beziehen sich auf die Richtung der Magnetisation, *R* und *L* auf die Richtung vom Nullpunkte des Thomson-Galvanometers, dessen gegenwärtige Ruhelage von dem eigentlichen Nullpunkte sehr nach rechts abwich. Die Tangentenbussole misst den direct durch den Streifen gehenden Strom.

	Thoms.-Galv. +	Thoms.-Galv. —	Tang.-Buss.
Streifen *B*	53 R		74,0°
		0	73,9
	52 R		73,7
		3 R	73,7
	51 R		73,6
	52 — 1,5 = 50,5		73,8 tg = 3,44
Streifen *A*	43 R		74,9°
		8,0 L	74,8
	43 R		74,7
		6,5 L	74,7
	43 R		74,6
	43 + 7,2 = 50,2		74,7 tg = 3,66
Streifen *B*	54,5 R		73,7°
		7,0 R	73,6
	53,0 R		73,5
		7,5 R	73,4
	52,5 R		73,3
	53,3 — 7,2 = 46,1		73,5 tg = 3,38

Aus 2 haben wir

$$A\ 50,2 \div 3,66 = 13,7,$$

aus 1 und 3

$$B\ \frac{50,5 + 46,1}{2} \div \frac{3,44 + 3,38}{2} = 14,2.$$

Eine absolute Uebereinstimmung war natürlich bei einem so rohen Versuche nicht zu erwarten, so dass sich diese Differenz von 3 % leicht erklären lässt. Bidwell wird, denke ich, zugeben, dass seine Theorie ein anderes Resultat dieser Vergleichung verlangt hätte.

Ueber die Phänomene, welche permanente Gase bei ihrer Verdampfung im Vacuum zeigen; über die Grenze des Gebrauchs von Wasserstoffthermometern und über die Temperatur, die man durch verdampfenden Wasserstoff erhält[1].

Von

S. Wroblewski.

Ich gebe im folgenden einen Bericht über die Resultate meiner Untersuchungen, durch welche verschiedene in den Comptes rendus veröffentlichte Bestimmungen bezüglich der permanenten Gase berichtigt werden sollen. Auch werde ich Versuche beschreiben, deren Zweck es ist, die Temperatur von Wasserstoff, welcher plötzlich flüssig gemacht wird, zu messen.

1. Ich muss zuerst von Messungen sehr niedriger Temperaturen sprechen. Es ist klar, dass bei Temperaturen, bei welchen der Wasserstoff den Gesetzen von Gay-Lussac und Mariotte nicht mehr unterworfen ist, ein Wasserstoffthermometer nicht mehr verwendet werden kann. Bei näherer Prüfung der Beziehung, die zwischen der elektromotorischen Kraft und der Temperatur bei einer aus Kupfer und Neusilber zusammengesetzten thermoelektrischen Säule besteht, bemerkte ich, dass die Gleichung, welche diese Relation zwischen $+100^{\circ}$ und -130° C. darstellt, auch noch genau gilt zwischen $+100^{\circ}$ und -193° C. Misst man also mittels dieser zwischen $+100^{\circ}$ und -130° C. calibrirten Säule den Siedepunkt des unter atmosphärischem Drucke befindlichen Sauerstoffs, so erhält man, je nachdem der Sauerstoff rein oder mit Spuren von Stickstoff vermengt ist, die Zahlen $-181{,}5^{\circ}$, -184° und -186° C.; es sind dies dieselben Zahlen, die das gleichzeitig mit der Säule verwendete Wasserstoffthermometer anzeigt. Misst man den Siedepunkt des Stickstoffs unter

---

1) Aus dem C. R. T. C. 1885 vom Herrn Verfasser mitgetheilt.

atmosphärischem Druck, so findet man auf die eine oder andere Weise — 193° C. Die zwischen + 100° und — 130° calibrirte Säule ersetzt also das Wasserstoffthermometer zwischen + 100° und — 193° C. vollständig.

Da das Verhältnis, das zwischen der Temperatur und der elektromotorischen Kraft besteht, einen Zwischenraum von 293° C. umfasst, so ist es natürlich vorauszusetzen, dass man, bei gegebener Regelmässigkeit dieses Verhältnisses, es auch bei Temperaturen verwenden kann, die sich nicht zu weit von den Grenzen entfernen. Man kann also annehmen, dass die Säule, deren ich mich bediente, Temperaturen, die niedriger als — 193° C. sind, mit der vollkommenen Regelmässigkeit eines Gasthermometers misst.

Vergleicht man die Aufzeichnungen dieser Säule mit denen eines Wasserstoffthermometers, so findet man, dass dieses Thermometer von — 193° C. an die Temperaturen niedriger angibt als die Säule, d. h. dass von dieser Temperatur an der Wasserstoff sich mehr zusammenzieht als die Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac erfordern und dass man ihn eigentlich nicht mehr als thermometrische Substanz verwenden kann. Dieser Unterschied ist um so grösser, je niedriger die Temperatur ist. Man hat z. B. in den Comptes rendus für die Temperaturen des Festwerdens des Kohlenoxyds und des Stickstoffs — 207° und — 214° C. angegeben. Die Säule gibt für diese Temperaturen — 199° und — 203° C. an. Die Differenz mit dem Thermometer beträgt also im ersten Fall 8° und im zweiten 11°. Folglich sind alle Zahlen bezüglich der Verdampfung permanenter Gase im Vacuum, die in den Comptes rendus veröffentlicht wurden, niedriger angegeben als sie wirklich sind. Ich erlaube mir, die folgende Tabelle mitzutheilen, welche die mit der thermoelektrischen Säule ausgeführten Bestimmungen enthält.

Tension	Temperatur	Tension	Temperatur
Sauerstoff.		7,1 cm	— 192,71°
74,0 cm	— 181,5°	6,8	— 193,1
16,0	— 190,0	6,4	— 193,56
14,0	— 190,05	6,2	— 194,2
10,0	— 190,5	6,0	— 194,4
9,0	— 190,8	5,9	— 195,13
8,6	— 191,35	5,8	— 195,3
8,4	— 191,6	5,6	— 195,44
8,2	— 191,88	5,4	— 195,5
8,0	— 191,98	5,2	— 196,0
7,8	— 192,13	5,0	— 196,2
7,7	— 192,3	4,7	— 196,3
7,6	— 192,31	4,4	— 196,6
7,4	— 192,53	4,2	— 197,5

Tension	Temperatur
4,0 cm	— 197,7
3,8	— 198,0
3,6	— 198,3
3,2	— 198,7
3,0	— 198,7
2,8	— 199,25
2,6	— 199,4
2,2	— 199,95
2,0	— 200,4

Stickstoff.

Tension	Temperatur
74,0	— 193,0
12,0	— 201,0
10,0	— 201,25
8,0 cm	— 201,7
7,0	— 202,5
6,0	— 204,0
4,2	— 206,0

Kohlenoxyd.

Tension	Temperatur
73,5	— 190,0
16,0	— 197,5
14,0	— 198,4
12,0	— 198,5
11,2	— 198,75
10,0	— 198,83
6,0	— 201,5
4,0	— 201,6

Die Besichtigung dieser Zahlen zeigt deutlich, dass man durch die Verdampfung dieser Gase im Vacuum die Temperatur nur um wenige Grade unter — 200° erniedrigt, wie ich schon in meinem Bericht vom 21. April 1884 gezeigt habe.

2. In Bezug auf die atmosphärische Luft muss ich hier bemerken, dass sie nicht denselben Verflüssigungsgesetzen wie ein einfaches Gas unterworfen ist, wie man bisher angenommen hat. Die Luft wirkt wie eine Mischung, deren einzelne Theile verschiedenen Gesetzen der Verflüssigung gehorchen.

3. Wird der Wasserstoff einem Druck von 180 bis 190 Atmosphäre ausgesetzt, durch Stickstoff, der im Vacuum siedet, abgekühlt (bis zur Temperatur seines Festwerdens) und lässt man ihn dann sich unter atmosphärischem Druck plötzlich ausdehnen, so entsteht ein deutlich sichtbarer Nebel. Aus der grauen Farbe dieses Nebels, in dem das Auge nur farblose Tröpfchen unterscheiden kann, kann man das Aussehen des Wasserstoffs in bleibend flüssigem Zustande nicht errathen und noch weniger ist man berechtigt zu entscheiden, ob er ein metallisches Aussehen haben würde oder nicht.

Ich konnte meine thermoelektrische Säule in diesen Nebel bringen und erhielt je nach dem verwendeten Druck die Temperaturen von — 208° bis — 211° C. Ich kann noch nicht sagen, in welchem Verhältnis diese Zahlen zu der wahren Temperatur dieses Nebels oder zu dem Siedepunkt des Wasserstoffs unter atmosphärischem Druck stehen, da ich noch nicht die Ueberzeugung gewonnen habe, ob bei der kurzen Dauer des Phänomens die Säule sich vollständig abgekühlt habe. Nichtsdestoweniger halte ich es für meine Pflicht, diese Resultate zu veröffentlichen, um den gegenwärtigen Stand der Frage des Flüssigwerdens des Wasserstoffes festzustellen.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 21. April 1885.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. K. Exner.
Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.
Es spricht Dr. Adler

„Ueber Spannungszustände im elektrischen Felde".

Der Vortragende führte aus, dass Thomson zuerst gezeigt habe, dass die Kraftwirkung, die Conductoren im elektrostatischen Felde erfahren, anstatt durch die Wirkung auf die an ihrer Oberfläche befindliche Ladung, direct rechnend verfolgt werden könne durch Einführung von Spannungskräften, die an ihrer Oberfläche normal auswärts auftreten und durch die elektrische Kraft daselbst eindeutig bestimmt sind, und dass das Vorhandensein dieser Spannungen von Thomson auch experimentell erwiesen worden sei.

Maxwell habe dann später durch Rechnung gezeigt, dass diese von Thomson als vorerst nur an der Oberfläche der Conductoren auftretend eingeführten Spannungen als die Folge angesehen werden können einer Spannung, welche in stetiger Weise durch die Dielektrica hindurch, die das elektrostatische Feld erfüllen, verbreitet ist, und damit habe Maxwell zuerst Spannungskräfte als Ersatz der Fernwirkung in die Elektrostatik eingeführt. — Der Vortragende zeigte sodann, dass wenn man diese Frage ganz allgemein dahinstelle, wie man Spannungen durch die das elektrische Feld erfüllenden Dielektrica anordnen müsse, damit diese an Conductoren dieselbe Kraftwirkung hervorbrächten wie die Fernwirkung, die Rechnung lehre, dass es unendlich viele mögliche derartige Anordnungen gebe. Bei all diesen sei die Spannung in Richtung der Kraftlinien dieselbe, die Spannung senkrecht zu ihnen bleibe jedoch ganz unbestimmt. Da die Poisson-

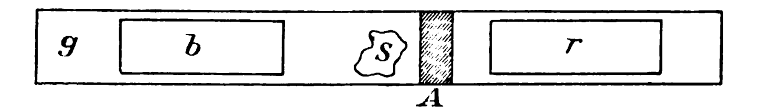
Mossotti'sche Theorie die Nichtleiter auf ein System unendlich kleiner Conductoren reducire, gelte diese Lösung der Frage auch für diese.

Der Vortragende besprach hierauf die Versuche Righi's, Duter's und Quincke's, durch die das Vorhandensein eines Spannungszustandes in den Dielektricis, die im elektrischen Felde sich befinden, erwiesen worden sei, und dass aus dieser kein sicherer Schluss noch gezogen werden könne, welcher von den unendlich vielen möglichen Spannungszuständen der thatsächlich bestehende sei.

Hierauf zeigt Prof. Skraup einen

„Vorlesungsversuch über Dissociation".

Um in Experimentalvorlesungen den Zerfall des verdampfenden Salmiaks in Ammoniak und Salzsäure zu demonstriren, kann folgender sehr einfacher Apparat benutzt werden.

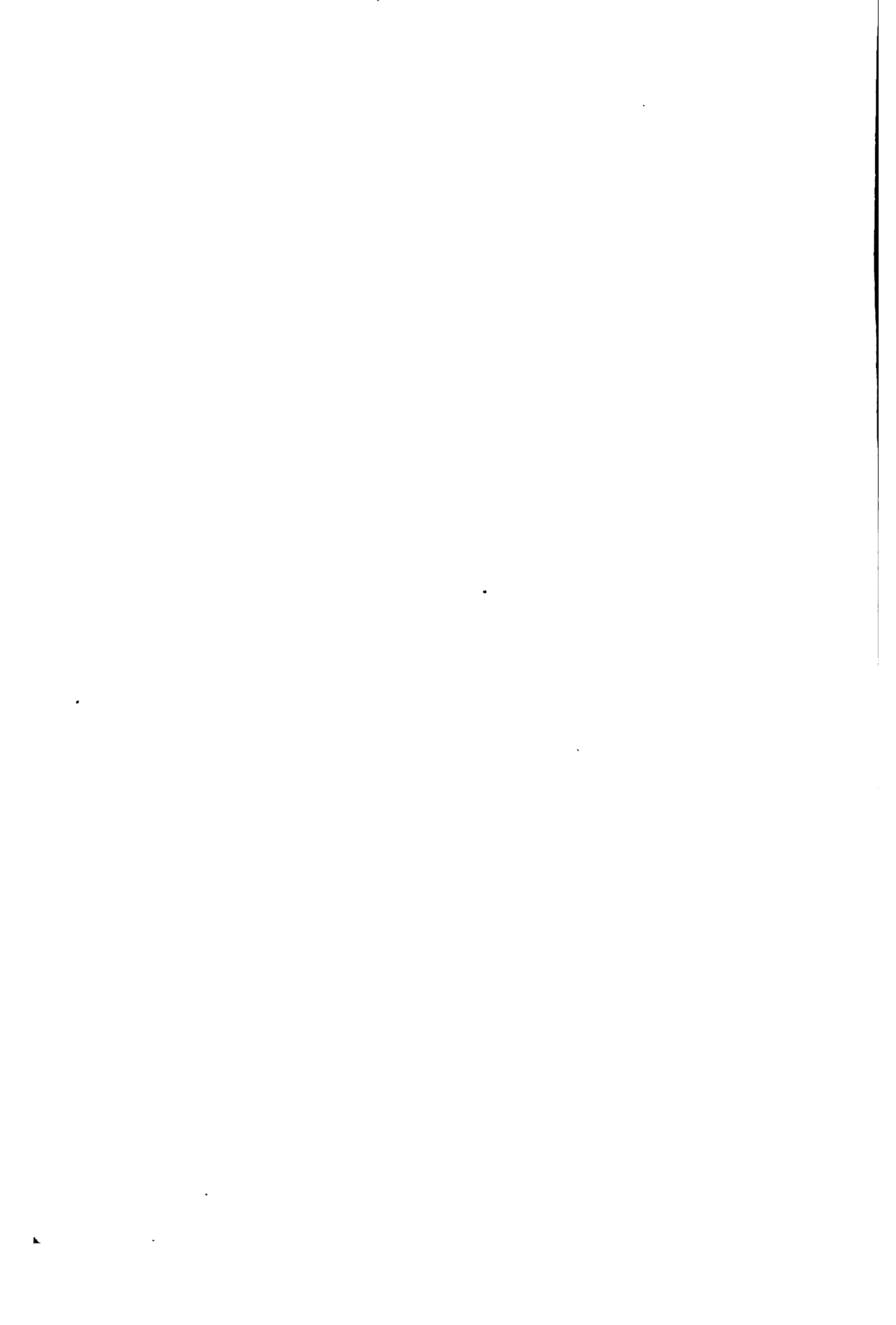


In ein Verbrennungsrohr *g* von beliebigem, am bequemsten etwa 10—12^{mm} inneren Durchmesser, wird vermittelst zweier Stäbe oder Glasröhren, Asbest zu einem Stöpsel *A* von etwa 5^{mm} Dicke gedrückt, neben diesen ein Stück zuvor erhitzter Salmiak *S* gelegt und dann bis auf etwa 3^{cm} Entfernung von letzterem je eine Rolle rothes *r*, beziehlich blaues *b* und zwar feuchtes Lackmuspapier eingeschoben.

Erhitzt man die Stelle, wo der Salmiakklumpen liegt, mit einem einfachen Bunsenbrenner, so tritt fast unmittelbar nachdem das Verdampfen begonnen hat, an den inneren Enden der Lackmusstreifen die Farbenänderung ein. Ist diese deutlich genug, unterbricht man das Erhitzen, da sonst der blau gewordene Streifen allmählich wieder geröthet wird.

Der ganze Versuch ist in 1 bis 2 Minuten beendet und verläuft absolut sicher.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Sekretär.



Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speziell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 5).

Jahrgang 1885 Nr. 15 enthält:

Rundschau. — Correspondenz. — Die elektrische Beleuchtungsanlage der kgl. Theater in München. Von Ph. Seubel, Ingenieur der Deutschen Edison-Gesellschaft. (Mit Tafel III u. IV.) — **Zur Theorie der Glühlampen.** Von Th. Marcher, Ingenieur. — **Die elektrischen Messinstrumente.** (22. Artikel.) — **Elektrotechnische Berichte aus Wien. — Kleinere Mittheilungen. — Patente.**

Jahrgang 1885 Nr. 16 enthält:

Rundschau. — Ueber Unipolarmaschinen. Von F. Uppenborn. — **Ueber Messung von Stromstärken.** Von E. Kittler. — **Kleinere Mittheilungen. — Patente.**

Jahrgang 1885 Nr. 17 enthält:

Rundschau. — Bericht über die Verbreitung des elektrischen Lichtes in England und die Inventions-Exhibition. — Kerzenwaage mit elektrischer Registrirung des Gleichgewichtes. Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **Ueber Prof. Edlund's Theorie, dass das Vacuum ein Leiter der Elektricität sei.** Von A. M. Worthington. — **Folgerungen aus einer neuen Hypothese von Kohlrausch über die thermoelektrischen Erscheinungen.** Von Angelo Battelli. — **Literatur.** Etienne de Fodor, das Glühlicht, sein Wesen und seine Erfordernisse. — **Kleinere Mittheilungen. — Finanzielle und industrielle Nachrichten. — Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

XXI. Band. 8. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 8. Heftes.

Reflexion des Schalles an ebenen Flächen. Von Dr. Anton Abt. S. 503.
Ueber den mathematischen Ausdruck der Ablenkungskraft, welche durch die Umdrehung der Erde um ihre Axe hervorgebracht wird. Von Friedr. Roth. S. 506.
Eine Formel für die Ausdehnung des Wassers. Von Dr. A. Kurz. S. 515.
Anziehung und Abstossung durch Capillarität. Von Dr. A. Kurz. S. 518.
Versuche über die elektromagnetische Wirkung der dielektrischen Polarisation. Von W. C. Röntgen. S. 521.
Die sphärische Aberration in den Spiegelteleskopen von Gregori und Cassegrain. Von Angelo Battelli. S. 524.
Notiz über die Grösse der Maxwell'schen Molecularwirbel und über die Dichtigkeit des Lichtäthers. Von L. Graetz. S. 530.
Messung der elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens. Von Victor v. Lang. S. 537.
Die Wirkungsweite von der Molecularkraft der Adhäsion und die Abnahme derselben bei zunehmender Entfernung. Von W. Müller-Erzbach. S. 542.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 5. Mai 1885. S. 554.
Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien, am 2. Juni 1885. S. 555.
Eingesendete Bücher. S. 565.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.


Soeben beginnt zu erscheinen
in 256 wöchentlichen Lieferungen à 50 Pf.:
MEYERS
KONVERSATIONS-LEXIKON
VIERTE AUFLAGE.
Bibliographisches Institut in Leipzig.
Über 500 Illustrationstafeln und Kartenbeilagen.
Achtzig Aquarelltafeln.
3000 Abbildungen im Text.

..'14..

Reflexion des Schalles an ebenen Flächen.

Von

Dr. Anton Abt.

Obwohl das Reflexionsgesetz der Wellenbewegungen ein allgemeines und daher für den Schall ebenso giltiges ist wie für das Licht und die Wärme, so wurden dennoch zur experimentellen Bestätigung dieses Gesetzes für den Schall bisher nur krumme Flächen oder Spiegel verwendet, nicht aber ebene Spiegel, wie bei der Reflexion des Lichtes, der Wärme und überhaupt elastischer Körper.

Die Ursache dessen liegt darin, dass bei Versuchen über Schallreflexion nur Schall von geringer Intensität, z. B. das Ticken einer Sackuhr, verwendet werden kann, welcher nur auf geringe Distanz vernehmbar ist. Bei Anwendung so geringer Schallquellen ist aber der an ebenen Spiegeln reflectirte Schall auch nur auf geringe Entfernung hörbar. Aus diesem Grunde wurden bei Versuchen über die Reflexion des Schalles bisher nur krumme Flächen, z. B. parabolische oder sphärische Hohlspiegel, verwendet. Wird eine Sackuhr im Brennpunkte eines solchen Spiegels aufgehängt, so werden die divergenten Schallstrahlen durch Reflexion an der Spiegelfläche parallel gemacht und infolgedessen der Schall auf grössere Entfernung hörbar. Stellt man dem ersten Hohlspiegel einen zweiten gegenüber, so werden die parallelen Strahlen im Brennpunkte des letzteren vereinigt, und der Schall wird dadurch auf noch grössere Entfernung vernehmbar.

Ohne Anwendung gekrümmter Spiegel bleiben die von der Uhr ausgehenden Schallstrahlen divergent und ihre Wirkung auf das Trommelfell ist wegen ihrer geringen lebendigen Kraft schon bei der Entfernung von einigen Metern verschwindend klein.

Der Parallelismus der Strahlen lässt sich auch auf andere Weise erreichen, z. B. durch lange Röhren mit glatten inneren Wänden, in welchen der Schall mit ungeschwächter Intensität auf grosse Entfernungen fortgepflanzt wird, was den Vortheil gewährt, dass die experimentelle Prüfung des Reflexionsgesetzes für den Schall in einfachster Form, nämlich mittels ebener Spiegel, also in directer Weise geschehen kann. Die einfache Anordnung des Versuches ist folgende.

Eine mehrere Meter lange und etwa 6^{cm} weite Röhre *ab* (Fig. 1) aus Weissblech wird in horizontaler Lage auf den Experimentirtisch gelegt. In der Nähe des Endes *b* wird mittels eines passenden Halters in derselben Höhe eine kurze Blechröhre *cd* von etwa 5^{dm} Länge unter rechtem Winkel zu *ab* befestigt und vor derselben bei *c* eine Sackuhr aufgehängt. Wird nun im Durchschnittspunkte der beiden Röhren eine Glasplatte oder eine polirte Metallplatte *tt'* in verticaler Lage so angebracht, dass ihre Neigung zu beiden Röhren 45° beträgt, so wird das Ticken der Uhr von einem Beobachter, dessen Ohr sich bei *a* befindet, deutlich vernommen. Mit der Entfernung der reflectirenden Fläche verschwindet auch der Schall. Bei abwechselndem Annähern und Entfernen der Platte *tt'* wird der Unterschied in der Schallintensität noch auffallender. Wird die Platte aus der erwähnten Lage um eine verticale Axe allmählich herausgedreht, bis sie auf die Röhre *ab* senkrecht zu stehen kommt, so ist die allmähliche Abnahme der Schallintensität deutlich wahrnehmbar.

Der bei *a* aufgesetzte Conus dient dazu, die Strahlen vereinigt in den Gehörgang zu leiten. Die kurze Röhre *cd* kann weggelassen werden, nur muss dann die Uhr der reflectirenden Platte näher gerückt werden.

Wendet man statt eines ebenen Spiegels einen kleinen mit einem Stiel *s* (Fig. 3) versehenen sphärischen Spiegel aus Glas oder Weissblech an, von etwa 1^{dm} Durchmesser, so wird die Uhr in der Richtung der langen Röhre in gehöriger Entfernung von dem Ende *b* angebracht und der Spiegel in verticaler Lage bei dem Stiel *s* so befestigt, dass die Uhr in seinem Brennpunkte sich befinde. Ein Beobachter bei *a* hört das Ticken der Uhr sehr deutlich. Beim Entfernen des Spiegels verschwindet der Schall entweder gänzlich, oder es wird nur dessen Intensität bedeutend kleiner.

Beide Versuche geben sichere Resultate und sind deshalb auch zu Vorlesungsdemonstrationen sehr geeignet.

Ich habe versucht, die schallleitende Röhre *ab* durch zwei Telephone zu ersetzen, welche miteinander durch lange Kupferdrähte leitend verbunden wurden. Die Anordnung des Versuches ist der des früheren ähnlich. Das eine Telephon *T* (Fig. 2) wurde mittels eines Gestells in horizontaler Lage so befestigt, dass seine Axe zur verticalen Spiegelplatte *tt'* um 45° geneigt und der Schalltrichter, wie aus der Figur ersichtlich, gegen den Spiegel gerichtet war. Das zweite Telephon, mit welchem der reflectirte Schall beobachtet wurde, befand sich in einem entfernten Zimmer, in welchem der Schall ohne Telephon nicht hörbar war. Als Schallquelle bei diesem Versuch eignet sich am besten das menschliche Stimmorgan.

Bei dem Versuch wurde von einer Person in die kurze Röhre bei *c* nacheinander in mässiger, jedoch gleicher Stärke und gleicher Höhe der Vocal *a* angegeben. Während dem hielt der Beobachter das zweite Telephon an das Ohr und eine dritte Person hatte den Planspiegel abwechselnd entfernt und wieder an die bezeichnete Stelle gesetzt.

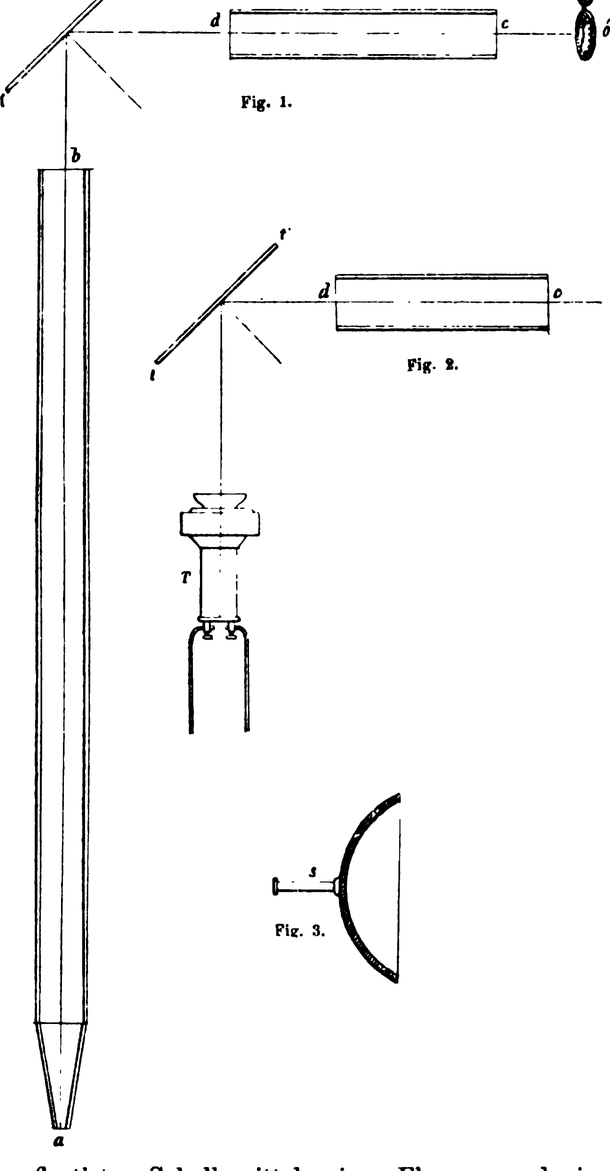


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Die Aenderung des Schalles war deutlich wahrnehmbar, und zwar in der Weise, dass der bei Abwesenheit des Spiegels beobachtete Schall dumpfer war und den Eindruck einer grösseren Entfernung machte.

Dieser letztere Versuch ist seiner Umständlichkeit wegen als Vorlesungsversuch nicht geeignet.

Meine in der Absicht angestellten Versuche, den an ebenen Flächen reflectirten Schall mittels einer Flamme und eines rotirenden Spiegels nachzuweisen, was für Vorlesungsversuche gewiss das zweckmässigste wäre, hatten bisher nicht das gewünschte Resultat gehabt.

Ueber den mathematischen Ausdruck der Ablenkungskraft, welche durch die Umdrehung der Erde um ihre Axe hervorgebracht wird[1]).

Von

Friedr. Roth.

Im vorigen Jahrgange dieser Zeitschrift ist eine Arbeit von mir erschienen, in welcher ich die Bahn eines Körpers bestimmte, der sich auf wagerechter Ebene unter dem Einflusse einer nach bestimmter Himmelsrichtung wirkenden Kraft bewegt, wenn dabei der Reibungswiderstand und die Axendrehung der Erde beachtet wird. Im zweiten Abschnitte, bei Aufstellung der Differentialgleichungen, die ich aus den allgemeinen für Kugelcoordinaten geltenden Formeln ableitete, hatte ich auf die Gleichartigkeit meiner, diesen letzteren vorausgehenden Entwickelungen mit der Darstellung des Amerikaners Ferrel hingewiesen, aber auf S. 685 gesagt, dass ich dessen „Fehler" vermieden habe; und zum Schlusse hatte ich hinzugefügt, dass die Gleichung 7^3 in den „Motions of fluids and solids on the earth's surface" passend umgestaltet, der entsprechenden von mir aufgestellten Formel zwar im ganzen gleich sei, in einem Gliede jedoch sich wesentlich davon unterscheide.

Meine diesbezüglichen Bemerkungen stützten sich auf einen eilig angefertigten Auszug aus dem erwähnten Werke, wobei mir die Zeit für ein eingehenderes Studium zu kurz bemessen war. Nachdem ich nun neuerdings Gelegenheit gehabt habe, die Schriften des genannten Gelehrten etwas gründlicher anzusehen, finde ich zu meiner Freude, dass die Nichtübereinstimmung der fraglichen Gleichungen nur eine scheinbare ist. Der Schein wird dadurch erzeugt, dass Ferrel in jener Gleichung 7^3, wie in den darauf folgenden Erklärungen hinzugefügt wird, nicht die westöstliche Componende der an dem bewegten Theilchen selbst angreifenden Beschleunigung berechnet hat, sondern nur den Differentialquotienten der Kraftfunction P des auf dasselbe wirkenden Druckes, genommen nach der geographischen Länge φ. Um den an dem Theilchen selbst angreifenden Druck zu finden, ist dP, da ϑ den Bogenabstand vom Nordpol und r den Erdhalbmesser be-

1) Nachtrag zu der im vorjährigen Octoberhefte des Repertoriums veröffentlichten Abhandlung „Ueber die Bahn eines freien Theilchens u. s. f."

zeichnet, durch $r \sin \vartheta \, d\varphi$ zu theilen. Dadurch aber erhält man nach entsprechender Vereinfachung denselben Ausdruck für die absolute nach Osten gerichtete Seitenbeschleunigung, wie ich ihn in der Programmabhandlung über die Trägheitsbahn auf der Kugel S. 18 in Gleichung *d* aufgestellt habe.

Dagegen stimmen gerade die Ableitungen der betreffenden Formeln nur im Anfange bis zur Ausrechnung von $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$ und $\frac{d^2z}{dt^2}$ überein, weichen aber dann von einander ab. Dass man trotzdem, bei verschiedener Entwickelung zu dem nämlichen Ergebnisse gelangt, spricht für die Sicherheit jener Ausdrücke für die absoluten Beschleunigungen.

Wird jedoch die Bewegung auf ein Axensystem bezogen, das an der Umdrehung der Erde theilnimmt, so sind unsere Grundgleichungen dann verschieden, wenn die letztere als eine Kugel gedacht wird, bei der die Gesammtbeschleunigung der Massenanziehung nach dem Mittelpunkte gerichtet ist, stimmen jedoch da überein, wo ich die Erde als eine solche Kugel auffasse, zu deren Oberfläche die wirklich beobachtete Schwerkraft überall senkrecht steht, wie z. B. in den Formeln 4a und 4b meiner in dieser Zeitschrift abgedruckten Arbeit. In dem genannten Werke Ferrel's finden sich nämlich auf S. 23 der neuen von Frank Waldo besorgten Ausgabe die Formeln:

$$\frac{dF}{d\vartheta} = 2r^2 n \sin\vartheta \cos\vartheta \cdot \frac{d\varphi}{dt}, \quad \frac{dF}{d\varphi} = -2r^2 n \sin\vartheta \cos\vartheta \cdot \frac{d\vartheta}{dt},$$

wo n die Winkelgeschwindigkeit der täglichen Drehung und F das Potential für die aus dieser sich ergebende ablenkende Kraft bedeutet. Um nun die in einem Punkte der Bahn selbst angreifenden Theile von F zu finden, müssen wir $\frac{dF}{d\vartheta}$ durch r und $\frac{dF}{d\varphi}$ durch $r \sin\vartheta$ dividiren, so dass wir erhielten

$$\text{von Norden nach Süden: } +2rn \sin\vartheta \cos\vartheta \frac{d\varphi}{dt}, \tag{1}$$

$$\text{von Westen nach Osten: } -2rn \cos\vartheta \frac{d\vartheta}{dt}. \tag{2}$$

Setzt man hier r gleich 1 und nimmt die nöthige Vertauschung der Zeichen vor, so verwandeln sich diese Ausdrücke bezw. in

$$2w \sin h \cdot \cos h \cdot \frac{dl}{dt} \text{ und } -2w \cos h \frac{dh}{dt};$$

das sind aber diejenigen Summanden, die in den schon erwähnten Gleichungen 4b und 4a meiner Abhandlung zu den von der Erdumdrehung unabhängigen Kräften hinzugefügt werden mussten, um die relativen Seitenbeschleunigungen vollständig zu machen. Es herrscht also in dieser Frage zwischen Ferrel und mir vollständige Uebereinstimmung.

Trotzdem kann ich auch nach wiederholter Prüfung den Satz nicht fallen lassen, in welchem ich von dem Fehler spreche, den Ferrel begangen. Unter diesem Irrthum meinte ich seine Behauptung, dass die ablenkende Kraft der Erdrotation nach allen Himmelsrichtungen hin sich gleich verhalte. Dass er das wirklich glaubt, geht aus seinen Schriften deutlich hervor. So hat er z. B. in der zuerst 1861 in dem American Journal of Science und zum zweiten Male 1882 in der „Popular Essays" veröffentlichten Abhandlung: „The motions of fluids and solids relative to the earths surface" in den Formeln (4) die nach Süden und nach Osten treibenden Beschleunigungen (P und Q) der fraglichen Ablenkung in derselben Weise dargestellt, wie wir oben in den Gleichungen 1 und 2. Hieraus folgert er ohne nähere Angabe, wie die Rechnung ausgeführt werden soll, für eine rechtwinklig zur Bewegungsrichtung nach rechts wirkende Kraft (in Gl. 5)

$$F = 2nv\cos\vartheta. \qquad (3$$

Ich ergänze dabei folgende Ableitung: Bezeichnen wir den Winkel zwischen zwei Geraden oder Richtungen a und b kurz mit (a, b), so ist

$$F = P\cos(P, F) + Q\cos(Q, F).$$

Nun ist bei den geltenden Voraussetzungen die Richtung der Bewegung positiv, wenn sie nach Südosten geht, folglich muss F nach dem Südwestquadranten zu wirken, und es ist deshalb

$$(P, F) = (Q, v), \quad (Q, F) = 180^0 - (P, v),$$

mithin

$$\cos(P, F) = \frac{r\cdot\sin\vartheta}{v}\cdot\frac{d\varphi}{dt}, \quad \cos(Q, F) = -\cos(P, v) = -\frac{r}{v}\cdot\frac{d\vartheta}{dt},$$

und durch Benutzung von Gl. 1 und 2:

$$F = \frac{2r^2 n\cos\vartheta}{v}\left[\sin^2\vartheta\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2\right]$$

in Uebereinstimmung mit Gl. 3.

Es scheint demnach, als ob gegen die Strenge dieses Beweises nichts eingewendet werden könnte. Da jedoch der Verfasser nichts davon sagt, dass die Ablenkungskraft F auf den grössten Kreis bezogen werden soll, sondern da er, wie aus verschiedenen Stellen seiner Werke hervorgeht, und wie es auch das Natürliche ist, die Himmelsrichtungen zu Grunde legt, so ist nach meiner Meinung in dem Gedankengange der Fehler versteckt, an dem auch die Hadley'sche Anschauung leidet, nämlich die Verwechselung von Bogenstücken der Längen- und Breitenkreise mit rechtwinkeligen Coordinaten der Ebene. Die oben von mir ergänzte Entwickelung ändert sich nicht im geringsten, wenn wir statt

der Bogen der Kugelkreise, längs deren P und Q wirken, rechtwinkelige ebene Coordinaten wählen.

Wie ich schon an einer anderen Stelle aus einander gesetzt, muss die sog. „Ablenkungskraft der Erdrotation" als Normalkraft zu einer ebenen Curve aufgefasst werden, von der ich ein unendlich kleines Bogenstück erhalte, wenn ich durch je zwei aufeinander folgende von drei unendlich nahen Punkten einer längs der Erdoberfläche verlaufenden Bahn eine wagrechte Ebene lege, und die zweite derselben so neige und in sich drehe, dass sie mit der ersten zusammenfällt und dass ihre Himmelsrichtungen denen der ersten gleichlaufend werden. Nun wird aber die normale Beschleunigung jeder ebenen Bahn, wenn ϱ den Krümmungshalbmesser bedeutet, gemessen durch $(v^2 : \varrho)$, wofür auch, wenn ψ wiederum das Azimuth der Bewegung auf der Kugel bezeichnet, $\varrho\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2$ gesetzt werden kann. Da $\varrho d\psi$ gleich dem unendlich kleinen Curvenstücke ds, $\varrho\frac{d\psi}{dt}$ also gleich v, so wird die gesuchte Ablenkung vorgestellt durch $v\cdot\frac{d\psi}{dt}$. Das Entscheidende dabei ist also Aenderung der Bewegungsrichtungen in Beziehung zu der Windrose. Sagt doch Ferrel selbst, dass die ablenkende Kraft, welche durch die tägliche Umdrehung der Erde erzeugt wird, eigentlich gar keine treibende Kraft sei, sondern nur etwas der Fliehkraft Aehnliches[1]), indem sie in dem Umstande ihre Ursache habe, dass die relativen Grundrichtungen, auf welche die Bewegung eines Körpers bezogen wird, sich fortwährend ändern in Beziehung zu festen Richtungen im Raume.

Nun lässt sich wohl nichts einwenden gegen die Art, das Azimuth ψ auszudrücken, wie ich es im vorjährigen Bande dieser Zeitschrift S. 700 gethan habe, wo ich diesen Winkel aus der Grösse der nordsüdlichen und westöstlichen Componende der Geschwindigkeit berechnet habe. Sobald dies aber zugegeben ist, kann an der Richtigkeit des dort in Gl. 21 ausgesprochenen Satzes

$$\frac{d\psi}{dt} = \left(2w + \frac{dl}{dt}\right)\cos h \tag{4}$$

nicht mehr gezweifelt werden, abgesehen davon, dass er durch die Folgerungen gestützt wird, zu denen Finger und Bruns bei Annahme einer nicht kugelförmigen Erde gelangt sind. Nach der Bezeichnungsweise der „Motions of fluids and solids on the earth's surface" würde die letzte Formel lauten:

$$F = \left(2n + \frac{d\varphi}{dt}\right) v \cos\vartheta.$$

1) somewhat of the nature of a centrifugal force.

Das Auftreten des einen Gliedes mit dem Differentialquotienten der geographischen Länge liegt in der Eigenthümlichkeit der Kugeloberfläche, besonders daran, dass die lineare westöstliche Geschwindigkeit zwei abhängig Veränderliche enthält. Denn schlägt man denselben Weg ein, um die betreffende Ablenkung auf der wagerechten Ebene zu bestimmen, d. h. setzt man unter Benutzung der in jener Abhandlung S. 686 von mir eingeführten Bezeichnungen

$$\varepsilon = \operatorname{arc} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{dy}{dt} : \frac{dx}{dt}\right),$$

so ergibt sich durch Bildung der Ableitung nach t und durch Einsetzung aus den dort stehenden Gleichungen, wenn man annimmt, dass die treibende Kraft längs der Bahn wirkt, mit leichter Mühe:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -2w \sin\beta, \text{ (β geogr. Breite).} \tag{5}$$

Die Natur der gegentheiligen Auffassung, zu der wir uns bekennen, wenn wir, wie oben bei Ergänzung des Ferrel'schen Beweises, diese einfachere für die Ebene gültige Formel als die für die ganze Kugel maassgebende aufstellen wollen, glaube ich am besten durch folgende Betrachtung klar zu legen:

Bewegt sich ein Körper innerhalb einer Ebene nur infolge einer Kraft R, die immer längs seiner Bahn antreibend oder verzögernd wirkt, so sind die auf ruhende rechtwinklige Coordinaten bezogenen Beschleunigungen

$$\frac{d^2x}{dt^2} = R \cdot \left(\frac{dx}{dt} : v\right), \quad \frac{d^2y}{dt^2} = R\left(\frac{dy}{dt} : v\right).$$

Berechnet man sich hieraus in derselben Weise, wie wir es oben vor Gl. 3 für die Kugel gethan haben, mit Hilfe der Richtungscosinus die Normalkraft N, so erhält man

$$N = 0,$$

d. h. die Bahn ist eine gerade Linie.

Uebertragen wir nun dieselbe Aufgabe auf die ruhende Erdkugel, behalten für die nach Süden und nach Westen gerichtete Beschleunigungen die Ferrel'schen Bezeichnungen P und Q bei, thun dasselbe auch in Betreff des Polabstandes ϑ, nennen aber die auf eine feste Anfangslage bezogene geogr. Länge L und setzen den Erdhalbmesser gleich eins, so ist dann, wenn ausser der tangentialen Kraft R nur die Schwere wirkt, die den bewegten Körper zwingt, auf der Oberfläche zu bleiben,

$$P = \frac{R}{v} \cdot \frac{d\vartheta}{dt}, \quad Q = \frac{R \sin\vartheta}{v} \cdot \frac{dL}{dt}.$$

.514.

Reflexion des Schalles an ebenen Flächen.

Von

Dr. Anton Abt.

Obwohl das Reflexionsgesetz der Wellenbewegungen ein allgemeines und daher für den Schall ebenso giltiges ist wie für das Licht und die Wärme, so wurden dennoch zur experimentellen Bestätigung dieses Gesetzes für den Schall bisher nur krumme Flächen oder Spiegel verwendet, nicht aber ebene Spiegel, wie bei der Reflexion des Lichtes, der Wärme und überhaupt elastischer Körper.

Die Ursache dessen liegt darin, dass bei Versuchen über Schallreflexion nur Schall von geringer Intensität, z. B. das Ticken einer Sackuhr, verwendet werden kann, welcher nur auf geringe Distanz vernehmbar ist. Bei Anwendung so geringer Schallquellen ist aber der an ebenen Spiegeln reflectirte Schall auch nur auf geringe Entfernung hörbar. Aus diesem Grunde wurden bei Versuchen über die Reflexion des Schalles bisher nur krumme Flächen, z. B. parabolische oder sphärische Hohlspiegel, verwendet. Wird eine Sackuhr im Brennpunkte eines solchen Spiegels aufgehängt, so werden die divergenten Schallstrahlen durch Reflexion an der Spiegelfläche parallel gemacht und infolgedessen der Schall auf grössere Entfernung hörbar. Stellt man dem ersten Hohlspiegel einen zweiten gegenüber, so werden die parallelen Strahlen im Brennpunkte des letzteren vereinigt, und der Schall wird dadurch auf noch grössere Entfernung vernehmbar.

Ohne Anwendung gekrümmter Spiegel bleiben die von der Uhr ausgehenden Schallstrahlen divergent und ihre Wirkung auf das Trommelfell ist wegen ihrer geringen lebendigen Kraft schon bei der Entfernung von einigen Metern verschwindend klein.

Der Parallelismus der Strahlen lässt sich auch auf andere Weise erreichen, z. B. durch lange Röhren mit glatten inneren Wänden, in welchen der Schall mit ungeschwächter Intensität auf grosse Entfernungen fortgepflanzt wird, was den Vortheil gewährt, dass die experimentelle Prüfung des Reflexionsgesetzes für den Schall in einfachster Form, nämlich mittels ebener Spiegel, also in directer Weise geschehen kann. Die einfache Anordnung des Versuches ist folgende.

Nun kann eine Verwechselung der Biegung eines grössten Kreises mit derjenigen eines Parallelkreises nur bei C stattfinden, wo beide in westöstlicher Richtung laufen. Da dort $\frac{d\vartheta}{dt}$ null wird, so kommt nur das erste Glied innerhalb der eckigen Klammer in Betracht. Führen wir im Nenner die Multiplication aus, so verschwindet der $\sin^2(\varphi - \varphi_0)$ enthaltende Theil, während $\cos^2(\varphi - \varphi_0)$ zu eins wird. Darnach erhalten wir als Aenderung des Azimuths des grössten Kreises an jener Stelle

$$\frac{d\Psi}{dt} = \cos\vartheta_0 \frac{d\varphi}{dt}; \quad \left(\cos h_0 \frac{dl}{dt} \text{ nach unserer Bezeichnungsweise}\right), \qquad (6$$

und zwar erfolgt dieselbe vermöge des anfänglich festgesetzten Begriffes von Ψ nach rechts. Will man also jenen Ausdruck in Gleichung 3 (oder 5), der nach der bisher üblichen Anschauung die ablenkende Kraft der Axendrehung der Erde darstellte, und von dem wir bewiesen haben, dass dabei die relative Bahn auf das Element eines Hauptkreises bezogen ist, so umwandeln, dass er brauchbar bleibt, wenn man von den Himmelsrichtungen ausgeht, so hat man den Werth von $\frac{d\Psi}{dt}$ hinzuzuzählen. Da nun der Unterschied in dem Verlaufe unendlich kleiner Bogen eines Breitenkreises und eines grössten Kreises nur bei der westöstlichen Componende der Geschwindigkeit eine Rolle spielt, während er bei der nach Süden gehenden Seitengeschwindigkeit ganz wegfällt, so können wir den Punkt C immer in das bewegte Theilchen selbst verlegen, d. h. den Polabstand $\vartheta_0\,(h_0)$ durch das veränderliche, zur relativen Bahn gehörige $\vartheta\,(h)$ ersetzen. Wird aber $\frac{d\Psi}{dt}$ in dieser Weise verändert und zu dem herkömmlichen Ausdrucke (in Gl. 3) hinzugefügt, so verwandelt sich dieser in die vereinfachte Finger'sche Formel (in diesem Aufsatze Gl. 4).

Dabei muss ich jedoch bemerken, dass in den Schriften über den behandelten Gegenstand früher meines Wissens Niemand gesagt hat, dass jene bekannte Gleichung (3 oder 5) die fragliche Ablenkung in Beziehung zur kürzesten Linie ausdrücke. Dies ist erst in der neuesten Zeit geschehen, seitdem die Richtigkeit der Finger'schen Ableitung auf verschiedene Weise dargethan worden ist. Im Gegentheil sind die Arbeiten dieses Gelehrten vorher als falsch verurtheilt worden. Man bezog die durch die Erdumdrehung hervorgerufene Abweichung selbstverständlich auf diejenigen Grundrichtungen, die in den Parametern der geogr. Länge und Breite enthalten sind. Dass jener Satz für die kürzeste Linie gilt, liegt bei den Einen an den Eigenschaften

der sog. „geodätischen Krümmung“, bei den Anderen an dem schon gerügten Umstande, dass sie die für rechtwinkelige ebene Coordinaten geltenden Beziehungen der Kräfteprojectionen ohne weiteres auf Stücke von Linien übertragen, die längs der Oberfläche einer Kugel oder eines Ellipsoids verlaufen.

Ein auffallendes Beispiel hierfür liefert uns gerade der Anfang jenes Beweises in den „Motions of fl. and solids relative to the earth's surface“, den wir oben zuletzt unserer Besprechung zu Grunde gelegt hatten. Der Hauptsache nach stimmt derselbe mit dem Verfahren überein, das Weihrauch im heurigen Märzhefte der österr. Ges. für Meteorologie zur „Ableitung des Satzes von der Ablenkung durch die Erdrotation“ eingeschlagen hat, nur ist die Darstellung des amerikanischen Mathematikers kürzer und klarer in der Aufstellung der Voraussetzungen. Dabei wird — im Gegensatze mit der oben zuerst genannten Schrift des Letzteren — die von Norden nach Süden wirkende Theilbeschleunigung ausgedrückt durch $r\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$, gerade als wären die Längenkreise parallele Linien.

Nun zweifelt Niemand daran, dass die Kräfteprojectionen bei den drei rechtwinkeligen Axen x, y und z für die Einheit der Masse $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$ und $\frac{d^2z}{dt^2}$ sind. Daraus folgt aber, wie ich in „der Trägheitsbahn auf der Erdoberfläche“ gezeigt habe, durch Coordinatenverwandlung und Anwendung der Richtungscosinus, dass jene Componende der auf feste Anfangsrichtung bezogenen Beschleunigung auf der Kugel vom Halbmesser 1 ist:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} - \cos\vartheta \sin\vartheta \left(\frac{dL}{dt}\right)^2.$$

Wäre die andere Formel die richtige, so müsste, wenn sich $\frac{d\vartheta}{dt}$ nicht mit der Zeit änderte, z. B. wenn die Bewegung einem Breitenkreise entlang erfolgte, mit $\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$ auch der nach dem Pole zu wirkende Theil der Centripetalkraft null werden — was offenbar nicht richtig ist. Es würde dann aber auch die rechte Seite der von den Genannten aufgestellten Gleichung

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \sin\vartheta \cos\vartheta \cdot \left(\frac{dL}{dt}\right)^2$$

verschwinden, auch wenn $\vartheta < 90^0$, d. h. es würde dann $\frac{dL}{dt} = 0$ sein. Dadurch aber würde ausgesprochen sein, dass die Bewegung mit unveränderter Geschwindigkeit nur längs eines Meridians erfolgt.

Zum Schlusse sei es mir noch erlaubt, darauf hinzuweisen, dass eine Verstärkung des Einflusses der täglichen Drehung der Erde durch die westöstliche Geschwindigkeit mit der Erfahrung nicht im Widerspruch steht. Schon Finger führt die Beobachtungen von Wiegrebe und Darapsky über die Abweichung der Geschosse an, aus denen sich ergibt, dass die von uns besprochene Ablenkung im östlichen Quadranten steigt, je mehr man sich dem Ostpunkte nähert, dass sie dagegen nach Westen zu abnimmt.

Noch wichtiger scheint mir für diese Frage die bekannte Erscheinung zu sein, dass die Bahnen der Wirbelstürme um so mehr nach Osten umbiegen, je weiter sie sich vom Aequator entfernen. Denn da nach der ganz allgemein angenommenen Anschauung die Veranlassung zur Bildung der Spiralbewegung ausser den eigentlich treibenden Kräften in der Axendrehung unseres Planeten zu suchen ist, so muss die Neigung zur Wirbelbildung bei einem westlichen Luftstrom grösser sein als bei Ostwinden, und es hat daher die Entstehung einer cyklonenartigen Bewegung bei einer nach Osten vordringenden Luftmasse immer die höchste Wahrscheinlichkeit für sich.

Ausserdem wird der zweite Summand unserer Formel 4 nur durch die Zunahme der Länge (l), also eines Winkels bedingt, nicht durch die lineare westöstliche Geschwindigkeitscomponende. Bleibt diese unverändert, so nimmt der Winkel l um so schneller zu, je weiter man nach den Polen zu kommt. Führen wir für dieselbe das Zeichen q ein, so wird das Aussehen der Gl. 4:

$$\frac{d\psi}{dt} = 2w \cos h + q \cdot \operatorname{cotg} \cdot h. \qquad (7$$

Das zweite Glied der rechten Seite wächst nun sehr rasch bei zunehmender Breite ($90^{\circ} - h$) und ist an den Polen unendlich gross, so lange q einen endlichen Werth behält. Das Vorwiegen der Neigung zur Wirbelbildung bei Westwinden gegenüber anderen Luftströmungen müsste demnach in höheren Breiten ganz besonders hervortreten. Dabei ist nicht zu vergessen, dass der in Gl. 4 und 7 enthaltene Satz nicht bloss für die Trägheitscurve, sondern auch dann gilt, wenn Reibung oder sonst eine tangential wirkende Beschleunigung vorhanden ist.

Dabei stossen wir auf eine merkwürdige Bestätigung des Ausspruches von Ferrel, dass, wenn die Umdrehung der Erde allein wirken würde, an den Polen gar keine Luft sein könnte. Nur dass wir diese Behauptung verallgemeinern dürfen, indem wir sie auch beim Vorhandensein eines jeden Widerstandes aufrecht erhalten können, während sie jener nur für solche Lufttheilchen aufgestellt hat, die ohne Reibung längs der Erdoberfläche gleiten.

Eine Formel für die Ausdehnung des Wassers.

Von

Dr. A. Kurz.

Wegen der drei Glieder bis einschlüssig zur dritten Potenz der Temperatur vermeidet man lieber die Formel und benutzt eine Tabelle, wie P. Volkmann eine solche (Wied. Ann. Bd. 14 [1881]) auf sechs Decimalen geliefert hat, die auch in den physikalisch-chemischen Tabellen von Landolt und Börnstein (1883) abgedruckt ist.

Begnügen wir uns mit fünf Decimalen, so wird sich zeigen, dass die Formel

$$v_t = v_0 (1 - \alpha t + \beta t^2)$$

für die Ausdehnung des Wassers gute Dienste leisten kann.

Zur Bestimmung von α und β dient die Kenntnis des Minimums v_4, welches als Einheit gilt, und dass

$$v_0 = 1{,}00012 \text{ (sechste Stelle 2 bei Volkmann).}$$

Zum Ueberflusse will ich jedoch, und um damit auch eine kleine Kritik anzudeuten, die neun Werthe hersetzen:

$$\begin{array}{ll} v_0 = 1{,}000122 & v_8 = 1{,}000118 \\ v_1 = 1{,}000067 & v_7 = 1{,}000067 \\ v_2 = 1{,}000028 & v_6 = 1{,}000031 \\ v_3 = 1{,}000007 & v_5 = 1{,}000008 \end{array}$$
$$v_4 = 1{,}000000.$$

Man sieht, dass auf sechs Decimalen nur $v_1 = v_7$, während auf fünf Decimalen auch $v_0 = v_8$, $v_2 = v_6$, $v_3 = v_5$ ist. Ich benutze demnach

$$v_0 = v_8 = 1{,}00012 \text{ und } v_4 = 1{,}00000$$

und finde (nach der Substitution von $t = 4$ und $t = 8$ in obiger Formel):

$$4\alpha - 16\beta = 0{,}00012 \text{ oder } \alpha - 4\beta = 0{,}000030$$
$$(1),$$

wobei die in Klammer unter die sechste Stelle gesetzte 1 den grösstmöglichen Fehler ($\pm$) vorstellen soll; und

$$8\alpha - 64\beta$$

mit Zugrundlegung der Volkmann'schen Tabelle gleich 0,000004, so dass ich auch setzen will

$$\alpha - 8\beta = 0{,}000000 \quad (1).$$

Aus beiden letzten Gleichungen ergibt sich

$$\alpha = 0{,}000060 \quad (3)$$
$$\beta = 0{,}0000075 \quad (5).$$

Zur Prüfung der so gewonnenen Formel ist es nach Vorstehendem unnöthig, ein Beispiel innerhalb $t = 0$ und 8^0 anzuschreiben. Für $t = 10^0$ erhält man $v_{10} = 1{,}00027$ mit der übermässig strengen Fehlerangabe $\pm 0{,}00008$, denn die mehrmals angeführte Tabelle zeigt $v = 1{,}000261$.

Für $t = 20$ wird $v_{20} = 1{,}00192 \pm 0{,}00026$ statt
$v_{20} = 1{,}001731$ in der Tabelle;

man sieht, dass jetzt die Fehlerangabe schon bis $\pm 0{,}0002$ erschöpft wird. Man kann auch schliessen, dass die nach der obigen Formel berechneten Werthe mit steigenden Temperaturen zu gross und nicht zu klein ausfallen. Auch die im Eingange erwähnte Formel bis einschlüssig t^3 erstreckt die Giltigkeit ihrer drei Coefficienten nur bis $t = 25^0$, wie die Volkmann'sche Tabelle.

Von $t = 30$ bis $t = 100$ ist dann noch eine um je 5^0 steigende Tabelle a. a. O. aufgeführt mit je fünf Decimalen, von welcher man vielleicht den Anfang und das Ende merken könnte

$$v_{30} = 1{,}0043$$
$$v_{100} = 1{,}043;$$

nebenan steht die Differenz für 1^0; wäre diese innerhalb 30 und 100^0 constant, so würde sie durchweg

$$\frac{1{,}043 - 1{,}0043}{70} = \text{oder } 0{,}00055$$

lauten. Das ist aber in Wirklichkeit nur die siebente der 14 Differenzen (für 1^0 innerhalb 30 und 35^0 u. s. f.), welche von 0,00032 bis 0,00076 ansteigen.

Jedoch dies Letztere nur gelegentlich.

Der Hauptzweck war, zu zeigen, dass man mit der obigen Formel für Zimmertemperaturen des Wassers ausreicht und deren bloss zwei Coefficienten aus der Thatsache des Minimums bei 4^0 und der Variation 0,00012 bis zu 0^0 resp. 8^0 schnell sich beschaffen kann.

Nachtrag bei der Correctur: Mittlerweile las ich in „Tait's Wärmelehre" [1]) S. 85, dass für Wasser „mit einem grossen Grade der Annäherung von 0 bis 20° C.

$$V_t = 1 + \frac{(t-4)^2}{144000}\ ^{2)}.$$

„Daraus berechnet sich der Ausdehnungscoefficient des Wasser (innerhalb dieser Grenzen) angenähert zu

$$K_t = \frac{t-4}{72000}.$$

„Matthiessen, Pierre und Hagen lieferten approximative Resultate, welche zu zeigen scheinen, dass der Nenner dieses Bruches besser 68000 lauten sollte."

Zur Prüfung dessen schreiben wir

$$K_t = \frac{V_{t+1} - V_t}{V_0} = \frac{(2t-7):144000}{1+16:144000} = \frac{2t-7}{144016} = \frac{t-3,5}{72008}.$$

Man sieht daraus, dass für $t = 3,5$ statt 4 die grösste Dichte resultiren würde. Will man diesen Schaden vermeiden, so muss gewaltthätig etwa

$$K_t = \frac{t-4}{x} = \frac{t-3,5}{72008}$$

versucht werden, was einerseits $x = 72008$ als Factoren von t^1 liefert, anderseits für $t = 8^0$

$$\frac{4}{x} = \frac{4,5}{72008}$$

liefern würde, daher

$$x = \frac{8}{9} \cdot 72008 = 64000;$$

aus 72000 (die acht Einheiten konnten längst wegbleiben) und 64000 käme dann jene Zahl 68000 als Mittel zu Stande.

Zusatz. Jener gewöhnliche Ausdehnungscoefficient K_t ist von dem wahren Coefficienten

$$k_t = \frac{V_{t+1} - V_t}{V_t} = \frac{2t-7}{144000+(t-4)^2}$$

für Wasser innerhalb der Grenzen 0 bis 20° nicht unterscheidbar, da höchstens 256 gegen 144000 zu vernachlässigen ist.

1) Autoris. deutsche Ausgabe, besorgt von Dr. E. Lecher in Wien, 1885, Töplitz und Deuticke.

2) Dieser Ausdruck lieferte $V_0 = V_8 = 1,000011$, $V_{10} = 1,00025$, $V_{20} = 1,0018$.

Anziehung und Abstossung durch Capillarität.

Von

Dr. A. Kurz.

Bekanntlich werden zwei genügend nahe und parallel aufgehängte Glasplatten, die zum Theil in Wasser hängen,

1. gegeneinander gezogen, wenn sie vom Wasser benetzt werden,
2. voneinander abgestossen, wenn die eine Glasplatte befettet ist,
3. wie 1., wenn sie beide befettet sind.

Kirchhoff berechnet die hier in Frage stehende Kraft in seinen classischen „Vorlesungen und math. Phys." nach seiner Weise und findet (XIII. Vorl.)

$$P = g\,(\mu_1 - \mu_2)\cdot b \cdot \frac{z_1^2 - z_2^2}{2},$$

wo g die Erdbeschleunigung, μ_1 die Masse der Volumeinheit Wassers, μ_2 der Luft (also vernachlässigbar), b die Plattenbreite, z_1 und z_2 die Höhen (in 2. und 3. Tiefen) der zwischen den Platten und ausserhalb befindlichen Randlinien über (unter) dem Wasserspiegel im Gefässe vorstellen.

Elementare Ableitung: Dieselbe ist im Falle 3. ein ganz einfaches Beispiel zum Seitendruck der Flüssigkeiten. Im Falle 1. aber passt diese Erklärung nicht, sie würde ja auch das Gegentheil, eine Abstossung folgern lassen. Dieses Curiosum scheint mir gerade hervorhebenswerth, weil es die Fesselung, gewissermaassen Aufhebung des hydrostatischen Gesetzes durch das Herrschen des Capillarzuges, in der (geringen) Wassermenge zwischen den Platten und oberhalb des genannten Wasserspiegels, recht deutlich macht. Man muss da von der Oberflächenspannung ausgehen. Dieselbe ist zwischen den Platten um

$$g\cdot\frac{H}{2}\left(\frac{1}{\varrho}+\frac{1}{\infty}\right)\frac{\text{Milligramm}}{\text{Millimeter. Secunde}^2}\ \text{im absol. System}^{1)}$$

kleiner als ausserhalb; das ist um

---

1) Dass man die Einheit „Milligramm" nicht im doppelten Sinne der Kraft und der Masse gebrauche, wie Herwig in § 30 seiner „Physik. Begriffe", wird durch Beisetzung von g vermieden. Dies bitte ich auch S. 460 im vorigen Bande zu thun.

$$g z_1 \mu_1$$

in der Ebene des Wasserspiegels. Die, hiermit von aussen nach innen, gedrückte Fläche beträgt $b z_1$; daher die Druckgrösse auf diese Fläche

$$g z_1 \mu_1 \cdot \frac{z_1}{2} \cdot$$

Hiervon kommt noch, wegen der Höhe z_2 der äusseren Randlinie über dem Wasserspiegel,

$$g z_2 \mu_1 \cdot \frac{z_2}{2}$$

in Abzug. Somit ist der Beweis für obige Gleichung der Anziehungskraft geliefert, elementar, wenn man den obigen zweiten Ausdruck in den elementaren Unterricht hereinnimmt, wie z. B. auch v. Beetz in seinem Leitfaden es wenigstens für das Haarröhrchen thut. Vgl. auch meine Mittheilung im vorletzten Bande S. 339—341.

Kirchhoff behandelt den obigen 1. und 3. Fall, den er auch durch je eine Figur illustrirt; den 2. Fall streift er nur mit den Worten: „je nachdem P positiv oder negativ wird, üben die Platten scheinbar eine Anziehung oder Abstossung aus". Denken wir uns mit ihm die eine der beiden Platten fest, die andere beweglich, so erhalten wir, wenn die fettgemachte Platte die bewegliche sein möge, einen Seitendruck nach aussen (wie im 1. Falle) auf die Fläche $b(z_2 - z_1)$, wo z_1 wiederum die Tiefe der Randlinie innerhalb und z_2 ausserhalb bedeutet, und die Kraft P erhält wiederum obigen Ausdruck.

Versuch und Berechnung: Ist im Falle 1. $z_1 = 14^{mm}$ (bei 1^{mm} Plattenabstand) und $z_2 = 2$, $b = 97$, $\mu_1 = 1 \frac{\text{Milligramm}}{\text{Millimeter}^3}$, so wird

$$P = 9810 \cdot 97 \cdot \frac{14^2 - 2^2}{2} = 10^8 \frac{\text{Milligramm - Millimeter}}{\text{Secunde}^2} \text{ nahezu,}$$

$$= 1 \frac{\text{Gramm - Meter}}{\text{Secunde}^2};$$

die Glasplatte wiegt nahe 60^g, oder $600 \frac{\text{Gramm - Meter}}{\text{Secunde}^2}$ ist die Schwerkraft derselben; ihr Schwerpunkt ist nahe 160^{mm} von der Aufhängelinie entfernt, der Angriffspunkt der Kraft P ungefähr 200^{mm} (derselbe liegt bekanntlich unterhalb des oben durch $\frac{z_1 + z_2}{2}$ bezeichneten Niveau). Also würde die Platte bei einem Drehungswinkel α, aus der verticalen Stellung heraus, zur Ruhe kommen gemäss

$$600 \cdot 160 \cdot \sin\alpha = 1 \cdot 200$$

oder

$$\alpha = \frac{1}{480} \cdot \frac{180}{\pi} = 0{,}12 \text{ Grade.}$$

So gering dieser Werth, so ist doch $160 \cdot \sin\alpha = \frac{1}{3}^{\text{mm}}$, und beim Näherkommen der Platte wird auch die Kraft P grösser; schliesslich bleiben die beiden Platten unten mittels des inzwischen adhärirenden Wassers zusammenhängend.

Zur Rechtfertigung dieser Mittheilung, wenn sie solcher noch bedürfen sollte, mag dienen, dass ich drei grössere (mehrbändige) Physikbücher nachgeschlagen: das eine enthält Figuren ohne Niveaudifferenz, vom spärlichen Texte zu geschweigen; das andere führt zwar die maassgebende Grösse $\frac{H}{2\varrho}$ ins Feld, aber auch den Luftdruck und eine unbestimmte, ad hoc einberufene Constante; das dritte ruft im 1. Falle gar die Luftdruckdifferenz zur Hilfe.

Versuche über die elektromagnetische Wirkung der dielektrischen Polarisation[1]).

Von

W. C. Röntgen.

Der von Faraday aufgestellten und von Clerk Maxwell ausgearbeiteten Theorie der elektrischen und magnetischen Erscheinungen liegt die Vorstellung zu Grunde, dass in den von elektrisirten Leitern begrenzten Isolatoren eine dielektrische Polarisation (Verschiebung) besteht, deren in irgend einer Weise erzeugte Veränderung elektrodynamische Wirkungen ausübt, gerade so wie ein in einem Leiter fliessender elektrischer Strom. Hr. v. Helmholtz hat gezeigt, dass keine der Folgerungen aus dieser Annahme den Grundgesetzen der Mechanik widerspricht, und dass dieselbe in Verbindung mit dem verallgemeinerten Potentialgesetz eine ausreichende Erklärung gibt für die an geschlossenen und sog. ungeschlossenen Leitern beobachteten Erscheinungen.

Meines Wissens ist aber noch kein directer experimenteller Beweis für die Richtigkeit der Faraday-Maxwell'schen Annahme erbracht, und ich hatte mir deshalb bereits vor mehreren Jahren die Aufgabe gestellt, diese Lücke wenn möglich auszufüllen. Nach vielen fruchtlosen Bemühungen ist es mir in der letzten Zeit gelungen, eine Methode ausfindig zu machen, welche brauchbare und entscheidende Resultate lieferte. Ich erlaube mir, über dieselbe im folgenden zu berichten.

Eine $0{,}5^{cm}$ dicke, horizontale und vorzüglich isolirende Ebonitscheibe von 16^{cm} Durchmesser war oben auf einer verticalen Axe befestigt, welche durch einen Schnurlauf eine rasche Rotation (120 bis 150 Umdrehungen pro Secunde) erhielt. Unter der Scheibe lag mit dieser parallel eine in der Mitte durchbohrte Glasplatte von $17{,}5^{cm}$ Durchmesser, welche mit zwei Halbringen aus Stanniol beklebt war; der innere Radius der Halbringe betrug $2{,}25^{cm}$, der äussere 7^{cm}; der die beiden Halbringe trennende Ausschnitt war $1{,}4^{cm}$ breit. Ueber der Ebonitscheibe war eine zweite horizontale, jedoch vollständig mit Stanniol überzogene Glasplatte von $21{,}5^{cm}$ Durchmesser fest aufgestellt. Die

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Berliner Akad. 1885 Bd. 11 S. 195.

Stanniolbelegungen der beiden Glasplatten waren der Ebonitscheibe zugewendet und von ihr um ungefähr 0,1 ^{cm} entfernt; die Belegung der oberen Platte war dauernd zur Erde abgeleitet, und je ein Halbring konnte mit der inneren Belegung je einer grossen Leydener Flasche in Verbindung gesetzt werden, wodurch der eine positiv und der andere gleichzeitig negativ elektrisch wurde. Ein eingeschalteter Commutator gestattete die Elektrisirung zu wechseln.

Es ist nun einleuchtend, dass die in der rotirenden Ebonitscheibe durch Elektrisirung der Stanniolbelegungen erzeugte dielektrische Polarisation ihr Zeichen an der Stelle wechselte, wo der zwischen den Halbringen befindliche Ausschnitt lag. Auf der einen (etwa vorderen) Hälfte der Scheibe bewegten sich ihre Theilchen von dem positiven zu dem negativen Halbring und es fand in denselben beim Uebergang von dem einen zum anderen Halbring eine Verschiebung von positiver Elektricität statt, welche eine nach unten gerichtete verticale Componente besass. Gleichzeitig war in der anderen (hinteren) Hälfte der Scheibe eine verticale Verschiebungscomponente vorhanden, die von unten nach oben gerichtet war. Diese Verschiebungen dauerten so lange fort, als die Scheibe bei unveränderter Elektrisirung der Halbringe rotirte, und sie müssten deshalb nach der Faraday-Maxwell'schen Annahme in elektro-magnetischer Beziehung sich verhalten, wie continuirliche Ströme, welche bei der angenommenen Drehungsrichtung in der vorderen Hälfte der Scheibe von oben nach unten, in der hinteren Hälfte in umgekehrter Richtung verlaufen würden. Es fragt sich nun, ob diese verticalen Componenten thatsächlich eine solche Wirkung ausübten.

Um darüber entscheiden zu können, wurde dicht über der oberen Glasplatte ein metallisches, immer zur Erde abgeleitetes Gehäuse aufgestellt, welches ein äusserst empfindliches astatisches Nadelpaar enthielt; die untere Nadel war ungefähr 0,6 ^{cm} weit von der Ebonitscheibe entfernt, ihre Mitte befand sich in der Verlängerung der Drehungsaxe jener Scheibe, und ihre Richtung war parallel mit der Trennungslinie der Halbringe; die Länge der Nadel betrug 4,8 ^{cm} (etwas mehr als der innere Durchmesser der Halbringe). Die zweite Nadel hing um 21,5 ^{cm} höher als die untere. Die Ablenkungen wurden durch ein über 3 ^{m} weit entferntes Fernrohr mit Scala abgelesen. Alle nöthigen Vorkehrungen waren getroffen, um zu verhindern, dass äussere, von statischer Elektricität herrührende Einflüsse auf die Nadeln wirkten; auch war durch eine besondere Construction der Axe dafür gesorgt, dass die durch Rotationsmagnetismus erzeugten Ablenkungen nur äusserst gering waren (2 — 3 Scalentheile). Trotzdem wechselte bei rascher Drehung der Scheibe die Nadel ihre Ruhelage fortwährend, was die Beobach-

tungen ungemein erschwerte; die Ursache dieser Bewegungen lag, wie ich mich überzeugte, in Luftströmungen und namentlich in kleinen Erschütterungen, welchen der Apparat infolge der durch die hiesigen Institutsverhältnisse bedingten, mangelhaften Aufstellung ausgesetzt war.

Die Versuche wurden nun in der Weise angestellt, dass ein Beobachter am Fernrohr sass, während ein Gehilfe die Scheibe drehte und ein zweiter nach erfolgtem Anruf von Seiten des Beobachters commutirte. In welchem Sinne commutirt wurde, blieb dem Beobachter absichtlich bis zu Ende einer Versuchsreihe unbekannt; gewöhnlich wurde während einer Versuchsreihe acht Mal commutirt. Von einer genauen Bestimmung der Grösse des nach dem Commutiren erfolgten Ausschlages konnte nicht die Rede sein, da derselbe in allen Fällen sehr klein war und im günstigsten Fall 1,5 Scalentheile (mm), meistens aber nur Bruchtheile davon betrug. Die Thätigkeit des Beobachters musste sich darauf beschränken, die Richtung des Ausschlages jedesmal zu bestimmen, und dazu gehörte schon in Anbetracht der fast immer vorhandenen kleinen Bewegungen der Nadel eine ziemliche Uebung. Durch weit über 1000 Beobachtungen habe ich mir so viel Uebung verschafft, dass ich bei den letzten Versuchen die Ablenkungsrichtung fast ausnahmslos richtig angeben konnte.

Aus diesen Versuchen, die in der mannigfaltigsten Weise variirt wurden, ergab sich nun das Resultat, dass das Nadelsystem sets so abgelenkt wurde, wie es die Faraday'sche Annahme verlangte. Die Veränderung der dielektrischen Polarisation übt somit eine elektromagnetische Kraft aus, gerade so wie ein elektrischer Strom, welcher in einem Leiterstück in derselben Richtung fliessen würde, in welcher die Verschiebung der positiven Elektricität in einem Isolator stattfindet.

Die ausführliche Mittheilung der oben nur kurz beschriebenen Versuche und namentlich der vielen Versuche, welche ich anstellte, um mögliche Täuschungen auszuschliessen, wird an anderer Stelle erfolgen.

Augenblicklich bin ich beschäftigt mit der Construction eines auf demselben Princip beruhenden Apparates, welcher hoffentlich weniger Mängel besitzen wird und namentlich grössere Ablenkungen zu erzeugen vermag, als der beschriebene. Auch beabsichtige ich, einige aus der Faraday'schen Theorie sich ergebenden Folgerungen experimentell zu prüfen.

Zum Schluss sei noch erwähnt, dass ich mit dem entsprechend umgeänderten Apparat gewissermaassen als Probe auf seine Empfindlichkeit den von Hrn. v. Helmholtz beschriebenen Rowland'schen Versuch wiederholt habe. Die nicht belegte Ebonitscheibe wurde durch Spitzen geladen. Beim Wechsel der Elektrisirung erfolgte jedesmal ein Ausschlag von 8 bis 10 Scalentheilen.

Die sphärische Aberration in den Spiegelteleskopen von Gregori und Cassegrain[1].

Von

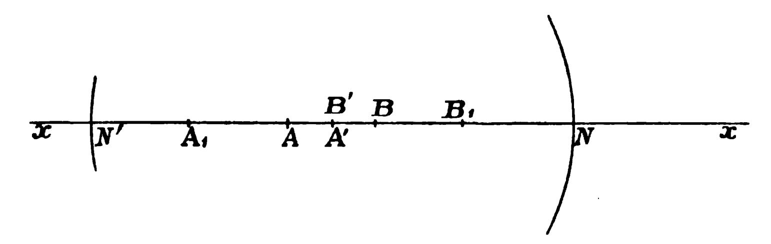
Angelo Battelli.

Meines Wissens hat sich noch Niemand mit dem Studium der sphärischen Abweichung in den katoptrischen Systemen befasst; dasselbe bietet auch in der That kein praktisches Interesse, ausser bei den Teleskopen von Gregori und Cassegrain.

In dieser Abhandlung werde ich eben diese beiden Teleskope behandeln, und zwar werde ich, um lange, aber völlig nutzlose Entwickelungen zu vermeiden, sofort die von den beiden Instrumenten geforderten Bedingnisse untersuchen.

I.

Seien N und N' zwei sphärische Spiegel, deren Radien bezw. R und R' sein sollen; ihre Centra sollen auf derselben Axe xx' liegen und die Spiegel sollen einander, wie es beim Gregori'schen Teleskope der Fall ist, die concave Seite zuwenden.



A_1 sei ein Object, dessen Strahlen vom ersten Spiegel N reflectirt werden; A sei sein conjugirter Punkt in Bezug auf die Centralstrahlen, A' sein conjugirter Punkt bezüglich der Randstrahlen. Ferner habe man ein anderes Object B_1, dessen Strahlen vom zweiten Spiegel N' reflectirt werden, und seine conjugirten Punkte in Bezug auf die Central- und die Randstrahlen seien bezw. B und B'.

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino vol. XX (26. April 1885).

Richten wir die Spiegel so, dass A' und B' zusammenfallen; dann werden A_1 und B_1 offenbar in Bezug auf die Randstrahlen conjugirte Punkte sein. Bezeichnen wir nun mit den Buchstaben, die uns die Lage der Punkte auf der Axe geben, die Abscissen derselben Punkte von einem beliebigen Ursprunge aus und nennen wir die longitudinalen sphärischen Abweichungen des ersten und des zweiten Spiegels bezw. λ_1 und λ_2, so wird sein:

$$AA' = \lambda_1; \quad BB' = \lambda_2.$$

Wenn wir die Abstände in der Richtung NN', in welcher sich das Licht fortpflanzt, messen, so wird

$$A' = A + \lambda_1$$

und

$$B = B' - \lambda_2 = A + \lambda_1 - \lambda_2.$$

Als Ursprung der Distanzen nehme man den Scheitel N' des zweiten Spiegels. Nun ist aber der Punkt B_1 conjugirt zum Punkte B, welcher den Centralstrahlen in Bezug auf den Spiegel N' entspricht; und weil der Spiegel dem Punkte B die Hohlseite zuwendet, so werden wir haben:

$$B_1 = -\frac{A + \lambda_1 - \lambda_2}{1 - \frac{2}{R'}(A + \lambda_1 - \lambda_2)} = -\frac{R'(A + \lambda_1 - \lambda_2)}{R' - 2(A + \lambda_1 - \lambda_2)}.$$

Es ist darum klar, dass der Abstand zwischen B_1 und dem conjugirten Punkte von A_1, der in Bezug auf das ganze System den Centralstrahlen entspricht, uns die sphärische Längsabweichung $\varDelta$ des ganzen Systems gibt. Und da in den von uns betrachteten Teleskopen das Object immer in unendlicher Ferne befindlich ist, so wird, wenn wir den zweiten Hauptbrennpunkt des Systems mit F^* bezeichnen, der Werth von $\varDelta$ beim Gregori'schen Teleskope gegeben sein durch F^*B_1 oder durch:

$$\varDelta = -F^* - \frac{R'(A + \lambda_1 - \lambda_2)}{R' - 2(A + \lambda_1 - \lambda_2)},$$

$$\varDelta = \frac{F^*R' + (R' - 2F^*)(A + \lambda_1 - \lambda_2)}{2(A + \lambda_1 - \lambda_2) - R'}, \tag{1}$$

indem dieses Teleskop divergent ist.

Weil A_1 unendlich ferne liegt, so haben wir:

$$A = \varDelta - \frac{R}{2},$$

wo $\varDelta$ den Abstand beider Spiegel voneinander bedeutet.

Anderweitig ist bekannt, dass für ein unendlich fernes Object die sphärische Längsabweichung gleich $\frac{R\vartheta^2}{4}$ ist, wo ϑ die halbe Spiegelapertur bedeutet. Mithin ist:

$$A' = \Delta - \frac{R}{2} + \frac{R\vartheta^2}{4} = \Delta - Rb,$$

wenn $b = \frac{1}{2} - \frac{\vartheta^2}{4}$ gesetzt wird.

Um sodann λ_2 zu finden, wird man die bekannte Formel benutzen:

$$\lambda = \frac{(p - R')^2 R' \vartheta'^2}{(2p - R')\, 2p},$$

worin p der Abstand des Objects vom Scheitel des Spiegels ist; dieser Abstand ist in unserem Falle $\Delta - Rb$; mithin ist

$$\lambda_2 = \frac{(\Delta - Rb - R')^2 R' \vartheta'^2}{[2(\Delta - Rb) - R']\, 2(\Delta - Rb)}.$$

Deshalb wird der Nenner von Δ:

$$2\Delta - R - R' + \frac{R\vartheta^2}{2} - \frac{(\Delta - Rb - R')^2}{(\Delta - Rb)[2(\Delta - Rb) - R']} R' \vartheta'^2.$$

Nun ist aber beim Gregori'schen Teleskope die Summe der Brennweiten der beiden Spiegel kleiner als der Abstand der beiden Scheitel, was gleichbedeutend ist mit:

$$2\Delta > R + R'. \tag{2}$$

Und wenn wir annehmen, dass die Differenz $2\Delta - (R + R')$ grösser sei als die Differenz

$$\frac{(\Delta - Rb - R')^2 R' \vartheta'^2}{(\Delta - Rb)[2(\Delta - Rb) - R']} - \frac{R\vartheta^2}{2},$$

welche von der gleichen Ordnung wie ϑ^2 und ϑ'^2 ist, so folgt, dass der Nenner von Δ verschieden ist von Null; damit also keine sphärische Abweichung stattfinde, genügt es, den Nenner von Δ gleich Null zu machen oder zu setzen:

$$F^* R' + (R' - 2F^*)\left[\Delta - Rb - \frac{(\Delta - Rb - R')^2 R' \vartheta'^2}{2(\Delta - Rb)[2(\Delta - Rb) - R']}\right] = 0.$$

Der Ausdruck $2(\Delta - Rb)[2(\Delta - Rb - R')]$ ist infolge der Gleichung 2 von Null verschieden. Bringen wir also das ganze erste Glied der letzten Gleichung auf denselben Nenner, so werden wir selbige Gleichung verificiren, wenn wir haben:

$$\left.\begin{array}{l} 4(\Delta - Rb)^3 (R' - 2F^*) \\ + (\Delta - Rb)^2 [4R'F^* - (2R' + R'\vartheta'^2)(R' - 2F^*)] \\ - (\Delta - Rb)[2R'^2F^* - 2R'^2\vartheta'^2 (R' - 2F^*)] \\ - R'^3\vartheta'^2 (R' - 2F^*) \end{array}\right\} = 0. \qquad (3$$

Hier haben wir eine Gleichung dritten Grades in Bezug auf $\Delta - Rb$ und sie lässt wenigstens eine reale Wurzel zu. Folglich ergibt sich daraus, dass es beim Gregori'schen Teleskope möglich ist, die sphärische Abweichung zum Verschwinden zu bringen, und dass dies sogar auf sehr vielfache Art geschehen kann. Denn hat man irgend einen Werth für $\Delta - Rb$ gefunden und lässt z. B. R innerhalb der von den teleskopischen Bedingnissen gestatteten Grenzen alle möglichen Werthe annehmen, so wird man immer einen entsprechenden Werth von Δ finden, welcher der Aufgabe genügt.

Es wäre ein zu weitläufiges und zu complicirtes Unternehmen, wenn man die Gleichung algebraisch auflösen wollte; wir werden deshalb eine graphische Methode anwenden.

Setzt man $\Delta - Rb = x$, so lässt sich unsere Gleichung so schreiben:

$$x^3 + ax^2 - bx - c = 0, \qquad (4$$

worin der Kürze halber gesetzt ist:

$$a = \frac{R'F^*}{R' - 2F^*} - \frac{2 + \vartheta'^2}{4} R',$$

$$b = \frac{R'^2F^*}{2(R' - 2F^*)} - \frac{R'^2\vartheta'^2}{2},$$

$$c = \frac{R'^3\vartheta'^2}{4}.$$

Setzen wir ferner

$$x^2 = ay, \qquad (5$$

so geht Gleichung 4 über in:

$$axy + a^2y - bx - c = 0. \qquad (6$$

Die Abscissen der drei den zwei Curven 5 und 6 gemeinsamen Punkte sind die Wurzeln der ursprünglichen Gleichung.

Nun stellt uns aber Gleichung 5 eine auf die Axe und auf die Tangente im Scheitel bezogene Parabel dar, die mithin leicht zu construiren ist. Gleichung 6 enthält eine Hyperbel; dieser aber kann man, wie bekannt ist, immer einen leicht construirbaren Kreis substituiren; oder auch wir werden durch die drei, der Hyperbel und der Parabel gemeinsamen Punkte immer einen Kreis hindurchgehen lassen können. Seine Gleichung wird sein:

$$y^2 + x^2 - by + \frac{ab + c}{a^2} x + \frac{c}{a} = 0, \qquad (7$$

und sein Mittelpunkt wird als Coordinaten haben:

$$x = \frac{ab - c}{2a^2}, \quad y = a + \frac{b}{2a}.$$

Indessen wird dieser Kreis jede der zwei Curven in vier Punkten schneiden, während diese beiden Curven selbst nur drei Punkte miteinander gemein haben. Und gerade diese zwei dem Probleme fremden Schnitte sind es, die uns ein Mittel bieten, den Kreis mit grösster Leichtigkeit zu construiren, indem sie uns zwei Punkte seiner Peripherie geben.

Ihre Coordinaten sind bezw.:

$$x = \frac{c - ab}{a^2} - a; \quad y = a + \frac{b}{a};$$
$$x = a; \quad y = a.$$

Die Abscissen der Punkte, in welchen dieser Kreis die Parabel 5 schneidet, sind die Werthe von $\varDelta - Rb$, die das Problem lösen.

II.

Beim Cassegrain'schen Teleskope kann man sich derselben Formeln und eines ähnlichen Verfahrens bedienen; nur ist zu beachten, dass man das Zeichen von R' zu wechseln hat. Der Werth der Totalabweichung wird sonach gegeben sein durch:

$$\varDelta = -\frac{R'F^* + (R' + 2F^*)(A + \lambda_1 - \lambda_2)}{2(A + \lambda_1 - \lambda_2) + R'}; \tag{8}$$

der Nenner hiervon ist gleich:

$$2\varDelta - R + R' + \frac{R\vartheta^2}{2} + \frac{(\varDelta - Rb + R')^2}{2(\varDelta - Rb)[2(\varDelta - Rb) + R']} R'\vartheta'^2. \tag{\omega}$$

Nun liegt im Teleskop von Cassegrain der Brennpunkt des convexen Spiegels jenseits des Brennpunkts des concaven Spiegels, mit anderen Worten es ist:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}R' &> \tfrac{1}{2}R - \varDelta \\ R' &> R - 2\varDelta. \end{aligned} \tag{9}$$

Zufolge dieser Gleichung wird der Ausdruck ω verschieden von Null, und desalb bleiben auch die zwei Grössen

$$\frac{R\vartheta'}{2} \text{ und } \frac{(\varDelta - Rb + R')^2}{2(\varDelta - Rb)[2(\varDelta - Rb) + R']} R'\vartheta'^2$$

immer positiv.

Hieraus folgt, dass man Δ gleich Null machen kann, wenn man hat:

$$R'F^* + (2F^* + R')\left[\Delta - Rb + \frac{(\Delta - Rb + R')^2 R'\vartheta'^2}{2(\Delta - Rb)[2(\Delta - Rb) + R']}\right] = 0.$$

Bringt man das ganze erste Glied dieser Gleichung auf denselben Nenner, so wird dieser Nenner zufolge Gleichung 9 von Null verschieden sein. Deshalb wird Δ gleich Null werden, wenn man hat:

$$\left.\begin{array}{l} 4(\Delta - Rb)^3(R' + 2F^*) \\ + (\Delta - Rb)^2[4R'F^* + (2R' + R'\vartheta'^2)(R' + 2F^*)] \\ + (\Delta - Rb)[2R'^2F^* + 2R'^2\vartheta'^2(R' + 2F^*)] \\ + R'^3\vartheta'^2(R' + 2F^*) \end{array}\right\} = 0.$$

Und wenn wir, wie wir es oben thaten, $\Delta - Rb$ mit x bezeichnen, so können wir die Gleichung schreiben:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0; \qquad (10$$

hierin ist

$$a = \frac{R'F^*}{R' + 2F^*} + \frac{2 + \vartheta'^2}{4}R',$$

$$b = \frac{R'^2F^*}{2(R' + 2F^*)} + \frac{R'^2\vartheta'^2}{2},$$

$$c = \frac{R'^3\vartheta'^2}{4}.$$

Die Wurzeln von Gleichung 10 kann man auf dieselbe Weise finden, die vorhin beim Gregori'schen Teleskop angegeben worden ist.

Notiz über die Grösse der Maxwell'schen Molecularwirbel und über die Dichtigkeit des Lichtäthers[1].

Von

L. Graetz.

Die Maxwell'sche Theorie der Molecularwirbel in Verbindung mit der Beobachtung von Kundt über die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes beim Durchgang durch Eisen gestattet die Berechnung einer oberen Grenze für die Dichtigkeit des Lichtäthers, die verhältnismässig nicht weit abweicht von der unteren Grenze, welche sich aus einer Formel von Sir W. Thomson entnehmen lässt. Es ergibt sich aus beiden, gänzlich von einander unabhängigen Betrachtungen, dass die Dichtigkeit des freien Lichtäthers zwischen 10^{-16} und 10^{-18} von der des Wassers ist.

Die Theorie der Molecularwirbel ist bekanntlich von Maxwell zuerst in specieller, dann in allgemeinerer Form ausgeführt worden. Die allgemeine Behandlung[2] setzt nur voraus, dass in einem magnetischen Feld eine Bewegung stattfindet (was Thomson als nothwendige Folgerung aus den Erfahrungsthatsachen hinstellt), dass diese Bewegung eine wirbelnde im Helmholtz'schen Sinne ist, und dass magnetische und optische Verschiebungen eines Theilchens sich zusammensetzen können.

Die specielle Behandlung[3] macht noch weitere Annahmen über Form und Geschwindigkeit der Wirbel, über die Eigenschaften des Mediums, in welchem sie stattfinden u. s. w. Beide Behandlungen führen zu dem gleichen Ausdruck für die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes. Sie geben nämlich, wenn man von der Dispersion absieht und die Verdet'sche Constante mit ω bezeichnet, die Gleichung:

$$\omega = m \frac{i^3}{\Lambda^2}.$$

---

1) Vom Herrn Verfasser mit Aenderungen mitgetheilt aus Wied. Ann. Bd. 25 (1885).

2) Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism vol. 2 § 822—829 (1882).

3) Maxwell, Phil. Mag. (4) vol. 21 p. 161, 281, 338 (1861); vol. 23 p. 12, 85 (1862).

Darin ist i der Brechungsindex der Substanz und Λ die Wellenlänge des Lichtes im freien Aether. Dagegen ist m eine Constante, welche in der allgemeinen Theorie keine einfache physikalische Bedeutung hat, welche aber in der speciellen Theorie sich zusammengesetzt zeigt aus Grössen, die die Eigenschaften des Mediums und der Wirbel bedingen. Dass die Maxwell'sche Formel von den bisher über die magnetische Drehung der Polarisationsebene aufgestellten am besten mit der Erfahrung übereinstimmt, ist bekannt, wenn auch noch nicht unbedeutende Abweichungen übrig bleiben. Uebrigens ist auch die specielle Theorie der Drehung der Polarisationsebene gänzlich unabhängig von der künstlichen Hypothese der frictionsräderartig wirkenden Zwischenpartikelchen, steht und fällt also nicht mit diesen.

Das Medium, in welchem die angenommenen Wirbelbewegungen stattfinden, ist der Lichtäther, dessen Dichtigkeit in einer Substanz ϱ sei. Dies folgt aus der Gleichheit der elastischen Eigenschaften, die sich in der Gleichheit der Lichtgeschwindigkeit mit dem Verhältnis der beiden elektrischen Einheiten (der kritischen Geschwindigkeit) zeigt. Nach der Fresnel'schen Anschauung, die Maxwell adoptirt, hängt ϱ mit der Dichtigkeit des freien Lichtäthers s zusammen durch die Gleichung:

$$\varrho = s i^2,$$

wo i der Brechungsindex der Substanz ist.

Von der Dichtigkeit ϱ hängt aber auch die magnetische Inductionsconstante μ der Substanz ab, und zwar ist[1]):

$$\mu = 4\pi C\varrho = 4\pi C s i^2,$$

worin C eine Constante ist, welche abhängt von der Vertheilung der Wirbel, ihrer Gestalt und der Gleichförmigkeit oder Ungleichförmigkeit ihrer Geschwindigkeit. Bei kreisförmigen Wirbeln von gleichförmiger Geschwindigkeit ist:

$$C = \tfrac{1}{4} \text{ also } \mu = \pi\varrho,$$

und dieser Werth von C muss für Luft angenommen werden[2]), weil nur dadurch die Gleichheit der Lichtgeschwindigkeit mit dem Verhältnis der elektrostatischen und elektromagnetischen Einheit herauskommt. Da alle diamagnetischen und schwachmagnetischen Körper nahezu dieselbe magnetische Inductionsconstante haben und auch ihre Brechungsexponenten verhältnismässig wenig verschieden sind, so hat für sie auch C nicht sehr verschiedene Werthe. Für Eisen, Nickel, Kobalt weicht aber der Werth von C erheblich von $\tfrac{1}{4}$ ab.

---

1) Maxwell, l. c. vol. 21 p. 166 (1861).

2) Maxwell, l. c. vol. 23 p. 22 (1862).

Die directe Formel nun, zu welcher Maxwell[1]) für die Drehung der Polarisationsebene gelangt, lautet in den obigen Bezeichnungen:

$$\omega = \frac{\pi}{2\sqrt{\pi}} \frac{r\mu i}{s^{\frac{1}{2}} \Lambda^2 V}, \tag{1}$$

worin r der Radius eines Wirbels, V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im freien Aether (oder in Luft) ist.

Durch Einsetzung des Werthes von μ wird:

$$\omega = m \frac{i^3}{\Lambda^2},$$

und es hat m die Bedeutung:

$$m = \frac{2\pi^2}{\sqrt{\pi}} C \frac{r}{s^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{V}.$$

Aus der Formel 1 erkennt man zunächst, dass man ohne weiteres die relativen Werthe der Radien der Molecularwirbel in verschiedenen Substanzen berechnen kann, wenn man nur die relativen Werthe von ω, μ und i kennt. Nehmen wir Wasser als Einheit ($\omega_1 = 1$, $r_1 = 1$, $\mu_1 = 1$, $i_1 = 1$), so ist:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{\omega}{\omega_1} \frac{\mu_1}{\mu} \frac{i_1}{i},$$

und es ist darin $\frac{\mu_1}{\mu}$ für alle Substanzen $= 1$, ausser für Eisen (Nickel und Kobalt).

Es zeigt sich nun, dass in allen festen und flüssigen Körpern die Grösse der Molecularwirbel nur verhältnismässig wenig verschieden ist. Es ist z. B.[2]) für

Wasser	$r = 1$	Faraday's Glas . .	$r = 3{,}20$
Schwefelkohlenstoff	$r = 2{,}23$	Creosot	$r = 0{,}77$
Salpetersäure . .	$r = 0{,}60$		

Für die Gase unter Atmosphärendruck ist die relative Grösse der Wirbel eine viel kleinere, nämlich (nach Kundt und Röntgen) z. B. für

Wasserstoff $r = 0{,}00057$, Sauerstoff $r = 0{,}00047$,
Kohlenoxyd $r = 0{,}00100$.

Dagegen ist für Eisen, Nickel und Kobalt der Radius der Molecularwirbel ein ausserordentlich viel grösserer. Für Eisen ist nach den

1) Maxwell, l. c. vol. 23 p. 95 (1862).

2) Die Werthe von ω sind aus der Zusammenstellung in Wiedemann's Elektricität Bd. 3 S. 922—933 entnommen.

Versuchen von Kundt[1]) die Drehung etwa 35000 Mal so gross als bei Glas, also etwa 140000 Mal so gross als bei Wasser. Der Werth von μ ist nur angenähert bekannt. Aus Eisenvitriol elektrolytisch niedergeschlagenes Eisen hat nach Claus[2]) bei gleichem Gewicht und gleichen magnetisirenden Kräften ein magnetisches Moment, das nur etwa gleich dem dreizehnten Theil von dem ganz weichen Eisens ist. Für ganz weiches Eisen ist $\varkappa = 32$, also für unser Eisen $\varkappa = 2,5$ und daher:

$$\mu = 1 + 4\pi\varkappa = 32.$$

Ich setze also $\frac{\mu_1}{\mu} = \frac{1}{32}$.

Auch der Werth der Brechungsexponenten für eine durchsichtige Eisenschicht ist nicht bekannt. Angenähert wird man ihn ebenso gross setzen dürfen, wie für Stahl, den Voigt[3]) aus Jamin's Versuchen zu $i = 2$ berechnet.

Daraus ergibt sich der Radius der Molecularwirbel im Eisen:

$$r = 3000$$

den im Wasser gleich 1 gesetzt.

Für Kobalt fand Kundt etwa den gleichen Werth für ω, für Nickel nur etwa 56000 (Wasser = 1). μ kann man aus Mangel an bekannten Werthen, für beide etwa ebenso gross setzen. i ist nach Voigt für Kobalt = 1,73, für Nickel = 1,6. Daraus ergibt sich für Kobalt $r = 3400$, für Nickel $r = 1510$.

Die hervorragenden magnetischen Eigenschaften des Eisens, Nickels und Kobalts sind also, unter consequenter Anwendung der Maxwell-schen Theorie, verbunden mit einer relativ sehr bedeutenden Grösse der Molecularwirbel. Im allgemeinen befindet sich in einem magnetischen Feld der Aether sowohl innerhalb der einzelnen Moleküle als in den Zwischenräumen in wirbelnder Bewegung. Die Grösse der einzelnen Wirbel ist im allgemeinen sehr klein gegen die Grösse eines Moleküls, wie Maxwell[4]) annimmt. Beim Eisen nun (und Kobalt und Nickel), dessen Wirbel eine verhältnismässig so bedeutende Grösse haben, liegt es nahe, anzunehmen, dass der Aether der Eisenmoleküle als Ganzes wirbelt. Schon Maxwell[5]) macht eine ähnliche Annahme. Er kannte aber noch nicht das höchst merkwürdige und unerwartete Resultat von Kundt, dass das Eisen selbst positive Drehung zeigt,

1) Kundt, Wied. Ann. Bd. 23 S. 237 (1884).
2) Claus, s. Wiedemann, Galvanismus Bd. 3 S. 566 (1883).
3) Voigt, Wied. Ann. Bd. 23 S. 128 u. 143 (1884).
4) Maxwell, l. c. vol. 21 p. 345 (1861).
5) Maxwell, l. c. vol. 23 p. 90 (1862).

und glaubte daher, dass die Eisenmoleküle in entgegengesetzter Richtung wirbeln wie der Aether. Jedenfalls erhält man durch die Annahme, dass im Eisen die Moleküle (resp. ihr Aether) als Ganzes wirbeln, eine obere Grenze für den Radius der Molecularwirbel. (Consequenterweise müsste man daraus schliessen, dass ein Kobaltmolekül ungefähr dieselbe Grösse hat wie ein Eisenmolekül, dagegen ein Nickelmolekül nur etwa halb so gross ist.)

Die Grösse eines Eisenmoleküls ist nicht direct bekannt. Aus dem Loschmidt'schen Condensationscoefficienten in Verbindung mit dem Avogadro'schen Gesetz ergibt sich, dass sein Radius $< 1{,}8 \cdot 10^{-8}$ cm ist, also nicht sehr abweicht von den Radien der anderen Moleküle. Für das einzige metallische Molekül, das Quecksilber, dessen Radius aus der molecularen Weglänge berechnet ist, fand Koch[1]) den Radius $< 0{,}95 \cdot 10^{-8}$ cm. Nehmen wir diesen Werth als auch angenähert für das Eisen giltig an, so wäre der Radius eines Molecularwirbels im Eisen $r \leq 0{,}95 \cdot 10^{-8}$ cm und daher der Radius eines Molecularwirbels im Wasser:

$$r < 3{,}1 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{cm}.$$

Da nun für Wasser $C = \frac{1}{4} i^2$ ist, so ist:

$$\omega = \frac{\pi^2}{2\sqrt{\pi}} \frac{r}{s^{\frac{1}{2}}} \frac{i}{\Lambda^2 V},$$

und darin sind jetzt alle Grössen in absolutem Maasse bekannt, ausser s, der Dichtigkeit des Aethers im freien Raum. Es ist nämlich (für die D-Linie):

$$\omega = 0{,}3767 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{g}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{sec}^{2}), \quad \Lambda = 5{,}891 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{cm},$$
$$V = 3 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm\,sec}^{-1}, \quad i = 1{,}334.$$

Daraus ergibt sich die Dichtigkeit des Aethers (bezogen auf Wasser):

$$s < 9 \cdot 10^{-16}.$$

Es ist von Interesse, diesen oberen Werth für die Dichtigkeit des Aethers zu vergleichen mit dem unteren Grenzwerth, der sich aus einer Formel von Thomson[3]) berechnen lässt. Thomson zeigte aus Beobachtungen von Pouillet, dass die Dichtigkeit des Aethers bezogen auf Wasser grösser ist als:

$$\frac{4}{n^2}\,10^{-26}.$$

1) Koch, Wied. Ann. Bd. 19 S. 587 (1883).
2) Arons, Wied. Ann. Bd. 24 S. 180 (1885).
3) W. Thomson, Trans. Roy. Soc. Edinb. vol. 21 p. 57 (1854).

Darin ist n das Verhältnis der grössten Geschwindigkeit eines Aethertheilchens zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Dieses Verhältnis schätzte Thomson höchstens auf $\frac{1}{60}$. Glan[1]) suchte n dadurch zu bestimmen, dass er annahm, der Aether zerreisse bei den Lichtschwingungen nicht und es sei seine grösstmögliche Dilatation höchstens so gross wie für Glas oder Wasser oder andere Flüssigkeiten, δ. Er setzte also:

$$\sqrt{1+n^2}-1=\delta.$$

Für Glas berechnete er $\delta=\frac{1}{1443}$, für Wasser $\delta=\frac{1}{37\cdot 10^5}$. Doch zeigte E. Wiedemann[2]), dass auch für Wasser δ nur ungefähr $\frac{1}{1000}$ sei, und es würde sich daraus im Vergleich mit den verschiedenartigen Körper $n=\frac{1}{27}$ bis $\frac{1}{23}$ ergeben.

Indes ist diese Betrachtung von Glan nicht consequent. Denn das n in seiner Formel enthält die Amplitude von Sonnenlicht in der Nähe der Erdoberfläche, eine für diese Betrachtung ganz willkürliche Grösse. Dieselbe Forderung, dass der Aether nicht zerreisst, muss aber auch für Sonnenstrahlen in ihrer grössten Intensität gelten, also in der Nähe der Sonnenoberfläche, wo die Intensität 46400 Mal so gross ist als an der Erde. Danach wäre also:

$$\sqrt{1+46400n^2}-1=\frac{1}{1000}$$

und daher $n^2=4{,}2\cdot 10^{-8}$. Also ergibt sich die untere Grenze für die Dichtigkeit des Aethers:

$$s>1\cdot 10^{-18}.$$

Durch diese beiden ganz verschiedenen Betrachtungen ist die Dichtigkeit des Aethers in nicht zu weite Grenzen eingeschlossen. Es ist:

$$s<90\cdot 10^{-17} \text{ aber } >0{,}1\cdot 10^{-17}.$$

Man würde darnach sagen können, dass die Dichtigkeit des freien Aethers höchstens 100 Mal grösser oder kleiner ist, als der 10^{17}. Theil von der des Wassers, ein Werth, der wohl viel grösser ist, als man ihn unwillkürlich schätzt. Während die Luft der Atmosphäre über einen Quadratmeter mehr als 10000^{kg} wiegt, würde der in ihr enthaltene Aether, die Höhe der Atmosphäre zu 30 Meilen gerechnet, nur $0{,}0022^{mg}$ wiegen.

Nimmt man den Werth $s=10^{-17}$ einmal als angenähert giltig an, so gestattet die Thomson'sche Formel noch einige interessante Folgerungen. Aus diesem Werth von s berechnet sich zunächst:

$$n\geqq 0{,}000067.$$

1) Glan, Wied. Ann. Bd. 7 S. 658 (1879).

2) E. Wiedemann, Wied. Ann. Bd. 17 S. 986 (1882).

Bezeichnen wir also die grösste Geschwindigkeit eines schwingenden Aethertheilchens mit v, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes mit V, so ist:

$$v \geqq 0{,}000067\,V.$$

Die Verrückungen der Aethertheilchen in einem geradlinig polarisirten Lichtstrahl lassen sich ausdrücken durch:

$$u = A \sin\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} + \delta\right) 2\pi,$$

mithin die Geschwindigkeit durch:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{2\pi A}{T} \cos\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} + \delta\right) 2\pi.$$

Die grösste Geschwindigkeit eines Aethertheilchens (absolut genommen) ist also:

$$v = \frac{2\pi A}{T},$$

wo A die Amplitude der Lichtbewegung ist. Daher haben wir:

$$A = \frac{v\,T\,V}{2\pi} \geqq \frac{0{,}000067\,\lambda}{2\pi},$$

also $A \geqq 6 \cdot 10^{-10}$ cm.

Darnach ist die Amplitude von kräftigem Sonnenlicht an der Erdoberfläche grösser oder gleich $6 \cdot 10^{-10}$ cm.

Da in festen und flüssigen Körpern der Abstand der Moleküle (und ihre Grösse) kleiner ist als 10^{-8} cm, so sieht man, dass die Amplituden der Lichtschwingungen höchstens etwa 100 Mal geringer sind als diese Abstände. Mithin müssten Lichtstrahlen von höchstens der 2500fachen Intensität des Sonnenlichtes (an der Erdoberfläche) in festen und flüssigen Körpern schon wesentlich anderen Absorptionsverhältnissen unterliegen. Für sie wäre die Durchsichtigkeit vermuthlich eine relativ viel geringere. Andererseits ist auch daraus ersichtlich, dass bei den verhältnismässig schwachen Intensitäten, mit denen wir es zu thun haben, die Absorptionsfähigkeit der Medien unabhängig von der Intensität des Lichtes ist.

Zum Schlusse sei noch an die Bemerkung von W. Thomson erinnert, dass die Dichtigkeit der Luft, wenn sie immer dem Mariotteschen Gesetze folgte und bei constanter Temperatur bliebe, schon in einer Höhe gleich dem Erdradius nur ungefähr 10^{-350} von der des Wassers wäre. Der Aether ist also ganz ausserordentlich viel dichter, als soweit verdünnte Luft. Unter dieser Voraussetzung würde schon in einer Höhe von 33 Meilen die Luft dieselbe Dichtigkeit haben wie der freie Aether.

München, Ende Februar 1885.

Messung der elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens[1].

Von

Victor v. Lang.

Der Widerstand galvanischer Elemente, von denen gleiche Exemplare zu Gebote stehen, kann bekanntlich mit der Wheatstoneschen Brücke dadurch bestimmt werden, dass man eine gleiche Anzahl derselben gegeneinander schaltet und den Widerstand dieser Combination auf die gewöhnliche Weise ermittelt. Dividirt man das gefundene Resultat durch die Anzahl der benutzten Elemente, so erhält man den Widerstand eines derselben.

Eine andere Methode, welche auch eine gerade Anzahl gleicher Elemente erfordert, ist folgende: Sämmtliche ($2n$) Elemente werden hintereinander geschaltet und durch einen passenden Drahtwiderstand geschlossen. Auf diesem Drahte suche man nun zuerst den Punkt B, welcher dasselbe Potential hat wie der Halbirungspunkt A der Batterie auf der Verbindung des $n$ten mit dem $(n+1)$ten Elemente. Hat man diesen Punkt B gefunden, so kann man dann auf die gewöhnliche Weise mit der Wheatstone'schen Brücke den Widerstand der Leitung zwischen den Punkten A und B bestimmen. Da zwischen A und B zwei, wenigstens näherungsweise identische Leitungen existiren, so wird der gefundene Widerstand, bei gehöriger Berücksichtigung der Zuleitungsdrähte, die Hälfte des Widerstandes der halben Batterie sein. Bei gleicher Anzahl von Elementen ist also das unmittelbare Beobachtungsresultat dieser Methode nur der vierte Theil von dem der ersten Methode.

Das Aufsuchen des Punktes B besteht natürlich darin, dass man auf dem Schliessungsdraht der Batterie den Punkt sucht, der mit A verbunden keinen Strom gibt. Hierzu kann man gleich das Galvanometer der Wheatstone'schen Brücke benutzen, nur darf dasselbe in diesem Falle nicht in die Brücke gelegt sein. Man kann ja bekanntlich in der ursprünglichen Wheatstone'schen Drahtcombination,

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 91 S. 844 (1885).

Messbatterie und Galvanometer vertauschen, welche Anordnung ja auch in dem Siemens'schen Universalgalvanometer befolgt ist.

Beistehender Holzschnitt (Fig. 1) gibt eine Uebersicht der Schaltung nach der zweiten Methode. Bei einem mit dem Siemens'schen Universalgalvanometer und zwei kleinen Daniell-schen Elementen angestellten Versuche erhielt ich nach der ersten Methode als Gesammtwiderstand dieser zwei Elemente 0,69. Die beiden Elemente wurden hierauf hintereinander geschaltet und durch einen kurzen, dünnen Draht geschlossen; die zweite Methode ergab dann 0,17, was in der That der vierte Theil der ersten Zahl.

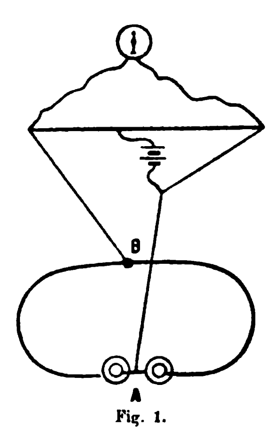


Fig. 1.

Nachdem ich so die Brauchbarkeit der zweiten Methode geprüft hatte, beschloss ich nach derselben die elektromotorische Gegenkraft des elektrischen Lichtbogens zu bestimmen. Edlund[1]), welcher diese Erscheinung vor längerer Zeit auffand, bestimmte sie dadurch, dass er den scheinbaren Widerstand des elektrischen Lichtbogens bei verschiedener Entfernung der beiden Kohlen maass. Dieser Widerstand ist nicht wie ein gewöhnlicher proportional der Länge, sondern ist eine lineare Function derselben. Der constante Theil dieser Function kann als eine elektromotorische Gegenkraft aufgefasst werden.

Aehnliche Versuche wurden später mit Hilfe von Dynamomaschinen zuerst von Frölich[2]) und in jüngster Zeit von Peukert[3]) angestellt. Besonders die letzten Messungen scheinen sehr sorgfältig ausgeführt zu sein und gaben eine Gegenkraft von 35 Volt., welcher hohe Betrag offenbar Herrn Peukert befremdete, obwohl er mit dem Resultate meiner eigenen Messung in bester Uebereinstimmung ist.

So wahrscheinlich nun die bisherigen Versuche, die Ansichten Edlund's über den Widerstand des elektrischen Lichtes machen, so bilden diese Versuche doch mehr eine indirecte Bestätigung, und es dürfte nicht ohne Interesse sein, durch den nachfolgenden Versuch auch einen directen Nachweis der elektromotorischen Gegenkraft des elektrischen Lichtes zu erhalten. Ueber die eigentliche Natur dieser Erscheinung gibt das nachfolgende allerdings keinen Aufschluss.

1) Pogg. Ann. Bd. 131 (1867) S. 536; Bd. 133 (1868) S. 353; Bd. 134 (1868) S. 250, 337; Bd. 139 (1870) S. 353; Bd. 140 (1870) S. 552.

2) Elektrot. Zeitschrift 1883 S. 150.

3) Zeitschrift für Elektrotechnik 1885 S. 111.

Es wurden 58 Bunsen-Elemente mittlerer Grösse hintereinander geschaltet und durch zwei elektrische Lichter (L, L^1) möglichst symmetrisch geschlossen. Die beiden Lichter waren natürlich auch hintereinander geschaltet; zu denselben wurden Kohlenstäbe von 5^{mm} Durchmesser benutzt. Beide Kohlen waren mittels horizontaler Schlitten durch Schrauben verstellbar, so dass der Lichtbogen, dessen Bild mit einer Linse auf die Wand projicirt wurde, leicht regulirt werden konnte. Die Regulirung des einen Lichtes besorgte Prof. F. Exner, die des anderen Dr. E. Lecher. Das gleichzeitige Brennen beider Lichter war freilich eine grosse Schwierigkeit, doch gelang es nach einigen Versuchen immerhin, die beiden Lichter gleichzeitig und in gleicher Stärke für einige Secunden ohne Zischen zum Leuchten zu bringen. Die Entfernung der beiden Kohlen betrug hierbei freilich nur etwa $\frac{1}{8}^{mm}$.

Das Siemens'sche Universalgalvanometer erwies sich in diesem Falle als viel zu empfindlich und wurde durch eine einfache Messbrücke mit geradem *Pt*-Draht (92^{cm} lang) ersetzt, unter Benutzung einer verticalen Telegraphenbussole von Hipp. Als Messbatterie dienten sechs grössere Smee-Elemente und als Vergleichswiderstand eine Drahtrolle von 4 S.-E.

Von den beiden Punkten A und B lag der erstere natürlich auf der Verbindnng des 28. mit dem 29. Elemente; der Punkt B dagegen an dem Ende einer Contactkurbel, welche über eine Reihe von eilf Widerständen zu 0,1 S.-E. spielt. Diese Widerstände in den Kreis der Batterie symmetrisch eingeschaltet, waren je aus zwei Spiralen 2^{mm} dicken Kupferdrahtes gebildet und erwärmten sich nur unbedeutend; sie reichten zur Auffindung des Punktes B nur hin, wenn die beiden Lichter nicht zu ungleich brannten.

Statt jedes Lichtes konnten auch Widerstände eingeschaltet werden, um dieselbe Stromstärke wie beim Leuchten der Kohlen zu erzielen. Hierzu standen nur zwei Widerstandskästen mit aufgerollten Drähten von ungefähr 1^{mm} Dicke zur Verfügung. Diese Drähte erhitzten sich ungeheuer, was für den angegebenen Zweck ziemlich gleichgiltig ist. Wollte man jedoch aus den nachfolgenden Messungen nicht nur die elektromotorische Kraft des Lichtbogens, sondern auch seinen allerdings fast verschwindenden Widerstand ableiten, so müsste man den genauen Werth der eingeschalteten Widerstände kennen.

Zur Messung der Stromstärke war in der Hauptleitung eine Tangentenbussole eingeschaltet, welche durch eine Nebenschliessung ausgeschaltet werden konnte. Prof. K. Exner hatte die Güte, diese Bussole abzulesen; der Natur der Sache nach war dies auch mit grossen Schwierigkeiten verbunden, da die Nadel der Bussole meist

mehr Zeit erfordert hätte, um ganz zur Ruhe zu kommen, als die Lichter constant erhalten werden konnten. Leider stand mir kein anderes Ampèremeter mit rascherer Angabe zur Verfügung. Der Holzschnitt (Fig. 2) gibt eine Uebersicht der jetzigen Versuchsanordnung.

Fig. 2.

Mit den beiden Lichtern wurden nun im ganzen folgende 12 Messungen ausgeführt. Die erste Columne enthält die Ordnungszahl des Versuches, die zweite gibt die Stromstärke in Ampère, die dritte den beobachteten Widerstand in Centimeter. Dieser Widerstand wäre noch um den Widerstand der zwei Zuleitungsdrähte zur Brücke zu verringern und dann mit 2 zu multipliciren, um den Widerstand der halben Batterie mehr dem eines Lichtes und der halben Hauptleitung zu erhalten.

8. IV 1885 Nr. 2	7,21 *A*	1,77 *Ω*
3	4,27	1,62
4	4,27	1,62
5	4,49	1,85
8	4,27	1,89
9	4,14	1,70
10	4,49	1,70
11	8,21	1,70
12	4,49	1,85
13	3,46	1,77
14	4,27	1,96
15	4,27	2,15
Mittel	4,33	1,82

Bei Bildung dieses Mittels wurden die Beobachtungen 2, 11 und 13 nicht berücksichtigt, welche in der Stromstärke jedenfalls fehlerhaft sind.

Zwischen diesen Beobachtungen wurden solche angestellt, wo jedes der elektrischen Lichter durch einen Widerstand ersetzt war. Natürlich wurden beide Widerstände gleich gewählt und ist ihre gemeinsame Grösse in der nachfolgenden Aufzählung der Versuche in S.-E. angegeben. Dem früher Gesagten zufolge können aber diese Zahlen wegen der Erwärmung der Drähte zu keinen weiteren Rechnungen benutzt werden.

Nr. 1	8 S.-E.	3,73 A	6,72 Ω
6	6	5,11	5,66
7	7	4,49	6,04
16	7	4,65	6,04
17	8	4,07	6,53
18	8	4,06	7,02
19	7	4,49	6,04
	Mittel	4,37	6,29

Vergleicht man die Mittel beider Versuchsreihen, für welche die Stromstärke gleich ausfällt, so sieht man, dass die beobachteten Widerstände sich um 4,47 Ω, also für eine Hälfte der Hauptleitung um 8,94 Ω unterscheiden. So viel beträgt somit der durch die elektromotörische Gegenkraft eines der elektrischen Lichter compensirte Widerstand. Um daher diese Kraft selbst zu finden, haben wir nur diesen Widerstand mit der Stromstärke zu multipliciren, was eine elektromotorische Kraft von 39 V gibt.

Auf die absolute Grösse der letzten Zahl lege ich natürlich keinen besonderen Werth. Dazu müsste der Versuch mehr als einmal und womöglich mit einer stärkeren Batterie angestellt werden.

Namentlich wäre die Untersuchung auch für andere Körper statt der Kohle durchzuführen.

Die Wirkungsweite von der Molecularkraft der Adhäsion und die Abnahme derselben bei zunehmender Enfernung.

Ergänzende Mittheilung
zu dem Sitzungsberichte der phys. Ges. zu Berlin 1885 Nr. 1 u. 4[1]).

Von

W. Müller-Erzbach.

Während Plateau aus der kleinsten Dicke von Flüssigkeitslamellen für den Radius der Wirkungssphäre der Cohäsion einen kleineren Werth als 0,0000567 ^{mm} ableitete und Leidenfrost aus der mittleren Dicke der dünnsten Seifenblasen ebenso einen kleineren Werth als 0,000886 ^{mm}, fand Mach durch Wägung von Lamellen, die zwischen dünnen Drähten erstarrt waren, als obere Grenze der Fernwirkung für Wasserglas 0,071 ^{mm} und für Colophonium 0,013 ^{mm}. G. Quincke beobachtete, bei welcher Dicke einer Zwischenschicht eine aufliegende und die Schicht nicht benetzende Flüssigkeit nach der Constanz des vorher veränderlichen Randwinkels keinen Einfluss einer unteren Glasplatte mehr erkennen liess und kam zu dem mittleren Werthe von 0,00005 ^{mm} für jenen Radius bei der Wechselwirkung zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten. Derselbe stimmt zwar mit Plateau's Resultat überein, aber ich habe gegen die Methode der Lamellenmessung das principielle Bedenken, dass die Lamellen wegen der in der Flüssigkeit noch überwiegenden und bei der Lostrennung wirksamen Cohäsion erst dann zerreissen, wenn die halbe Lamellendicke unter die Wirkungsweite der Molecularkraft bereits bedeutend zurückgegangen ist. Ausserdem erschienen mir luftförmige Körper mit ihrer grossen Beweglichkeit für eine von festen ausgehende Anziehung empfindlicher als flüssige, und deshalb habe ich die Absorption von Gasen durch feste Körper zur Untersuchung benutzt. Solche Beobachtungen nun führten mich auf ganz unerwartete Resultate, aus denen man schliessen muss, dass die in Betracht kommenden Molecularkräfte nicht nur bei unmittelbarer Berührung wirksam sind, sondern selbst in einem über 30 Mal grösseren

1) Siehe Repert. Bd. 21 p. 407.

Abstande, als ihn Quincke bestimmt hat. Ich habe für meine Versuche keine andere Erklärung auffinden können, und sehe darin eine Bestätigung ihres thatsächlichen Resultats, dass Bunsen[1]) nach einer kürzlich veröffentlichten Mittheilung durch Versuche über die verhältnismässig schwache Absorption des Wasserdampfs an Glasfäden schon Werthe erhalten hat, welche die vierfache Grösse der bisher meist noch für zu gross gehaltenen Quincke'schen Zahl erreichen.

Die Methode der Absorption liess zugleich die Möglichkeit zu, die verschiedenen Schichten der absorbirten Stoffe nach ihrer Dampfspannung zu vergleichen und dadurch einen Anhalt für die Veränderung in der Anziehung bei verschiedener Entfernung zu gewinnen. Für Dämpfe ist das Verfahren in vieler Beziehung leichter ausführbar und da ausserdem nach den Vorversuchen manche Dämpfe sehr stark absorbirt wurden, so habe ich ausschliesslich solche Dämpfe für die vollständiger durchgeführten Versuche verwandt.

Reines pulverförmiges Eisenoxyd, welches durch Erhitzen des gefällten Hydrats bis zu anfangender Rothgluth dargestellt war, hatte nach früherer Mittheilung in einer Menge von 0,300^{g} im Laufe von 9 Tagen 85,5^{mg} Schwefelkohlenstoffdampf absorbirt. In einem anderen Versuche mit 0,486^{g} Eisenoxyd derselben Darstellung wurde in 9 Tagen statt der der vorigen entsprechenden Gewichtszunahme von 143^{mg} eine etwas grössere von 148^{mg} beobachtet, eine Abweichung, die man unzweifelhaft auf die Verschiedenheit der Oberflächenbildung wie der herrschenden Temperatur zurückführen darf. Als ein übrigens gleiches, aber nicht zerriebenes Eisenoxyd zur Absorption benutzt wurde, betrug die Gewichtszunahme 14 % weniger. Die Lebhaftigkeit und Stärke der Absorption ist in hohem Grade von der chemischen Beschaffenheit des Eisenoxyds abhängig, sie war theilweise noch grösser als vorher angegeben und zeigte sich in allen von mir untersuchten Fällen um so schwächer, je schwieriger das Oxyd durch Salzsäure gelöst werden konnte. Von dem sehr schwer löslichen caput mortuum z. B. nahmen 0,224^{g} unter den früheren gleichen Versuchsbedingungen in den sich folgenden Tagen nur 4 — 3 — 1 (in 2 Tagen) — 3 (in 2 Tagen) — 1 (in 2 Tagen) — 0 (in 2 Tagen) — 1^{mg} (in 2 Tagen) Schwefelkohlenstoff auf, während wieder 0,217^{g} eines besonders leicht löslichen Oxyds in 20 Stunden 90^{mg} absorbirten.

Thonerde absorbirt den Schwefelkohlenstoff noch stärker als Eisenoxyd; von einem durch wiederholtes Auflösen und Ausfällen möglichst rein dargestellten und zur Rothgluth erhitzten Präparat zeigten 0,115^{g} am ersten Tage eine Gewichtszunahme von 66^{mg} und an den beiden

1) Wied. Ann. Bd. 24 S. 321.

folgenden Tagen von je einem Milligramm, während sie im ganzen auf 71 mg stieg. Die dem festen Körper ursprünglich anhaftende Luftschicht scheint in allen Fällen verdrängt zu werden und keinen weiteren Einfluss mehr auszuüben.

Durch Vergleichen der gleichzeitigen Gewichtsabnahme gleicher Röhren mit freiem und mit absorbirtem Schwefelkohlenstoff, also aus der verschiedenen Verdampfungsgeschwindigkeit hatte ich nach der für das Messen der Spannkraft des Wassers angegebenen Methode[1]) das Verhältnis für die Dampfspannung des freien und des gebundenen Schwefelkohlenstoffs gesucht. Wegen der hohen Dampfspannung des Schwefelkohlenstoffs waren die Unterschiede viel weniger sichtbar als beim Wasser, aber zuletzt sank doch die Spannung auf 1/5 von der des freien Schwefelkohlenstoffs.

Die nach derselben Methode ermittelte relative Spannung für den von der Thonerde absorbirten Schwefelkohlenstoff ergab bei Wägungen in verschiedenen Zwischenräumen durchschnittlich für sich folgende Viertelstunden die nachstehenden Werthe.

Gewichtsverlust	Relative Spannung
7,5 mg	0,88
6	0,71
5	0,59
4 mal 4,7 = 18,8	0,55
4 mal 4,5 = 18	0,53
4	0,47
3	0,35
2 mal 2 = 4	0,24
1	0,12

Obgleich diese Zahlen, wie oben bemerkt ist, nur als eine erste Annäherung angesehen werden können, so lassen sie doch die grössere Anziehung zwischen Schwefelkohlenstoff und Thonerde im Vergleiche mit dem Eisenoxyd deutlich erkennen.

Die Thonerde absorbirt bekanntlich auch leicht den Wasserdampf aus der Luft und das reine Oxyd nimmt sogar mehr auf als zur Bildung eines Hydrats mit drei Molekülen Wasser erforderlich wäre. Die Dampfspannungen dieses absorbirten Wassers habe ich in drei[2]) Versuchsreihen aus der Verdampfungsgeschwindigkeit bestimmt und keinmal eine grössere Abweichung in der relativen Spannung als 0,29 statt 0,26 bei gleichem Procentsatz an Wasser beobachtet. Eine der Reihen ist die folgende.

1) Wied. Ann. Bd. 23 S. 607.

2) Wied. Ann. Bd. 25 S. 337.

Gewicht der Thonerde	Gewicht des absorbirten Wassers	Relative Dampfspannung	Der Dampfspannung entsprechender mittlerer Wassergehalt
0,280 g	0,124 g	0,77	42,5 %
		0,60	38,9
		0,55	35,7
		0,51	32,5
		0,47	29,4
		0,44	23,9
		0,38	19,3
		0,29	17,2
		0,21	14,3
		0,11	13,2
		0,08	11,4
		0,05	10,2
		0,025	9,3
		0,014	8,6
		0,006	8,0
		0,003	7,3

Weil für geringe Spannungen meine Bestimmungsmethode durch die Verdunstung aus der Vergleichsröhre, welche unverbundenes Wasser enthält, unbrauchbar wird, so habe ich für diese Messungen jene zweite Röhre in eine andere Flasche gebracht, welche derselben Temperatur ausgesetzt war. Es bleiben aber trotzdem wegen des Gegendrucks der im Versuchsgefässe restirenden Feuchtigkeit die Werthe von 0,05 an abwärts weniger zuverlässig. Die Zunahme der relativen Spannung mit zunehmendem Gewicht des absorbirten Wassers ergibt sich aus den gefundenen Zahlen mit der grössten Deutlichkeit, sie ist continuirlich und lässt sich, von den anfänglichen Veränderungen abgesehen, überall leicht verfolgen. Nur für die ersten Spannungen der obersten Schicht, welche wahrscheinlich für geringe Mengen des absorbirten Wassers bis nahe an diejenigen des freien Wassers hinaufreichen, ist die Mittelzahl wegen der anfänglichen grossen Veränderlichkeit der Werthe erst aus weiteren Beobachtungen an grösseren Mengen festzustellen. Ich habe deshalb für alle weiteren Folgerungen den ersten Werth zunächst ausgeschlossen.

Die Absorption des dampfförmigen Schwefelkohlenstoffs oder Wassers vollzieht sich also mit stetiger Abnahme und allmählichem Abschluss genau wie diejenige eines gewöhnlichen Gases. Die Anziehung geht von den absorbirenden Oxyden aus und die Annahme, dass die zuerst verdichtete Schicht, z. B. des Schwefelkohlenstoffs, für sich allein die folgenden anziehen sollte[1]), lässt sich nicht mit der Thatsache vereinigen, dass die Aufnahme des Schwefelkohlenstoffs schliesslich aufhört

1) Repert. Bd. 21 S. 411.

und dass sie ausserdem mit so deutlich hervortretender Abstufung abnimmt.

Um aber jenen Einwand noch weiter zu widerlegen, habe ich den Versuch gemacht, zwei Absorptionsschichten übereinander zu legen, und das ist mir, wie ich glaube, beim Eisenoxyd wie bei der Thonerde wirklich gelungen. Eine mit Wasserdampf ziemlich gesättigte Thonerde nahm auch noch etwas Schwefelkohlenstoff auf und die Menge dieses Schwefelkohlenstoffs wurde um so grösser, je mehr von dem schon absorbirten Wasser vorher entfernt war. Ich prüfte in der früheren Weise die Spannung bei der mit Wasser und nachträglich mit Schwefelkohlenstoff beladenen Thonerde, fand aber nur die stärkste unter den Spannungen, welche ich vorher an dem von der Thonerde absorbirten Schwefelkohlenstoff festgestellt hatte. So schloss ich auf eine Lagerung des Schwefelkohlenstoffs über und an der Grenze, vielleicht theilweise in die äusserste Schicht des absorbirten Wassers. Je dicker diese Wasserschicht, desto dünner ist die des Schwefelkohlenstoffs, und so beobachtet man eine stetige und directe Wechselwirkung zwischen der Thonerde und der äussersten Schicht des absorbirten Dampfes, während secundäre Veränderungen auf keine Weise angezeigt sind.

Dass der Vorgang nicht als Diffusionsbewegung aufzufassen ist, liess sich durch sofortige Abscheidung des Schwefelkohlenstoffs in Tropfenform nachweisen, wenn die Oxyde nach der Absorption in Wasser geworfen wurden. Die bei weitem grösste Menge desselben liegt demnach an der Oberfläche der Oxyde, und nach diesem Verhalten derselben erweist sich die von Kayser für den hier vorliegenden speciellen Vorgang gewählte Bezeichnung „Adsorption“ als principiell berechtigt.

Obgleich nun die Adhäsion nicht nur bei unmittelbarer Berührung, sondern auch bis zu messbarer Entfernung wirksam ist, so lässt sich doch die absolute Grösse dieses Abstandes durch die ausgeführten Versuche nicht feststellen und man kann höchstens Grenzwerthe dafür aufsuchen. Um einen solchen zunächst für die Wechselwirkung zwischen Eisenoxyd und Schwefelkohlenstoff zu bestimmen, ist zu beachten, dass die grösste Menge des absorbirten Schwefelkohlenstoffs jedenfalls fest ist und seine Dichtigkeit nach der Analogie von chemisch gebundenem Wasser nicht viel grösser angenommen werden darf, als die des freien Schwefelkohlenstoffs. Das von wasserhaltigen Salzen chemisch aufgenommene Wasser zeigt fast in keinem Falle eine 25 % überschreitende Contraction, und wenn man eine solche für den Schwefelkohlenstoff in Anrechnung bringt, so würde das specifische Gewicht desselben 1,60 statt 1,27 betragen und man hätte nun noch die

Oberfläche des absorbirenden Eisenoxyds auszumessen. Das ist jedoch unmöglich und ich habe deshalb statt dessen mit Hilfe des Mikroskops eine hoch gegriffene Maximalgrenze von 54000^{qmm} festgestellt[1]). Nach Bunsen hatten die für seine Absorptionsversuche benutzten Glasfäden von 0,016^{mm} mittleren Durchmessers auf 1^{g} eine Oberfläche von 0,0945^{qm}, und das wäre mit Berücksichtigung der Verschiedenheit der specifischen Gewichte fast vier Mal weniger als hier für das Eisenoxyd in Anrechnung gebracht ist. Auf der berechneten Fläche von 54000^{qmm} würden selbst bei der angenommenen starken Verdichtung 55^{cmm} Schwefelkohlenstoff liegen, so dass die Dicke der Schicht 0,001^{mm} betragen müsste. Bis auf einen so grossen Abstand mindestens, der die Dimensionen der Moleküle weiter übertrifft als der Abstand des Neptun den Sonnendurchmesser, vermag demnach das Eisenoxyd die Moleküle des Schwefelkohlenstoffs durch die gegenseitige Adhäsion zu binden. Setzt man für die Thonerde eine gleiche Zertheilung voraus wie für das Eisenoxyd, so wäre ihre Oberfläche wegen des geringeren specifischen Gewichts etwas grösser und man würde so für die oben erwähnten 0,280^{g} eine Fläche von 65000^{qmm} erhalten, welche von dem verdichteten Wasser in einer mindestens 0,0015^{mm} hohen Schicht bedeckt wäre. Fast genau die gleiche Höhe, 0,0017^{mm}, ergibt die Rechnung für die Bedeckung der Thonerde mit Schwefelkohlenstoff, während Bunsen, wie bereits oben bemerkt, schon für die Bedeckung des das Wasser viel schwächer anziehenden Glases eine Dicke der aufliegenden Schicht von 0,00023^{mm} aus seinen Beobachtungen direct abgeleitet hat.

Um auch die obere Grenze für die Fernwirkung der hier wirksamen Molecularkraft zu bestimmen, nehme ich an, die Gesammtmasse der 0,280^{g} Thonerde wäre in der Form einer Kugel gegeben und finde dann den Radius derselben 2,581^{mm} lang. Nach der Bedeckung mit 124^{mg} Wasser, welche nicht weiter verdichtet sein sollen, wächst der Radius bis 3,604^{mm}, so dass 1,23^{mm} die obere Grenze oder die Entfernung bezeichnet, welche die Adhäsionskraft nicht erreicht.

Durch die grosse Gleichmässigkeit in der Veränderung der Dampfspannungen bei dem von der Thonerde absorbirten Wasser wurde ich veranlasst, das Verhältnis der Spannungen zu dem der Entfernungen weiter zu verfolgen. Das Gesetz darüber durch eine mathematische Formel auszudrücken wird dadurch erschwert, dass man die Oberflächenform der absorbirenden Thonerde nicht kennt, und ausserdem ist auch das Kraftmaass nicht ohne weiteres gegeben. Wenn man aber annehmen darf, dass die Thonerde meist von einer nahezu gleich hohen und ihrer Oberfläche parallelen Schicht von Wasser bedeckt

1) Repert. Bd. 21 S. 409.

wird, und wenn man die verschiedenen Höhen der Wasserschichten gleich ihrer Spannung mit x_1, x_2, x_3 u. s. w., die halben Durchmesser der Thonerdepartikel in irgend einer Richtung mit d_1, d_2, $d_3 \cdots$ bezeichnet, so werden die Verhältnisse der Volumina von den ähnlichen Pyramiden durch $\frac{(d_1 + x_1)^3}{d_1^3}$, $\frac{(d_2 + x_1)^3}{d_2^3} \cdots$ ausgedrückt. Diese Verhältnisse sind zwar für verschiedene Richtungen der Durchmesser nicht gleich, aber es gibt einen mittleren Werth d von solcher Grösse und man kann ihn ohne weitere Ableitung substituiren, dass $\frac{(d + x_1)^3}{d^3}$ dem Quotienten aus dem Gesammtvolumen mit Einschluss des absorbirten Wassers durch das Volumen der Thonerde allein gleich wird. Nachdem ein Theil des Wassers verdunstet ist, gilt für eine folgende Schicht gleicher Spannung, eine zweite Niveaufläche von höherem Potential, das entsprechende Verhältnis $\frac{(d + x_2)^3}{d^3}$. Ersetzt man dann das Gewicht der Thonerde durch dasjenige (w) eines gleich grossen Wasservolumens und bezeichnet die mittleren Gewichte der gleich stark verdunstenden Wassermengen mit a_1, $a_2 \cdots$, so erhält man die Gleichungen $\frac{(d + x_1)^3}{d^3} = \frac{(w + a_1)}{w}$ und $\frac{(d + x_2)^3}{d^3} = \frac{w + a_2}{w}$, und es ist dann das Verhältnis der Entfernung der Niveauflächen oder der Höhen der Wasserschichten $\frac{x_1}{x_2} = \frac{\sqrt[3]{w + a_1} - \sqrt[3]{w}}{\sqrt[3]{w + a_2} - \sqrt[3]{w}}$. Die Abweichungen, welche bei den einzelnen kleineren und grösseren Partikeln von dem Mittelwerth $\frac{x_1}{x_2}$ vorkommen, werden dadurch noch geringer, dass nach der früheren Ausführung die Tragweite der Absorption gegen die Dimensionen der Thonerdestückchen nicht als verschwindend klein anzusehen ist, so dass man die dem grösseren Stücke aufliegende Wasserschicht gleicher Spannung für eine dickere halten muss. Diese Verdickung erfolgt aber vorzugsweise bei den unteren Schichten und es werden dadurch die Entfernungsverhältnisse auf den grösseren und kleineren Partikeln einander und dem durch die Rechnung angegebenen näher gebracht. Setzt man nun die Zahlen für die zweite Schicht, in welcher die Spannung zuerst genau bestimmt werden kann, an die Spitze und berechnet die der Kugelform entsprechenden Entfernungen nach den vorstehenden Formeln, so erhält man für zwei Versuchsreihen folgende Werthe.

Relative Spannung	Entfernung	Relative Spannung	Entfernung
0,60	1	0,60	1
0,55	0,93	0,55	0,92
0,47	0,80	0,51	0,81
0,44	0,68	0,44	0,71
0,38	0,56	0,41	0,61
0,29	0,51	0,34	0,54
0,21	0,44	0,22	0,48
0,11	0,41	0,18	0,44
0,08	0,37	0,09	0,39
0,05	0,33	0,05	0,38
0,025	0,28	0,03	0,34
0,014	0,26	0,0017	0,235
0,006	0,26		
0,003	0,25		

In der ersten Reihe waren von 280^{mg} Thonerde 124^{mg} Wasser, in der zweiten Reihe von 176^{mg} einer stärker erhitzten Thonerde von geringerem Gehalt an Hydratwasser 86^{mg} Wasser absorbirt. Trotz dieser Unterschiede ist die Uebereinstimmung beider Reihen eine so grosse, dass sie über den nahen Zusammenhang zwischen der Abnahme von Entfernung, wie sie hier berechnet ist, und Spannung keinen Zweifel lässt. Bestimmt man das Verhältnis der Entfernungen unter der Voraussetzung, dass wegen der relativ grossen Oberfläche die Dicke der Schichten den Gewichtsmengen einfach proportional ist, so findet man für die erste Reihe, die ich wegen der grösseren Menge der dabei verwandten Substanz für genauer halte, die mittleren Abstände der nach den Spannungszahlen abgegrenzten Schichten durch folgende Zahlen ausgedrückt: 1 — 0,92 — 0,76 — 0,62 — 0,50 — 0,44 — 0,38 — 0,33 — 0,29 — 0,26 — 0,22 — 0,20 — 0,20 — 0,19. Dieselben können als untere Grenzen angesehen werden, welche nur wegen der nach dem Abstande verschiedenen Contraction des Wassers noch etwas verändert werden müssten, während vorher, wo ebenfalls die Contraction des Wassers nicht berücksichtigt wird, die Verhältnisse auch deshalb mehr nach den oberen Grenzen der Entfernungen angegeben sind. Beide Reihen weichen aber nicht stark von einander ab, und dadurch gewinnen die an die erstere angeschlossenen Folgerungen grössere Sicherheit.

Wenn man die Adhäsion des Wassers durch den Verlust an Dampfspannung misst, den es bei der Absorption erleidet, oder durch den Ausdruck $1-s$, wenn s die relative Spannung bedeutet, so liegen die Kraftwerthe zwischen den Grenzen 0,40 und 1. Es wird jedoch dabei vorausgesetzt, dass alle Spannungsverluste gleichwerthig sind und das ist auch wahrscheinlich für geringere Spannungsverminderungen richtig, die nach Wüllner den Gewichten gelöster Salze proportional sind, aber für die letzten Spannungsreste scheint jene Voraussetzung

nicht mehr zuzutreffen, denn es sind zu ihrer Aufhebung beispielsweise unverhältnismässig grössere Mengen an Schwefelsäure erforderlich, und auch für eine concentrirte Kalilösung hat die Regel der Proportionalität keine Giltigkeit mehr, wie eine einfache Rechnung beweist. Thatsächlich erhält man bei der Messung nach $1-s$ für zwei Drittel des absorbirten Wassers annähernd die Anziehung umgekehrt proportional der Entfernung, aber nachher wird die Zunahme des Kraftwerthes fast Null. Durch Erhöhung der Temperatur ergeben sich zwar wieder grössere Zahlen für $1-s$, aber die Adhäsionskräfte sind dann selbst andere geworden und mit denen von gewöhnlicher Temperatur nicht mehr ohne weiteres vergleichbar. Wollte man den Ausdruck $\frac{1}{s}-1$ als Maassstab benutzen, welcher ebenfalls für die relative Spannung 1 den Werth 0 anzeigt und zwar für grössere, aber nicht für kleinere Spannungen wässriger Lösungen der Proportionalität zu den Spannungsverminderungen annähernd genügt, so würde man schliesslich für kleinere Werthe von s mit demselben im geometrischen und nicht im arithmetischen Verhältnisse der Spannungsabnahme steigende Resultate erhalten, für deren Richtigkeit kein weiterer Anhalt gegeben ist. Eine von van't Hoff[1]) aus der Vergleichung des bei Salzlösungen beobachteten endosmotischen Drucks mit ihrer Dampfspannung abgeleitete Formel bestimmt die chemische Anziehung nach Atmosphären durch den Ausdruck $10{,}5\,T\log\frac{S}{S_s}$, in welchem T die absolute Temperatur, S die Spannkraft des freien und S_s die des gebundenen Wassers bedeuten. Dieselbe enthält den mit $\frac{1}{s}$ gleichen Werth $\frac{S}{S_s}$, aber die Resultate wachsen nur mit der Differenz der Logarithmen und demnach langsamer. Obgleich nun die Ableitung der Formel nicht einwurfsfrei[2]) ist, so gibt sie doch einen Maassstab, der im Vergleiche zu anderen den Vorzug hat, dass er bei den an einer Zuckerlösung thatsächlich ausgeführten Druckmessungen für verschiedene Temperaturen Werthe ergab, die innerhalb der allerdings weiten Grenze der Beobachtungsfehler mit den berechneten übereinstimmten. Für ganz kleine Werthe von S_s liefert die Formel ebenso wie der Ausdruck $\frac{1}{s}$ eine sehr grosse und schliesslich eine unendlich grosse Zahl von Atmosphären, während doch thatsächlich die Adhäsion auch nach dem vollständigen Aufhören der Spannung leicht durch stärkeres Erwärmen aufgehoben werden kann. Daher empfiehlt es sich, beim Vergleichen

1) Etudes de dynam. chimique p. 183.

2) Wied. Ann. Bd. 25 S. 337.

der gefundenen Resultate diejenigen auszuschliessen, welche von den kleinsten Spannungen abgeleitet sind. Für die Auswerthung der letzteren erscheint mir die Menge der zu gleicher Spannungsverminderung für ein constantes Wassergewicht erforderlichen Schwefelsäure am unmittelbarsten gegeben, und ich finde darin überhaupt bei der gegenwärtigen Sachlage das zuverlässigste Maass für die Stärke der Anziehung vom Wasser. Nimmt man die Verbindung H_2SO_4 als in der verdünnten Säure wirksame Substanz an, so findet man die Proportionalität der Spannungsabnahme mit den Gewichtsmengen wenigstens annähernd bis zur relativen Spannung $^1/_5$, nachher wachsen die Gewichte der Schwefelsäure ungleich stärker.

Zur möglichst genauen Prüfung der Beziehung zwischen Entfernung und Anziehung habe ich nun zunächst in der nachstehenden Zusammenstellung alle die verschiedenen Maasse für die Anziehung des Wassers nebeneinander benutzt.

Mittlere Entfernung der Schichten	Quadrate der Entfernung	Anziehung nach dem Spannungsverluste $1-s$	Anziehung nach van't Hoff	Anziehung nach den Mengen der gleich wirksamen Schwefelsäure	Reciproke Werthe nach den drei vorhergehenden Reihen mit $\frac{1}{0,40}$ als Einheit	$\frac{1}{67,1}$ als Einheit	$\frac{1}{63,9}$ als Einheit
1	1	0,40	671 Atm.	63,9	1	1	1
0,93	0,86	0,45	786	69,8	0,89	0,86	0,90
0,80	0,64	0,53	992	80,8	0,76	0,68	0,79
0,68	0,46	0,56	1080	86,2	0,71	0,62	0,74
0,56	0,31	0,62	1270	97,6	0,61	0,53	0,65
0,51	0,26	0,71	1626	116,9	0,56	0,41	0,55
0,44	0,19	0,79	2050	127,1	0,52	0,32	0,50
0,41	0,17	0,89	2899	197,6	0,45	0,23	0,32
0,37	0,14	0,92	3316	233,3	0,44	0,20	0,28
0,33	0,11	0,95	3934	271,8	0,42	0,17	0,23
0,28	0,08	0,975	4838	405,1	0,41	0,14	0,15
0,26	0,07	0,986	5594	499,2	0,41	0,12	0,128
0,26	0,07	0,994	6712	640,8	0,40	0,10	0,10
0,25	0,06	0,997	7620		0,40	0,09	

Der leichteren Uebersicht wegen sind für die mit der Entfernung abnehmenden Anziehungskräfte die reciproken Werthe der nach verschiedenen Methoden berechneten Maasszahlen und die Quadratzahlen für die Entfernungen hinzugefügt. Für die erste Hälfte des verdunstenden Wassers wird das Verhältnis der Anziehungskräfte nach

allen drei Bestimmungsarten ziemlich übereinstimmend gefunden, für die zweite aber, bei der doch der störende Einfluss der Verschiedenheit der Zwischenräume an der absorbirenden Oberfläche abnimmt, weichen trotzdem die dem Spannungsverluste ohne weiteres entnommenen Werthe ganz bedeutend von den anderen ab. Den Grund davon sehe ich, wie bereits bemerkt, darin, dass die letzten Spannungsreste nach dem Beispiel der wasserhaltigen Schwefelsäure nur durch ungleich stärkere Anziehungskräfte aufgehoben werden als die ersten. Sie repräsentiren deshalb grössere Kraftwerthe, und daher wird das erste Kräftemaass an dieser Grenze unzweifelhaft unbrauchbar. Die beiden anderen Maasse aber ergeben nach den zwei letzten Verticalreihen vom Anfang bis zum Ende eine bei ihrer principiellen Verschiedenheit sehr beachtenswerthe Uebereinstimmung. Dass die constante Menge von 100 Gewichtstheilen Wsser durch hinzutretende Schwefelsäure proportional deren Masse gebunden wird, würde man a priori noch leichter zuzugeben geneigt sein, wenn die Entfernung zwischen den beiden reagirenden Stoffen in allen Fällen dieselbe bliebe; darüber aber ist uns nichts bekannt, da sowohl die Abstände zwischen den Molekülen als auch bei einer Vergrösserung der wirksamen Molecularmasse innerhalb derselben wachsen können. Trotzdem lässt sich nicht in Abrede stellen, dass ein Resultat, welches nach zwei verschiedenen und innerhalb gewisser Grenzen experimentell bewährten Messungsmethoden übereinstimmend gefunden wird, als ein durchaus wahrscheinliches angesehen werden muss. Der wichtigste Theil dieses Resultats ist aber der, dass die Adhäsion des Wassers um so langsamer abnimmt, je mehr seine Entfernung von der absorbirenden Thonerde wächst. In der vorletzten Verticalreihe sind die einzelnen Glieder zwar durchschnittlich und annähernd der $1\frac{1}{2}$ fachen Potenz der Entfernung proportional, aber wenn man z. B. für die neun letzten die Exponenten jener Potenz einzeln berechnet, so erhält man der Reihe nach die Werthe 1,33 — 1,39 — 1,64 — 1,62 — 1,60 — 1,55 — 1,57 — 1,71 — 1,74, die im ganzen entschieden eine steigende Tendenz haben. Weil Regnault's Messungen auf concentrirtere Säuren als die Verbindungen $H_2SO_4 + H_2O$ nicht ausgedehnt sind, so war das der Entfernung 0,25 entsprechende Glied der letzten Reihe nicht zu bestimmen, die sechs vorhergehenden werden erhalten, wenn man den zugehörigen Entfernungen die Zahlen 1,26 — 1,29 — 1,33 — 1,49 — 1,53 — 1,71 als Exponenten hinzusetzt, und diese Zahlen weisen noch bestimmter als die der vorhergehenden Reihe auf den gleichen Satz hin, dass die Anziehungen nicht einfach central wirken, sondern bei geringeren Entfernungen nach höheren Potenzen derselben abnehmen. Durch den Spannungsverlust des vom Glase absorbirten Wassers wurde Bunsen

in einer abweichenden Untersuchungsweise auf eine ähnliche Folgerung für die Adhäsion geführt, letztere wird dabei zwar bei verschiedener Temperatur verglichen, aber das Wachsen der abgeleiteten Exponenten ist so bedeutend, dass in Verbindung mit meinen Beobachtungen bei constanter Temperatur die Thatsache jener Zunahme die grösste Wahrscheinlichkeit für sich gewinnt.

Bei der Ansicht von der schliesslichen langsamen Abnahme der Absorptionskraft könnte es zunächst befremden, dass dabei die absorbirte Schicht überhaupt nicht dicker wird, aber das erklärt sich sofort, wenn man bedenkt, dass für die Absorption neben einer schwachen Cohäsion die Gegenwirkung der lebendigen Kraft des Wasserdampfes zu überwinden ist, und dass der Vorgang genau an der Grenze aufhören muss, wo die kinetische Energie des Gases überwiegend wird. Diese Grenze ist nun jedenfalls wegen des allmählichen Ueberganges des absorbirten Wassers in den Gaszustand für die obersten Schichten etwas weiter entfernt anzunehmen als sie aus meiner Rechnung sich ergibt. Deshalb sind auch dort die Entfernungen entsprechend abweichend, nämlich nach aussen zunehmend anzusehen, und es tritt dann die vorher ausgesprochene Regel über die Zunahme der Exponenten für das erste Glied der Reihe S. 545 ebenso deutlich hervor, wie für die übrigen.

Als wichtigste Resultate der Untersuchung hebe ich die beiden folgenden hervor:

1. Durch Absorption bedeckt sich Thonerde bis zu einer Höhe von mindestens $0{,}0015^{mm}$ mit verdichtetem Wasser und bis $0{,}0017^{mm}$ mit verdichtetem Schwefelkohlenstoff.
2. Die Anziehung des absorbirten Wassers nimmt mit abnehmender Entfernung nach immer höheren Potenzen derselben ab.

Bremen im Juni 1885.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 5. Mai 1885.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. K. Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Es sprach Herr Hofrath Prof. Dr. J. Stefan „Ueber die Grösse der Moleküle" und zum Schlusse zeigte Herr Prof. Dr. W. Pscheidl einen Apparat zur Demonstration der Gesetze der Fliehkraft.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.

Dr. Ernst Lecher, Secretär.

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 2. Juni 1885.

Vorsitzender: Prof. Dr. K. Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Vorträge wurden gehalten von Hofrath Prof. Dr. T. v. Oppolzer „Ueber die Beschlüsse der römischen und washingtoner Conferenz bezüglich der Einführung eines Normalmeridians und der Weltzeit", ferner von Prof. Dr. Sigm. Exner:

Ueber ein Mikrorefractometer[1]).

Seit längerer Zeit mit Untersuchungen über die optischen Eigenschaften der Muskelfasern beschäftigt, benutze ich einen kleinen Apparat, dem ich den obigen Namen beilegen will, und der mir als Hilfsapparat zum Studium gewisser Fragen auf dem Gebiete der Mikroskopie empfehlenswerth erscheint. Ich gebe im folgenden eine Beschreibung seiner Einrichtung und seiner Wirkung; über die Versuche, zu deren Zwecken er construirt wurde, werde ich später berichten.

Entfernt man sein Auge von dem Ocular eines z. B. auf Blutkörperchen eingestellten Mikroskopes um 2—3^{cm} und schiebt allmählich in einer passenden Entfernung zwischen Ocular und Auge ein Kartenblatt ein, so kann der Rand desselben ziemlich nahe an die Axe des Mikroskopes heranrücken, ehe eine Verdunkelung des Sehfeldes eintritt; ist er aber etwas über die Axe vorgerückt, so ist die Verdunkelung eine vollkommene. Zwischen diesen beiden Stellungen des Kartenblattes zeigt das Sehfeld ein eigenthümliches Aussehen; es ist auf einer Seite blau, auf der anderen mehr oder weniger orange gefärbt und die Blutkörperchen heben sich reliefartig, anscheinend mit scharfen Lichtern und Schatten vom halbverdunkelten Grunde ab[2]). Um diesen einfachen Versuch mit gutem Erfolg auszuführen, ist nur nöthig, das Kartenblatt in der richtigen Höhe über dem Ocular zu halten, und diese richtige Höhe ist durch den hellen Punkt gegeben, auf welchen

---

1) Vgl. die vollständige Mittheilung im Archiv für mikroskop. Anat. Bd. 25

2) Aehnlich wie bei gewissen Arten der schiefen Beleuchtung.

das mikroskopische Bild zusammen zu schrumpfen scheint, wenn man sein Auge vom Ocular des Mikroskopes bis auf deutliche Sehweite entfernt.

Der Apparat, von dem ich spreche, besteht nun in nichts anderem, als einen passend montirten Schirm, der die Stelle des Kartenblattes vertritt, und seine Wirkung ist die, dass er schon geringe Abweichungen der Lichtstrahlen von ihrem normalen Gang durch das Mikroskop erkennen lässt. Letzteres ermöglicht je nach den Prämissen zweierlei.

Erstens, wenn es bekannt ist, ob der Brechungsindex des mikroskopisch gesehenen Objectes (z. B. einer Zelle) grösser oder kleiner ist, als der der umgebenden Substanz, lässt sich, mit grösserer Sicherheit als bisher, ein Schluss auf das Relief des Objectes ziehen; gewöhnlich springt dieses Relief in die Augen, die Dinge sehen körperlich aus als wären sie von einer Seite her scharf beleuchtet, wie dies beistehende Fig. 1 von einem Blutkörperchen des Frosches zeigt.



Fig. 1.

Zweitens, wenn die Form des Objectes wenigstens so weit bekannt ist, dass man für eine Stelle desselben weiss, nach welcher Seite hin dasselbe an Dicke zu- oder abnimmt[1]) (es ist mir kein Fall gegenwärtig, in welchem der Mikroskopiker das anzugeben nicht in der Lage wäre), lässt sich feststellen, ob der Brechungsindex des Objectes oder der der umgebenden Substanz ein grösserer ist. Es kann hieran, wie ich sogleich zeigen werde, eine Methode geknüpft werden, wenigstens in vielen Fällen den Brechungsindex eines mikroskopischen Objectes mit ziemlicher Genauigkeit zu bestimmen, d. h. diesen Apparat als Mikrorefractometer zu benutzen.

Der sachkundige Leser wird schon erkannt haben, dass es sich hier um eine Anwendung jenes optischen Principes handelt, welches in der Benutzung der unregelmässig gebrochenen Strahlen zur Entwerfung eines Bildes besteht und seine bekannteste Anwendung in Töpler's Schlierenapparat[2]) gefunden hat. Da nicht Jedermann dieses Princip geläufig sein dürfte, will ich es, gleich mit Anwendung auf unseren speciellen Fall, kurz erläutern.

In Fig. 2 stelle F das sog. Objectivsystem, C die Collectiv- und O die Ocularlinse eines Mikroskopes dar, A sei das Auge, xy die

1) Die Dicke auf die Richtung der Mikroskopaxe bezogen.

2) Töpler, Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode. Bonn 1854.

Axe des ganzen optischen Systemes. Von einem entfernten hellen Punkte werde durch den Planspiegel des Mikroskopes reflectirt, ein Cylinder paralleler Strahlen (*a*, *b*) auf die Frontlinse geworfen. Die Strahlen nehmen den durch die ausgezogenen Linien eingeschlossenen Weg. Sie werden also zwei Mal in einem Punkt vereinigt. Der erste derselben liegt hart über dem Objectivsystem; man sieht ihn an jedem Mikroskope, wenn man nach Entfernung der Ocularlinse in den Tubus blickt. Der zweite Vereinigungspunkt liegt über dem Ocular, man kann auch ihn, wie schon erwähnt, ohne Weiteres sehen.

Nun sei in *c* ein Object, auf welches das Mikroskop eingestellt ist. Würde dasselbe etwa mit auffallendem Lichte beleuchtet sein, so würden die von je einem Punkte desselben ausgehenden Strahlen den durch die gestrichelte Linie schematisirten Weg machen und bei *y* zu einem aufrechten Bilde führen. Ist *c* aber durchsichtig, wie dieses bei den hier in Betracht kommenden Objecten der Fall zu sein pflegt, so gibt es keine Strahlen dieser Art. Es kommen nur Strahlen, die durch das Object hindurchgegangen sind, in Betracht. Die punktirt gezeichneten *d* und *e* seien zwei solche, dem beleuchtenden Lichte angehörige Strahlen. Gesetzt, das Object *e* bestehe aus einer stärker brechenden Substanz als seine Umgebung und sei am Rande dünner als in der Mitte, dann werden sie in der gezeichneten Weise von ihrem Wege abgelenkt werden. Nach ihrem weiteren Verlaufe durch das optische System, den ich in der Abbildung gezeichnet habe, werden sie zur Erzeugung des Bildes auf der Netzhaut beitragen, da sie durch das eingestellte Object hindurchgegangen sind.

Fig. 2.

Man bemerkt, dass an dem Punkte, an welchem der Schirm *S* in den Weg der Lichtstrahlen vorgeschoben wird, der Strahl, der durch die Spitze des Pfeiles gegangen ist (in der Abbildung), links, und der durch die Federn des Pfeiles gegangen ist, rechts vom Brennpunkt des Mikroskopes verläuft. Schiebt man nun den Schirm vor (in der Zeichnung von rechts nach links), so blendet er erst die Fortsetzung des Strahles *e* ab, es wird also das Object auf der scheinbar dem Schirm gegenüberliegenden

Seite dunkel werden; kommt der Schirm bis an den Brennpunkt, so verdunkelt sich das Sehfeld, nur der Strahl *d* wird in seinem Verlaufe noch nicht alterirt. Es wird also die dem Schirm scheinbar zugewendete Seite des Objectes immer noch hell erscheinen. Ist die Stellung des Schirmes so, dass die Verdunkelung des Sehfeldes keine vollständige ist, so tritt das Object auf der einen Seite hell, auf der anderen dunkel hervor.

Die Farben, in welchen das Sehfeld in diesem Falle erscheint, rühren von der chromatischen Abweichung her. Da der Brennpunkt der rothen Strahlen dem Auge näher als der der violetten liegt, so blendet der Schirm bei einer Lage zwischen diesen beiden Brennpunkten von der einen Hälfte des Sehfeldes vorwiegend die langwelligen, von der anderen vorwiegend die kurzwelligen Strahlen ab. Deshalb erscheint die dem Schirm scheinbar zugewendete Hälfte desselben blau, die andere orange.

Der Apparat selbst ist in Fig. 2 durchschnitten und vergrössert dargestellt. Ueber dem Ocular (*O*) des Mikroskopes ist ein Kästchen

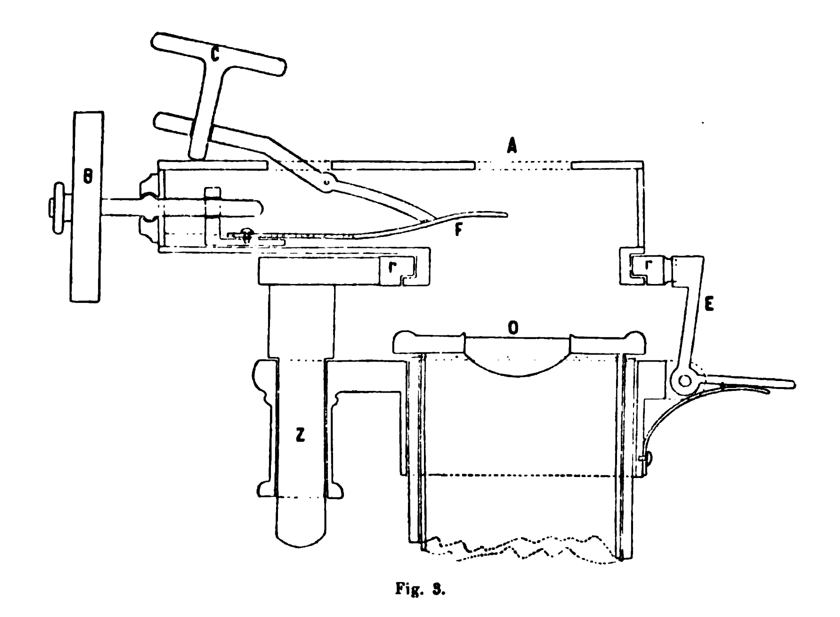


Fig. 3.

angebracht. Eine Oeffnung (*A*) in seiner oberen Wand erlaubt durch dasselbe, wie durch ein Ocular, ins Mikroskop hineinzublicken. Unter dieser Oeffnung befindet sich ein Schirm (*F*), der aus einem breiten nach oben federndem Stahlband besteht, er kann durch die Schraube *B* in einer Schlittenvorrichtung vor- und rückwärts geschoben und durch die Schraube *C* gehoben oder gesenkt werden.

Das ganze Kästchen ist in einem Ring, der in der Zeichnung als Durchschnitt *r*, *r* erscheint, um die Axe des Mikroskopes drehbar, wird von diesem Ring getragen und ist durch ihn unter Vermittelung eines federnden und klemmbaren Rohrstückes an den Tubus des Mikroskopes befestigt. Um mit einem Handgriff das Apparatchen vom Ocular entfernen und frei ins Mikroskop blicken zu können, bewegt sich das Ganze in einem drehbaren Zapfen (Z) und ist mit einer Einschnappvorrichtung (E) versehen[1]).

Zur Beleuchtung benutzte ich einen Gasrundbrenner, dessen Cylinder aus einer weissen bodenlosen Thonzelle, wie man solche zu galvanischen Elementen verwendet, bestand, und der aussen noch mit einem Cylinder aus Schwarzblech umgeben war. Eine runde Oeffnung von ca. 1^{cm} Durchmesser liess die Flamme sehen und bildete dann in der Entfernung von 1^{m} eine gute Lichtquelle. Es ist aber für die meisten Zwecke diese Vorrichtung unnöthig, die ganz gewöhnliche Beleuchtung des Mikroskopes mit Himmelslicht und Concavspiegel zeigt die Erscheinungen, besonders wenn man das Mikroskop in einiger Entfernung vom Fenster aufstellt, vortrefflich, ja in gewisser Beziehung besser, weil die bei Benutzung des Lichtpunktes auftretenden Beugungserscheinungen wegfallen.

Bei starken Vergrösserungen (über Hartnack Obj. VIII) werden die Bilder zu lichtschwach. Ich versuchte in diesen Fällen elektrische Beleuchtung anzuwenden. Glühlampen gewöhnlicher Art (von der Construction Swan) geben, wie zu erwarten war, keine nennenswerth grösseren Helligkeiten als Gaslicht, und eine Bogenlampe gab zwar auch für die stärksten Wasserimmersionen (Hartnack XV) genügend Licht, doch sind die Beugungserscheinungen dann schon so störend, dass wenigstens in dieser Form an eine praktische Verwerthung des Bogenlichtes nicht gedacht werden kann.

Die vorliegende Mittheilung war schon abgeschlossen, als ich eine Abhandlung Töpler's[2]) fand, in welcher er sein Princip der Schlierenbeobachtung auf das Mikroskop anwendete. Seine Vorrichtung, im Constructionsplan mit der meinen übereinstimmend, unterscheidet sich von dieser besonders dadurch, dass er den Schirm nicht über dem Ocular, sondern entsprechend dem andern Vereinigungspunkt der Strahlen über dem Objectiv, also an der Stelle *p* der Fig. 2 einschiebt. Es geschieht dieses mit Hilfe eines Zwischenstückes, das oberhalb des Objectivsystemes eingeschaltet wird. Der Schirm ist nicht nach auf-

---

1) Der Apparat wird vom Mikroskopfabrikanten Karl Reichert in Wien für den Preis von ca. 19 fl. ö. W. geliefert.

2) Ueber die Methode der Schlierenbeobachtung als mikroskopisches Hilfsmittel, nebst Bemerkungen über schiefe Beleuchtung. Pogg. Ann. Bd. 127 S. 556.

und abwärts verschiebbar, vielmehr geschieht die Einstellung, welche ich durch Schraube *C* (Fig. 3) besorge, durch Verschiebung der im Objecttisch angebrachten Blendung.

Ich zweifle nicht, dass diese Einrichtung vortreffliche Dienste leistet. Auch ich habe ursprünglich den Schirm am ersten Vereinigungspunkt der Strahlen angebracht, habe aber später die andere Form gewählt, weil mir diese handlicher und zu meinen Zwecken geeigneter erschien. Töpler war es nur darum zu thun, den Effect der schiefen Beleuchtung in vollkommenerem Maasse zu erzielen und Bilder zu erhalten, in welchen sich die Aenderungen der optischen Dichtigkeit deutlich aussprachen; mir war die Verwendung als Refractometer die Hauptsache, und dazu ist es nöthig, dass man mit einem Handgriff den Apparat ein- und ausschalten, dass man den Schirm um die Axe des Mikroskopes drehen kann (Töpler muss den ganzen Tubus drehen), dass man beliebige Linsen verwenden (bei Töpler muss jede Objectivlinse mit der Vorrichtung versehen werden) und dieselben leicht wechseln kann. Diese und einige andere Unbequemlichkeiten dürften den von Töpler angegebenen Vortheil der besseren Bilder aufheben. Um wie vieles die Bilder bei Abblendung am unteren Vereinigungspunkte vollkommener sind, kann ich freilich nicht angeben, denn ich habe nur mit einem provisorisch zusammengestellten Apparat dieser Art gearbeitet; hierbei habe ich allerdings keinen Unterschied zu Ungunsten meiner Vorrichtung bemerkt. Auch sind die Bilder, die ich erhalte, so gut, dass sie bei den Vergrösserungen, mit denen hier überhaupt gearbeitet werden kann, kaum etwas zu wünschen übrig lassen.

Unzweifelhaft ist aus Töpler's Beschreibung zu ersehen, dass die Wirkung seiner Vorrichtung bei Weitem den bis dahin üblichen Arten schiefer Beleuchtung überlegen war, und es muss auffallen, dass seine Empfehlung, letztere durch Anwendung dieser Vorrichtung zu substituiren, so wenig Beachtung fand.

So frappirend nun auch die Reliefeffecte des Apparates in vielen Fällen, z. B. bei Blutkörperchen, Muskelfasern u. s. w. sind, so glaube ich doch, dass der geübte Mikroskopiker, wenn es sich um die Feststellung einer Form handelt, nur bei ganz besonderen Objecten Nutzen aus dem Apparate ziehen wird. Die Ursache davon liegt in mancherlei. Man betrachte z. B. ein Froschblutkörperchen, welches, wie das häufig vorkommt, Alveolen enthält, mit diesem Apparate (Fig. 1). Letztere erscheinen im entgegengesetzten Relief wie das Blutkörperchen selbst, also wie Gruben im Blutkörperchen, weil sie einen geringeren Brechungsindex haben als dieses. Hier ist die Deutung der scheinbaren Vertheilung von Licht und Schatten leicht, nicht so in manchen anderen Fällen,

in welchen man im Zweifel bleiben kann, ob ein Lichteffect auf einer Differenz im Brechungsindex oder in der Dicke des Objectes beruht. An Schnittpräparaten stört die Unebenheit ihrer Begrenzungsflächen.

Anders ist es bei der

Verwendung des Apparates als Refractometer.

Um seine Empfindlichkeit zu prüfen, stellte ich mir zwei Flüssigkeiten von nahezu gleichem Brechungsindex her. Die eine bestand aus einem Gemenge von gereinigtem Olivenöl mit Ethylenchlorid und hatte einen Brechungsindex

$$n = 1{,}4672;$$

die andere aus mit Wasser verdünntem Glycerin

$$n = 1{,}4669.$$

Macht man aus diesen Flüssigkeiten eine Emulsion, so sind die Tropfen derselben bei Untersuchung mit dem gewöhnlichen Mikroskope nur mit sehr zarten Contouren zu sehen. Mit dem Refractometer erscheint jeder Tropfen als eine deutliche, von einer Seite her beleuchtete Kugel, und man überzeugt sich auf den ersten Blick von dem Unterschiede zwischen ihrem Brechungsindex und dem der Umgebung. Es sind nämlich die Tropfen scheinbar auf derselben Seite, auf welcher sich der Schirm des Apparates befindet, hell, auf der entgegengesetzten dunkel, wenn der Tropfen stärker bricht als die Flüssigkeit, in der er suspendirt ist, und umgekehrt, wenn er schwächer bricht als diese. Auch als ich den Brechungsindex des Glycerines bis auf

$$n = 1{,}4671$$

steigerte, konnte man nicht einen Moment im Zweifel sein, welche der beiden Flüssigkeiten stärker breche.

Hierzu ist jedoch zu bemerken, dass die angeführten Brechungsverhältnisse der Flüssigkeiten mit Abbe's grossem Refractometer[1]) gemessen wurden und dieses Instrument die Grenze seiner Leistungsfähigkeit in der vierten Decimalstelle hat, derart, dass ich Fehler bis zu drei Einheiten derselben machen kann[2]). Die obigen, sowie alle folgenden Angaben von n sind das Mittel aus mehreren Ablesungen. Ferner habe ich zwar Flüssigkeiten gewählt, deren gegenseitiges Lösungsvermögen ein Minimum ist, doch ist es nicht undenkbar, dass sie bei der Bildung der Emulsion ihr n um eine hier schon in Be-

---

1) Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper. Jena 1874.

2) Vgl. v. Fleischl, die doppelte Brechung des Lichtes in Flüssigkeiten. Wiener akad. Sitzber. Bd. 90 II. Abth. Oct. 1884.

tracht kommende Grösse verändert hätten. Wie dem immer sei, bei den schlagenden Resultaten, welche der Apparat noch gibt, wenn die Brechungsverhältnisse der beiden Flüssigkeiten, so weit es die Messungen mit Abbe's Refractometer gestatten, einander so nahe als möglich gebracht sind, überschätze ich die Empfindlichkeit sicher nicht, wenn ich sie auf einige Einheiten der vierten Decimale angebe.

Die Messung des Brechungsindex eines mikroskopischen Objectes geschieht nun, indem man eine Flüssigkeit herstellt, welche eben noch stärker, und eine andere, die eben noch schwächer bricht als das Object. Die Brechungsverhältnisse dieser Flüssigkeiten müssen dann (am bequemsten mit Abbe's grossem Refractometer, der bei seiner Billigkeit und Vortrefflichkeit ohnehin in den meisten Laboratorien vorhanden sein dürfte und bei welchem eine Messung kaum mehr als eine Minute erfordert) bestimmt werden.

Je nach der Natur des Objectes wird man verschiedene Flüssigkeiten verwenden und dafür sorgen, dass man durch Mischung je zweier Flüssigkeiten eine Scala herstellen kann. Dabei ist es möglich, über jene Genauigkeit hinauszugehen, welche das Abbe'sche Instrument erlaubt, indem man sich noch Mischungen herstellt, welche zwischen den gut gemessenen Grenzwerthen liegen und ihren Brechungsindex entweder berechnet[1]) oder sich durch eine Anzahl von Messungen verschiedener Concentrationsgrade dieser Flüssigkeit eine Curve construirt, welche die Aenderung des Brechungsindex bei Zusatz des einen Bestandtheiles angibt. Man kann dann interpoliren. Eine derartige Curve, die ich für ein Glycerin-Wasser-Gemisch hergestellt habe, zeigte mir, dass man innerhalb der engen Grenzen, um die es sich in einem solchen Falle handelt, die Aenderung des Index proportional dem Zusatz der einen Flüssigkeit annehmen kann.

Ich führe am Schlusse eine Anzahl von Flüssigkeiten mit ihrem Brechungsindex an, die ich bisher in Gebrauch gezogen habe.

In Bezug auf die Verwendung von mit Wasser unmischbaren Flüssigkeiten bei frischen Geweben, in welchen ein Organtheil also von einer Schicht Gewebeflüssigkeit umgeben zu sein pflegt, sei hervorgehoben, dass, sobald diese Schicht nur hinlänglich dünn ist, sie auf den Verlauf der Strahlen keinen merklichen Einfluss übt. Es ist dies einem bekannten dioptrischen Gesetze für Kugelflächen analog[2]).

Es verdient noch hervorgehoben zu werden, dass es mit Hilfe dieses Apparates möglich wird, den Brechungsindex mikroskopisch kleiner Krystalle oder amorpher Niederschläge zu bestimmen, was für Chemiker und Mineralogen gelegentlich von Interesse sein kann. Dabei

1) Vgl. Landolt, Pogg. Ann. Bd. 123 S. 623 (1864).

2) Vgl. Helmholtz, physiol. Optik S. 60.

kommt es vor, dass die eine Seite des Krystalles blau, die andere gelb erscheint, was dahin zu deuten ist, dass der Brechungsindex derselben für die langwelligen Strahlen nach der einen Richtung, für die kurzwelligen nach der anderen Richtung von dem Brechungsindex der benutzten Flüssigkeit abweicht.

Ich will auch noch bemerken, dass es leicht ist, Verunreinigungen eines aus Krystallen oder Krystallstücken bestehenden chemischen Präparates zu erkennen. Es ist mir bei Gelegenheit einer derartigen Bestimmung auf den ersten Blick aufgefallen, dass der grösste Theil der Krystalltrümmer auf Seite des Schirmes, ein kleiner Theil aber auf der entgegengesetzten hell erschien. Einmal darauf aufmerksam, bemerkt man dann auch die Verschiedenheit in der Gestalt der krystallinischen Stücke.

Die von mir bisher in Anwendung gezogenen Flüssigkeiten sind:

Farbloses Olivenöl	$n = 1{,}4730$
Terpentinöl	$n = 1{,}4727$
Aethylenchlorid	$n = 1{,}4463$
Dickstes Glycerin	$n = 1{,}4688$
Wasser	$n = 1{,}3347$
Dickstes Vaselin	$n = 1{,}4731$
Gereinigtes Olivenöl	$n = 1{,}4727$
Flüssiges Paraffin	$n = 1{,}4712$
Paraglobulin in wenig 1 % ClNa-Lösung aufgelöst . .	$n = 1{,}3607$
Leim bei ca. 20° flüssig	$n = 1{,}3463$
Colloide Flüssigkeit aus einer Ovariencyste	$n = 1{,}3657$
Synovialflüssigkeit	$n = 1{,}3438$
Hühnereiweiss[1]) frisch	$n = 1{,}3590$
" "	$n = 1{,}3625$
" "	$n = 1{,}3612$
" "	$n = 1{,}3640$
Das letztgenannte Hühnereiweiss 1—3 Tage unter dem Recipienten der Luftpumpe mit Schwefelsäure gestanden	$n = 1{,}4053$
Anilin	$n = 1{,}5803$
Pseudofibrin in wenig Wasser und Natronlauge aufgelöst	$n = 1{,}3470$
Ein zweites Mal dasselbe	$n = 1{,}3457$
Auflösung von Mucin (aus Schnecken bereitet) . . .	$n = 1{,}3405$
Lösliche Stärke	$n = 1{,}3758$

1) Das dicke in der Nähe des Dotters hat so nahe gleiches Brechungsvermögen, wie das dünne aus der Peripherie des Eies, dass die Differenzen innerhalb der Ablesungsfehler fallen.

Benzaldehyd	n = 1,5494
Monobromnaphthalin	n = 1,6608
Cadmium borowolframicum	n = 1,6066
Cuminaldehyd	n = 1,5147
Schwefelkohlenstoff	n = 1,6306
Barium-Quecksilber-Jodidlösung	n = 1,7783 [1])
Aeussere Schichten der Linse eines Ochsenauges . .	n = 1,408

Diese Zahlen sind mit Abbe's Refractometer gefunden, beziehen sich also auf die D-Linie.

Auf die Temperatur habe ich keine Rücksicht genommen, doch sind die Messungen bei gewöhnlicher Zimmertemperatur von ca. 20° C. ausgeführt.

Prof. Dr. K. Exner, Präsident.
Dr. Ernst Lecher, Secretär.

Am 16. Juni 1885 machte die chemisch-physikalische Gesellschaft einen gemeinschaftlichen Ausflug zur Besichtigung der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.

---

1) Mit dem Abbe'schen Refractometer wegen zu hohen Brechungsvermögens nicht mehr bestimmbar; nach einer Bestimmung mit dem Hohlprisma.

Eingesendete Bücher.

Lisser & Benecke, Zeitschrift für Förderung des physikal. Unterrichts. 1885. Heft 1—3. — Enthält zahlreiche Aufsätze über Vorlesungsversuche und Beschreibungen von Schulapparaten, die namentlich für Lehrer an Mittelschulen berechnet sind.

A. Handl, Lehrbuch der Physik für Pharmaceuten, Chemiker etc. Wien, A. Hölder. 1885. 261 S. und 198 Fig. — Die gedrängte elementare Darstellung des Stoffes dürfte den Bedürfnissen der im Titel genannten Berufsklassen gut entsprechen.

A. v. Obermayer, Lehrbuch der Physik für die k. k. Infanterie-Cadetten-Schulen. 2. Aufl. Wien, W. Braumüller. 1885. 181 S. mit 207 Fig. — Das kleine Buch steht trotz seines geringen Umfanges durchwegs auf dem Boden der modernen Wissenschaft, ein Vorzug, der nicht hoch genug veranschlagt werden kann, und der dasselbe auch für andere als die im Titel genannten Schulen auf das wärmste empfiehlt.

A. Wittstein, J. Klaproth's Schreiben an A. v. Humboldt über die Erfindung des Compasses. Leipzig, P. O. Weigel. 1885. 49 S. — Enthält eine sehr interessante kritische Untersuchung über die Erfindung des Compasses, sowie über dessen allmähliche Entwicklung.

A. Fick, Die medicinische Physik. 3 Aufl Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 1885. 8 Mk. Mit 438 S. u. 135 Fig. — Das von seinen früheren Auflagen her bestens bekannte Buch zerfällt in folgende Abschnitte: 1. Molecularphysik, 2. Mechanik fester Körper, 3. Hydrodynamik, 4. vom Schalle, 5. Wärmelehre, 6. Optik, 7. Elektricitätslehre. Die durchaus streng wissenschaftliche Behandlung des Stoffes, sowie die Heranziehung und klare Darstellung der nothwendigen physikalischen Vorbegriffe, wie z. B. in der Elektricitätslehre, verleihen dem Werke besonderen Werth; auch muss bemerkt werden, dass die Darstellung auch dort, wo sie sich auf schwierige Probleme erstreckt, ausschliesslich auf elementarem Boden bleibt, also die Kenntnis höherer Mathematik nicht erfordert.

C. Koppe, Die Ausgleichrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Nordhausen, J. Koppe. 1885. 222 S. — In den Abschnitten: 1. Die Methode der kleinsten Quadrate angewendet auf einfache Ausgleichungsaufgaben, 2. Mittlerer Fehler und Gewichte, 3. Vermittelnde Beobachtungen, 4. Bedingte Beobachtungen und 5. Vermittelnde Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen, wird eine umfassende, durch zahlreiche Beispiele erläuterte Darstellung des Stoffes gegeben.

J. Kiessling, die Dämmerungserscheinungen im Jahre 1883. Hamburg und Leipzig, L. Voss. 1885. 53 S. mit 5 Fig. 1 Mk. — Eine Erklärung obiger Phänomene mit Hinblick auf die vulkanischen Erscheinungen des Jahres 1883 und gestützt auf experimentelle Untersuchungen des Autors.

S. Günther, Lehrbuch der Gäophysik und physikalischen Geographie. Bd. 2. Stuttgart, F. Enke. 1885. 670 S. mit 118 Fig. — Es liegt nun der zweite Band dieses vortrefflichen Werkes vor, dessen reicher Stoff aus dem folgenden Inhaltsverzeichnisse hervorgeht: IV. Magnetische und elektrische Erdkräfte.

1. Magnetismus und Elektricität in den oberflächlichen Erdschichten. 2. Der Erdmagnetismus und die drei ihn bestimmenden Elemente. 3. Theorie des Erdmagnetismus. 4. Polarlichter. V. Atmosphärologie. 1. Die allgemeinen Eigenschaften der Atmosphäre; ihre Gestalt und ihre Ausdehnung. 2. Die Beobachtungs- und Berechnungsmethoden der Meteorologie. 3. Meteorologische Optik 4. Atmosphärische Elektricität; Gewitter. 5. Kosmische Meteorologie. 6. Dynamische Meteorologie. 7. Allgemeine Klimatologie. 8. Specielle Klimatologie der Erdoberfläche. 9. Säculäre Schwankungen des Klimas. 10. Angewandte Meteorologie. VI. Oceanographie und oceanische Physik. 1. Die allgemeinen Eigenschaften des Meereswassers und dessen Vertheilung auf der Erdoberfläche. 2. Physiographie der Meeresbecken. 3. Temperatur, Salzgehalt und chemische Zusammensetzung der Meere. 4. Die Wellenbewegung des Meeres; Ebbe und Fluth. 5. Die Strömungen im Meere. 6. Das Eis des Meeres. VII. Dynamische Wechselbeziehungen zwischen Meer und Land. 1. Dauernde Verschiebungen der Grenzlinien zwischen festem und flüssigem Elemente. 2. Die Küstenbildung. 3. Charakteristik und Classification der Inseln. VIII. Das Festland mit seiner Süsswasserbedeckung. 1. Geogonie und Geognosie. 2. Orografischer Bau und Bodenplastik des Festlandes. 3. Schnee und Eis der Hochgebirge; glaciale Physik und glaciale Geologie. 4. Stehende und fliessende Gewässer. 5. Allgemeine Morphologie der Erdoberfläche. IX. Biologie und physische Erdkunde in Wechselwirkung. — Den einzelnen Abschnitten des Werkes sind sehr ausführliche Verzeichnisse der einschlägigen Literatur beigegeben.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4. (20a/8)	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen und electr. Messinstrumente.
Schuckert, S., Nürnberg. (9/8)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (19a/8)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

XXI. Band. 9. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.



HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 9. Heftes.

Notiz über den Winkelspiegel. Von K. Mack. S. 567.
Experimentaluntersuchung über die Dielektricitätsconstante einiger Gase und Dämpfe. Von Dr. Ignaz Klemenčič. S. 572.
Ueber galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu elektrometrischen und galvanometrischen Messungen. Von W. v. Beetz. S. 612.
Der Fundamentalversuch mit dem Bunsen'schen Photometer. Von Dr. A. Kurz. S. 624.
Ueber spontan umkehrbare Spectrallinien und über die Analogie derselben in Bezug auf Vertheilung und Intensität mit den Wasserstofflinien. Von A. Cornu. S. 626.
Ueber die Strahlung der glühenden Kohle. Von F. Lucas. S. 633.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Vom Büchertisch.

Meyers Konversations-Lexikon. Eine Encyklopädie des allgemeinen Wissens. Vierte, gänzlich umgearbeitete Auflage. Erster Band: A—Atlantiden. Leipzig, Bibliographisches Institut 1885.

Dem grossen literarischen Unternehmen der rühmlichst bekannten Verlagsbuchhandlung haben wir von Anfang an unsere ernste Aufmerksamkeit gewidmet. Jetzt, da der erste Band in einem geschmackvollen Halbfranz-Einband komplett vor uns liegt und damit erst recht die Gediegenheit des Inhalts wie der Ausstattung zu Tage tritt, fühlen wir uns verpflichtet, unserm vollen Beifall Ausdruck zu geben. Beim Durchlesen der verschiedensten Artikel zeigt sich evident, dass diese neue Auflage nicht etwa nur eine „durchgesehene, vermehrte und verbesserte“, sondern ein völlig neues Werk ist, angelegt nach einem streng einheitlichen Plan. Es zeigt sich, dass die auf lexikalischem Gebiet schwerlich übertroffene Redaktion auch diesmal den höchsten Anforderungen zu entsprechen wusste; denn nicht nur die grosse Zahl der Stichworte, die wohldurchdachten Raumverhältnisse der einzelnen Artikel untereinander, auch die übersichtliche Anordnung des Stoffs innerhalb der durchweg gut geschriebenen und objektiv gehaltenen Artikel und die Berücksichtigung der neuesten Daten beweisen dies unwiderleglich.

Mit dem Text auf gleicher Höhe steht der **illustrative Theil.** Die Abbildungen im Text wie die Tafeln, Karten und Pläne sind reich vermehrt worden und durchweg vorzüglich ausgeführt. Die neugestochenen, geographischen Karten, z. B. die von Amerika, Asien, Afghanistan, der Alpen etc., sind entschieden zu den besten kartographischen Leistungen der Gegenwart zu zählen, während mit den beigegebenen Farben- und Aquarelldrucken, z. B. den ebenso prächtigen wie instruktiven Tafeln der afrikanischen, amerikanischen und asiatischen Völkertypen sowie mit denen der Aktinien und Algen, „Meyer“ eine ganz neue Art der Werkillustration einführt, deren erste Proben wir als **Meisterwerke** der graphischen Kunst bezeichnen müssen.

So lässt eine gerechte Abwägung der dem Meyerschen Konversations-Lexikon besonders zukommenden Vorzüge erkennen, dass es auch in der jetzt erscheinenden vierten Auflage selbst den peinlichsten Anforderungen in jeder Weise entspricht und somit jedem, der diese Bibliothek des Wissens noch nicht besitzt, aufs angelegentlichste zur Anschaffung empfohlen werden kann. (14/9)

Notiz über den Winkelspiegel.

Von

K. Mack.

Die folgende Mittheilung hat den Zweck, eine Formel herzuleiten, die für einen Winkelspiegel von ganz beliebiger Oeffnungsweite die Zahl der Bilder angibt, welche ein in die Oeffnung desselben gebrachter leuchtender Punkt hervorruft.

Es seien die beiden Spiegel *I* und *II* senkrecht zur Ebene eines Zeichnungsblattes gestellt, und in dem letzteren liege der leuchtende Punkt *P*. Alsdann ergeben sich auch sämmtliche Bilder von *P* in der Ebene des Zeichnungsblattes, alle gelegen auf der Peripherie eines Kreises, der durch *P* hindurchgeht und seinen Mittelpunkt im Schnittpunkt *O* der zwei Spiegelspuren *OA* und *OB* hat (s. Fig. 1). Der

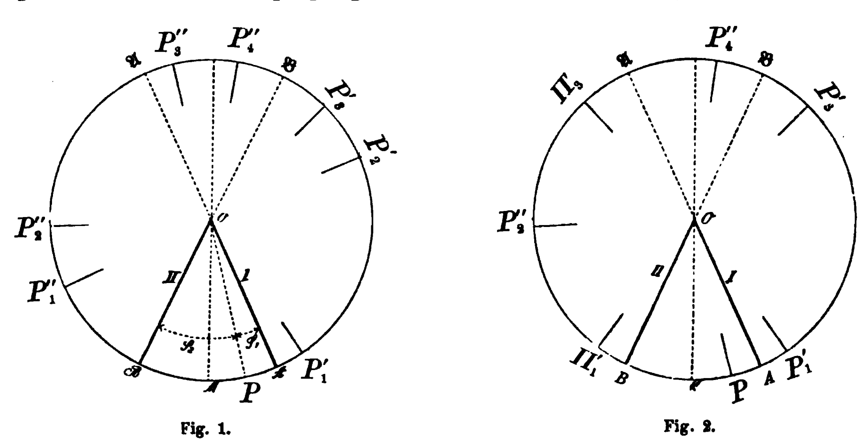


Fig. 1. Fig. 2.

Winkel *AOB* werde bezeichnet mit 2α, wo $0 < 2\alpha < 180^0$, ferner der Winkel *POA* mit φ_1 und der Winkel *POB* mit φ_2, wo stets $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\alpha$ und sowohl $0 < \varphi_1 < 2\alpha$, als auch $0 < \varphi_2 < 2\alpha$. Diejenigen Bilder von *P*, welche im Spiegel *I* entstehen, mögen der Reihe nach heissen

$$P_1', \; P_2', \; P_3', \; P_4' \cdots,$$

diejenigen im Spiegel *II*

$$P_1'', \; P_2'', \; P_3'', \; P_4'' \cdots$$

Unter allen Umständen entsteht sowohl ein erstes Bild P_1' im Spiegel I, als auch ein erstes Bild P_1'' im Spiegel II. Es möge nun mit s_1 die Anzahl der Bilder in folgender Reihe bezeichnet werden

$$P_1',\ P_2'',\ P_3',\ P_4''\cdots, \tag{1}$$

in welcher jedes folgende von dem nächst vorangehenden erzeugt wird, und welche alle von P_1' abstammen. Ebenso möge s_2 die Anzahl derjenigen Bilder sein, aus welchen die Reihe

$$P_1'',\ P_2',\ P_3'',\ P_4'\cdots \tag{2}$$

besteht.

In Fig. 2 sind nun für dieselben willkürlich gewählten Werthe von 2α, φ_1 und φ_2, wie in Fig. 1, bloss die Bilder P_1', P_2'', P_3', P_4'' etc. der Reihe 1 gezeichnet. Das Bild P_4'' fällt in den Winkel $\mathfrak{A}O\mathfrak{B}$, den Scheitelwinkel des Oeffnungswinkels, und kann, da es hier hinter beiden spiegelnden Flächen liegt, kein weiteres mehr erzeugen; es ist im vorliegenden Fall das letzte der Reihe 1. Nun hat man für die Winkel, welche die Radien vom Kreismittelpunkt O nach den Bildern der Reihe 1 mit der Halbirungslinie OM des Winkels AOB einschliessen, und welche abwechslungsweise nach rechts und links vom Punkt M aus zu durchlaufen sind, folgende Angaben:

$$\left.\begin{aligned} \angle MOP_1' &= \alpha + \varphi_1 \\ \angle MOP_2'' &= 3\alpha + \varphi_1 \\ \angle MOP_3' &= 5\alpha + \varphi_1 \\ \angle MOP_4'' &= 7\alpha + \varphi_1 = (2s_1 - 1)\alpha + \varphi_1 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Führt man jetzt die Hilfspunkte Π_1' und Π_3' ein, welche mit Bezug auf die OM symmetrisch liegen zu den Bildern P_1' und P_3', so kann man auch folgende Reihe anschreiben:

$$\left.\begin{aligned} \angle MO\Pi_1' &= \alpha + \varphi_1 \\ \angle MOP_2'' &= 3\alpha + \varphi_1 \\ \angle MO\Pi_3' &= 5\alpha + \varphi_1 \\ \angle MOP_4'' &= 7\alpha + \varphi_1 = (2s_1 - 1)\alpha + \varphi_1 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

welche den Vortheil bietet, dass die in ihr enthaltenen Winkel von OM ab alle nach einerlei Richtung gerechnet sind.

Fiele (s. Fig. 2) das Bild P_4'' in den Punkt $\mathfrak{B}$, was durch eine Verschiebung des leuchtenden Punktes P um ein Bogenstück gleich $P_4''\mathfrak{B}$ gegen B hin erreicht würde, so fielen die zwei Bilder P_3' und P_4'' in $\mathfrak{B}$ zusammen, aber P_4'' wäre als wirkliches Bild jetzt nicht mehr zu betrachten, da ein solches stets h i n t e r dem Spiegel liegen muss, zu dem es gehört. Die Bilderzahl s_1 wäre jetzt also bloss gleich drei, und in der Reihe der in Gl. 4 vorkommenden Punkte P, Π, deren

Anzahl mit der Anzahl s_1 der in Gl. 3 enthaltenen Bildpunkte übereinstimmt, wäre Π'_3 der letzte. Man sieht also, dass die Winkel der Reihe 4 der Grösse des überflachen $MO\mathfrak{B}$ sich zwar beliebig nähern, aber sie nicht erreichen können, während andrerseits klar ist, dass die Reihe mit einem Winkel schliessen muss, der wenigstens die Grösse $MO\mathfrak{A}$ hat. Dies berücksichtigt, liefert die Schlussangabe von Gl. 4 die Beziehung

$$(2s_1 - 1)\,\alpha + \varphi_1 < 180^0 + \alpha, \qquad (5$$

hierbei unter s_1 die grösste ganze Zahl verstanden, welche der Ungleichung genügt. Hätte man für einen bestimmten ganzzahligen Werth von s_1 den Ausdruck links genau gleich $180^0 + \alpha$, so wäre anstatt s_1 die nächst kleinere ganze Zahl zu nehmen.

Die vorstehenden Betrachtungen, welche auf die Angabe 5 geführt haben, sind im Interesse der Kürze und Anschaulichkeit an die eine specielle Annahme enthaltenden Figuren geknüpft worden. Man überzeugt sich indes leicht, dass in jedem beliebigen andern Fall, mögen die Grösse des Spiegelwinkels und die Lage von P sich innerhalb der oben angegebenen Grenzen ändern wie sie wollen, doch stets die soeben angestellte Betrachtung sich durchführen lässt und eine mit Gl. 5 identische Angabe liefert; aus diesem Grunde kommt der Nr. 5 allgemeine Giltigkeit zu.

Aus Nr. 5 erhält man nun unter Beiziehung von φ_2 für $2\alpha - \varphi_1$

$$s_1 < \frac{180^0 + \varphi_2}{2\alpha},$$

d. h. s_1 ist die grösste ganze Zahl unterhalb des angegebenen Quotientenwerthes, möge derselbe nun eine ganze Zahl oder ein Bruch sein.

Sei nun x eine positive, die Einheit übersteigende, ganze oder nicht ganze Zahl, und versteht man (nach dem Vorgang von Gauss[1]) unter dem Symbol $[x]$ die grösste ganze Zahl unterhalb des genauen Werthes von x, so kann man statt der vorigen Angabe schreiben:

$$s_1 = \left[\frac{180^0 + \varphi_2}{2\alpha}\right].$$

Für die Anzahl s_2 der bisher ausser Betrachtung gelassenen Bilder $P''_1, P'_2, P''_3, P'_4 \cdots$ der Reihe 2 erhält man nun unmittelbar durch Vertauschung der Indices:

$$s_2 = \left[\frac{180^0 + \varphi_1}{2\alpha}\right].$$

1) Gauss, ges. Werke Bd. 2 S. 5.

Wenn der Quotient $360^0 : 2\alpha$ gleich einer ganzen geraden Zahl ist, dann, und nur dann, fallen zwei wirkliche Bilder, die Schlussbilder der Reihen 1 und 2, zusammen, und zwar geschieht diese Vereinigung innerhalb des Winkels $\mathfrak{A}O\mathfrak{B}$. Den Beweis hierfür, der sich übrigens leicht aus den aufgestellten Formeln ziehen lässt, übergehe ich, da die Thatsache als bekannt vorausgesetzt werden darf[1]).

Da nun die Gesammtheit aller Bilder sich zusammensetzt aus den Bildern der Reihen 1 und 2, so gelangt man zu folgendem Schlussresultat:

Ist 2α der Oeffnungswinkel eines Winkelspiegels, in dessen Oeffnung ein leuchtender Punkt P sich befindet, und sind φ_1 und φ_2 diejenigen Winkel, welche eine durch P und die Axe des Winkelspiegels gelegte Ebene mit den zwei Einzelspiegeln bildet, so ist die Anzahl S der von P hervorgerufenen Bilder (P selbst nicht gezählt) gegeben durch die Gleichung:

$$S = \left[\frac{180^0 + \varphi_1}{2\alpha}\right] + \left[\frac{180^0 + \varphi_2}{2\alpha}\right].$$

Jede der rechts vorkommenden Klammern bedeutet, dass für den von ihr eingeschlossenen Quotienten, mag er nun eine ganze Zahl oder ein Bruch sein, statt seines wahren Werths vielmehr die zunächst unter diesem liegende ganze Zahl zu nehmen ist. Von zwei etwa zusammenfallenden Bildern ist in dem Ausdruck für S jedes selbständig gezählt.

---

1) Ich verweise hierbei auf andere Arbeiten über den Winkelspiegel und hebe insbesondere zwei hervor: Bertin, Ann. de chim. et de phys. tom. 29 p. 257—262 (1850), und eine eingehende Abhandlung meines Vaters L. Mack im Archiv für Math. und Phys. 1885 S. 1—50.

Experimentaluntersuchung über die Dielektricitätsconstante einiger Gase und Dämpfe[1]).

Von

Dr. Ignaz Klemenčič.

Einleitung.

Infolge der mächtigen Anregung, welche die Forschungen auf dem Gebiete der Dielektricität durch die elektromagnetische Lichttheorie Maxwell's erfuhren, wurden im Verlaufe der letzten 15 Jahre vielfache Bestimmungen der Dielektricitätsconstante fester und flüssiger Körper gemacht. Weniger beschäftigte man sich mit den Gasen, obwohl bereits Herr Prof. Boltzmann in seiner Abhandlung „Experimentelle Bestimmung der Dielektricitätsconstante einiger Gase" (Wiener Sitzber. Bd. 69 [1874]) auf die günstigen Eigenschaften hinwies, welche die Gase vor den festen Körpern auszeichnen und sie zu einer Prüfung jener Theorie besonders geeignet machen. Freilich sind die Schwierigkeiten einer solchen Untersuchung nicht gering und es dürfte dies ein Grund sein, dass wir im Verlaufe von 11 Jahren, seit dem Erscheinen jener ersten diesbezüglichen Abhandlung, nur noch eine diesen Gegenstand betreffende Arbeit von den Herren Ayrton und Perry[2]) zu verzeichnen haben[3]).

Was nun die Resultate der soeben genannten Beobachter anbelangt, so stimmen sie insofern überein, als beide Untersuchungen bei sämmtlichen untersuchten Gasen für die Dielektricitätsconstante Werthe ergaben, die nahezu gleich der Einheit sind; eine Thatsache, die bekanntlich schon Faraday beobachtete. Vergleicht man jedoch die

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 91 (1885).

2) „On the Specific Inductive Capacity of Gases". Paper read before the Asiatic Soc. of Japan April 18 (1877) und Gordon, „A physical treatise on electr. and magn." vol. I p. 130.

3) Zu erwähnen wäre auch ein vorläufiger Bericht des von der British. Assoc. eingesetzten Comités zum Zwecke einer genauen Messung der Dielektricitätsconstante des Sprengel'schen Vacuums. Report of the British Assoc. 1880 p. 197. Die Versuche dieses Comités scheinen jedoch zu keinem definitiven Abschlusse gelaugt zu sein.

gefundenen Dielectricitätsconstanten mit den Lichtbrechungsexponenten, gemäss der von der elektromagnetischen Lichttheorie aufgestellten Relation, so findet man sofort einen wesentlichen Unterschied in den beiderseitigen Bestimmungen. Während nämlich bei Prof. Boltzmann die Quadratwurzeln aus den Dielektricitätsconstanten mit den Lichtbrechungsexponenten eine schöne Uebereinstimmung zeigen, ist das bei den von den Herren Ayrton und Perry erhaltenen Werthen nicht der Fall. Dieser Umstand, sowie die Wichtigkeit solcher Bestimmungen nach verschiedenen Methoden mögen die Vornahme dieser Experimentaluntersuchung rechtfertigen.

Bezüglich der hier angewandten Methode muss erwähnt werden, dass sie sich in manchen Punkten von den früheren unterscheidet. Die Herren Boltzmann, dann Ayrton und Perry bestimmten die Aenderung der Capacität eines Condensators, welche durch eine Aenderung der Dichte des dielektrischen Mittels hervorgebracht wurde, mittels Potentialmessungen am Elektrometer. Der Verfasser beobachtete die Capacitätsänderung galvanometrisch, indem er einen grossen Condensator[1]) durch eine Batterie von mehreren Elementen 64 Mal in der Secunde lud und ebenso oft durch ein Galvanometer entlud. In jenem Falle war also die Ladung des Condensators eine langdauernde, hier eine sehr kurze. Die Frage, ob nicht etwa beim Einlassen des Gases in den Condensator durch Reibung Elektricität erzeugt werde, welche die Richtigkeit des Resultates stören könnte, kommt hier gar nicht in Betracht.

Ein besonderer Vortheil dieser Methode besteht darin, dass man von einer guten und sorgfältigen Isolirung bei Weitem nicht so abhängt, wie bei den elektrometrischen Messungen. Demgemäss entfällt auch ein grosser Theil der Schwierigkeiten, welche jene Methoden darboten und es wird auf diesem Wege hoffentlich gelingen, in diese Bestimmungen jene Sicherheit zu bringen, durch welche sich jetzt die Messungen des Lichtbrechungsexponenten auszeichnen.

Die nachfolgend beschriebenen Versuche erstreckten sich auf zwölf Gase und Dämpfe; nämlich auf die sieben bereits von Hrn. Boltzmann untersuchten Gase und auf die Dämpfe des Schwefelkohlenstoffes, der schwefeligen Säure, des Aethers, des Chloräthyls und des Bromäthyls. Die gefundenen Werthe der Dielektricitätsconstante der sieben Gase und des Schwefelkohlenstoffdampfes stimmen sehr gut mit den diesbezüglichen Zahlen von Boltzmann und mit der elektro-

1) Wo hier von einem Condensator gesprochen wird, ist darunter ein Condensator zu verstehen, bei dem das dielektrische Mittel aus einem Gase besteht, dessen Dichte innerhalb gewisser Grenzen geändert werden kann.

magnetischen Lichttheorie; die übrigen Dämpfe zeigen diese Uebereinstimmung nicht.

Beobachtungsmethode.

Ein Plattencondensator von der Beschaffenheit, dass die Dichte des zwischen den Platten befindlichen Mittels, als welches wir irgend ein Gas voraussetzen wollen, innerhalb gewisser Grenzen geändert werden kann, werde durch eine Batterie mehrmals in der Secunde geladen und ebenso oft durch ein Galvanometer entladen. Ist die Anzahl der Entladungen während einer Schwingungsdauer der Galvanometernadel eine ziemlich beträchtliche, dann erscheint diese constant abgelenkt. Die Ablenkung selbst, die wir mit Φ bezeichnen wollen, ist bekanntlich ein Maass für die Capacität des Condensators. Haben wir daher an der ganzen Anordnung nichts geändert, sondern nur die Dichte des zwischen den Condensatorplatten befindlichen Mittels variirt und dabei am Galvanometer eine Aenderung des Φ beobachtet, so müssen wir daraus schliessen, dass die Capacität des Condensators eine andere geworden ist, und dass das dielektrische Mittel bei verschiedenen Dichten auch verschiedene Dielektricitätsconstanten besitzt.

Unter sonst ganz gleichen Umständen, stehe das Gas im Condensator einmal unter dem Drucke H und dann unter h. Die Dielektricitätconstanten seien in den beiden Fällen D_H und D_h; die Capacitäten C_H und C_h, dann ist

$$\frac{C_H}{C_h} = \frac{D_H}{D_h} = \frac{\Phi + a}{\Phi}$$

wenn wir mit a die Aenderung des Φ bezeichnen, wobei a positiv oder negativ sein kann.

Da a für Druckdifferenzen innerhalb einer Atmosphäre nur einen geringen Bruchtheil von Φ ausmacht, so muss man natürlich trachten, Φ sehr gross zu machen. Dies erreicht man durch ein sehr empfindliches Galvanometer, durch einen Condensator von sehr grosser Capacität, durch eine starke Ladungsbatterie und durch eine grosse Zahl von Ladungen und Entladungen in der Secunde, was man mit einer elektromagnetisch anregbaren Stimmgabel am besten bewerkstelliget.

Unter solchen Umständen wird jedoch Φ zu gross, um mit Spiegel, Fernrohr und Scala beobachtet zu werden, man muss daher eine Compensationsmethode anwenden, indem man die Galvanometernadel einer zweiten gleich grossen, aber entgegengesetzten Einwirkung aussetzt, so dass sie unter dem gleichzeitigen Einflusse beider aus ihrer gewöhnlichen Ruhelage gar nicht abgelenkt erscheint.

Die Compensation könnte in der Weise wie beim Differentialgalvanometer oder wie bei der Wheatstone'schen Brücke durchgeführt

werden; allein mit Rücksicht auf die nothwendige Ausnutzung der Empfindlichkeit des Galvanometers und auch noch aus anderen Gründen empfiehlt sich eine von diesen Methoden nicht. Praktischer wäre die Compensation so zu machen, dass man einen zweiten, gleich grossen Condensator entgegensetzt und dann beide gleichzeitig durch das Galvanometer entladet, eine Methode ähnlich der von den Herren Ayrton und Perry befolgten. Ich werde auf dieselbe noch am Schlusse zu sprechen kommen.

Hier wurde die Compensation in der Weise hergestellt, dass eine kleine Batterie (Compensationsbatterie) durch einen grossen Widerstand und durch dieselbe Galvanometerrolle derart geschlossen wurde, dass der in diesem Kreise circulirende Strom die Galvanometernadel nach entgegengesetzter Richtung als die Condensatorentladungen abzulenken strebte. Die Stärke des Stromes konnte mittels des eingeschalteten Widerstandes so regulirt werden, dass die Galvanometernadel durch den Einfluss beider Einwirkungen ihre gewöhnliche Ruhelage gar nicht verliess.

Angenommen, es wäre eine solche Compensation der Condensatorentladungen für einen Druck $= h$ des dielektrischen Mittels erreicht, dann kommen sowohl vom Condensator, als auch von der Batterie in der Zeiteinheit gleiche Elektricitätsmengen in Bewegung. Wird nun die Dichte des Mittels geändert und der Druck $= H$ gemacht, so bemerken wir am Galvanometer sofort einen Ausschlag, der daher rührt, dass das betreffende Gas bei der zweiten Dichte eine andere Dielektricitätsconstante und infolgedessen der Condensator eine andere Capacität besitzt. Vom Condensator aus wird jetzt mehr oder weniger Elektricität in Bewegung gesetzt wie früher und die Compensation ist gestört. Die jetzt beobachtete Ablenkung ist jedoch nicht die oben mit a bezeichnete Aenderung des Φ, da ein Theil der vom Condensator kommenden Elektricität seinen Weg durch den Compensationskreis und nicht durch das Galvanometer nimmt.

Bezeichnet δ die beobachtete Ablenkung, so ist $a = q\delta$ wo q einen zu bestimmenden Reductionsfaktor bezeichnet. Wir haben also:

$$D_B = \frac{D_H}{D_h} = 1 + \frac{q\delta}{\Phi}.$$

Darin ist $B = H - h$ angenommen, es bedeutet also D_B das Verhältnis der Dielektricitätsconstanten eines Gases bei zwei verschiedenen, einer Druckdifferenz B entsprechenden Dichten.

Es hat sich bei allen untersuchten Gasen herausgestellt, dass δ positiv ist für $H > h$, d. h. die Dielektricitätsconstante wächst mit der Dichte. Beobachtungen bei verschiedenen B haben gezeigt, dass

δ der Druckdifferenz B proportional zunimmt; diesbezügliche ausführliche Versuche wurden namentlich mit der atmosphärischen Luft angestellt. Haben wir daher für ein gewisses B ausgedrückt in Millimeter Quecksilber einen Ausschlag δ beobachtet, so ist für die Druckdifferenz von 760^{mm} Quecksilber:

$$D_{760} = 1 + \frac{q\delta\frac{760}{B}}{\Phi}.$$

Nehmen wir ferner an, dass die Temperatur nur insofern die Dielektricitätsconstante des betreffenden Mittels beeinflusst, als sie dessen Dichte ändert, so können wir alle Beobachtungen auf die Temperatur von 0^0 beziehen, indem wir schreiben

$$D = 1 + \frac{q\delta\frac{760}{B}}{\Phi}(1 + \alpha t),$$

wo α den Ausdehnungscoefficienten der Gase bezeichnet.

Hier bedeutet D das Verhältnis der Dielektricitätsconstanten eines Gases bei 0^0 Temperatur und zwei verschiedenen einer Druckdifferenz von 760^{mm} Quecksilber entsprechenden Dichten.

Da alle Beobachtungen nahezu bei gleicher Temperatur (15^0) gemacht wurden, so wäre es namentlich mit Rücksicht auf die Dämpfe correcter gewesen, gar nicht auf 0^0 zu reduciren und die Dielectricitätsconstanten einfach auf die der Luft zu beziehen, wie dies Mascart bei seinen Untersuchungen über den Lichtbrechungsexponenten der Gase und Dämpfe gemacht hat. Ich habe mich jedoch in dieser Beziehung meinen Vorgängern angeschlossen und bemerke nur, dass die Umrechnung der Resultate leicht ausgeführt werden kann.

Anordnung der Apparate.

Fig. 1 zeigt die Anordnung der Apparate. Von den Platten des Condensators C war immer eine isolirt und die unmittelbar benachbarten zur Erde abgeleitet. Die isolirten Platten waren mit den Quecksilbernäpfchen 3 und 4 leitend verbunden. Die Stimmgabel S besorgte in der bekannten bereits beschriebenen[1]) Weise die Ladung und Entladung des Condensators. Vom Quecksilbernäpfchen 1 ging eine Leitung zum Galvanometer und vom Näpfchen 2 eine solche zur Ladungsbatterie LB. Der zweite Pol dieser Batterie war zur Erde abgeleitet. Der eine Pol der Compensationsbatterie CB stand mit der

1) Wiener Sitzber. Bd. 83 u. 89.

Erde, der andere durch den grossen Widerstand W mit dem Galvanometer in Verbindung. Ein Ende der Galvanometerrolle war ebenfalls zur Erde abgeleitet. Der Condensator, resp. die Ladungs- und Compensationsbatterie, waren derart eingeschaltet, dass sie die Galvanometernadel nach entgegengesetzten Seiten abzulenken suchten; durch Veränderungen am Widerstande W konnte die Stärke des Compensationsstromes so regulirt werden, dass sich die beiden Wirkungen gerade aufhoben. Den Widerstand W bildeten ein Breguet'scher Widerstandskasten mit 100000 Ohm (Unterabtheilungen 50000, 20000, 20000, 10000) und ein Etalon von Siemen's mit 10000 S.-E. (kleinste Unterabtheilung = 1). Neben der CB war noch ein Leitungskreis mit zwei Widerständen w_1 und w_2 und der Quecksilbernäpfchen 5, 6 und 7 angebracht. Wurden die beiden Näpfchen 6 und 7 überbrückt, so war die CB in sich geschlossen. Zog man nun den Erdleitungsdraht aus dem Näpfchen 5 heraus und legte ihn in das

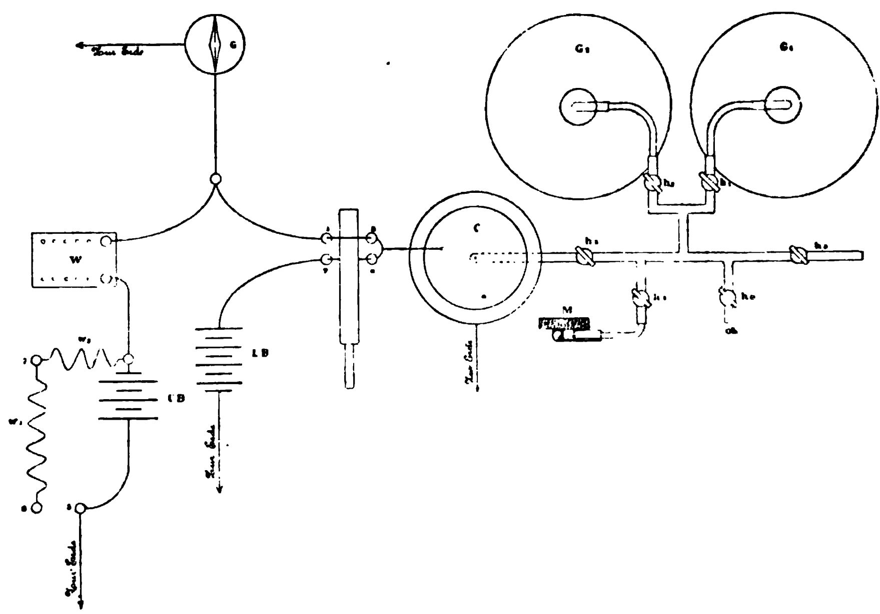


Fig. 1.

Näpfchen 7, so wirkte jetzt zwischen denselben Galvanometerenden, wo früher die elektromotorische Kraft E der CB thätig war, nur die elektromotorische Kraft e. Bezeichnet ϱ den Widerstand der CB, so verhält sich

$$\frac{e}{E} = \frac{w_2}{w_1 + w_2 + \varrho}.$$

Es war $w_1 = 969$ S.-E., $w_2 = 5{,}52$ S.-E. — Als CB dienten vier Daniellelemente (bei einigen Beobachtungen nur eins); der innere Wider-

stand dieser beträgt noch nicht 1 S.-E. und kann gegen w_1 vernachlässigt werden. Wir haben also

$$\frac{e}{E} = 176{,}6.$$

Als Ladungsbatterie verwendete ich kleine Bunsen'sche Elemente (Lösung von dopp. chroms. K. statt der Salpetersäure). Hin und wieder wurden auch zwölf Leclanché-Elemente zu Hilfe genommen und nur in einigen wenigen Fällen benutzte ich eine gewöhnliche, aus zehn Elementen bestehende Tauchbatterie (Zink-Kohle in Lös. von dopp. chroms. K.).

In Ermangelung eines sehr empfindlichen aperiodischen Galvanometers neuerer Construction wurde ein Meyerstein'sches mit einer feindrahtigen Rolle verwendet; bei demselben musste die Ruhelage immer erst aus drei oder vier Umkehrpunkten abgeleitet werden. Die Galvanometernadel war astatisch und hatte eine Schwingungsdauer von 11,4 Secunden. Um die Empfindlichkeit möglichst zu erhöhen, stellte ich die Scala in einer Distanz von $6{,}4^{m}$ vom Galvanometerspiegel auf. Natürlich musste in dem Falle auch ein sehr gutes stark vergrösserndes Fernrohr zur Beobachtung genommen werden, um die Millimeter an der Scala deutlich zu unterscheiden und noch Zehntel derselben schätzen zu können. Spiegel und Fernrohr waren in der That vortrefflich. Obwohl das Galvanometer mit einem hölzernen Kasten umgeben war, so schien es mir doch vortheilhaft, dasselbe in einem Nebenzimmer aufzustellen, um es auf diese Weise noch besser vor Störungen zu schützen. Die Beobachtung mit dem Fernrohr geschah durch eine Nische in der Wand.

Das Innere des Condensators communicirte zunächst mit einem Manometer M, ferner mit zwei grossen Glasballons G_1 und G_2 von je 50^{cm} Durchmesser und mit einer Luftpumpe. Bei o konnten die zu untersuchenden Gase eingelassen werden. h_0, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 sind Glashähne, die theils während der eigentlichen Beobachtung benutzt wurden, theils aber auch nur dazu dienten, um undicht gewordene Stellen leichter ausfindig zu machen.

Der Condensator.

Der Condensator (Fig. 2) bestand aus 30 kreisförmigen, mit Nickel überzogenen Messingplatten, welche auf einem Teller übereinander gelagert und durch kleine Hartgummischeibchen getrennt waren. Die Platten hatten einen Durchmesser von $25{,}76^{cm}$ und waren ungefähr $0{,}5^{cm}$ dick; jede war an ihrem Umfange mit einer kleinen Klemmschraube versehen. Die unterste sowie jede zweite darauffolgende war

mit den Metallbestandtheilen des Tellers verbunden und dieser zur Erde abgeleitet. Unter der ersten Platte, unmittelbar ober der Ausmündung des Tellercanals, war noch eine kleinere Metallplatte angebracht, gegen welche das in den Condensator einströmende Gas strich. Diese Vorsicht wurde geübt, um jede Deformation der untersten Condensatorplatte durch das einströmende Gas zu vermeiden. Es sei schon hier erwähnt, dass ich bei den ersten Versuchen mit der Luft, diese direct gegen die unterste Condensatorplatte streichen liess und erst später die kleinere Platte dazwischen legte; es konnte jedoch ein Unterschied der Resultate in den beiden Fällen nicht constatirt werden.

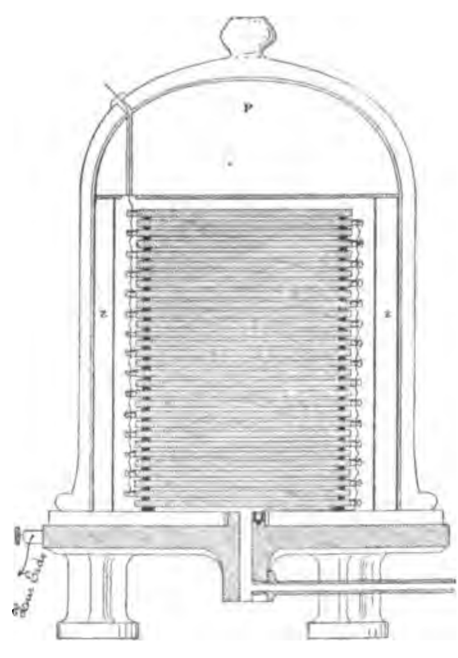


Fig. 2.

Bei einer späteren Reihe von Versuchen wurde die Distanz der Condensatorplatten vergrössert und der Condensator nur aus 22 solchen aufgebaut.

Unmittelbar um den Condensator war ein cylindrischer Mantel Z angebracht; dieser bestand aus zwei concentrischen Zinkblechröhren, deren Zwischenraum mit Paraffin ausgegossen war. Der Mantel überragte den Condensator etwas an Höhe und war mit einer kreisförmigen Zinkplatte überdeckt. Mantel und Zinkplatte waren mit den zur Erde abgeleiteten Platten verbunden. Diese Umhüllung des Condensators schützte ihn vor äusseren elektrischen Einflüssen und verminderte den vom Gase erfüllten Raum unter der Glasglocke, die über das Ganze gestülpt war. Den letzteren Zweck erfüllte auch eine dem oberen Theile der Glasglocke angepasste Paraffinform P. Die Glasglocke war natürlich auf die am Teller angekittete Glasplatte aufgeschliffen und überhaupt alles luftdicht schliessend gemacht.

Bei der kleineren Plattendistanz waren die Hartgummischeibchen kreisförmig, hatten eine Dicke von $0{,}089^{\mathrm{cm}}$ und einen Durchmesser von $0{,}5^{\mathrm{cm}}$. Durch Vergleich mit einem anderen, sog. absoluten Condensator wurde die Capacität des Condensators und der Zuleitungsdrähte $= 13604^{\mathrm{cm}}$ nach mechanischem Maasse gefunden. Auf einen kleinen Theil dieser Gesammtcapacität hat jedoch die Aenderung der

Dielektricitätsconstante des zwischen den Platten befindlichen Mittels keinen Einfluss. Die Capacität der Zuleitungsdrähte wird nicht geändert, wenn man die Dichte des dielektrischen Mittels variirt; dann aber bleibt auch jener Theil constant, der auf die Oberfläche der Condensatorplatten entfällt, welche von den Hartgummiplättchen gedeckt wird. Dieser Theil lässt sich ungefähr berechnen. Man findet, dass er sich zur Gesammtcapacität verhält wie 0,66 : 165,9, das ist ungefähr 0,4 %, wenn man die Dielektricitätsconstante des Hartgummis mit 3,5 (nach Boltzmann) annimmt. Die Capacität der Zuleitungsdrähte wurde experimentell bestimmt. Wird die Gesammtcapacität durch 37400 ausgedrückt, so macht die der Zuleitungsdrähte 106 aus, das ergibt 0,28 %. Wir haben daher im ganzen 0,68 % von der Gesammtcapacität, auf welche eine Aenderung der Dichte des dielektrischen Mittels keinen Einfluss üben kann.

Im zweiten Falle, wo der Condensator bei vergrösserter Plattendistanz nur aus 22 Platten gebildet wurde, verhielt sich die Capacität der Zuleitungsdrähte zur Gesammtcapacität wie 117 : 8457, das macht 1,4 %.

Die Hartgummiplättchen, die hier benutzt wurden, waren quadratisch und hatten ungefähr $0{,}09^{qcm}$ Fläche; dieser Theil macht also 0,57 %.

Es entfallen daher 1,97 % der Gesammtcapacität auf den veränderlichen Theil.

Zwei Umstände müssen noch berücksichtigt werden; nämlich dass die Capacität des Condensators bei zwei verschiedenen Drücken beeinflusst wird erstens durch die cubische Compressibilität der Platten und Hartgummischeibchen, und zweitens durch das einströmende, zuweilen sehr stark abgekühlte Gas insofern, als durch dasselbe eine Temperaturänderung in den Condensatorbestandtheilen hervorgebracht wird.

Was den ersten Punkt betrifft, so ergibt eine Betrachtung des cubischen Compressibilitätscoefficienten des Messings (0,000001106 für den Druck eines Kilogramms auf Quadratcentimeter nach Wertheim), dass der Theil der Capacitätsänderung, welcher auf die Aenderung der Plattenoberfläche entfällt, sehr klein ist und ganz vernachlässigt werden kann. Ein Fehler in entgegengesetztem Sinne entsteht ferner dadurch, dass infolge der Zusammendrückbarkeit des Hartgummis mit dem Drucke auch die Plattendistanz ein wenig geändert wird. Dieser Fehler mag immerhin einen kleinen Einfluss auf das Resultat haben, dessen Eliminirung erwünscht wäre; aber selbst dann, wenn man die cubische Compressibilität des Hartgummis jener des Wassers (0,000048 nach Grassi) gleichsetzt, beträgt dieser Fehler bei der atmosphärischen Luft nur etwa 2 %.

Bezüglich des zweiten Punktes ist zu bemerken, dass namentlich die Dämpfe sehr stark abgekühlt im Condensator anlangten. Bedenkt man jedoch, dass die Condensatorplatten eine Metallmasse von mehr als 60^{kg} repräsentirten, so ist es begreiflich, dass die geringen Gasmengen sofort die Temperatur der sie umgebenden Platten annehmen mussten, ohne die der letzteren wesentlich zu alteriren.

Unter diesen Umständen konnte auch die Temperatur der Hartgummischeibchen[1]) nicht merklich geändert werden. Besser als diese Erwägungen zeigte jedoch ein Versuch mit der schwefeligen Säure, dass Störungen von dieser Seite nicht zu befürchten waren.

Vorgang bei der Beobachtung.

Etwa eine Stunde vor Beginn der Beobachtungen wurden die zur *LB* und *CB* verwendeten Elemente in das Beobachtungszimmer gebracht, damit sie ihre Temperatur mit der des Zimmers ausglichen. Bei der äusserst feinen Compensation war es eben nothwendig, alle Aenderungen der elektromotorischen Kräfte und Widerstände thunlichst abzuhalten.

Die zwei grossen Glasballons und der Condensator wurden ausgepumpt und hierauf die Hähne h_1 und h_2 geschlossen. Der Recipient mit dem zu untersuchenden Gase wurde mittels eines dicht schliessenden Kautschukschlauches mit der Mündung *o* verbunden.

War das Gas noch zu reinigen und zu trocknen, so wurden dazwischen die entsprechenden Apparate eingeschaltet. — Im Glasrohre zwischen *o* und dem Hahne h_0 war ein Baumwollpfropf als Filter angebracht. Nun wurden der Condensator und seine Verbindungscanäle mit dem zu untersuchenden Gase ausgewaschen, indem man das ganze System auspumpte, hierauf das Gas einliess und wieder auspumpte. Diese Manipulation wurde, je nachdem es nothwendig erschien, mehrmals wiederholt, bis man annehmen konnte, dass vom vorhergehend untersuchten Gase im Condensator nur mehr unmerkliche Spuren vorhanden sind. Hierauf wurde durch Regulirung des Widerstandes *W* die Compensation am Galvanometer hergestellt. Es sei bemerkt, dass nicht immer eine genaue Zurückführung der Galvanometernadel auf die Ruhelage angestrebt wurde; man begnügte sich zumeist mit einer Compensation bis auf 10 Scth., was natürlich vollkommen ausreichte. Nur in einigen wenigen Fällen war die Compensationsdifferenz etwas

---

1) Der Wärmeausdehnungscoefficient des Hartgummi ist nach Kohlrausch (Pogg. Ann. Bd. 149) zwischen 16,7° und 25,3° = 0,000077.

grösser, da es infolge einer Lücke in W nicht möglich war, genauer zu compensiren[1]).

War die Compensation erreicht, so begann die eigentliche Beobachtung. Ein Gehilfe wurde bei den Hähnen postirt und hatte dieselben auf Commando zu öffnen und zu schliessen. Die Galvanometer- und Manometerablesungen wurden von einer Stelle mittels verschiedener Fernrohre gemacht. Die Beobachtung begann immer bei einem niederen Drucke im Condensator. War der Stand der Galvanometernadel bei diesem Drucke abgelesen, so wurde vom Gehilfen der Hahn h_0 geöffnet und das in der Untersuchung befindliche Gas in den Condensator eingelassen; dann wurde der Hahn h_0 wieder geschlossen, der Stand des Manometers notirt und die Galvanometerbeobachtung gemacht. Hierauf wurde der Hahn h_1 geöffnet und das Gas aus dem Condensator in den ausgepumpten Ballon G_1 geleitet. Hatte sich zwischen Condensator und Glasballon das Gleichgewicht hergestellt, so wurde h_1 geschlossen und h_2 geöffnet, dadurch wurde der schon theilweise evacuirte Condensator noch besser entleert. Nachdem auch der Hahn h_2 wieder geschlossen und die Manometerablesung gemacht war, wurde abermals bei diesem niederen Drucke der Stand der Galvanometernadel bestimmt. Darauf wurde wieder Gas eingelassen u. s. f. bis man im ganzen sieben oder neun Beobachtungen, und zwar abwechselnd bei niederem und hohem Drucke, hatte. Eine solche Beobachtungsreihe dauerte 10—15 Minuten und wurde stets bei einem niederen Drucke angefangen und beendigt.

Der soeben dargestellte Beobachtungsvorgang musste eingeschlagen werden, um die Fehler möglichst zu eliminiren, welche aus einer beständigen Wanderung der Ruhelage der Galvanometernadel eintreten konnten. Während der lange dauernden Beobachtungsreihe konnten ja verschiedene Umstände die Compensation stören. — Eine minimale Alteration des Widerstandes W und des Ganges der Stimmgabel, die geringste Aenderung der elektromotorischen Kraft der CB und LB waren genügend, um die Galvanometernadel in Bewegung zu setzen. Diese Bewegung war in den weitaus meisten Fällen eine gleichmässige und keine rasche, so dass infolge der Differenzbeobachtungen die Richtigkeit des Resultates nicht beeinträchtigt wurde. In einigen besonders günstigen Fällen war jedoch eine solche Bewegung gar nicht vorhanden und die Nadel machte nur jene Ruhelagenverschiebungen, welche durch die Capacitätsänderung des Condensators bedingt waren.

Trotzdem ich das von der Luft erfüllte Volumen im Condensator durch verschiedene, bereits erwähnte Ballaststücke möglichst reducirte,

1) Da der eine Widerstandskasten Ohm, der andere S.-E. hatte und bei einem die kleinste Unterabth. = 10000 Ohm war.

so war darin immerhin noch ein 4—5 Liter fassender Raum vorhanden und es wurden für jede solche Beobachtungsreihe ca. 15 bis 20 Liter Gas von normaler Dichte gebraucht, wobei man den Condensator jedesmal ungefähr bis zum Atmosphärendrucke füllte. Bei den Dämpfen konnte dieser natürlich nicht erreicht werden, theils weil bei einigen die Spannung bei etwa 16° zu gering ist, theils aber auch weil die Verdampfung zu langsam vor sich ging.

Alle untersuchten Gase wurden in Recipienten unter Wasser aufgefangen.

Nach Beendigung einer solchen Beobachtungsreihe wurde Φ bestimmt und schliesslich das Gas auf seine Leitungsfähigkeit geprüft, d. h. es wurde untersucht, ob ein Galvanometerausschlag bemerkbar war, wenn man die beiden Pole der LB mit den beiden Belegungen des Condensators verband und in diesen Kreis auch das Galvanometer einschaltete. Wäre eine solche Leitungsfähigkeit vorhanden gewesen, dann hätte offenbar die Dielektricitätsconstante zu klein ausfallen müssen. Es sei schon jetzt bemerkt, dass bei keinem Gase ein Galvanometerausschlag constatirt werden konnte; nur bei der atmosphärischen Luft war in einem später zu besprechenden Falle ein beobachtbares Leitungsvermögen zu constatiren.

An einem in der Nähe des Condensators aufgehängten Thermometer wurden die Temperaturen abgelesen. Im Interesse einer sehr genauen Messung wäre es natürlich wünschenswerth, die Temperatur der Condensatorplatten direct zu bestimmen und diese als die Temperatur des untersuchten Gases anzunehmen. Vielleicht gelingt es, bei späteren Bestimmungen auch in dieser Richtung eine Verbesserung anzubringen.

Bestimmung von Φ.

War eine Serie von Beobachtungen gemacht, so wurde die Stimmgabel arretirt, die beiden Näpfchen 5 und 6 überbrückt, der Erdleitungsdraht aus dem Näpfchen 5 gezogen und in das Näpfchen 7 gesteckt. Das Galvanometer war also jetzt durch den grossen Widerstand W mit zwei Punkten eines Stromkreises verbunden, zwischen denen die Potentialdifferenz e herrschte, wo

$$e = \frac{w_2}{w_1 + w_2} E$$

ist und die Buchstaben die bekannte Bedeutung haben. Es wurde der Galvanometerausschlag φ beobachtet. Während der Condensatorentladung war jedoch zwischen denselben Punkten der Galvanometerleitung die gesammte elektromotorische Kraft E thätig. Bezeichnen

wir die Ablenkung der Galvanometernadel in diesem Falle mit Ψ, so ist

$$\Psi = \frac{w_1 + w_2}{w_2} \varphi = 176{,}6 \varphi \text{ [1]}.$$

Ψ ist der Ausschlag, welcher der Gesammtcapacität des Condensators und der Zuleitungsdrähte entspricht. Davon ist der unveränderliche Theil abzuziehen. Wir bekommen also den Ausschlag Φ, welcher der Berechnung der Dielektricitätsconstante zu Grunde gelegt werden muss, wenn wir setzen für die kleinere Plattendistanz

$$\Phi = \Psi(1 - 0{,}0068)$$

und für die grössere

$$\Phi = \Psi(1 - 0{,}0197).$$

Bestimmung von q.

Der kleine Ausschlag δ, welchen man am Galvanometer beobachtet, entspricht nicht ganz der Aenderung der Condensatorcapacität, da ein Theil der aus dem Condensator kommenden Elektricität durch den Widerstand W und die Compensationsbatterie zur Erde abfliesst. Dieser kleine Theil lässt sich leicht berechnen, und es ist klar, dass der Coefficient q mit dem wir δ multipliciren müssen, um den der Aenderung der Capacität wirklich entsprechenden Ausschlag α zu bekommen, gegeben ist durch die Relation:

$$= \frac{W + r}{W},$$

wo r den Widerstand der Galvanometerrolle bedeutet.

Es wäre demnach für $W = 100000$ Ohm, $q = 1{,}0453$, da die Galvanometerrolle einen Widerstand von 4530 Ohm hatte. Dies gilt aber streng genommen nur für einen constanten Strom; die experimentelle Bestimmung des q mit Hilfe eines constanten Stromes lieferte auch wirklich den Werth $q = 1{,}0449$. Bei der Condensatorentladung sprechen jedoch neben den Widerständen auch die Inductionscoefficienten mit und in der That ergab die Beobachtung mit der Condensatorentladung:

$$q = 1{,}042 \text{ für } W = 100000 \text{ Ohm}$$

und

$$q = 1{,}040 \text{ für } W = 109430 \text{ Ohm}.$$

Diese Werthe wurden dann stets der Berechnung zu Grunde gelegt.

Die Bestimmung geschah in der Weise, dass der Condensator nur zu einem sehr niederen Potentiale (etwa 1/8 Dan.-E.) geladen und die Galvanometerablenkung beobachtet wurde, einmal wenn die Leitung

---

1) Unter Berücksichtigung, dass w_2 sehr klein gegen W ist.

durch den grossen Widerstand geschlossen, und dann wenn sie offen war. Natürlich wurde in diesem Falle die Compensationsbatterie ausgeschaltet.

Beobachtungsresultate.

In den nachfolgenden Tabellen sind die mit den einzelnen Gasen und Dämpfen erhaltenen Resultate angeführt. Darin ist bezeichnet mit

LB die Ladungsbatterie,
CB die Compensationsbatterie,
W der in der Compensationsleitung enthaltene Widerstand in Ohm,
T die Temperatur,
φ der Ausschlag, wenn das Galvanometer sammt *W* in einem Nebenzweig der *CB* eingeschaltet war,
$\Phi = 176{,}6\varphi\,(1 - 0{,}0068)$ für die kleinere, und
$= 176{,}6\varphi\,(1 - 0{,}0197)$ für die grössere Plattendistanz,
D das Verhältnis der Dielectricitätsconstanten eines Gases bei 0^0 Temperatur und zwei verschiedenen einer Druckdifferenz von 769^{mm} Quecksilber entsprechenden Dichten,
b der Druck, unter welchem das Gas im Condensator stand in Millimetern Quecksilber,
R die beim betreffenden Drucke bestimmte Ruhelage der Galvanometernadel,
δ und *B* die Differenz der aus den einzelnen übereinanderstehenden Ruhelagen und Drücken abgeleiteten Mittel,
$a = 1{,}042\,\delta$ resp. $1{,}040\,\delta$,
B.E. = Bunsen'sches Element (mit Lösung von doppelchromsaurem Kali statt Salpetersäure),
L.E. = Leclanché-Element,
D.E. = Daniell'sches Element.

1. Atmosphärische Luft.

Zu Beginn dieser Bestimmungen wurden die untersuchten Luftmengen dem Beobachtungslocale entnommen und hatten vor dem Eintritte in den Condensator einen Trocknungsapparat zu passiren. Es stellte sich jedoch sehr bald ein eigenthümlicher Uebelstand ein. Da nämlich die Beobachtungsscala nicht gerade gegen ein Fenster gekehrt war und sich die Wintertage überhaupt durch keine sonderliche Helligkeit auszeichen, so musste die Scala mit zwei Gasflammen beleuchtet werden, die mit geringen Unterbrechungen den ganzen Tag brannten; zu diesen kamen bei eintretender Dunkelheit noch einige hinzu. Es zeigte sich nun, dass die Abends gemachten Bestimmungen gewöhnlich kleinere Werthe für die Dielektricitätsconstante lieferten als die Vor-

mittags. Löschte ich die meisten Flammen aus und lüftete das Zimmer einige Zeit hindurch, so bekam ich wieder bessere Resultate. Hierdurch wurde es wahrscheinlich gemacht, dass die Luft durch die Gasflammen in irgend einer Weise verunreinigt wird. Ich untersuchte, nachdem ich den Condensator mit solcher Luft gefüllt hatte, dieselbe in Bezug auf ihre Leitungsfähigkeit in der schon beschriebenen Weise und bekam in der That beim Schlusse des Kreises eine Ablenkung der Galvanometernadel um einige Sclth.

Unter dem Einflusse von Gasflammen erlangt also die Luft eine ziemlich beträchtliche Leitungsfähigkeit; eine Erscheinung, die bereits Herr W. Giese[1]) untersucht hat.

Um derartigen Störungen der Beobachtungen zu entgehen, wurde bei den weiteren Versuchen die Luft direct aus dem Freien in den Condensator geleitet. Von den Beobachtungsreihen, welche mit der Zimmerluft gemacht wurden, sind in den Tabellen I—V jene angeführt, welche an den Vormittagen zuerst gemacht wurden, bei denen sich also der störende Einfluss der Flammen noch nicht bemerkbar machen konnte.

*LB*22 *B.E.* — *CB*4 *D.E.*

I.

$W\,97520,\quad T = 17^{0},\quad \varphi = 212{,}5$

b		R		
18,5		455,8		
	736,5		434,7	$\delta = 18{,}5,\quad B = 691{,}4$
44,0		451,6		$a = 19{,}28$
	733,5		433,0	$\Phi = 37290$
48,8		449,8		$D = 1{,}000603$
	733,5		433,1	
61,0		451,1		
43,1	734,5	452,1	433,6	

II.

$W = 95910,\quad T = 17{,}9,\quad \varphi = 214{,}4$

b		R		
12,6		410,2		
	729,5		430,0	$\delta = 18{,}5,\quad B = 692{,}1$
34,6		412,1		$a = 19{,}28$
	727,9		432,9	$\Phi = 37620$
44,2		415,6		$D = 1{,}000597$
	727,9		434,8	
54,0		417,8		
36,3	728,4	413,9	432,4	

1) Wied. Ann. Bd. 17.

III.

$W = 96010, \quad T = 17,1 \quad \varphi = 214,0$

b		R	
15,6		416,5	
	727,9		397,1
36,4		414,3	
	727,9		395,5
47,0		412,6	
	727,9		396,9
56		414,2	
38,7	727,9	414,4	396,5

$\delta = 17,9, \quad B = 689,2$
$a = 18,66$
$\Phi = 37550$
$D = 1,000581$

IV.

$W = 95840, \quad T = 17,2, \quad \varphi = 213,3$

b		R	
21,0		452,2	
	729,9		470,2
38,0		452,8	
	729,9		472,5
47,0		453,0	
	720,9		469,8
56,6		452,5	
40,6	729,9	452,6	470,8

$\delta = 18,2, \quad B = 689,3$
$a = 18,97$
$\Phi = 37430$
$D = 1,000593$

V.

$W = 100846, \quad T = 17,2, \quad \varphi = 209,2$

b		R	
181,0		456,5	
	735,0		473,2
197,0		461,9	
	735,0		478,2
207,0		468,7	
	735,0		483,6
216,0		471,1	
200,2	735,0	464,6	478,3

$\delta = 13,7, \quad B = 534,8$
$a = 14,3$
$\Phi = 36700$
$D = 1,000588$

VI.

$W = 99250, \quad T = 16^{0}, \quad \varphi = 212,4$

b		R	
21,2		531,8	
	721,5		547,9
38,0		525,8	
	721,5		540,5
53,6		522,3	
	721,5		542,0
63,6		521,9	
	721,5		535,4
76,2		517,7	
50,5	721,5	523,9	541,45

$\delta = 17,55, \quad B = 671,0$
$a = 18,29$
$\Phi = 37270$
$D = 1,000588$

VII.

$W = 99390, \quad T = 16^{\circ}, \quad \varphi = 211,8$

b		R	
24,6		565,4	
	721,7		551,0
37,0		572,4	
	721,7		558,6
48,4		576,7	
	721,7		561,6
61,6		583,0	
	721,7		565,2
76,2		583,6	
49,6	721,7	576,2	559,1

$\delta = 17,1, \quad B = 672,1$
$a = 17,83$
$\Phi = 37170$
$D = 1,000574$

VIII.

$W = 100000, \quad T = 16^{\circ}, \quad \varphi = 211,0$

b		R	
18,6		494,1	
	725,2		476,8
40,0		494,6	
	726,5		478,4
51,6		497,4	
	726,5		480,7
64,8		498,6	
	726,5		482,8
79,0		501,1	
50,8	726,2	497,2	479,7

$\delta = 17,5, \quad B = 675,4$
$a = 18,25$
$\Phi = 37020$
$D = 1,000587$

IX.

$W = 100000, \quad T = 16^{\circ}, \quad \varphi = 210,5$

b		R	
18,6		617,3	
	726,5		632,7
43,4		613,5	
	727,1		628,5
51,6		609,9	
	727,1		626,6
64,2		608,2	
	727,1		624,6
78,2		605,7	
51,2	727,0	610,9	628,1

$\delta = 17,2, \quad B = 675,8$
$a = 17,93$
$\Phi = 36940$
$D = 1,000577$

X.

$W = 100000, \quad T = 16^{0}, \quad \varphi = 209{,}9$

b		R	
16,6		545,8	
	727,5		529,0
48,4		547,0	
	727,5		530,1
53,6		549,0	
	727,5		532,6
67,8		549,2	
81,4	727,5	550,1	532,6
53,5	727,5	548,2	531,1

$\delta = 17{,}1, \quad B = 674$
$a = 17{,}83$
$\Phi = 36840$
$D = 1{,}000575$

XI.

$W = 100000, \quad T = 16{,}4, \quad \varphi = 210{,}0$

b		R	
220		559,4	
	727,6		547,4
219,4		561,1	
	727,6		548,3
230,4		562,0	
	727,6		549,3
243,8		562,1	
	727,6		548,7
252,0		562,7	
233,1	727,6	561,46	548,42

$\delta = 13{,}04, \quad B = 494{,}5$
$a = 13.59$
$\Phi = 36850$
$D = 1{,}000600$

XII.

$W = 100000, \quad T = 16{,}4, \quad \varphi = 210$

b		R	
212,8		564,7	
	728,0		549,2
240,2		563,4	
	728,0		550,7
249,6		564,2	
	728,4		551,9
258,6		564,0	
	728,4		553,7
268,8		566,1	
246,0	728,2	564,5	551,4

$\delta = 13{,}1, \quad B = 482{,}2$
$a = 13{,}65$
$\Phi = 36850$
$D = 1{,}000618$

XIII.

$W = 100000, \quad T = 16,4, \quad \varphi = 209,7$

b		R		
216,0		565,5		
	727,9		579,8	$\delta = 14,0, \quad B = 488,2$
231,8		568,3		$a = 14,58$
	728,1		580,6	$\Phi = 36790$
240,8		565,6		$D = 1,000653$
	728,1		578,6	
250,4		566,9		
	728,5		579,5	
260,4		561,5		
240,0	728,2	565,6	579,6	

XIV.

$W = 100000, \quad T = 16,4, \quad \varphi = 209,7$

b		R		
222,4		564,8		
	728,3		577,9	$\delta = 12,55, \quad B = 475,6$
247,8		563,4		$a = 13,08$
	728,3		577,1	$\Phi = 36790$
255,6		564,4		$D = 1,000601$
	728,5		576,4	
264,0		564,8		
	728,9		571,6	
274.6		558,6		
252,9	728,5	563,2	575,75	

XV.

$W = 100470, \quad T = 16,4, \quad \varphi = 209,0$

b		R		
204,2		541,9		
	727,3		557,5	$\delta = 13,2, \quad B = 476,5$
238,4		548,2		$a = 13,75$
	727,3		560,7	$\Phi = 36670$
248,8		549,2		$D = 1,000633$
	727,3		564,0	
275,8		552,2		
	727,3		569,0	
286,8		556,4		
250,8	727,3	549,6	562,8	

XVI.

$W = 100376$, $T = 16,7$, $\varphi = 209,0$

b		R		
408,2		542,9		
	726,8		535,9	$\delta = 9,1$, $B = 290$
437,2		545,0		$a = 9,48$
	726,8		536,1	$\Phi = 36670$
440,8		546,2		$D = 1,000718$
	726,8		535,9	
446,0		542,9		
	726,8		532,5	
451,0		544,1		
436,8	726,8	544,2	535,1	

XVII.

$W = 100376$, $T = 16,7$ $\varphi = 209$

b		R		
400		544,7		
	727,0		541,7	$\delta = 6,6$, $B = 292,3$
435,6		551,1		$a = 6,88$
	727,2		541,8	$\Phi = 36670$
440,8		548,2		$D = 1,000478$
	727,2		542,2	
446,4		549,4		
	727,2		541,8	
451,8		549,1		
434,9	727,2	548,5	541,9	

XVIII.

$W = 100534$, $T = 16,6$, $\varphi = 208,0$

b		R		
390,4		555,0		
	725,8		564,1	$\delta = 7,9$, $B = 298,7$
428,6		555,6		$a = 8,23$
	725,8		563,7	$\Phi = 36500$
434,0		555,4		$D = 1,000602$
	725,8		563,3	
438,4		555,4		
	726,2		562,8	
444,4		556,0		
427,2	725,9	555,6	563,5	

XIX.

$W = 1000534, \quad T = 16,6, \quad \varphi = 208,0$

b		R	
404,0		554,8	
	725,8		564,5
427,2		555,9	
	726,8		564,4
432,0		456,6	
	726,8		563,0
437,4		556,0	
	726,8		563,6
444,0		556,3	
429,0	726,5	555,9	563,9

$\delta = 8,0, \quad B = 297,5$
$a = 8,33$
$\Phi = 36500$
$D = 1,000618$

XX.

$W = 100514, \quad T = 16,7, \quad \varphi = 208,1$

b		R	
412,6		559,8	
	726,4		551,1
428,4		558,5	
	725,8		551,9
432,0		559,9	
	726,8		554,1
437,0		561,4	
	726,8		552,3
442,0		560,2	
430,4	726,4	560,0	552,33

$\delta = 7,67, \quad B = 296,0$
$a = 7,99$
$\Phi = 36520$
$D = 1,000596$

XXI.

In der nachfolgenden Tabelle sind die Werthe von D übersichtlich zusammengestellt.

B	D	Mittel D
691,4	1,000603	
692,1	597	
689,2	581	1,000592
689,3	593	
534,8	583	
671,0	1,000588	
672,1	574	
675,4	587	1,000580
675,8	577	
674,0	575	

B	D	Mittel D
494,5	1,000600	
482,2	618	
488,2	653	1,000621
475,6	601	
476,5	633	
290,0	1,000718	
292,3	478	
298,7	602	1,000602
297,5	618	
296,0	596	

Die aus den Beobachtungen bei verschiedenen grossen B abgeleiteten Werthe von D zeigen, dass die Aenderung der Grösse $D-1$ proportional geht mit der Aenderung der Dichte der Luft.

Da mit abnehmendem B auch δ abnimmt, und selbes bei den Beobachtungen der Gruppe IV etwa nur 8 Scth. ausmachte, so ist es erklärlich, dass die Zahlen der zwei letzten Gruppen nicht jene Uebereinstimmung unter einander zeigen können, wie die der zwei ersten.

Es empfiehlt sich demgemäss, als den richtigen Werth der Dielektricitätsconstante der Luft den Mittelwerth aus den zwei ersten Gruppen, d. i.

$$D = 1{,}000586$$

anzunehmen.

2. Wasserstoff.

Der Wasserstoff wurde aus Zink und verdünnter Schwefelsäure entwickelt und mittels einer Lösung von hypermangansaurem Kali, ferner einer Silbernitratlösung gewaschen und schliesslich vor dem Einlassen in den Condensator durch Schwefelsäure getrocknet.

LB 33 *B.E.* — *C.B.* 6 *D.E.*

XXII.

$W = 101400, \quad T = 16{,}7, \quad \varphi = 306{,}0$

b		R	
24,6		455,9	
	720,0		446,7
38,0		461,8	
	724,0		453,2
48,0		466,0	
	720		453,7
59,2		467,9	
42,4	721,3	462,9	451,2

$\delta = 11{,}7, \quad B = 678{,}9$
$a = 12{,}19$
$\Phi = 53670$
$D = 1{,}000269$

XXIII.

$W = 101350, \quad T = 16{,}7, \quad \varphi = 305{,}7$

b		R	
20,6		447,6	
	706		460,8
38,0		445,2	
	710		456,8
49,0		445,2	
35,9	708,0	446,1	458,8

$\delta = 12{,}7, \quad B = 672{,}1$
$a = 13{,}23$
$\Phi = 53620$
$D = 1{,}000295$

XXIV.

$W = 101350, \quad T = 16{,}7, \quad \varphi = 316{,}2$

b		R	
27,6		463,5	
	715,0		479,8
34,0		475,6	
	719,0		479,8
44,0		466,1	
	698,0		478,5
57,2		466,7	
40,7	710,7	468,0	479,4

$\delta = 11{,}4, \quad B = 670{,}0$
$a = 11{,}88$
$\Phi = 55430$
$D = 1{,}000257$

XXV.

LB 22 *B.E.* — *CB* 4 *D.E.*

$W = 100430, \quad T = 16{,}3, \quad \varphi = 209{,}1$

b		R	
10,6		507,8	
	717,5		514,8
40,0		507,8	
	728,3		514,0
49,8		506,3	
	735,5		514,2
62,6		505,3	
40,8	727,1	506,8	514,3

$\delta = 7{,}5, \quad B = 686{,}3$
$a = 7{,}83$
$\Phi = 36680$
$D = 1{,}000251$

XXVI.

$W = 100530, \quad T = 16{,}3, \quad \varphi = 208{,}9$

b		R	
20,4		531,0	
	736,5		524,1
39,0		533,2	
	734,5		528,0
49,6		536,0	
	724,7		528,8
63,0		535,8	
	722,3		528,7
76,2		537,6	
49,6	729,5	534,7	527,4

$\delta = 7{,}3, \quad B = 679{,}9$
$a = 7{,}60$
$\Phi = 36680$
$D = 1{,}000246$

Es ergeben sich aus den einzelnen Beobachtungen folgende Werthe:

$$D = 10000269$$
295
257
251
246

Legt man jedem dieser Werthe ein der Anzahl der Beobachtungen der betreffenden Reihe und ein der Grösse von δ entsprechendes Gewicht bei, so bekommt man als schliesslichen Werth für den Wasserstoff

$$D = 1{,}000264.$$

3. Kohlensäure.

Dargestellt aus Marmor und Salzsäure, gewaschen mittels einer Lösung von doppelkohlensaurem Natron und getrocknet durch Schwefelsäure.

LB 22 *B.E.* — *CB* 4 *D.E.*

XXVII.

$W = 95760$, $T = 16{,}2$, $\varphi = 213{,}4$

b		R		
25,6		567,9		
	706,0		597,1	$\delta = 28{,}1$, $B = 635{,}7$
59,0		573,3		$a = 29{,}28$
	718,4		597,4	$\Phi = 37430$
74,4		558,0		$D = 1{,}000991$
	722,0		581,0	
86,0		545,5		
	672,0		565,8	
99,6		542,1		
68,9	704,6	557,4	585,5	

XXVIII.

$W = 96300$, $T = 16{,}2$, $\varphi = 212{,}1$

b		R		
33,0		529,5		
	718		506,5	$\delta = 27{,}5$, $B = 651{,}8$
52,0		546,4		$a = 28{,}65$
	708		519,2	$\Phi = 37200$
69,0		549,6		$D = 1{,}000951$
	701		528,1	
75,0		556,2		
57,2	709	545,4	517,9	

XXIX.

$W = 98100$, $T = 15{,}4$, $\varphi = 212{,}6$

b		R	
37,0		546,1	
	726,3		577,5
57,6		548,2	
	736,1		578,1
66,6		549,0	
	734,0		579,6
78,6		551	
60,0	732,1	548,6	578,4

$\delta = 29{,}8$, $B = 672{,}1$
$a = 31{,}05$
$\Phi = 37310$
$D = 1{,}000996$

XXX.

$W = 97760$, $T = 16$, $\varphi = 212{,}5$

b		R	
39,0		537,2	
	737,5		506,3
63,0		536,1	
	736,5		505,4
70,2		534,8	
	735,5		504,3
80,2		533,5	
	735,5		503,5
93,0		531,6	
69,0	736,2	534,5	504,9

$\delta = 29{,}6$, $B = 667{,}2$
$a = 80{,}84$
$\Phi = 37300$
$D = 1{,}000996$

Wir erhalten also die Werthe

$D = 1{,}000991$ $\quad D = 1{,}000996$
$\quad\quad 951 \quad\quad 996$

Daraus ergibt sich für die Kohlensäure

$$D = 1{,}000985.$$

4. Kohlenoxydgas.

Dargestellt durch Erwärmung eines Gemisches von Oxalsäure und Schwefelsäure. Gereinigt durch Kalkmilch und Kalilauge, getrocknet durch Schwefelsäure.

LB 22 *B.E.* — *CB* 4 *D.E.*

XXXI.

$W = 100200$, $T = 16{,}3$, $\varphi = 210{,}9$

b		R		
26,8		535,1		
	706,4		513,0	$\delta = 22{,}5$, $B = 646{,}5$
51,6		513,0		$a = 23{,}44$
	707,0		516,0	$\Phi = 37010$
64,2		539,1		$D = 1{,}000790$
	709,8		518,2	
77,0		540,7		
	711,4		517,3	
91,0		542,3		
62,1	708,6	538,6	516,1	

XXXII.

$W = 100300$, $T = 16{,}4$, $\varphi = 211{,}7$

b		R		
27,0		544,4		
	717,0		567,2	$\delta = 23{,}5$, $B = 658{,}3$
56,6		540,7		$a = 24{,}47$
	723,8		561,4	$\Phi = 37150$
68,8		537,3		$D = 1{,}000807$
	725,8		558,4	
82,0		530,7		
	727,8		554,3	
93,0		531,0		
65,5	723,8	536,8	560,3	

XXXIII.

$W = 100480$, $T = 16{,}7$, $\varphi = 211{,}3$

b		R		
31,8		551,7		
	731,4		527,4	$\delta = 23{,}1$, $B = 668.2$
53,6		548,5		$a = 24{,}06$
	727,6		523,6	$\Phi = 37080$
65,0		549,0		$D = 1{,}000783$
	728,2		525,7	
76,4		546,5		
	727,4		528,8	
91,0		552,0		
60,4	728,6	549,5	526,4	

Bei den soeben angeführten Beobachtungsreihen wurde das Kohlenoxydgas bald nach der Darstellung untersucht. Da es unter Wasser aufgefangen wurde, so war es im Recipienten mit Wasserdampf gesättigt und hatte wahrscheinlich eine beträchtlich höhere Temperatur als die Condensatorplatten. Beim Hineinleiten in den Condensator strich es ziemlich rasch durch den Trockenapparat, und es war möglich, dass ihm nur ein kleiner Theil der Feuchtigkeit entzogen wurde. Im Condensator kühlte sich das Gas rasch bis auf die Temperatur der Platten ab und ein Theil des Wasserdampfes schlug sich vielleicht in den Platten nieder, was dann den Werth der Dielektricitätsconstante zu gross erscheinen liess.

Um einer solchen möglichen Fehlerquelle zu entgehen, liess ich von nun an das Gas nach der Darstellung etwa zwei Stunden lang in einem kalten Raume stehen, so dass es sich nahezu auf 0° abkühlte und nur mehr wenig Wasserdampf enthielt. Ueberdies wurde auch der Trocknung eine grössere Sorgfalt gewidmet. Die soeben erwähnte Vorsichtsmaassregel wurde natürlich auch bei anderen Gasen angewendet. In den nachfolgenden zwei Tabellen sind die unter diesen Umständen erhaltenen Resultate für das Kohlenoxydgas enthalten.

XXXIV.

$W = 100000, \quad T = 17{,}0, \quad \varphi = 207{,}3$

b		R		
27,0		559,0		
	696,0		539,4	$\delta = 19{,}2, \quad B = 633{,}1$
61,4		559,0		$a = 20{,}0$
	689,6		538,8	$\Phi = 36460$
65,4		557,0		$D = 1{,}000699$
	691,8		542,8	
78,2		564,0		
	712,0		545,7	
88,8		565,3		
64,2	697,3	560,9	541,7	

XXXV.

$W = 100000, \quad T = 17^{0}, \quad \varphi = 207{,}6$

b		R		
29,6		533,7		
	703,5		547,8	$\delta = 19{,}6, \quad B = 652{,}2$
63,2		526,9		$a = 20{,}42$
	728,1		547,4	$\Phi = 36430$
74,2		525,9		$D = 1{,}000692$
	728,3		546,9	
84,6		525,7		
	728,1		545,4	
97,2		524,1		
69,8	722,0	527,3	546,9	

Aus den zwei letzten Beobachtungen ergibt sich also in der That ein kleinerer Werth für D als aus den drei ersten. Es folgt als Mittel aus den zwei letzten Werthen für Kohlenoxydgas

$$D = 1{,}000695.$$

5. Stickoxydulgas.

Dargestellt aus salpetersaurem Ammoniak. Gereinigt mittels einer Eisenvitriollösung und getrocknet durch Schwefelsäure.

LB 22 $B.E.$ — CB 4 $D.E.$

XXXVI.

$W = 100360, \quad T = 16{,}8, \quad \varphi = 209{,}7$

b		R	
28,0		571,0	
	724,2		537,3
56,4		568,9	
	725,8		534,3
67,8		567,0	
	721,4		534,4
81,4		569,0	
58,4	723,8	569,0	535,3

$\delta = 33{,}7, \quad B = 665{,}4$
$a = 35{,}12$
$\Phi = 36790$
$D = 1{,}001156$

XXXVII.

$W = 100360, \quad T = 16{,}8, \quad \varphi = 209{,}6$

b		R	
33,0		602,0	
	697,3		633,5
63,6		600,2	
	679,3		630,9
72,6		599,0	
	684,7		628,8
89,0		598,5	
	663,3		627,9
103,0		599,1	
72,2	681,1	599,8	630,3

$\delta = 30{,}5, \quad B = 608{,}9$
$a = 31{,}8$
$\Phi = 36780$
$D = 1{,}001144$

XXXVIII.

$W = 97630, \quad T = 14{,}5, \quad \varphi = 213{,}1$

b		R	
42,6		529,8	
	723,7		565,4
58,0		532,7	
	731,3		569,1
64,2		530,2	
	735,9		563,8
74,6		528,1	
59,8	730,3	530,2	566,1

$\delta = 35{,}9, \quad B = 670{,}5$
$a = 37{,}4$
$\Phi = 37380$
$D = 1{,}001193$

XXXIX.

$W = 97830, \quad T = 14{,}5, \quad \varphi = 2131$

b		R		
42,4		546,7		
	732,5		515,9	$\delta = 34{,}2, \quad B = 666{,}1$
56,0		553,2		$a = 35{,}64$
	730,7		520,8	$\Phi = 37380$
65,1		555,1		$D = 1{,}001146$
	733,9		522,4	
77,2		560,3		
	733,1		529,6	
91,1		566,1		
66,4	732,5	556,4	522,2	

Aus den vier Werthen

1,001156
1144
1193
1146

ergibt sich für das Stickoxydulgas

$$D = 1{,}001158.$$

6. Oelbildendes Gas.

Dargestellt durch Erhitzung von Schwefelsäure und Alkohol. Gereinigt durch Schwefelsäure und Kalilauge. Getrocknet durch Chlorcalcium.

L.B. 22 *B.E.* — *CB* 4 *D.E.*

XL.

$W = 100360, \quad T = 16{,}1, \quad \varphi = 209{,}5$

b		R		
33,6		505,5		
	723,1		467,2	$\delta = 38{,}9, \quad B = 652{,}5$
56,0		538,3		$a = 40{,}5$
	711,5		467,8	$\Phi = 36760$
66,0		510,7		$D = 1{,}001357$
	678,6		473,0	
51,9	704,4	508,2	469,3	

XLI.

$W = 100530, \quad T = 16{,}1, \quad \varphi = 210{,}0$

b		R		
28,0		522,6		
	695,1		564,6	$\delta = 42{,}4, \quad B = 651{,}9$
53,6		522,3		$a = 44{,}16$
	720,3		566,3	$\Phi = 36840$
71,8		522,6		$D = 1{,}001478$
	714,1		564,0	
79,2		523,0		
58,1	710	522,6	565,0	

XLII.

$W = 100530, \quad T = 16.1, \quad \varphi = 210{,}0$

b		R		
26,0		518,3		$\delta = 45{,}0, \quad B = 661{,}8$
	710,0		568,0	$a = 46{,}86$
69,0		525,1		$\Phi = 36840$
	734,5		568,1	$D = 1{,}001546$
86,2		524,2		
60,4	722,2	522,5	567,5	

Aus den drei Werthen

1,001357
1478
1546

folgt für das ölbildende Gas

$$D = 1{,}001456.$$

Sumpfgas.

Dargestellt durch Erhitzen eines Gemenges von essigsaurem Natron, Natronhydrat und Kalkhydrat. Gewaschen durch Kalilauge. Getrocknet durch Schwefelsäure.

LB 21 *B.E.* — *CB* 4 *D.E.*

XLIII.

$W = 100854, \quad T = 16{,}4, \quad \varphi = 207$

b		R		
13,4		542,7		
	703,3		513,5	$\delta = 25{,}6, \quad B = 622{,}1$
51,6		538,9		$a = 26{,}67$
	699,4		515,0	$\Phi = 36339$
59,6		541,4		$D = 1{,}000951$
	689,2		516,4	
69,6		545,6		
	617,8		523,5	
82,2		545,0		
55,3	677,4	542,8	517,1	

XLIV.

$W = 100854, \quad T = 16{,}4, \quad \varphi = 206{,}6$

b		R	
16,4		538,6	
	727,1		570,8
49,8		543,1	
	722,1		571,8
61,0		545,8	
	725,9		571,4
72,4		546,7	
	725,5		573,2
86,6		546,6	
57,2	725,2	544,2	571,8

$\delta = 27{,}6, \quad B = 668{,}0$
$a = 28{,}75$
$\Phi = 36250$
$D = 1{,}000956$

Als Mittel der zwei Werthe

1,000951
956

folgt für das Sumpfgas

$$D = 1{,}000953.$$

Bei den nachfolgenden Versuchen zur Bestimmung der Dielektricitätsconstante einiger Dämpfe wurden die betreffenden Flüssigkeiten in Eprouvetten gebracht, deren offenes Ende etwas ausgezogen war; an dieses wurde ein kurzes Stück eines fest schliessenden Kautschuckschlauches angesetzt und die Eprouvette mittels desselben mit der Mündung *o* verbunden.

Sämmtliche Flüssigkeiten erhielt ich vom hiesigen chemischen Institute; sie wurden mir als rein und wasserfrei bezeichnet.

Die bekannte Thatsache, dass ein Theil des Dampfes an der Oberfläche der festen Körper condensirt wird, war auch hier leicht zu beobachten und es fragt sich, ob nicht etwa die Condensation an der Oberfläche der Condensatorplatten einen constanten Fehler bei den Bestimmungen der Dielektricitätsconstante mit sich bringt. Die an den Platten condensirte Schichte kann ja entweder den Einfluss haben, dass sie die Distanz der Platten gewissermaassen verkleinert, oder den, dass ein Theil des dielektrischen Mittels eine höhere Dielektricitätsconstante besitzt, als es die des untersuchten Dampfes ist. In beiden Fällen würde die Beobachtung zu grosse Werthe für D liefern. Die Frage nach einem solchen Einflusse ist jedoch durch Beobachtungen bei verschiedener Distanz der Condensatorplatten leicht zu entscheiden. — Ich habe daher alle Dämpfe mit Ausnahme des Schwefelkohlendampfes auch bei einer grösseren Plattendistanz ($0{,}315^{cm}$) untersucht und werde die betreffenden Tabellen mit „vergr. Pld." bezeichnen.

8. Schwefelkohlenstoffdampf.

LB 22 *B.E.* — *CB* 4 *D.E.*

XLV.

$W = 95000$, $T = 15{,}5$, $\varphi = 216{,}4$

b		R	
36,8		459,5	
	128,8		466,6
49,6		452,5	
	136,8		458,7
54,0		443,7	
	134,8		450,0
57,2		434,4	
49,4	133,5	447,5	458,4

$\delta = 10{,}9$, $B = 84{,}1$
$a = 11{,}36$
$\Phi = 37960$
$D = 1{,}00286$

XLVI.

$W = 95300$, $T = 15{,}5$, $\varphi = 215{,}8$

b		R	
34,4		471,5	
	123,4		462,6
48,8		467,9	
	151,6		463,7
54,8		480,2	
	147,0		466,1
63,0		483,7	
50,2	140,7	475,8	464,1

$\delta = 11{,}7$, $B = 90{,}5$
$a = 12{,}19$
$\Phi = 37850$
$D = 1{,}00286$

XLVII.

$W = 95800$, $T = 16$, $\varphi = 210{,}1$

b		R	
29,4		514,2	
	123,6		504,9
40,4		518,6	
	127,0		509,5
45,0		523,7	
	130,4		514,7
51,6		527,1	
41,6	127,0	520,9	509,7

$\delta = 11{,}2$, $B = 85{,}4$
$a = 11{,}67$
$\Phi = 36840$
$D = 1{,}00298$

Stellen wir die Werthe zusammen

1,00286
286
298,

so ergibt sich als Mittel derselben für den Schwefelkohlenstoff

$$D = 1{,}00290.$$

9. Der Dampf der schwefeligen Säure.

Die schwefelige Säure wurde aus Kupfer und Schwefelsäure dargestellt, gereinigt, dann mittels einer Kältemischung in einem hierfür bestimmten gläsernen Apparate in den flüssigen Zustand übergeführt und später aus diesem Apparate direct in den Condensator geleitet.

LB 22 *B.E.* — *CB* 4 *D.E.*

XLVIII.

$W = 95200,\quad T = 14{,}5,\quad \varphi = 215{,}3$

b		R		
27,8		579,5		
	568,0		352,9	$\delta = 208{,}2,\quad B = 483{,}8$
54,0		580,7		$a = 216{,}9$
	520,0		387,3	$\Phi = 37780$
58,0		593,7		$D = 1{,}009505$
	520,0		387,3	
69,0		597,2		
52,2	536,0	587,8	379,6	

XLIX.

$W = 95660,\quad T = 14{,}5,\quad \varphi = 214{,}6$

b		R		
30,6		520,8		
	518,0		719,4	$\delta = 203{,}5,\quad B = 471{,}1$
54,0		515,1		$a = 212{,}0$
	536,0		714,5	$\Phi = 37640$
61,0		501,5		$D = 1{,}009566$
	522,0		692,7	
71,0		489,6		
54,2	525,3	505,4	708,9	

Um zu constatiren, ob nicht etwa die sehr kalte schwefelige Säure die Condensatorplatten und Kammasseplättchen derart abkühlt, dass dies einen merklichen Beobachtungsfehler mit sich bringen würde, so leitete ich bei dem nachfolgenden Versuche dieselbe vor dem Eintritte in den Condensator durch ein langes Bleirohr, welches vielfach gewunden im Wasser, das eine Temperatur von 39° C. hatte, lag. Es ergab sich keine merkliche Differenz zwischen der früheren und der jetzigen Bestimmung.

L.

$W = 96900$, $T = 15$, $\varphi = 212,0$

b		R	
44,0		585,4	
	492,0		392,5
70,0		563,0	
	467,0		391,0
61,0		563,0	
	471,8		389,7
69,0		562,5	
61,0	477,0	568,5	391,1

$\delta = 177,4$, $B = 416,0$
$a = 184,8$
$\Phi = 37200$
$D = 1,009574$

Vergrösserte Plattendistanz.

LB 15 *B.E.* + 12 *L.E.* — *CB* 2 *D.E.*

LI.

$W = 108330$, $T = 16$, $\varphi = 48,1$

b		R	
27,0		631,8	
	433,0		601,1
58,4		642,8	
	439,8		610,2
70,4		646,6	
	436,8		613,4
80,0		647,5	
59,0	536,5	642,2	608,2

$\delta = 34,0$, $B = 377,5$
$a = 35,36$
$\Phi = 8327$
$D = 1,009046$

LII.

$W = 108600$, $T = 16,2$, $\varphi = 47,9$

b		R	
34,6		625,1	
	309,9		651,3
62,2		629,0	
	320,0		653,8
70,0		631,1	
	309,9		652,9
76,2		631,6	
60,8	313,3	629,2	652,7

$\delta = 23,5$, $B = 252,5$
$a = 24,44$
$\Phi = 8312$
$D = 1,009380$

Wir erhalten also bei der kleineren Plattendistanz die Werthe

1,009605
9566
9574

und bei der grösseren

$$\begin{matrix}1{,}009046\\ 9380.\end{matrix}$$

Die letzten Werthe sind wohl etwas kleiner als die ersten; eine Störung durch die condensirte Schichte lässt sich jedoch daraus und auch aus den später mit anderen Dämpfen erhaltenen Resultaten nicht nachweisen; wir nehmen daher das Mittel aus den drei ersten Zahlen

$$D = 1{,}009548$$

als den Werth der Dielektricitätsconstante für den Dampf der schwefeligen Säure an.

10. Chloräthyldampf.

LB 5 $B.E.$ + 10 $E.$ von der Tauchb. + 12 $B.E.$ CB 8 $D.E.$

LIII.

$W = 95000, \quad T = 15{,}5, \quad \varphi = 215{,}6$

b		R		
27,6		515,0		
	148,4		439,0	$\delta = 84{,}3, \quad B = 121$
48,0		511,8		$a = 87{,}8$
	175,4		420,7	$\Phi = 37840$
51,0		511,4		$D = 1{,}01541$
	190,4		421,6	
75,0		507,6		
50,4	171,4	511,4	427,1	

LIV.

$W = 95400, \quad T = 15{,}5, \quad \varphi = 215{,}2$

b		R		
26,0		491,5		
	198,8		600,2	$\delta = 104{,}1, \quad B = 152{,}3$
44,4		482,1		$a = 108{,}46$
	210,0		585,0	$\Phi = 37740$
50,0		465,3		$D = 1{,}01518$
	180,0		542,8	
55,4		448,7		
44,0	196,3	471,9	576,0	

LV.

$W = 99430$, $T = 15{,}5$, φ — 208,7

b		R		
16,6		496,8		
	173,0		588,3	$\delta = 99{,}0$, $B = 141{,}8$
49,2		495,5		$a = 103{,}2$
	193,0		527,2[1]	$\Phi = 36620$
50,1		427,2		$D = 1{,}01598$
	198,0		514,1	
54,6		402,4		
32,8	173,4	496,1	588,3	
52,3	195,5	414,8	520,7	

Vergr. Pld. *LB* 15 *B.E.* + 12 *L.E.* — *CB* 1 *D.E.*

LVI.

$W = 109430$, $T = 15{,}6$, $\varphi = 47{,}5$

b		R		
51,6		628,0		
	266,3		661,0	$\delta = 30{,}9$, $B = 204{,}8$
52,2		628,5		$a = 32{,}13$
	253,9		658,2	$\Phi = 8223$
59,6		628,8		$D = 1{,}01532$
	264,3		658,5	
63,6		628,4		
56,7	261,5	628,4	659,3	

LVII.

$W = 109090$, $T = 16{,}0$, $\varphi = 47{,}6$

b		R		
24,0		634,5		
	202,4		609,3	$\delta = 20{,}2$, $B = 138{,}8$
57,6		631,4		$a = 22{,}88$
	196,4		612,9	$\Phi = 8240$
65,0		632,3		$D = 1{,}01607$
	180,4		615,6	
70,7		633,0		
54,3	193,1	632,8	612,6	

1) Es trat eine Unregelmässigkeit im Gange der Stimmgabel ein, nachdem dieselbe behoben war, zeigte sich eine beträchtliche Ruhelageverschiebung, so dass die ganze Beobachtung in zwei Partien getheilt werden musste.

Werthe für D = 1,01541, 1518, 1598 bei der kleineren Pld.; 1532, 1603 bei der grösseren Pld.

Es folgt daraus für Chloräthyldampf

$$D = 1{,}01552.$$

11. Bromäthyldampf.

LB 22 *B.E.* *CB* 4 *D.E.*

LVIII.

$W = 94800$, $T = 15{,}5$, $\varphi = 215{,}8$

b		R	
37,4		529,5	
	109.4		476,8
43,0		520,4	
	130,0		458,9
41,6		517,2	
	135,2		452,5
48,8		513,0	
42,7	124,9	520,0	462,7

$\delta = 57{,}3$, $B = 82{,}2$
$a = 59{,}70$
$\Phi = 37850$
$D = 1{,}01541$

LIX.

$W = 94800$, $T = 15{,}5$, $\varphi = 215{,}7$

b		R	
32,4		530	
	126,4		465,7
47,4		520.5	
	132,0		461,5
46,6		520,2	
	126,8		565,7
51,8		518,2	
45,5	128,4	522 2	464,3

$\delta = 57{,}9$, $B = 83{,}9$
$a = 60{,}33$
$\Phi = 37840$
$D = 1{,}01524$

LX.

$W = 95300$, $T = 15{,}5$, $\varphi = 214{,}8$

b		R	
31,0		536,5	
	107.6		591,9
43,4		545,5	
	106,4		587,1
45,4		543,4	
	100,2		579,3
49,6		542,1	
42,3	104,7	541,9	586,1

$\delta = 44{,}2$, $B = 62{,}4$
$a = 46{,}06$
$\Phi = 37690$
$D = 1{,}01573$

Vergr. Pld. *LB.* 15 *B.E.* + 12 *L.E.* — *CB* 1 *D.E.*

LXI.

$W = 109430$, $T = 15{,}8$, $\varphi = 47{,}5$

b		R		
29,8		598,6		
	125,6		613,4	$\delta = 13{,}0$, $B = 85{,}5$
47,2		602,5		$a = 13{,}52$
	128,6		615,1	$\Phi = 8223$
53,6		603,8		$D = 0{,}01546$
	146,6		618,5	
62,0		605,8		
48,1	133,6	602,7	615,7	

LXII.

$W = 109430$, $T = 15{,}8$, $\varphi = 47{,}5$

b		R		
51,6		639,6		
	130,8		627,4	$\delta = 12{,}1$, $B = 83{,}2$
57,6		637,0		$a = 12{,}58$
	138,6		625,4	$\Phi = 8223$
65,0		636,3		$D = 1{,}01498$
	163,2		621,4	
70,0		634,5		
61,0	144,2	636,8	624,7	

Wir erhalten also die Werthe

$$\left.\begin{matrix} 1{,}01541 \\ 1524 \\ 1573 \end{matrix}\right\} \text{bei der kleineren Pld.}$$

$$\text{und } \left.\begin{matrix} 1{,}01545 \\ 1496 \end{matrix}\right\} \text{bei der grösseren Pld.}$$

Daraus ergibt sich für Bromäthyldampf

$$D = 1{,}01546.$$

12. Aetherdampf.

LB 14 *B.E.* + 12 *L.E.* — *CB* 4 *D.E.*

LXIII.

$W = 96170$, $T = 16{,}5$, $\varphi = 341{,}2$[1])

b		R		
36,0		498,9		
	193,3		582,0	$\delta = 71{,}1$, $B = 136{,}2$
58,4		514,6		$a = 74{,}1$
	187,5		584,5	$\Phi = 59850$
66,0		527,7		$D = 1{,}00732$
	202,3		600,5	
72,6		530,5		
58,2	194,4	517,9	589,0	

1) Das Galvanometer war empfindlicher wie in den früheren Fällen.

LXIV.

$W = 96170, \quad T = 16,5, \quad \varphi = 341,2$

b		R		
51,6		467,0		
	173,6		402,3	$\delta = 59,1, \quad B = 109,7$
64.2		458,5		$a = 61,58$
	172,0		398,9	$\Phi = 59850$
68,2		460,5		$D = 1,00755$
	175,6		409,5	
71,8		465,0		
64,0	173,7	462,7	403,6	

Vergr. Pld.

LXV.

$W = 109430, \quad T = 16^{0}, \quad \varphi = 47,6$

b		R		
61,0		654,4		
	221,4		643,5	$\delta = 11,3, \quad B = 155,7$
67,8		655,1		$a = 11,75$
	236,8		643,1	$\Phi = 8240$
73,6		655,3		$D = 1,00736$
	218,8		645,1	
77,6		656,0		
70	225,7	655,2	643,9	

LXVI.

$M = 100430, \quad T = 16, \quad \varphi = 47,9$

b		R		
47,0		612,2		
	202,4		623,6	$\delta = 20,0, \quad B = 137,9$
58,4		613,3		$a = 10,4$
	197,8		623,7	$\Phi = 8292$
65,0		613,8		$D = 1,00731$
	195,0		623,2	
71,6		614,6		
60,5	198,4	613,5	623,5	

Es ergaben sich die Werthe

$\left.\begin{array}{r}1,00732\\755\end{array}\right\}$ bei der kleineren Pld.

$\left.\begin{array}{r}1,00736\\731\end{array}\right\}$ bei der grösseren Pld.

Es ist also für den Aetherdampf

$$D = 1,00743.$$

Vergleich der Dielektricitätsconstanten mit den Lichtbrechungsexponenten.

Nach der elektromagnetischen Lichttheorie von Maxwell soll die Quadratwurzel aus dem Verhältnisse der Dielektricitätsconstanten zweier Substanzen gleich sein dem Verhältnisse ihrer Lichtbrechungsexponenten, falls die Magnetisirungsconstanten dieser Substanz mit hinlänglicher Genauigkeit gleich sind. Letztere Bedingung ist bei den Gasen erfüllt und es haben bereits die Versuche Boltzmann's bei sieben Gasen obige aus der elektromagnetischen Lichttheorie folgende Relation bestätiget. Die vorliegende Untersuchung hat für dieselben sieben Gase ein gleiches Resultat geliefert und überdies die Richtigkeit obiger Beziehung auch für den Dampf des Schwefelkohlenstoffs erwiesen. Die geringen Abweichungen, die die einzelnen Substanzen zeigen, erklären sich theils durch die noch nicht genügende Vollkommenheit der Methode, theils aber auch durch die Unreinheit der untersuchten Gase. Die Thatsache allein, dass die Gase unter Wasser aufgefangen wurden, bringt ja schon gewisse Fehlerquellen mit sich. Berücksichtigt man diese Umstände, so wird man die Uebereinstimmung als eine sehr befriedigende bezeichnen können.

Um die Uebereinstimmung noch exacter zu machen, resp. kleine Abweichungen mit Sicherheit festzustellen, wird es in Zukunft unerlässlich sein, die Beobachtungsmethode noch zu vervollkommnen und gleichzeitig mit den Bestimmungen der Dielektricitätsconstante auch die des Lichtbrechungsexponenten, und zwar mit derselben Gassorte, auszuführen.

Was die übrigen vier Dämpfe anbelangt, so genügen ihre Dielektricitätsconstanten der theoretischen Relation nicht. Diese Substanzen besitzen wahrscheinlich eine gewisse Leitungsfähigkeit und dürften in die Kategorie jener Körper gehören, welche bei verschiedener Ladungsdauer auch verschiedene Werthe für D ergeben. Eine Untersuchung dieser Dämpfe nach der elektrometrischen Methode wäre daher nicht ohne Interesse.

In der nachfolgenden Tabelle (S. 611) sind die $\sqrt{D}$ und die Brechungsexponenten n nach Mascart zusammengestellt; auch sind die von den Herren Boltzmann, dann Ayrton und Perry erhaltenen Werthe angeführt.

Ueber eine vortheilhafte Abänderung dieser Beobachtungsmethode.

Die hier benutzte Art der Compensation zeichnet sich durch eine grosse Einfachheit aus, bringt jedoch mehrere Uebelstände mit sich, die zuweilen die Genauigkeit des Resultates beeinträchtigen. Man ist nämlich bei der Compensation abhängig von der elektromotorischen Kraft der Ladungs- und Compensationsbatterie, von den Widerständen

LXVII.

Gas	$\sqrt{D}$ nach Ayrton und Perry	$\sqrt{D}$ nach Boltzmann	$\sqrt{D}$	n
Atmosphärische Luft	1,000750	1,000295	1,000293	1,0002927
Wasserstoff	1,000650	1,000132	1,000132	1,0001387
Kohlensäure	1,00115	1,000473	1,000492	1,0004544
Kohlenoxyd	—	1,000345	1,000347	1,0003350
Stickoxydul	—	1,000497	1,000579	1,0005159
Oelbildendes Gas	—	1,000656	1,000729	1,000720
Sumpfgas	-	1,000472	1,000476	1,000442
Dampf des Schwefelkohlenstoffes	—	—	1,001450	1,001478
Dampf der schwefeligen Säure .	1,00260	—	1,00477	1,0007036
Dampf des Aethers	—	—	1,00372	1,001537
„ „ Chloräthyls	—	—	1,00776	1,001174
„ „ Bromäthyls	—	—	1,00773	1,001218

im Compensationskreise, wozu auch die Galvanometerrolle gehört, und vom Gange der Stimmgabel. Jede Aenderung einer dieser Grössen setzt die Galvanometernadel in Bewegung. Eine solche Bewegung ist aber selten vollkommen gleichmässig und das bringt immer Fehler mit sich. Es ist daher wünschenswerth, der Gefahr einer derartigen Störung der Resultate auszuweichen. Dies dürfte mit Hilfe eines zweiten Luftcondensators von gleicher Capacität gelingen. Beide Condensatoren sollen durch dieselbe Batterie geladen und dann im entgegengesetzten Sinne durch das Galvanometer entladen werden. Die Ladung und Entladung soll ein und dieselbe Stimmgabel besorgen. In einem solchen Falle ist man von der Aenderung der Widerstände und der elektromotorischen Kraft der ladenden Kette, sowie vom Gange der Stimmgabel vollkommen unabhängig. Ich hoffe, dass es mir auf diese Weise gelingen wird, die Genauigkeit bei den Bestimmungen der Dielektricitätsconstanten bedeutend zu erhöhen.

Der hier beschriebene Condensator wurde über Auftrag des Hrn. Reg.-Rath Prof. Dr. Ludwig Boltzmann in der hiesigen elektrotechnischen Anstalt des Hrn. Schaschl in vollkommen zufriedenstellender Weise angefertigt. Ich fühle mich verpflichtet, meinem hochverehrten Lehrer und Chef für die Anschaffung des Condensators, Hrn. Prof. Dr. L. v. Pebal für die Ueberlassung der Chemikalien und meinem Freunde und Collegen Hrn. Dr. G. Schacherl für die Darstellung der untersuchten Gase den verbindlichsten Dank auszusprechen.

Ueber galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu elektrometrischen und galvanometrischen Messungen [1]).

Von

W. v. Beetz.

Vor mehr als Jahresfrist habe ich den Vorschlag gemacht, für elektrometrische Messungen galvanische Elemente in Anwendung zu bringen, deren Leitungsflüssigkeit an einen festen Körper gebunden ist [2]). Als solche Elemente empfahlen sich besonders trockene Daniellelemente, bestehend aus U-förmig gebogenen Glasröhren, die zur einen Hälfte mit einem mit Kupfervitriollösung, zur anderen mit einem mit Zinkvitriollösung angerührten Gypsbrei gefüllt waren; vor dem Erstarren wurde in den erstgenannten Brei ein Kupferdraht, in den letztgenannten ein Zinkdraht gesteckt und endlich wurden die Oberflächen der beiden Gypspasten mit Paraffin übergossen. Ich habe solche Elemente als Normalelemente für elektrometrische Messungen empfohlen, dann aber auch aus ähnlichen, aus geraden Röhren construirten Elementen Säulen zusammengesetzt, welche zur Ladung von Quadrantelektrometern an Stelle der sonst angewandten Wasserbatterien dienen sollen. Nachdem ich nun mit den Normalelementen 15 Monate, mit den Ladungsbatterien ein Jahr lang gearbeitet habe, erlaube ich mir, die mit denselben gemachten Erfahrungen bekannt zu geben [3]).

Ich muss zunächst die Bemerkung vorausschicken, dass ich in meiner früheren Mittheilung den Werth der elektromotorischen Kraft meiner Elemente durch Vergleich mit Zinkkupferelementen bestimmt habe, welche nach der Vorschrift von Kittler [4]) aus concentrirter Kupfervitriollösung und concentrirter Zinkvitriollösung, reinem Kupfer und reinem amalgamirtem Zink hergestellt waren, und deren beide

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus Münchener Akad. 2. Mai 1885.

2) Sitzungsber. der Münchener Akad. (1884) S. 207; Wied. Ann. Bd. 22 S. 402.

3) Der Gedanke, die Flüssigkeiten in den Elementen zu fixiren, ist neuerdings wiederholentlich aufgetaucht, namentlich bei den Etalonelementen von Crova und Garbe (Journ. de physique [2] vol. 3 p. 299) und in den Elementen von Onimus (Compt. rend. vol. 98 p. 1577).

4) Wied. Ann. Bd. 17 S. 865.

Flüssigkeiten durch ein mit Zinkvitriollösung gefülltes Heberrohr mit capillaren Endöffnungen unter einander verbunden waren. Die elektromotorische Kraft solcher Elemente fand Kittler = 1,059 Volt, und zwar durch Vergleich derselben mit einem Latimer Clark-Elemente, dessen elektromotorische Kraft nach vorläufiger Annahme = 1,457 Volt festgestellt war. Nun hat einerseits Lord Rayleigh[1]) seit jener Zeit einen genauer bestimmten Werth dieser Kraft angegeben, nämlich 1,434 Volt; andererseits ist das von mir als Ausgangspunkt benutzte Daniellelement mit Zinkvitriollösung nicht identisch mit dem von Kittler untersuchten. Ich finde immer höhere Werthe für dasselbe und auch Herr Kittler theilte mir mit, dass ihm spätere Messungen stets höhere Werthe geliefert haben. Ich habe mich übrigens früher selbst überzeugt, dass das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte der beiden mit Schwefelsäure und mit Zinkvitriollösung gefüllten Daniellelemente, welche Herr Kittler damals in meinem Laboratorium untersuchte, in der That so gross war, wie es angegeben worden ist; der Zinkvitriol, mit welchem spätere Versuche gemacht worden sind, enthält also vielleicht Spuren freier Säure; ich habe stets käuflichen, sog. chemisch reinen Vitriol angewandt und mit dessen concentrirter Lösung die elektromotorische Kraft bis zu 1,07 Volt (statt 1,042 Volt) erhalten. Carhart[2]) erhielt (nach der Compensationsmethode) sogar keine niederern Werthe als 1,111 Volt. Um alle Unsicherheit zu vermeiden, habe ich in gegenwärtiger Mittheilung stets die elektromotorische Kraft des Normal-Daniell, welches verdünnte Schwefelsäure enthält, als Ausgangspunkt gewählt. Auf die von Lord Rayleigh angegebene elektromotorische Kraft des Latimer Clark-Elementes bezogen, ergibt sich die dieses Normalelementes mit Benutzung des sowohl von Kittler, als von v. Ettingshausen[3]) angegebenen Verhältnisses = 1,175 Volt. Aus Gründen, welche weiter unten entwickelt werden, habe ich statt dieses Werthes für meine Vergleichungen den wenig abweichenden 1,177 Volt (zwischen 16 und 20° gemessen) zu Grunde gelegt.

In meinen ältesten Trockenelementen, bezeichnet mit Nr. 1 bis 3 (Gruppe I), war der Zinkdraht nicht amalgamirt, um ihn nicht zu brüchig zu machen. In allen später angefertigten ist der Draht mit Schellack überzogen; nur die Spitze ist metallisch gelassen und amalgamirt. Die Zink- und Kupfervitriollösungen waren bei gewöhnlicher Temperatur concentrirt in den Elementen von Nr. 4 bis 16 (Gruppe II), dagegen mit einem halben Volumen Wasser verdünnt in den Elementen

1) Proc. L. Roy. Soc. 1884 p. 146.
2) Sill. Am. Journ. (3) vol. 28 p. 374 (1884).
3) Zeitschr. f. Elektrotechnik 1884 Heft XVI S. 10.

von Nr. 17 bis 23 (Gruppe III). Die Lösungen für die Elemente Nr. 24 bis 30 (Gruppe IV) waren im Sieden concentrirt, und den für die Elemente Nr. 31 bis 39 (Gruppe V) verwandten im Sieden gesättigten Lösungen war noch ein Ueberschuss von pulverisirtem Salze zugesetzt. Endlich war in allen Elementen von Nr. 15 an der grösste Theil des U-förmigen Rohres mit gewöhnlichem, mit Wasser angerührtem Gypsbrei gefüllt, während nur die oberen, etwa 4^{cm} langen Enden mit dem, mit den Vitriollösungen angerührten Gypsbrei angefüllt wurden. Mit diesen verschiedenen Gruppen von Elementen wurden zu verschiedenen Zeiten Messungen angestellt, um die in denselben etwa vorgegangenen Veränderungen kennen zu lernen. Ich werde im folgenden aus jeder Gruppe nur die an einigen ihrer Repräsentanten gemachten Erfahrungen mittheilen, wozu ich vorzugsweise solche Elemente auswähle, mit denen zwischen den einzelnen Messungen mannigfaltige Versuche mit Stromschlüssen ausgeführt worden waren.

		24. Febr. 1884	13. Mai 1884	29. Juni 1884	20. Sept. 1884	22. Jan. 1885	9. März 1885	8. April 1885
I	1	1,047		1,045	1,049		1,050	1,045
	2	1,045		1,043	1,044		1,048	1,044
II	4		1,059		1,054	1,055	1,056	1,050
	8		1,057	1,055	1,055	1,058	1,055	1,054
III	19			1,066	1,068	1,067	1,064	1,069
	21			1,068	1,068	1,068	1,069	1,068
IV	26					1,062	1,064	1,062
	28					1,064	1,065	1,062
V	36					1,060	1,060	1,060
	39					1,061	1,061	1,063

Aus der vorstehenden Tabelle ist folgendes ersichtlich: Die geringste elektromotorische Kraft haben die Elemente mit nicht amalgamirtem Zink (I), die grösste die mit verdünnten Vitriollösungen (III). An Haltbarkeit verdient kaum eines der Elemente den Vorzug vor dem anderen. Die vorkommenden Schwankungen hängen von der Zeit ab, während welcher die Elemente vor der Messung geruht hatten, so weit sie nicht in die Grenzen der Beobachtungsfehler fallen. Ich glaube deshalb auch jetzt noch die trockenen Daniellelemente als Normalelemente für elektrometrische Messungen empfehlen zu dürfen, namentlich da dieselben, wie ich früher gezeigt habe, eine von Temperaturschwankungen sehr wenig beeinflusste elektromotorische Kraft besitzen. Immerhin wird es für jedes ein für alle Mal fest zusammengesetztes Element zweckmässig sein, wenn es von Zeit zu Zeit der Controle durch Vergleich mit einem frisch zusammengesetzten Normal-Daniell unterworfen wird.

Nicht so gut sind die Erfahrungen, welche ich über die Haltbarkeit der aus trockenen Daniellelementen zusammengesetzten Säulen zur Ladung der Elektrometer gemacht habe, wenigstens so lange diese Säulen die von mir vorgeschlagene Form hatten, wie dieselbe in meiner ersten Mittheilung abgebildet ist. Die Elemente waren sehr kurz (8^{cm}) und wurden zu je 12 an den beiden letzten Zink- und Kupferdrähten aufgehängt. Zuerst hatten alle Reihen fast genau gleiche Potentialdifferenzen, allmählich sank dieselbe in der einen oder anderen Reihe ziemlich plötzlich, während sie in der Mehrzahl der Reihen ganz constant blieb. Als Grund dieser Erscheinung ergab sich die Lockerung der Drähte im Gypsgusse; durch Eindrücken derselben konnte die Potentialdifferenz wieder gehoben werden, wenn auch nicht ganz auf die alte Höhe. Diesen schädlichen Einfluss habe ich vollkommen entfernt, indem ich die Elemente nicht mehr aufhängen, sondern die Glasröhren, bevor sie gefüllt werden, in ihrer Mitte zwischen je zwei mit Paraffin bedeckte Holzleisten einbetten lasse. Alles Hin- und Herbiegen der Drähte ist dadurch unmöglich gemacht. Die 12 Leistenpaare werden dann einander parallel in einen Rahmen eingeschoben und die Enddrähte durch Klemmschrauben unter einander verbunden. Die so hergestellten Säulen haben bisher keine Veränderung gezeigt und können jetzt ohne Gefahr transportirt werden.

Die Anordnung, dass der grösste Theil der U-förmigen Röhren meiner Normalelemente mit gewöhnlichem Wassergyps angefüllt wurde, ist zunächst getroffen worden, um den Widerstand derselben zu vergrössern, dann aber auch, um das Diffundiren der Kupfervitriollösung in die Zinkvitriollösung zu verhindern; eine solche Diffusion findet nämlich trotz des Erstarrens der Gypsmassen noch lange statt und ich befürchtete ein schliessliches Uebertreten des Kupfervitriols bis an die Zinkdrähte. Aber auch wenn der Wassergypsguss vollständig ausgetrocknet ist, bevor die mit den Vitriollösungen angerührten Breimassen aufgegossen werden, findet ein Eindringen in den trockenen Gyps statt und wird dadurch der Widerstand mehr und mehr verringert. Das Eindringen ist hier ein capillares und um ihm so bald als möglich ein Ende zu machen, habe ich in den Gruppen IV und V Lösungen angewandt, aus denen die Salze bei der Abkühlung auskrystallisiren. Die Erstarrung besteht also hier nicht nur in der Wasserverbindung durch den Gyps, sondern ausserdem noch im Krystallisationsvorgange. Diese Anordnung, welche mir die vortheilhafteste zu sein scheint, habe ich jetzt auch auf die Herstellung der Ladungssäulen angewandt. Jedes Element derselben hat eine Länge von 10^{cm} und enthält in seiner Mitte auf die Länge von 5^{cm} Wassergyps.

Ausser den trockenen Daniellelementen habe ich versucht, Trockenelemente mit Zink- und Silberdrähten herzustellen. An die Stelle des mit Kupfervitriollösung angerührten Gypsbreies brachte ich einen Gyps, dem feinvertheiltes Chlorsilber beigemengt war und der dann mit Wasser angerührt wurde; in den erstarrenden Brei wurde ein Draht von chemisch reinem Silber gesteckt. Da Chlorsilberelemente so vielfach in Anwendung gekommen sind, hoffte ich auch von trockenen Chlorsilberelementen einen guten Erfolg, wurde aber durchaus enttäuscht. Die elektromotorische Kraft des Elementes war nicht höher als 1,094 Volt, verminderte sich beim Schliessen des Elementes schnell und erholte sich nach dem Oeffnen nicht vollständig. Dagegen erhielt ich ein sehr gutes Resultat, wenn ich den Gyps mit einer concentrirten oder noch besser mit einer in der Siedhitze übersättigten Silbernitratlösung angerührt hatte. Die elektromotorische Kraft solcher Elemente wurde = 1,52 Volt gefunden und hat, obwohl während eines Vierteljahres sehr viel mit den Elementen experimentirt ist und dieselben sehr oft und sehr lange geschlossen worden sind, bis heute immer wieder denselben Werth angenommen.

Ueber die Wirkung kürzeren oder längeren Schliessens auf die elektromotorische Kraft der Trockenelemente kann nur wiederholt werden, was in meiner ersten Mittheilung gesagt ist: wenn nach aufgehobenem Schlusse am Elektrometer die Potentialdifferenz gemessen wird, so zeigt sie sich wenig verringert, nach tagelangem Schlusse vielleicht um 1 bis höchstens 2 %; nach längerer Oeffnung stellt sich die alte elektromotorische Kraft vollkommen wieder her. Aber der Werth, der da gemessen worden, ist nicht derjenige, bis zu welchem die Potentialdifferenz während des Schlusses hinabgesunken war, weil während der kurzen Zeit, welche die Messung in Anspruch nimmt, das Element sich schon beträchtlich erholt. Ueber jenen Minimalwerth können nur gleichzeitige galvanometrische und elektrometrische Messungen Aufschluss geben.

Zu den galvanometrischen Messungen bediente ich mich eines Wiedemann'schen Spiegelgalvanometers von Sauerwald von dem gewöhnlich nur eine Multiplicatorrolle, und diese bis an das Ende des Schlittens hinausgeschoben, benutzt wurde. Als Widerstandsmaass diente ein Siemens'scher Stöpselrheostat, nach Q.-E. getheilt, und die Widerstände 1000, 2000, 2000, 5000 und neunmal 10000 Q.-E. enthaltend. Die Widerstände wurden mit einem neuen Etalon der Siemenseinheit (Nr. 3183) verglichen und, wo ihre Uebersetzung in Ohm nöthig war, wurde die Definition 1 Ohm = 1,06 Q.-E. zu Grunde gelegt.

Der innere Widerstand eines Elementes kann nach der Ohm'schen

Methode nur dann gemessen werden, wenn bei Einschaltung äusserer Widerstände von verschiedenem Betrage sich die elektromotorische Kraft nicht merklich ändert. Wenn also drei verschiedene Widerstände (w) nach einander eingeschaltet werden, so müssen die aus je zwei Beobachtungen der Stromstärke (i) berechneten inneren Widerstände gleichen Werth haben. Ich führe einige Beispiele solcher Widerstandsmessungen an; der gefundene Widerstand ist natürlich gleich dem des Elementes (R) plus dem des Multiplicators (g).

Element Nr. 4			Element Nr. 29		
w	i	$R+g$	w	i	$R+g$
50000	231		10000	717	
		16030			136080
10000	586		5000	909	
		16070			136200
1000	895		0	1243	

Um derartig übereinstimmende Resultate zu erhalten, muss man für vollständige Temperaturconstanz der Elemente Sorge tragen, denn deren innerer Widerstand nimmt mit steigender Temperatur sehr rasch ab. Ich habe das zu untersuchende Element jedesmal einige Stunden vor der Messung in ein Futteral von dickem Filz gesteckt, das dann noch von einem Mantel von weicher Baumwolle umgeben wurde. Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur ist aus folgendem Beispiel ersichtlich:

Das Element Nr. 29 wurde in Eiswasser bis auf 1,5° abgekühlt; sein Widerstand betrug (nach Abzug des Galvanometerwiderstandes $g = 5427$ Q.-E.) bei dieser Temperatur 232300 Q.-E. Bei 20° wurde derselbe $= 132900$ Q.-E. gefunden. Diese Abnahme des Widerstandes ergibt den Temperaturcoefficienten 0,040 für einen Grad Temperaturdifferenz, d. h. genau denselben, der aus meinen Angaben über das Leitungsvermögen der Zinkvitriollösung[1]) für die concentrirteste Lösung folgt.

Dass selbst während eines Stromschlusses, der weit längere Zeit dauert, als zur Vornahme der Messungen erforderlich ist, eine Veränderung der elektromotorischen Kraft nicht mehr eintritt, geht aus den folgenden Messungen hervor, welche gleichzeitig am Galvanometer (i) und am Elektrometer (a) ausgeführt wurden. Mit einem jeden der eingeschalteten Widerstände blieb das Element 6 Minuten lang geschlossen. Am Anfange und am Ende dieser Zeit wurden Galvanometer und Elektrometer abgelesen. Die Galvanometerablesung ist jedesmal das arithmetische Mittel aus einer rechts- und einer linksseitigen Ablesung, die gemacht wurden, um den Einfluss einer Verschiebung des Nullpunktes zu eliminiren.

1) Pogg. Ann. Bd. 117 S. 22.

Kupferelement Nr. 36				Silberelement Nr. 41			
Zeit	w	i	a	Zeit	w	i	a
5ʰ 20′	100000	720,0	522	5ʰ 58′	100000	973,5	704
5 26		720,0	522	6 04		973,5	704
5 28	70000	893,5	458	6 07	70000	1193,0	611
5 34		895,0	458	6 13		1194,0	611
5 35	40000	1181,0	354	6 14	40000	1541,0	461
5 41		1181,5	354	6 20		1542,0	461

Aus den galvanometrischen Ablesungen ergeben sich die Widerstände der Elemente (d. h. $R+g$)

	Nr. 36	Nr. 41
	53429 Q.-E.	63052 Q.-E.
	53717	63026
im Mittel	53537 Q.-E.	63039 Q.-E.

Mit diesen Daten ist es nun leicht, diejenige elektromotorische Kraft, welche ein Element während des Stromschlusses hatte (e) zu ermitteln und zwar ausgedrückt in Theilen der Elektrometerscala, welche vorher zur Messung der Potentialdifferenz a gedient hat, denn es verhält sich

$$e:a = R+g+w:g+w.$$

Berechnet man mit Hilfe dieser Proportion die Werthe von e aus den oben gegebenen Werthen von a, $R+g$, und dem Multiplicatorwiderstande $g = 2427$ Q.-E., so erhält man für

	Nr. 36	Nr. 41
$e =$	782	1121
	781	1122
	781	1120

während die Elemente vor Anstellung der Messungen am Elektrometer die Ausschläge

794 und 1147

unmittelbar nach Beendigung derselben die Ausschläge

787 und 1145

gegeben hatten. Kann man also die elektromotorische Kraft, welche ein Element während der Messung hat, nach absolutem Maasse bestimmen, so weiss man auch die elektromotorische Kraft, welche das offene ungeschwächte Element besitzt.

Die Aichung des Galvanometers behufs absoluter Strommessung geschah auf folgendem Wege: Der durch zwei grosse Daniellelemente erregte Strom durchlief ein Silbervoltameter in der von mir angegebenen Gestalt[1]), dann einen Neusilberdraht von bekanntem Widerstande r.

1) Beetz, Grundzüge der Elektricitätslehre (Stuttgart 1878) S. 57. Ich habe für die Aichungen stets kleine Stromstärken angewandt, bei denen die Angaben des Silbervoltameters vollkommen zuverlässig sind. Bei 0,1 Ampère erhielt ich durch das Silbervoltameter und durch das Kupfervoltameter genau äquivalente Zahlen.

Von den Enden dieses Drahtes gingen die Zuleitungsdrähte des Galvanometers aus. Der Strom wurde eine Stunde lang unterhalten; während dieser Zeit wurden alle 5 Minuten die Galvanometerausschläge im einen und im anderen Sinne gemessen; aus den 13 so erhaltenen Mittelwerthen, welche von einander sehr wenig abwichen, wurde das Hauptmittel i genommen. Aus dem Gewichte des im Voltameter während der gleichen Zeit niedergeschlagenen Silbers wurde die Stromstärke J im Hauptstrome mit Zugrundelegung der von F. und W. Kohlrausch[1]) gegebenen Werthe in Ampère ausgedrückt. Der durch das Galvanometer gehende Zweigstrom hat dann eine Stärke

$$J_g = J \cdot \frac{r}{r+g+w},$$

wenn w einen in die Galvanometerleitung eingeschalteten Widerstand bezeichnet. Ich gebe im folgenden die Zahlen eines solchen Aichversuches:

$r = 940{,}6$ Ohm, $g = 2289{,}8$ Ohm, $w = 28218{,}6$ Ohm,
Silberniederschlag in 1 Stunde 0,0875g,
$J = 0{,}02173$ Ampère,
$$\frac{r}{r+g+w} = 0{,}02991,$$
$J_g = 0{,}0006499$ Ampère,
mittlerer Galvanometerausschlag 1366,4.

Es wurden nun wieder die beiden Elemente Nr. 36 und Nr. 41 wie früher gleichzeitig galvanometrisch und elektrometrisch gemessen; die beobachteten Werthe waren bei

Nr. 36			Nr. 41		
w	i	a	w	i	a
10000	750,0	310	10000	1298,0	513
30000	457,5	495	30000	731,9	755
60000	288,5	600	60000	442,5	879
0	1098,5	089			

Hieraus folgen die Widerstände $(R+g)$ von

	Nr. 36	Nr. 41
	21282 Q.-E.	15859 Q.-E.
	21260	15929
	21370	
im Mittel	20110 Ohm	14936 Ohm

also diesmal (am 19. April) weit kleiner als früher (am 12. Februar), weil die Vitriollösungen eine Strecke weit in den trockenen Gyps eingedrungen und ausserdem die Temperaturen sehr verschieden waren.

1) Sitzungsber. d. phys.-med. Ges. zu Würzburg. 1884.

Aus den beobachteten Potentialdifferenzen berechnen sich die elektromotorischen Kräfte von

	Nr. 36	Nr. 41
	783	1068
	784	1068
	782	1068
	784	
im Mittel	783	1068

während andrerseits beobachtet wurde die elektromotorische Kraft der Elemente

	Nr. 36	Nr. 41
vor dem Schlusse	791	1083
nach der Oeffnung	790	1082

In absolutem Maasse finden sich dann die elektromotorischen Kräfte der geschlossenen Elemente, wenn man auch i in Ampère ausdrückt, nämlich für die Ablenkung

1098,5 $\qquad$ 1298,0

$i = 0{,}0005226$ Amp. $\qquad$ $i = 0{,}0006175$ Amp.

und dann i mit den zugehörigen Widerständen

$$(20110 + 0)\,\text{Ohm und } (14936 + 9406)\,\text{Ohm}$$

multiplicirt. Hiernach entsprechen den Angaben des Elektrometers die elektromotorischen Kräfte

	Nr. 36	Nr. 41
bei geschlossenem Strom	1,050 Volt	1,503 Volt
bei offener Kette	1,060	1,524

Das Verhältnis der elektromotorischen Kraft des Elementes Nr. 36 zu der eines mit Schwefelsäure gefüllten Normal-Daniellelementes fand ich auf elektrometrischem Wege = 1 : 1,111; die Kraft des Normal-Daniellelementes ist darnach =

1,177 Volt,

während dieselbe aus den oben erwähnten Angaben von Kittler, v. Ettingshausen und Lord Rayleigh = 1,175 Volt gefunden wurde. Durch eine zweite Aichung wurde die elektromotorische Kraft des offenen Elementes Nr. 21 = 1,068 gefunden, dann das Verhältnis des Elementes Nr. 21 zum Normal-Daniellelement = 1 : 1,102, also wiederum die elektromotorische Kraft des Normal-Daniell =

1,177 Volt.

Eine dritte Aichung ergab die elektromotorische Kraft des offenen Elementes Nr. 22 = 1,069: das Verhältnis derselben zu der des

Normal-Daniell war = 1 : 1,100, also die elektromotorische Kraft des letzteren =

1,176 Volt.

Ich habe deshalb meinen elektrometrischen Messungen ein Normal-Daniell von der elektromotorischen Kraft 1,177 Volt zu Grunde gelegt.

Herr Prof. Forster in Bern regte bei mir eine, die Trockenelemente betreffende Frage an: ob dieselben nicht für elektrotherapeutische Zwecke verwendbar seien, indem man mit einer Trockensäule einen Condensator laden und durch schnell hinter einander folgende Ladungen und Entladungen ganz bestimmt definirte Elektricitätsmengen dem Körper zuführen könnte. Gewiss wäre eine solche Anwendung von unschätzbarem Werthe und ich unternahm hoffnungsvoll die fraglichen Versuche. Als ich einen Condensator von der Capacität 1 Mikrofarad (von der société anonyme de câbles zu Cortaillod) mit der ganzen 144 paarigen Säule geladen hatte und ihn dann durch meinen Körper entlud, erhielt ich eine kräftige Erschütterung. Als ich aber die Ladung und Entladung durch ein paar Unterbrechungsräder, wie sie Buff[1]) zu seinen Inductionsversuchen angewandt hat, und welche ungefähr 16 Schliessungen in der Secunde lieferten, vollzog, war wenig von den Erschütterungen wahrzunehmen. Ich vermuthete sogleich, dass die Ladung, welche die Säule lieferte, zu langsam vor sich gehe, war aber doch, als ich messende Versuche anstellte, von der Langsamkeit dieser Ladungen überrascht. Ich lud mittels meines Elektrometerschlüssels[2]) einen Condensator von bestimmter Capacität durch eine gegebene Anzahl von Elementen eine gemessene Zeit lang und entlud ihn dann durch Umlegen des Schlüssels durch das Galvanometer. Ich theile in den folgenden Tabellen die am Galvanometer abgelesenen Ausschläge α mit, während die Ladungszeit in Secunden mit t, die Capacität in Mikrofarad mit $\varkappa$ bezeichnet ist:

24 Elemente

$\varkappa = 0,1$		$\varkappa = 0,5$		$\varkappa = 1$	
t	α	t	α	t	α
0,3	31	0,3	112	0,3	135
0,5	32	0,5	132	0,5	160
1,0	34	1,0	151	1,0	210
2,0	34	2,0	168	2,0	310
6,0	34	3,0	169	3,0	320
		6,0	169	4,0	325
				5,0	328
				6,0	330
				10,0	330

1) Pogg. Ann. Bd. 127 S. 57 (1866).

2) Wied. Ann. Bd. 10 S. 310 (1880).

72 Elemente

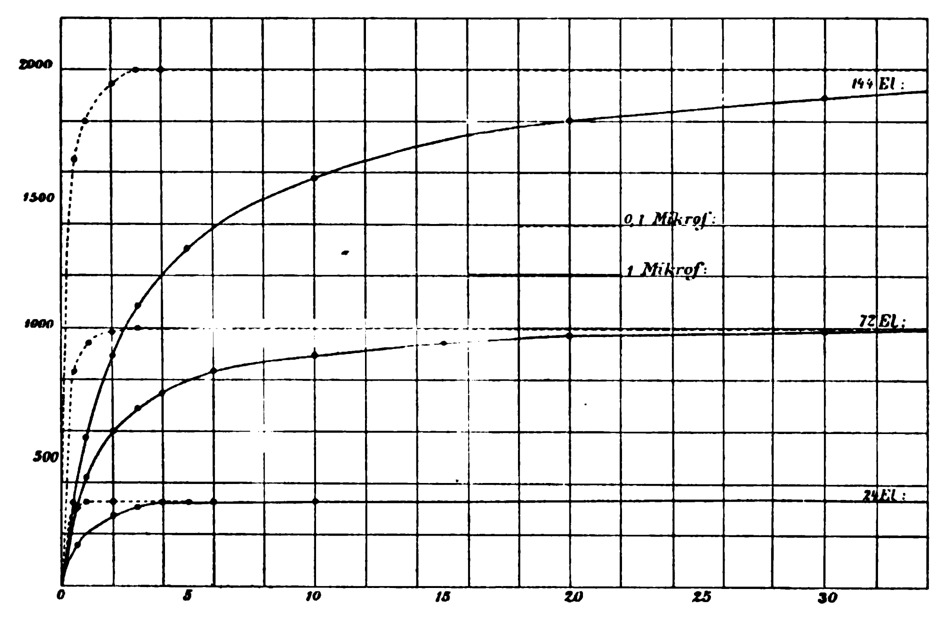
$\varkappa = 0{,}1$		$\varkappa = 0{,}5$		$\varkappa = 1$	
t	α	t	α	t	α
0,3	70	0,3	110	0,3	160
0,5	82	0,5	220	0,5	300
1	96	1	315	1	410
2	100	2	390	2	600
3	102	4	460	3	690
6	102	6	480	4	750
		10	495	6	830
		15	500	10	890
		20	502	15	950
				20	962
				25	980
				30	990
				40	990

144 Elemente

$\varkappa = 0{,}1$		$\varkappa = 0{,}5$		$\varkappa = 1$	
t	α	t	α	t	α
0,9	165	0,5	300	0,5	320
1	180	1	460	1	570
2	195	2	660	2	890
3	200	3	740	3	1110
5	200	5	850	5	1300
		10	940	10	1580
		20	980	20	1800
		30	1005	30	1890
		50	1010	50	1950
				100	1980
				150	1990
				200	2000
				250	2000

In der beigegebenen Curventafel ist ein Theil dieser Werthe graphisch dargestellt, indem die Zeiten als Abscissen, die Galvanometerausschläge als Ordinaten aufgetragen sind. Des besseren Vergleiches wegen sind für die auf die Ladung und Entladung des Condensators von der Capacität 0,1 Mikrofarad bezüglichen punktirten Curven die Ordinaten nach zehnfachem Maassstabe aufzutragen, während sich die ausgezogenen Curven auf den Condensator von der Capacität 1 Mikrofarad beziehen. Je kleiner die Elementenzahl und je kleiner die Capacität, desto plötzlicher geschieht die Ladung, aber selbst bei der Capacität 0,1 Mf. liefern 24 Elemente erst nach einer ganzen Secunde die volle Ladung; bei der Capacität 1 Mf. wird dieselbe bei Anwendung von 144 Elementen erst nach 200 Secunden erreicht. Von einem Laden und Entladen, das sich in Zeitintervallen von $^1/_{16}$ Secunde vollziehen soll, kann demnach kein Vortheil erwartet werden, wenn so

grosse Widerstände ins Spiel kommen, wie die meiner Trockenbatterie. So lieferten denn die Unterbrechungsräder bei Anwendung von 24 Elementen und des Condensators von 0,1 Mf. am Galvanometer einen beständigen Ausschlag 125, während durch einmalige Ladung und Entladung im Maximum nur 34 erhalten worden waren, dagegen gaben die 144 Elemente mit Benutzung des Condensators von 1 Mf. nur



den Ausschlag 200, während der Maximalausschlag bei einmaliger Ladung und Entladung 2000 gewesen war. Eine Anwendung für elektrotherapeutische Zwecke dürften demnach die Trockenelemente nicht erfahren.

Der Fundamentalversuch mit dem Bunsen'schen Photometer.

Von

Dr. A. Kurz.

Der Abstand zwischen einer Stearinkerze und dem Mittelpunkt von vier möglichst neben einander brennenden aus demselben Pakete betrug 132^{cm}; dazwischen ist verschiebbar das Papier mit Fettfleck und zwei unter stumpfem Winkel geneigten Spiegeln. Ich nenne α, β, γ den Reflexions-, Transmissions- und Absorptionscoefficienten für das trockene und α', β', γ' dieselben für das fette Papier, also dass

$$\alpha + \beta + \gamma = \alpha' + \beta' + \gamma' = 1,$$

und J die Intensität der vier, zu einer gleichsam vereinigten, Kerzen, i diejenige der einzigen. Die Schüler hatten die vier Kerzen zur rechten Hand und gaben an, dass der Fettfleck

links unsichtbar bei den Distanzen 49 und 83,

wobei rechts der Fettfleck dunkel erschien, und

rechts unsichtbar bei den Distanzen 39 und 93,

wobei links der Fettfleck dunkel war.

Das arithmetische Mittel beider Einstellungen ist 44 und 88, womit also bewiesen ist, dass

$$J = 4i.$$

Genauere Berechnung:

$$\frac{\alpha i}{49^2} + \frac{\beta J}{83^2} = \frac{\alpha' i}{49^2} + \frac{\beta' J}{83}$$

und

$$\frac{\alpha J}{93^2} + \frac{\beta i}{39^2} = \frac{\alpha' J}{93^2} + \frac{\beta' i}{39^2}$$

ergeben mit angenäherter Rechnung, wenn ich jetzt gleich das experimentell so gewählte

$$J : i = 4 : 1$$

benutze, bzw.

$$\alpha - \alpha' = 1{,}39\,(\beta' - \beta)$$

und

$$\alpha - \alpha' = 1{,}41\,(\beta' - \beta),$$

also im Mittel

$$\alpha - \alpha' = 1{,}40\,(\beta - \beta').$$

Hieraus und aus der obersten Gleichung wird dann, weil uns auch das absorbirte Lichtquantum interessirt, die folgende gezogen:

$$\gamma' - \gamma = 0{,}40\,(\beta - \beta').$$

Zusatz 1. Das Neueste, was mir aus der Literatur über den vorliegenden Gegenstand bekannt ist, ist Rüdorff's Artikel in Poggendorff's Jubelband (1874) S. 234—241. Dort hat die einzelne Kerze constante Entfernung d, und es ergibt sich, dass für die zwei oben genannten Einstellungen, wenn x_1 und x_2 die Entfernungen der zu messenden Lichtquelle vom Papier sind

$$\frac{x_1 \cdot x_2}{d^2} = \frac{J}{i}.$$

Rüdorff stellte auch noch auf gleiches Dunkelerscheinen des Fettfleckes auf beiden Seiten ein mit dem Abstande x und findet durch Gleichsetzen der Helligkeit links und rechts, sowohl für das trockene als für das fette Papier

$$\frac{x^2}{d^2} = \frac{J}{i},$$

also auch $x = \sqrt{x_1 x_2}$. Zur Bestimmung von J hält er die letztere Einstellung (gleiches Dunkelerscheinen) für das Auge zuverlässiger als die erstere (Verschwinden des Fettfleckes auf der einen oder anderen Seite). Dann müsste man das Tarirverfahren mit dem neueren Bunsen-schen Photometer, wobei ein drittes constantes Hilfslicht verwendet wird, aufgeben. Mir dagegen scheint die obige Methode des arithmetischen Mittels, welches bei zwei nicht viel von einander verschiedenen Zahlen für die Praxis das geometrische Mittel hinreichend ersetzt, vorzüglicher.

Zusatz 2. Kennte man vier von den obigen sechs Coefficienten, so liessen sich aus den zuletzt (vor Zusatz 1) angegebenen zwei Gleichungen die beiden unbekannten Coefficienten berechnen. Wäre z. B.

$$\alpha = 0{,}7, \quad \beta = 0{,}2, \quad \gamma = 0{,}1, \qquad \alpha' = 0{,}4,$$

so ergibt sich

$$\beta' = \frac{29}{70}, \quad \gamma' = \frac{13}{70}, \quad \text{zu } \alpha' = \frac{28}{70}$$

$$\text{und zu } \beta = \frac{14}{70}, \quad \gamma = \frac{7}{70}, \qquad \alpha = \frac{49}{70}.$$

Ueber spontan umkehrbare Spectrallinien und über die Analogie derselben in Bezug auf Vertheilung und Intensität mit den Wasserstofflinien[1]).

Von

A. Cornu.

Die Fortschritte in der Spectralanalyse und die bewunderungswürdige Ausdehnung ihrer Anwendung haben zu einem der schönsten Probleme geführt, das jemals dem Experimentator oder dem Theoretiker geboten wurde:

Ist die chemische Zusammensetzung eines Dampfes, der unter bestimmten Bedingungen weissglühend wird, bekannt, so ist die Vertheilung der Spectrallinien und ihre relative Intensität voraus zu bestimmen.

Obgleich diese Aufgabe schon sehr oft die Aufmerksamkeit der Beobachter auf sich gelenkt hatte, so ist trotzdem deren Lösung nicht weit vorgeschritten; ich bin im Stande, nachdem ich die Punkte kurz erwähnt haben werde, wo bisher die Anstrengungen gescheitert sind, eine Reihe von Thatsachen anzuführen, die geeignet sind, einen neuen Weg zur Lösung dieses Problems zu zeigen.

Der Ausgangspunkt aller Untersuchungen dieser Art ist folgende Betrachtung:

Untersucht man die leuchtenden Spectren weissglühender Dämpfe, so kann man häufig Liniengruppen unterscheiden, die in Perioden von grösserer oder geringerer Regelmässigkeit sich wiederholen; diese Wiederholungen werden noch auffallender, wenn man das Beobachtungsfeld bis zur äussersten Grenze des Ultraviolett ausdehnt.

Die Analogie dieser periodischen Gruppen mit den harmonischen Tönen der Körper fällt sogleich in die Augen. Dieser Gedanke ist um so verführerischer, weil die Stellungen dieser Gruppen, sowohl in Bezug auf Wellenlängen als auf Schwingungszahlen mit der Reihe der ganzen Zahlen übereinzustimmen scheinen. Auch ist jeder Beobachter dieser scheinbaren Uebereinstimmung gefolgt und jeder hat versucht, die Linien eines und desselben Spectrums in eine harmonische Reihe zu ordnen.

---

1) Vom Herrn Verfasser mitgetheilt aus C. R. vol. C. (1885).

Unglücklicher Weise verschwindet die Einfachheit der numerischen Verhältnisse immer, wenn man statt des Aussehens der spectralen Bilder die genauen numerischen Werthe der Wellenlängen ins Auge fasst; der Weg theoretischer Speculationen scheint also auf dieser Seite verschlossen zu sein.

Diese Misserfolge dürfen jedoch die Beobachter nicht abschrecken; allein die Hoffnung, ein einfaches Gesetz gleich dem der musikalischen Harmonien zu finden, zeugt von einer vorgefassten Idee, die man von vornherein fallen lassen muss; dieses Gesetz ganzer Zahlen lässt sich nämlich nur auf eine ganz eigenthümliche Form tönender Körper anwenden, deren Typus die cylindrische Säule ist, bei welcher die Länge im Verhältnis zum Querschnitt eine sehr grosse ist; wenn sich die Form des schwingenden Körpers von diesem speciellen Typus entfernt, so werden die Schwingungsverhältnisse sehr verwickelt.[1]) Diese einfache Bemerkung genügt, um zu zeigen, dass es vergebens sein würde, als allgemeines Gesetz ein ebenso einfaches Verhältnis zu suchen, wie bei den musikalischen Instrumenten; dazu müsste man in der Structur der leuchtenden Moleküle eine mechanische Beschaffenheit voraussetzen, die von der Gesammtheit der chemischen und physikalischen Erscheinungen nicht gerechtfertigt werden könnte. Auch weniger einfache Gesetze führen nicht weiter und man darf darüber nicht erstaunen: die angeführten Betrachtungen zeigen sogar, dass man zur Bestimmung der Vertheilung der Spectrallinien sehr verwickelte Functionen wird heranziehen müssen, welche von der chemischen Natur des Elementes, von der molecularen Structur des Dampfes, von den Bedingungen der schwingenden Bewegung etc. abhängen.

Die Anstrengungen, die zur Lösung dieses Problems gemacht wurden, scheinen mir deshalb vergeblich geblieben zu sein, weil man geglaubt hat, eine bestimmte Function a priori annehmen zu müssen, mit Hilfe welcher man die Aufeinanderfolge der Spectrallinien dar-

1) Sobald die cylindrischen Säulen einen Querschnitt haben, der sich mit der Länge vergleichen lässt, was z. B. bei Stäben der Fall ist, so ist die Anzahl n der transversalen Schwingungen, je nachdem die Enden frei oder befestigt sind, durch die Wurzeln der transcendenten Gleichung

$$\frac{e^{+k\sqrt{n}} - e^{-k\sqrt{n}}}{2} - \cos k\sqrt{n} \pm 1 = 0$$

gegeben; die Intensität jedes Tones hängt übrigens von den Functionen ab, die die Anfangsbedingungen der Bewegung bestimmen. Die Werthe dieser Wurzeln, die nicht ohne Aehnlichkeit mit den Intervallen gewisser Spectrallinien sind, nähern sich in unbestimmter Weise dem Ausdrucke

$$k\sqrt{n} = (2i \pm 1)\frac{\pi}{2},$$

wenn i genügend gross wird.

stellen wollte. Ich glaube, man muss im Gegentheil jede vorgefasste Idee über den mathematischen Ausdruck des Phänomens verwerfen und auf experimentellem Wege versuchen, ob nicht specielle Functionen existiren (sie mögen durch die gewöhnlichen Zeichen der Analyse auszudrücken sein oder nicht), die geeignet sind, diese Reihen, deren Regelmässigkeit und Analogie offenbar nicht zufällig sind, unter einem gemeinschaftlichen Gesetz zusammenzufassen.

Von diesem Gesichtspunkte aus verändert sich die Frage, und die Aufgabe besteht darin, zu untersuchen, ob man in allen Spectren nicht einige Strahlengruppen finden kann, die, unabhängig von der chemischen Natur des glühenden Dampfes, einen gemeinschaftlichen Charakter zeigen.

In dieser Gedankenfolge habe ich seit langer Zeit das Studium der sichtbaren und ultra-violetten Spectren unternommen und bin dahin gelangt, zu erkennen, dass es wirklich eine Categorie spectraler Linien von so bestimmtem Charakter gibt, dass man sie nicht mit den andern verwechseln kann; dies sind die spontan umkehrbaren Linien, die ich im Jahre 1871[1]) beschrieben, und deren Vorhandensein ich in den meisten Spectren metallischer Dämpfe nachgewiesen habe. Wie ich gleich zeigen werde, scheint es mir möglich, aus der gemeinschaftlichen Anordnung ihrer Gruppirung eine dieser experimentellen Functionsformen zu bestimmen, die den genannten Bedingungen entspricht. Ich gebe in folgendem eine Darstellung der Thatsachen.

Merkmale der spontan umkehrbaren Linien.

Sie sind den Physikern bekannt und wurden zum ersten male bei der Verbrennung des Natrium von Fizeau beobachtet; ich werde nur wenig davon zu sagen haben. Ein weissglühender Dampf gibt bei schwacher Dichtigkeit und niedriger Temperatur eine gewisse Ausstrahlung, welche bei spectraler Beobachtung einer bestimmten, glänzenden, aber sehr feinen Linie entspricht; lässt man nach und nach die Temperatur und die Dichtigkeit des Dampfes anwachsen, so nimmt die Linie an Intensität und Breite zu und wird ein wirklicher, leuchtender Streifen mit verwischten Rändern; bald sieht man in diesem Streifen eine dunkle Linie an der Stelle der ersten feinen Linie entstehen; schliesslich verbreitert sich der Streifen in unbestimmter Weise, behält aber die dunkle Linie bei, die sich ebenfalls in demselben Verhältnis verbreitert. Auf dem durch das Verschwinden des Streifens entstehenden, leuchtenden Grunde vergehen auch die nicht umkehrbaren Linien vollständig.

1) C. R. vol. LXXIII p. 332.

Diese Erscheinungen, die man in den sichtbaren Spectren der meisten flüchtigen Metalle mit Hilfe des Inductionsfunkens beobachten kann, bieten bei Anwendung des elektrischen Bogens enorm gesteigerte Verhältnisse dar, namentlich in der Region des Ultra-Violett. Ich erinnere besonders an die Linie $\lambda = 228{,}85$ des Cadmiums; diese Linie, die mit dem Inductionsfunken äusserst schwach erscheint, verbreitert sich im Bogen, bis sie fast das ganze photographische Spectrum einnimmt; die dunkle Linie, die das Centrum bildet, gelangt endlich dahin, sich über die Hälfte des Zwischenraums zwischen den Linien 23 und 24 (nach der Bezeichnung von Mascart) auszudehnen, während diese letzteren fast vollständig verschwinden. Man kann auch noch die Linie $\varkappa = 209$ des Zinkes anführen; ebenso zwei Composanten der vierfachen Linie des Magnesium, $\lambda = 280$ und die schönen Reihen des Aluminium und des Thallium, die später erwähnt werden.

Verschiedene Forscher, in erster Linie die Herren Liveing und Dewar, haben unter den verschiedensten Bedingungen eine grosse Anzahl von merkwürdigen Umkehrungen beobachtet. Die interessantesten sind diejenigen des Wasserstoffs im sichtbaren Spectrum, und im Ultra-Violett die Linie $\lambda = 285$ des Magnesium, die man beim Verbrennen dieses Metalls an der Luft leicht beobachten kann. Es ist noch zu bemerken, dass die langen Linien, die von einigen Spectroscopisten etwas willkürlich erklärt werden, häufig in die Categorie der spontan umkehrbaren Linien gehören.

Es ist kaum nöthig, zu erinnern, dass die gewöhnlichen Gesetze der Absorption und der Abkühlung genügen, diese Erscheinungen in allen Einzelheiten zu erklären; doch muss bemerkt werden, dass, wenn die Theorie auch die Möglichkeit der Umkehrung einer gegebenen Linie voraussieht, sie uns doch nichts über die Eigenthümlichkeit gewisser Ausstrahlungen sagen kann, die unter gewissen Bedingungen die Umkehrung mit Ausschluss der andern darbieten; diese Eigenthümlichkeit scheint mir ein neues und charakteristisches Merkmal zu sein.

Es wäre schwer zu sagen, welches im allgemeinen die günstigsten Bedingungen der Temperatur, des Druckes und der Dichtigkeit zum Hervorrufen dieses besondern Emissionsvermögens sind. Durch das Weissglühen der Dämpfe durch den elektrischen Bogen in einem mehr oder minder begrenzten Raum erreicht man die directe Verbrennung; aber es ist klar, dass es nöthig ist, diese Bedingungen genau festzusetzen und dass sie durch die verschiedenen Hilfsmittel, mit welchen man die Emissions-Spectren hervorbringt, nur mangelhaft erfüllt werden. Wie unvollkommen diese Hilfsmittel auch sein mögen, so wird sich in den folgenden Bemerkungen die Wichtigkeit dieser Anordnung doch noch deutlicher zeigen.

Die eigenthümliche Anordnung der spontan umkehrbaren Liniengruppen.

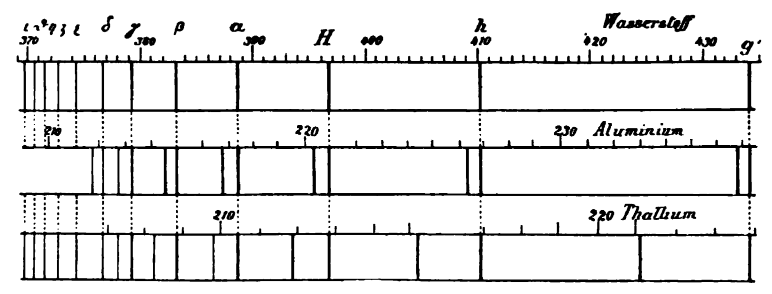
Wenn man auf verschiedenen Photographien[1]) die Liniengruppen, welche mit einer eigenthümlichen Regelmässigkeit periodisch wiederkehren, betrachtet, so erkennt man sehr häufig, dass eben diese Gruppen der Categorie der spontan umkehrbaren Linien angehören, denn die einen sind umgekehrt und die andern im Begriff, es zu werden; bei ein und demselben Metall sind die Umkehrungen mehr oder weniger vollkommen, je nach den Verhältnissen, unter welchen der Versuch gemacht wurde, und ebenso bei verschiedenen Metallen, je nach der chemischen und physikalischen Natur derselben. Auch das Gesetz der Vertheilung dieser Gruppen bietet einen andern, in Bezug auf die Entfernungen und die Intensitäten gemeinschaftlichen Charakter dar: die Linien werden gegen die brechbarere Seite hin immer enger und ihre Intensität wird fortwährend geringer. Dieser Charakter ist um so auffallender, je grösser die Anzahl der umgekehrten Linien ist und je einförmiger das Feld ist, von dem sie sich abheben; es scheint, dass das Spectrum durch Erhöhung der Temperatur ein begrenztes Ansehen erlangen kann, man sieht dann nur einen fortlaufenden glänzenden Grund, von dem alle Linien ausser diejenigen der regelmässigen Reihenfolge der spontan umkehrbaren Linien verschwunden sind. Auf diese, in gewissem Sinne begrenzte Anordnung des Spectrums möchte ich die Aufmerksamkeit der Forscher lenken. Die Zahl der metallischen Spectren, welche eine regelmässige Reihenfolge von spontan umkehrbaren Linien auf continuirlichem Grunde geben, ist eine ziemlich grosse; aber die schönsten Reihen, die ich beobachtete, erhielt ich durch zwei Metalle, welche man, wenigstens vom chemischen Standpunkte aus, nicht so nahe an einander vermuthen sollte; diese sind das Aluminium und das Thallium, deren Aequivalente an den entgegengesetzten Enden der Reihe der Grundstoffe stehen.

Beifolgende Figur gibt eine Idee von der Vertheilung dieser umgekehrten Linien; man sieht daraus, dass sie in jedem Spectrum

---

1) Die photographischen Abdrücke haben den Vortheil, eine Gesammtansicht darzubieten; mit dem Apparat, dessen ich mich bediene (Halbprismen aus Rechts- und Links-Quarz, achromatische Linse aus Flussspath), erhält man auf demselben Abdruck mit hinreichender Genauigkeit das Gesammtbild des violetten und ultravioletten Spectrums; die Reducirung auf die Scala der Wellenlängen kann man mit Hilfe eines Vergleichsspectrums machen, welches aus den Linien des Cadmium, Zinkes und Aluminiums zusammengesetzt wird, deren Wellenlängen ich mit grosser Sorgfalt bestimmt habe (J. de Ph. [1] vol. X p. 425); man erhält dieses Hilfsspectrum mittels eines Inductionsfunkens, der zwischen zwei Spitzen, die aus einer Legirung von gleichen Gewichtstheilen dieser drei Metalle gemacht sind, überspringt.

Reihen von Paaren bilden, welche in der oben erwähnten Weise nach Distanz und Intensität angeordnet sind.



Die Scala gibt die Wellenlängen (Einheit: Millionstel Millimeter).

Die erste Reihe repräsentirt die dunklen Linien des violetten und ultravioletten Spectrums der weissen Sterne nach den Messungen Dr. Huggin's (C. R. vol. XC p. 72): es ist dies das Spectrum des Wasserstoffs.

Die zweite stellt eine doppelte Reihe umgekehrter Linien im ultravioletten Spectrum des Aluminiums dar (elektrischer Bogen); der Maassstab der Zeichnung ist derartig, dass die homologen Linien der ersten Reihe (die erste Linie jeden Paares) mit G' und δ zusammenfallen; man könnte mit der zweiten Reihe (zweiten Linien) ebenso verfahren. Diese Art der Darstellung ersetzt auf das Vortheilhafteste die numerischen Tabellen und bestätigt die beiden folgenden empirischen Formeln:

$$\text{erste Reihe } \lambda_1 = 47{,}30 + 0{,}43783\, h,$$
$$\text{zweite Reihe } \lambda_2 = 47{,}18 + 0{,}43678\, h,$$

welche die Wellenlänge jeder Linie als Function der Wellenlänge h der correspondirenden Linie des Wasserstoffs geben; der Unterschied zwischen der Berechnung und der Beobachtung ist von der Grössenordnung der Versuchsfehler.

Die dritte Reihe stellt eine doppelte Reihe umgekehrter Linien im ultravioletten Spectrum des Thallium dar (elektrischer Bogen); der Maassstab der Zeichnung ist der obige; die empirischen Formeln, welche diese beiden Reihen repräsentiren, sind folgende:

$$\lambda_1 = 94{,}61 + 0{,}29776\, h,$$
$$\lambda_2 = 111{,}31 + 0{,}75294\, h.$$

Die Analogie mit der Vertheilung der Linien des Wasserstoffs.

Ich will mich nicht damit aufhalten, die unfruchtbaren Versuche numerischer Rechnungen aufzuzählen, die ich unternommen habe, um jede dieser Reihen durch Substituirung von einer Reihe ganzer Zahlen als eine einfache Function darzustellen; ich will nur erwähnen, dass ich diese Versuche aufgab, als die schöne Entdeckung Dr. Huggins', die Spectren der weissen Sterne betreffend, meine Aufmerksamkeit plötzlich auf diesen Gegenstand lenkte. Diese Spectren zeigen eine Reihe dunkler, d. h. umgekehrter Linien, die genau den Bedingungen in Bezug auf Entfernung und Intensität entsprechen, welche in den Spectren metallischer Dämpfe die spontan umkehrbaren Linien charakterisiren, auch erweitern dieselben die Reihe der wohlbekannten Linien C, F, G', h des Wasserstoffs; man konnte also voraussetzen, dass die

ganze Reihe einen Theil davon bilden würde, was seitdem durch die Arbeiten Vogel's bestätigt wurde, ohne jedoch alle Ungewissheit zu beseitigen. Das Interesse an dieser Identificirung war so gross, dass ich selbst es unternahm, sie zu bestätigen, was mir aber erst vor kurzer Zeit möglich war.[1]) Der Versuch ist nicht ganz ohne Schwierigkeit; ich musste die grösste Vorsicht anwenden, um alle Unreinigkeiten aus dem Wasserstoffgas zu entfernen, erst nach und nach verschwanden alle fremden Linien und endlich gelang es mir, Photographien zu erhalten, welche die Reihenfolge der Linien des Sternenlichtes in vollkommener Reinheit zeigten. Ich erlaube mir, einige dieser Abdrücke der Akademie vorzulegen.

Das Spectrum des Wasserstoffs ist das erste auf der beigelegten Zeichnung; die Vergleichung ist durch die Wahl des Maassstabes erleichtert, man erkennt auf diese Weise durch blosses Ansehen die Gleichheit des Gesetzes der Vertheilung der Linien bei allen drei Spectren. Man könnte ebenso auch zusammengesetztere Gruppen vergleichen, wie z. B. diejenigen des Magnesium, des Zinkes, des Natrium etc.; die einzige Schwierigkeit besteht darin, die Uebereinstimmung dieser Gruppen herbeizuführen; dahin gelangt man jedoch augenblicklich durch eine sehr einfache graphische Construction. Daraus lässt sich folgender Schluss ziehen, der das Resultat meiner Untersuchungen zusammenfasst: In den metallischen Spectren bieten gewisse Reihen von spontan umkehrbaren Linien merklich dieselben Gesetze der Vertheilung und der Intensität dar, wie die Linien des Wasserstoffs.[2])

Es ist nicht nöthig, länger über die Wichtigkeit dieses Resultates zu sprechen; es beweist augenscheinlich die Existenz eines Gesetzes, das von allgemeiner Bedeutung ist für das Emissionsvermögen metallischer weissglühender Dämpfe, andererseits geht auch daraus hervor, dass dieses Gesetz der Aufeinanderfolge der Spectrallinien, ein Gesetz, dem sehr viele Reihen unterworfen sind, durch ein und dieselbe Function ausgedrückt werden kann, welche man die Wasserstoff-Function nennen könnte und welche eines Tages eine hervorragende Rolle bei diesen Untersuchungen spielen wird; durch das vorliegende Resultat scheint mir der erste Schritt zur Lösung der grossen Aufgaben gemacht zu sein, welche sich der Spectroscopie darbieten.

---

1) Mit gefälliger Hilfe des Hrn. Alvergniat.

2) Andere Linienreihen naheliegender Kategorien scheinen ebenso diesem Gesetz zu unterliegen; nichtsdestoweniger beschränke ich mich für heute auf den oben ausgesprochenen Schlusssatz, obwohl ich auf diese Weise Gefahr laufe, dass ich den spontan umkehrbaren Linien grössere Wichtigkeit zuzuschreiben scheine, als sie in Wahrheit haben.

Ueber die Strahlung der glühenden Kohle[1]).

Von

F. Lucas.

Erhitzt man nach und nach im Contact mit der Luft ein unoxydirbares Metall, wie Platin, so sind die calorischen Ausstrahlungen anfangs dunkel und werden sodann leuchtend. Pouillet hat die entsprechenden Temperaturen mit den aufeinanderfolgenden Farben des Metalls verglichen; nach seinen Beobachtungen entspricht das beginnende Roth 525° C. und das blendende Weiss 1500°.

Ein analoges Phänomen kann man beobachten, wenn man Kohle stark im leeren Raum, um sie vor der Verbrennung zu schützen, erhitzt. Bei hinreichend erhöhter Temperatur wird die Kohle weissglühend und ein wahrer Lichtherd. Offenbar hängt die Intensität des ausgesandten Lichtes mit der Temperatur der Kohle zusammen, und da man es mit einem unschmelzbaren Körper zu thun hat, so ist es nicht unmöglich, Temperaturen zu erreichen, die bedeutend höher sind, als der Schmelzpunkt des Platins. Mir schienen derartige Versuche ein grosses praktisches und theoretisches Interesse darzubieten und meine Anstrengungen waren nicht vergeblich; ich will hier so kurz als möglich die erlangten Resultate mittheilen.

Die Kohlen, die ich benutzte, sind von derselben Art wie die künstlichen Kohlen, welche in unseren Leuchtthürmen zur Erzeugung des volta'schen Bogens verwendet werden; sie werden von Carré fabricirt. Die leuchtende Oberfläche ist cylindrisch und beträgt 450^{qmm}; der senkrechte Querschnitt des Ringes beträgt $5{,}6^{qmm}$. Die Kohle wird in einen luftleeren Raum gebracht, welchen man mittels einer pneumatischen Pumpe, (die mir von Herrn Carré zur Verfügung gestellt wurde), mit $0{,}001^{m}$ Druck herstellt. Eine besondere Vorrichtung machte es mir möglich, fortwährend durch die Kohle einen elektrischen Strom gehen zu lassen, dessen Intensität 200 Ampères erreichte. Ich erhielt diesen Strom durch die Verbindung zweier magnet-elektrischer Maschinen von Méritens, deren jede zwei Stromkreise von 40 Spulen besass, welche durch je zehn Gruppen zu vier Spulen gebildet wurden; diese zehn Gruppen waren auf Quantität, je vier Spulen auf Spannung geschaltet. Indem ich alle vier Stromkreise oder nur einen Theil derselben benutzte, oder durch Veränderung ihrer Verbindung unter einander oder andrerseits

1) Uebersetzt aus C. R. vol. C (1885).

durch Veränderung der Umdrehungsgeschwindigkeit des Inductors konnte ich verschiedene Werthe der Intensität des elektrischen Stromes, zwischen 40 und 200 Ampères, hervorbringen.

Bei jedem Versuch wurde die elektrische Intensität J durch ein Elektrodynamometer von Siemens gemessen, das in den äusseren Stromkreis eingeschaltet war. Da ich übrigens die Art der Verbindung der Stromkreise der magnet-elektrischen Maschinen und ebenso die Umdrehungsgeschwindigkeit des Inductors kannte, so konnte ich (mit Hilfe der Formeln, die ich kürzlich bezüglich dieser Maschinen festgesetzt habe) den jedem Werth von J entsprechenden Widerstand R des äusseren Stromkreises berechnen. Indem ich von R den constanten Theil meiner metallischen Leiter (die gross genug sind, um sich nicht merklich zu erwärmen) abrechne, erhalte ich für jeden Werth von J den Werth ϱ des Widerstandes der Lichtkohle. Ich konnte auf empirischem Wege folgende Formel aufstellen:

$$\varrho = \varrho_0 \frac{0{,}0175 \,.\, J + 1}{0{,}140 \,.\, J + 1}, \tag{1}$$

in welcher $\varrho_0 = 0{,}26$ Ohm der Widerstand der kalten Kohle ist. Anderweitige Versuche gestatteten mir übrigens, festzustellen, dass der Widerstand ϱ an die Temperatur θ der Kohle durch folgende Formel gebunden ist:

$$\varrho = \varrho_0 \frac{0{,}0007\,\theta + 1}{0{,}0056\,\theta + 1}. \tag{2}$$

Mittels der Formeln 1 und 2 fand ich

$$\theta = 25\,J. \tag{3}$$

Dieses einfache Verhältnis gestattet mir, die Temperatur der Kohle in jedem meiner Versuche zu bestimmen.

Die Bestimmung der Leuchtkraft y wurde jedem Werth von J oder θ entsprechend mittels eines Photometers von Degrand ausgeführt.

Jedes der erlangten Resultate ist das Mittel von drei bis sieben Versuchen; die Leuchtkraft ist in Carcels ausgedrückt.

Stromstärke J	Temperatur θ	Leuchtkraft y
40 Amp.	1000°	3 Carcels
75	1875	16
110	2750	79
125	3125	106
140	3520	212
150	3750	317
165	4125	390
175	4375	390
180	4500	413
190	4750	420
200	5000	413

Nimmt man J als Abscisse und y als Ordinate, so erhält man eine Curve, welche man durch folgende Gleichung ausdrücken kann:

$$y = \frac{0{,}00528\,J^4 - 206\,J^2 + 3660800}{J^4}. \qquad (4$$

Anfangs wächst y proportional der vierten Potenz von J; die Curve zeigt einen Inflexionspunkt bei $J = 140$ und $y = 212$; sie wendet sodann ihre Concavität gegen unten und erhebt sich, bis ihre Tangente horizontal wird, was stattfindet, wenn $J = 188{,}52$ und $y = 420$ ist; die entsprechende Temperatur beträgt 4713° C. Durch weitere Erhöhung der Stromstärke oder der Temperatur verringert man die Leuchtkraft. Wahrscheinlich ist es, dass die Wärmestrahlen, die zuerst dunkel sind und dann nach und nach vom Roth bis zum Weiss leuchtend werden, schliesslich über die violetten Strahlen hinausgehen und so aufhören, leuchtend zu sein. Mit einem Strom von 200 Ampère, welchem eine Temperatur von 5000° C. entspricht, erhält man nur mehr 413 Carcels, 7 Carcels weniger als beim Maximum.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4. (20a/9)	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamoelektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen und electr. Messinstrumente.
Schuckert, S., Nürnberg. (9/9)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (19a/9)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

Vor Kurzem erschien in Wilh. Werther's Verlag in **Rostock:**

Die Physik in elementar-mathematischer Behandlung. Ein Leitfaden zum Gebrauche an höheren Lehranstalten von Dr. E. Wrobel, Gymnasiallehrer in Rostock. **I. Die Mechanik.** 20½ Bogen mit 230 Holzschnitten. Preis 4.50 M.

Inhalt: **Statik der festen Körper. Dynamik der festen Körper. Statik und Dynamik der Flüssigkeiten und Gase.** (17/9)

Die Wrobels Lehrweise der Physik dürfte für jeden Fachlehrer Interesse haben.



(1/9)

Lazare Weiller's Patent Silicium-Kupfer

aus vorzüglichstem Lake superior Kupfer, für isolirte Elektricitäts-Leiter, Kabel etc.

Silicium-Bronze (nicht oxydirend)

vereinigt die grösste Zähigkeit, Elasticität und Festigkeit in sich, ermöglicht die Anwendung dünner, leichter Drähte und langer Freispannungen, ist sehr gut leitungsfähig; eingeführt und bewährt bei

oberirdischen Telegraphen-, Telephon-

und sonstigen elektrischen Anlagen jeder Art.

Extra Silicium-Bronze- und Silicium-Messing-Draht

bis zu den allerfeinsten Drahtstärken; ist besonders geschmeidig, auch widerstandsfähig gegen chemische Einwirkungen. — Für Metalltücher zur Papierfabrikation, Filter etc. — Siebe aus L. Weiller's Silicium-Drähten sind sehr dauerhaft.

L. Weiller's Bronze-Legirungen in Barren

(zollfrei) oder nach Modell gegossen für Waggon- und Lokomotiv-Lager, dynamoelektrische und sonstige Maschinen-Bestandtheile, welche starker Abnützung ausgesetzt sind. — Bronze-Blech.

Generalvertreter: **J. B. Grief,**
Wien, Tuchlauben 11. (16a/9)

Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn in Braunschweig.
(Zu beziehen durch jede Buchhandlung.)

Soeben erschien vollständig:

Die Lehre von der Elektricität

von **Gustav Wiedemann.**

Zugleich als dritte völlig umgearbeitete Auflage der Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus.

Vier Bände. Mit zahlreichen Holzstichen und 2 Tafeln. gr. 8.

Preis broch. 108 M. (15/9)
In Callico in 5 Bde. geb. 113 M.

Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn in Braunschweig.
(Zu beziehen durch jede Buchhandlung.)

Soeben erschien:

Theoretische Optik

gegründet auf das

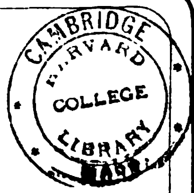
Bessel-Sellmeier'sche Princip.

Zugleich mit den experimentellen Belegen.

Von **Dr. E. Ketteler,**
Professor an der Universität in Bonn.

Mit 44 Holzstichen und 4 lithographirten Tafeln.
gr. 8. geh. **Preis 14 Mark.** (16/9)

XXI. Band. 10. Heft.



REPERTORIUM

DER

P H Y S I K.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 10. Heftes.

Zur Theorie der Brückenwaagen. Von Johann Endlweber. S. 637.
Ueber die in einer Plücker'schen Wasserstoffröhre freiwerdende Energie und deren Einfluss auf die Intensität des Lichtes. Von B. Nebel. S. 671.
Galvanischer Widerstand von Drähten bei verschiedener Anspannung. Von H. Götz und A. Kurz. S 683.
Ueber das Gesetz der Quellung von Leimcylindern. Von A. Schwarz. S. 702.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Zur Theorie der Brückenwagen.

Von

Johann Endlweber,

k. k. Aich-Inspector für Ober-Oesterreich und Salzburg.

Die unter dem Namen Brückenwagen bekannten Wagen gestatten, wie die ungleicharmigen Balkenwagen mit constantem Hebelverhältnisse, das Abwägen von Lasten mit Benutzung von Gewichten, deren Schwere einen aliquoten Theil des Gewichtes des abzuwägenden Körpers darstellt. Bei den im Verkehre verwendeten Wagen beträgt die Summe der zur Wägung verwendeten Gewichtsstärke stets entweder den zehnten oder den hundertsten Theil des zu bestimmenden Gewichtes und werden demgemäss die Brückenwagen in Decimal- und Centesimalwagen unterschieden, obwohl nicht verkannt werden darf, dass eine strenge Trennung in constructiver Beziehung nicht thunlich ist, so lange nicht die specielle Ausführung in Frage kommt. Es ist ganz gut denkbar, analog einer Strassburger Centesimalwage eine Decimalwage unter Benutzung der gleichen Anzahl von Hebeln zu construiren, selbstverständlich mit anderen passenden Armverhältnissen; ebenso liesse sich nach Art der gewöhnlichen Strassburger Decimalwagen eine Centesimalwage bauen, bei welcher allerdings der eine Arm des Hauptbalkens eine bedeutende Länge erhalten würde, wodurch sich eine derartige Construction in der Praxis als minder brauchbar erweisen dürfte. Wenn trotzdem in dieser Abhandlung die Unterscheidung von Decimal- und Centesimalwagen beibehalten wird, so entspricht dieser Vorgang nur dem allgemein herrschenden Gebrauche, von welchem abzugehen ich mich nicht berufen fühle. Diese Scheidung bezieht sich übrigens nur auf die Grundlagen der Construction, da der vorhin berührte Fall, dass nämlich Decimalwagen mit Zugrundelegung der gewöhnlich für Centesimalwagen angewendeten Construction gebaut werden können, in der Decimalwage nach Pfitzer vorliegt, bei welcher aber im Vergleiche zur Strassburger Centesimalwage ein Hebel weniger vorhanden ist. Um den Zusammenhang zwischen den einzelnen Systemen der zu betrachtenden Wagen zu zeigen, musste diese Construction den Centesimalwagen angereiht werden, da sie thatsächlich nur einen speciellen Fall derselben repräsentirt.

Behufs Vereinfachung der Rechnung habe ich das Gewicht der Gehänge und der Zugstangen, welche die Verbindung der Hebel eines Systems unter einander herstellen, weggelassen. Weitere specielle Annahmen habe ich nicht getroffen, doch stellt sich im Verlaufe der Entwicklung der Formeln die Nothwendigkeit heraus, die Elongationswinkel der einzelnen Hebel nicht zu gross anzunehmen, um so gewisse Vereinfachungen im Calcul zu ermöglichen.

In den Lehrbüchern der Physik, welche das Gebiet der Brückenwagen ausführlicher erörtern, werden stets nur mathematische, also schwerlose Hebel behandelt und erfolgt in vielen Fällen die Aufstellung der Bedingungsgleichung für das Hebelarmverhältniss, wenn die Lage des abzuwägenden Körpers ohne Einfluss auf das Wägungsresultat sein soll, nicht aus den aufgestellten Relationen selbst, sondern es wird gezeigt, dass diese oder jene Beziehung der Grundgleichung genüge. Derartige Annahmen lassen sich nach meiner Ansicht vollständig beseitigen, wenn die von mir befolgte Methode angewendet wird, nämlich die Nullsetzung eines gewissen, in der Grundgleichung auftretenden Coefficienten. Dieser Vorgang, den ich auch bei Besprechung der Tafelwagen eingehalten habe, ist bei allen aus mehreren Hebeln bestehenden Wagenconstructionen anwendbar, bei welchen die Belastung auf wenigstens drei nicht in einer geraden Linie angeordnete Schneiden sich vertheilt; derselbe liefert sofort eine Gleichung für die Bedingung der Unabhängigkeit der Gewichtsangabe von der Stellung des abzuwägenden Körpers zwischen den Schneiden, was eine Vereinfachung der Beurtheilung zusammengesetzter Wagen ermöglichen dürfte. Gleichzeitig wird auch durch die von mir eingehaltene Methode der Nachweis geliefert, dass die Bedingungen für die richtige Gewichtsangabe identisch sind mit jenen für die Parallelführung der Schalen oder der Brücke, wenn die Wage in nicht zu grosse Schwingungen versetzt wird — ein Umstand, der meines Wissens bisher vom Standpunkte der Theorie noch nicht entsprechend gewürdigt worden ist.

In dieser Abhandlung werden nur jene Hebelwagen besprochen, welche am häufigsten im öffentlichen Verkehre angewendet werden und welche zur Wägung von Körpern Gewichte erfordern, es sind daher sämmtliche Zeigerwagen, wenn sie auch analoge Hebelsysteme besitzen, vollkommen von der Betrachtung ausgeschlossen. Ebenso lässt sich die Decimal-Tischwage von Pfitzer nicht in den Rahmen dieser Darstellung einfügen, da dieselbe nur eine ungleicharmige Balkenwage (Armverhältnis 1 : 10) darstellt, bei welcher die zur Aufnahme der abzuwägenden Gegenstände bestimmte Schale sich allerdings oberhalb des Wagebalkens befindet, jedoch ein eigentliches Hebelsystem nicht vorhanden ist.

I. Die Strassburger Decimalwage.

Die nebenstehende schematische Zeichnung einer Strassburger Decimalwage (Fig. 1) lässt die Construction derselben mit Leichtigkeit übersehen. Die zur Aufnahme des abzuwägenden Körpers bestimmte „Brücke“ *EF* ruht mittels zweier stählerner Lager oder „Pfannen“ *F* auf zwei Schneiden *H* des gabelförmig gestalteten einarmigen Hebels GC_1, welcher sich um zwei Schneiden C_1 dreht, deren scharfe Kanten genau in einer geraden Linie liegen, wie dies auch von den beiden Schneiden *H* gilt. Dieser einarmige Hebel steht bei *G* mittels eines Gehänges und einer Zugstange mit der Schneide *D* des ungleicharmigen Wagebalkens *ACB* in Verbindung. Die Brücke *EF* erhält einen dritten Unterstützungspunkt und somit eine stabile Lage durch die Aufhängung derselben an der Schneide *B* des Hauptwagebalkens. Bei *A* ist die zur Aufnahme der Gewichte bestimmte Wageschale angebracht. Die übrigen Beigaben einer solchen Brückenwage, welche vorzugsweise die Conservirung des Mechanismus derselben zum Zwecke haben (Arretirungsvorrichtung, Lagerkegel der Brücke etc.), werden, als nicht zum eigentlichen Gegenstande gehörig, hier nicht weiter berührt und sind demgemäss auch in der Zeichnung weggeblieben.

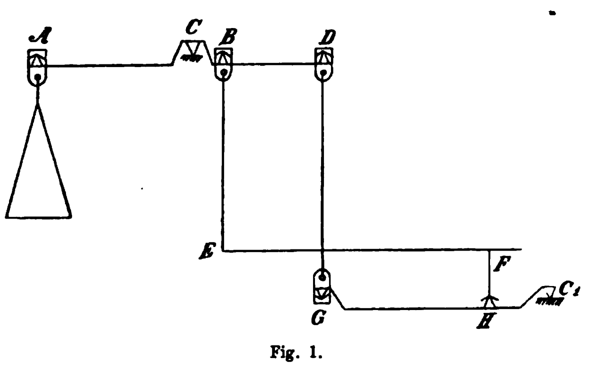


Fig. 1.

In constructiver Hinsicht muss hier auf die Uebereinstimmung zwischen der Strassburger Decimalwage und der Tafelwage von Beranger aufmerksam gemacht werden. Bei beiden ruht die zur Aufnahme der Last bestimmte Wageschale oder der Schalenträger auf dem eigentlichen Wagebalken und einem Leitbalken, der seinerseits wieder mit einer Schneide communicirt, welche sich auf jener Seite des Hauptbalkens befindet, auf welcher der Stützpunkt des Schalenträgers oder der Brücke liegt. Dass bei der genannten Tafelwage die Lagerpunkte des Schalenträgers am Hauptbalken doppelt vorhanden sind, während bei der Decimalwage die Brücke auf dem als Leitbalken zu betrachtenden gabelförmigen einarmigen Hebel in zwei Punkten aufruht, bedingt principiell keine Verschiedenheit, da ja, wie an den betreffenden Stellen erwähnt wurde, die beiden in Betracht kommenden Schneiden genau in einer geraden Linie liegen müssen und somit ohne Fehler als eine einzige Schneide betrachtet werden

können. Wie leicht einzusehen, wird theoretisch ebenfalls keine Verschiedenheit bedingt, dass die Brücke der Decimalwage an deren Wagebalken aufgehängt ist, während für den Schalenträger der Tafelwage nach Beranger auf dem Hauptbalken Unterstützungspunkte vorhanden sind. Zur besseren Hervorhebung der Uebereinstimmung der beiden Constructionsarten von Wagen sollen die schematischen

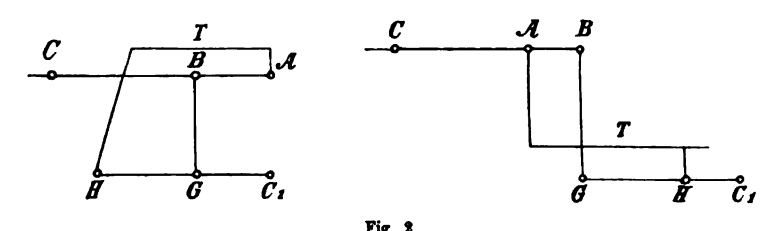


Fig. 2.

Darstellungen derselben (Fig. 2) dienen, in welchen die gleichbezeichneten Punkte einander entsprechen. Aus diesen Scizzen kann sofort entnommen werden, dass nur die Anordnung der Angriffspunkte der verschiedenen Componenten an den Hebeln eine andere geworden ist und zwar dadurch, dass die Längen der einzelnen Hebelarme geändert

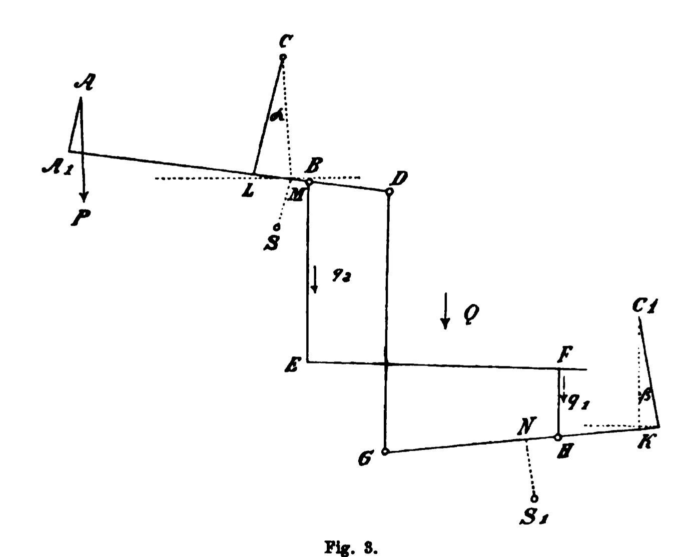


Fig. 3.

wurden. Für die theoretische Darstellung der Grundeigenschaften der Wage ist diese Aenderung ohne Belang, wie sich zeigen wird; die Bedingung für die richtige, von der Lage des Gewichtes auf der Brücke unabhängige Indication der Wage wird bei dem hier zu discutirenden Systeme dieselbe sein, welche für die Wage von Beranger in einer

früheren Abhandlung [1]) gefunden wurde; desgleichen wird der Gang der Ableitung der einzelnen Erfordernisse für die Richtigkeit der Wägungen mittels einer Decimalwage im wesentlichen mit der theoretischen Behandlung der Tafelwage von Beranger übereinstimmen.

Nach diesen allgemeinen Erörterungen sollen nun die für die theoretische Beurtheilung der Strassburger Decimalwage nothwendigen Formeln entwickelt werden. In Fig. 3 ist das Schema einer Decimalwage dargestellt, welche infolge der auf der Schale und auf der Brücke befindlichen Gewichte nicht die Nullstellung inne hat, deren Wagebalken also um einen gewissen Winkel α von der normalen horizontalen Stellung abweicht. Der Traghebel GC_1H für die Brücke wird unter diesen Verhältnissen um einen Winkel β von seiner Gleichgewichtslage abweichen, welcher eine Function von α sein wird. Es werde nun nach der Zeichnung gesetzt:

$$\begin{array}{rlrl} A_1L &= L & AA_1 &= \gamma \\ BL &= L_1 & KG &= \lambda \\ DL &= l & HK &= \lambda_1 \\ CL &= c & KN &= \sigma_1 \\ LM &= \sigma & NS_1 &= s_1 \\ MS &= s & C_1K &= c_1 \end{array}$$

Die zur Aufhängung der Wageschale bestimmte Schneide A wird somit um die Distanz γ über die Verbindungslinie der Schneiden B und D verlegt, um eine möglichst allgemeine Annahme zu machen. Im übrigen wird auch hier vorausgesetzt, dass sämmtliche Schneiden eines Hebels zu einander parallel und senkrecht zur Längenachse des Balkens angeordnet seien.

Der Schwerpunkt der auf der Brücke befindlichen Last oder eigentlich dessen Horizontalprojection muss wie leicht einzusehen, stets zwischen den Punkten E und F der Brücke sich befinden, wenn die Wage richtig functioniren soll. Nachdem die Schneide H, also der Punkt F der Brücke doppelt vorhanden ist, so erscheint hiermit die Fläche, innerhalb welcher der Schwerpunkt der Belastung verschoben werden darf, vollkommen bestimmt. Diese Fläche kann wie bei der Tafelwage, das „Belastungsdreieck“ genannt werden, obwohl nicht übersehen werden darf, dass bei einer Art der Strassburger Decimalwagen, der Construction Schembers, die Brücke eine doppelte Aufhängung an den Balken ACB besitzen kann, in welchem Falle die Schneide B entsprechend verlängert ist. Bei dieser Construction müsste also richtiger von einem „Belastungsviereck“ gesprochen werden.

---

1) Carl's Repert. Bd. 15 S. 623 ff.

Im allgemeinen vertheilt sich der Druck der Belastung Q, so lange der Schwerpunkt derselben nicht unmittelbar über den Punkten E oder F sich befindet, auf diese beiden Schneiden derart, dass stets, wenn man den in F zur Wirkung kommenden Druck mit q_1, die in E wirkende Componente mit q_2 bezeichnet, die Relation besteht:

$$Q = q_1 + q_2 \tag{1}$$

Die Kraft oder der Druck q_1 wird durch Vermittlung des gabelförmigen Brückentraghebels nach dem Punkte D des Hauptbalkens übertragen und daselbst mit der Stärke x wirken. Die Gleichgewichtsbedingung für den Hauptbalken wird somit sein:

$$P\left[L + (c - \gamma) \operatorname{tg} \alpha\right] = q_2 (L_1 - c \operatorname{tg} \alpha) + x (l - c \operatorname{tg} \alpha) + \\ + S\left[\sigma - (c + s) \operatorname{tg} \alpha\right] \tag{2}$$

Der Werth von x als Function von q_1 wird durch Betrachtung des einarmigen Hebels GKH und der an demselben wirkenden Kräfte gefunden zu:

$$x = \frac{\lambda_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta}{\lambda - c_1 \operatorname{tg} \beta} q_1 + \frac{\sigma_1 - (c_1 + s_1) \operatorname{tg} \beta}{\lambda - c_1 \operatorname{tg} \beta} S_1 \tag{3}$$

Wird nun x aus den Relationen 2 und 3 eliminirt, so folgt unter Rücksichtnahme auf den Ausdruck 1 als Grundgleichung für die betrachtete Decimalwage:

$$P\left[L + (c - \gamma) \operatorname{tg} \alpha\right] = Q (L_1 - c \operatorname{tg} \alpha) + q_1 \left[\frac{\lambda_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta}{\lambda - c_1 \operatorname{tg} \beta} (l - c \operatorname{tg} \alpha) - \\ - (L_1 - c \operatorname{tg} \alpha)\right] + S_1 \cdot \frac{\sigma - (c_1 + s_1) \operatorname{tg} \beta}{\lambda - c_1 \operatorname{tg} \beta} \cdot (l - c \operatorname{tg} \alpha) + \\ + S\left[\sigma - (c + s) \operatorname{tg} \alpha\right] \tag{4}$$

aus welcher sofort hervorgeht, dass im allgemeinen das Gewicht P eine Function von q_1 ist, also mit der Stellung der Last Q auf der Brücke sich ändert, somit eine einfache, sichere Wägung nur unter gewissen Voraussetzungen möglich ist. Es muss also der Einfluss von q_1 verschwinden. Da nun $q_1 = o$ nicht angenommen werden darf, so muss der Coefficient von q_1 für alle Werthe von α und β identisch Null sein. Werden die in demselben angedeuteten Operationen ausgeführt, so entsteht die Gleichung:

$$l \lambda_1 - L_1 \lambda + (\lambda - \lambda_1) c \operatorname{tg} \alpha + (L_1 - l) c_1 \operatorname{tg} \beta = 0 \tag{5}$$

Es muss nun, damit der Ausdruck für alle Werthe von α und β erfüllt sei, das unabhängige Glied für sich verschwinden und dasselbe mit dem von α und β beeinflussten Binom stattfinden; also:

$$l \lambda_1 = L_1 \lambda \tag{6}$$

Es muss das Armverhältniss des Brückentraghebels und des einen Armes des Hauptbalkens einander gleich sein.

Aus Gleichung 6 entsteht der Ausdruck:

$$l\,(\lambda - \lambda_1) = \lambda\,(l - L_1) \tag{7}$$

mit dessen Zuhilfenahme unter Berücksichtigung der Gleichung 6 die Bedingung 5 in die folgende übergeht

$$\lambda\, c \operatorname{tg} \alpha = l\, c_1 \operatorname{tg} \beta_1 \tag{8}$$

Infolge der constructiven Uebereinstimmung der Strassburger Decimalwage und der Tafelwage nach Beranger, welche auch selbstverständlich in den Formeln ihren Ausdruck findet, ist es wohl nicht nothwendig, neuerlich die Bedingungen für die Parallelführung der Brücke und die Elimination jeder Spannung in den Gehängen abzuleiten, welche in Verbindung mit Gleichung 8 auf

$$c = c_1 = 0 \tag{9}$$

führen, nachdem neue Sätze nicht gewonnen werden können. Die Relationen 9 und 5 vereinfachen den Ausdruck 4 sehr erheblich; wird nun analog dem Vorgange bei der Discussion der Tafelwage der Näherungswerth

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{l}{\lambda} \operatorname{tg} \alpha. \tag{10}$$

in der Gleichung 4 substituirt, so bestimmt sich der Werth von $\operatorname{tg} \alpha$ zu:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{PL - QL_1 - S\sigma - S_1\,\sigma_1 \frac{l}{\lambda}}{\gamma P \quad Ss - s_1 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 S_1} \tag{11}$$

Aus dieser Relation geht hervor, dass für $\gamma = 0$ die Empfindlichkeit der Wage unabhängig von der jeweiligen Belastung ist. In diesem Falle liegen sämmtliche Schneiden des Wagebalkens in einer und derselben zur Balkenachse parallelen Horizontalebene.

Nennt man P_1 die Schwere die zur Aufnahme der Gewichte bestimmten Wagschale und bezeichnet man mit Q_1 das Gewicht der Brücke, so muss bei richtiger Wahl dieser Grössen die Wage einspielen, d. h. ihre normale Ruhelage, für welche $\alpha = 0$ angenommen wurde, annehmen; dann muss sein:

$$P_1 L - Q_1 L_1 - S\sigma - S_1 \sigma_1 \frac{l}{\lambda} = 0 \tag{12}$$

Werden nun die Belastungen P und Q auf die Schale und auf die Brücke gebracht, so wird mit Rücksicht auf die Gleichung 12 der Werth von tg α:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{PL - QL_1}{\gamma(P + P_1) - Ss - s_1 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 S_1} \tag{13}$$

welche für $\gamma = 0$ und $PL > QL_1$ einen negativen Werth einnimmt. Dies rührt daher, dass bei Aufstellung der Grundgleichungen ein Uebergewicht der Brücke und der darauf wirkenden Last angenommen wurde, wie dies auch in der Zeichnung (Fig. 3) zum Ausdruck gelangt. Der Winkel α wird somit nach aufwärts als positiv gezählt, also dann, wenn $QL_1 > PL$ ist. Wollte man positive Werthe von α für $PL > QL_1$ erhalten, so ist nur $-\alpha$ an Stelle von α zu setzen; dann wird:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{PL - QL_1}{sS + s_1 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 S_1 - \gamma(P + P_1)} \tag{14}$$

Der Nenner darf nie Null oder negativ werden, wenn die Wage einfach und sicher zu gebrauchen sein soll; es ergibt sich sohin für γ ein Grenzwerth in positiver Richtung, welcher nicht überschritten werden darf. Für $\gamma < 0$, d. h. wenn die Schneide A (Fig. 1) unterhalb der Verbindungslinie der Schneiden B und D liegt, existirt ein Grenzwerth nach Gleichung 14 nicht; dagegen ist eine solche Annahme aus dem Grunde nicht vortheilhaft, als dadurch bei gleichem Werthe des Zählers der Werth des Bruches, somit die Empfindlichkeit der Wage, verringert wird.

Um das Verhältnis zwischen Gewicht und Last zu ermitteln, werde zunächst die Ruhelage der Wage im unbelasteten Zustande nach Gleichung 11 ermittelt, indem statt P und Q die Schweren der Schale P_1 und der Brücke Q_1 substituirt werden. Nun erfolge die Belastung der Brücke und jene der Gewichtsschale durch die Gewichte Q und P, wobei diese letztere Grösse derart gewählt werden muss, dass die Wage dieselbe Ruhelage wie im unbelasteten Zustande einnimmt. Dann besteht die Relation:

$$\frac{P_1 L - Q_1 L_1 - S\sigma - S_1 \sigma_1 \frac{l}{\lambda}}{\gamma P_1 - sS - s_1 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 S_1} =$$

$$= \frac{(P + P_1) L - (Q + Q_1) L_1 - S\sigma - S_1 \sigma_1 \frac{l}{\lambda}}{\gamma(P + P_1) - sS - s_1 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 S_1} \tag{15}$$

Diese zeigt, dass für $\gamma = 0$ bei allen Lagen des Hebelsystems innerhalb der Grenzen für die Gültigkeit der entwickelten Formeln stets stattfindet:

$$PL - QL_1 = 0 \tag{16}$$

Ist jedoch γ von Null verschieden, dagegen $\alpha = 0$, so besteht die Gleichung 16 ebenfalls, nachdem sodann jeder der Ausdrücke 15 Null sein muss, was der Fall ist, wenn jeder der beiden Zähler für sich verschwindet. Das Verhältnis von Gewicht und Last ist unter diesen speciellen Voraussetzungen somit nur von den Distanzen L und L_1 abhängig, während die übrigen Hebelarmlängen auf dasselbe gar keinen Einfluss haben und nur den früher entwickelten Bedingungen entsprechen müssen.

II. Die Centesimalwagen.

Die Centesimal-Brückenwagen besitzen in der Regel zwei in Gestalt eines gleichschenkligen Dreieckes gebaute Traghebel $G_1H_1K_1$ und $G_2H_2K_2$ (Fig. 4, die Strassburger Construction darstellend), deren Schneiden ebenso wie bei dem Traghebel einer Strassburger Decimalwage angeordnet sind. Die doppelt vorhandenen Schneiden bei K_1, H_1, K_2 und H_2 müssen derart angebracht sein, dass die scharfen Kanten je zweier zusammengehöriger genau in einer geraden auf den Dreieckshöhen M_1G_1 und M_2G_2 senkrecht stehenden Linie liegen. Die beiden einarmigen Traghebel ruhen mittels der nach abwärts gekehrten Drehscheiben K_1 und K_2 auf Lagern, welche in dem Fundamente der Wage angebracht sind. Das andere ebenfalls mit einer Schneide (in der Zeichnung durch Ringelchen markirt) versehene Ende G_1 und G_2 eines jeden Traghebels steht bei der Strassburger Centesimalwage mit einem anderen einarmigen Hebel, dem Uebertragungshebel DEF bei E mittels Schneide und Gehänge in Verbindung, dessen Drehschneide D ebenfalls auf einem im Fundamente der Wage befestigten Lager ruht, während das mit einer Schneide F versehene Ende desselben die Wirkung der Brückenbelastung auf den Hauptbalken ACB mittels der mit Gehängen versehenen Zugstange BF überträgt. Die Brücke, welche mit dem letztgenannten Hebel in gar keiner unmittelbaren Verbindung steht, ruht mit 4 Lagern auf den hierzu bestimmten Schneiden H_1 und H_2 der Traghebel. Hierdurch wird ein wesentlicher Unterschied zwischen der Strassburger Centesimalwage und der Decimalwage gleichen Namens begründet, da bei dieser, wie dies bereits hervorgehoben, die Brücke an dem Wagebalken aufgehängt ist.

Die Lagerung der Brücke bleibt bei den verschiedenen Constructionssystemen stets dieselbe; die Verschiedenheit der einzelnen hier zu betrachtenden Arten wird ausschliesslich durch die verschiedene Stellung

des Uebertragungshebels bedingt. Bei den Schember'schen und den Sagnier'schen Brückenwagen wird derselbe durch eine Verlängerung des einen gabelförmigen Traghebels ersetzt. Im allgemeinen ist die Brücke einer Centesimalwage rechteckig und die längere Seite des Parallelogramms zur Verbindungslinie der beiden einander gegenüberstehenden Ecken der Traghebel, also zur Linie M_1M_2, parallel. Da nun bei Strassburger Wagen der Uebertragungshebel senkrecht auf M_1M_2 gestellt ist, so steht die Säule zur Aufnahme des Lagers für die Schneide C des Hauptbalkens an der längeren Seite des Rechteckes; bei der Construction Schember's muss diese neben einer der kürzeren Seiten der Brücke angebracht werden, während bei der nach Sagnier benannten Kategorie der Centesimalwagen die Verlängerung des einen gabelförmigen Trägers nach einer der Ecken der rechtwinkeligen Brücke gerichtet ist, woselbst sich also die Lagersäule befinden muss.

I. Die Strassburger Centesimalwage.

Es soll nun zunächst die Strassburger Brückenwage, deren Schema in Fig. 4 dargestellt ist, näher besprochen werden, da die-

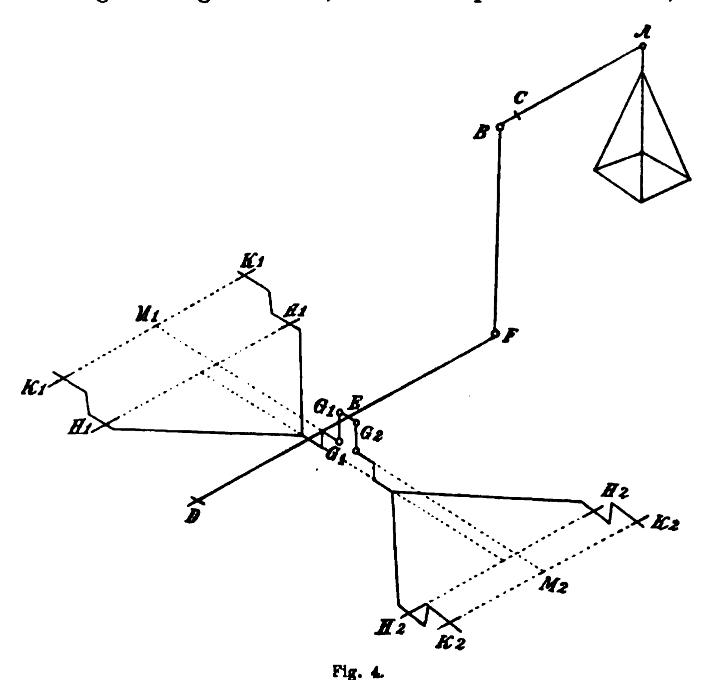


Fig. 4.

selbe wohl die älteste und verbreitetste Construction sein dürfte, indem die meisten im Verkehr verwendeten Centesimalwagen diesem Systeme angehören. Es treten allerdings äusserliche, nicht unbedeutende Ver-

schiedenheiten in der Ausführung der Arretirungsvorrichtung etc. zu Tage, welche aber selbstredend gar keinen Einfluss auf die theoretische Behandlung ausüben und demgemäss an dieser Stelle nicht weiter erörtert werden sollen.

Um eine Drehung der Brücke um die Verbindungslinie zweier an ein und derselben Rechteckseite befindlichen Schneiden zu vermeiden, darf der Schwerpunkt der Belastung oder eigentlich dessen Horizontal-Projection nicht ausserhalb der durch die beiden Schneiden bestimmten Linie liegen, sondern muss sich innerhalb der durch die vier Lagerschneiden H_1 und H_2 der Brücke bestimmten Fläche befinden. Uebrigens ist diese Definition keine vollkommen strenge und sollte eigentlich dahin lauten, dass der Schwerpunkt der Belastung und der Brücke nicht ausser der Belastungsfläche liegen darf, d. h. die durch die excentrische Stellung der Last auf der Brücke bedingte Verschiebung des Schwerpunktes der gesammten auf den Traghebeln ruhenden Körper, also der Brücke und der Belastung, darf nicht so gross sein, dass eine Drehung der Brücke um zwei Schneiden eintreten könnte.

Es sollen nun die zwei Lagerschneiden, z. B., H_1 je eines der beiden gabelförmigen Traghebel, auf welchen die Brücke liegt, als eine einzige Schneide betrachtet werden, welcher Vorgang auch bei Besprechung der Decimalwage und der Tafelwagen eingehalten wurde. Diese Annahme bedingt weiters, dass auch die doppelt vorhandenen Drehschneiden (K_1 und K_2) eines jeden Traghebels als eine Schneide angesehen werden und dass somit die scharfen Kanten derselben genau in einer Geraden liegen müssen, welche senkrecht auf M_1M_2 steht. Wenn sich nun die Schwerpunktsprojection der auf den Hebeln ruhenden Last Q innerhalb der oben definirten Belastungsfläche befindet, so wird sich der von derselben ausgeübte Druck auf die beiden Traghebel je nach der Lage von Q verschieden vertheilen, jedoch stets derart, dass die Summe dieser beiden Partialkräfte die gesammte Belastung Q repräsentirt. Es ist also, wenn mit q_1 und q_2 die auf die Hebel $G_1H_1K_1$ und $G_2H_2K_2$ wirkenden Componenten bezeichnet werden:

$$Q = q_1 + q_2 \tag{1}$$

Es werde nun für den Hebel $G_1H_1K_1$ (Fig. 5) gesetzt:

$$\begin{aligned} O_1H_1 &= l_1 \\ O_1G_1 &= L_1 \\ K_1O_1 &= c_1 \\ O_1L_1 &= \sigma_1 \\ L_1S_1 &= s_1 \end{aligned}$$

Die Gerade O_1G_1 ist jene Linie, in welcher sich die durch die Schneiden H_1 und G_1 gedachte horizontale Ebene und jene verticale Ebene schneiden, welche den Schwerpunkt S_1 enthält und senkrecht auf den scharfen Kanten der Schneiden steht.

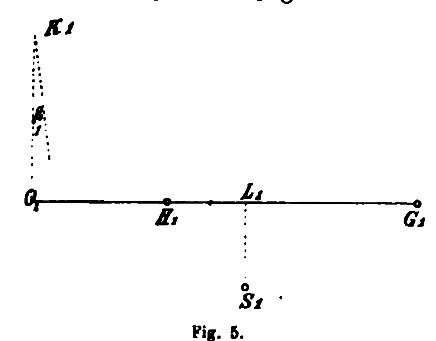


Fig. 5.

Die Componente q_1 der Belastung greift in H_1, dem Orte der einen Lagerschneide der Brücken, an und wird im Punkte G_1 mit einer Intensität x_1 auf den Uebertragungshebel wirken. Es besteht somit die Relation:

$$q_1 (l_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1) + S_1 [\sigma_1 - (c_1 + s_1) \operatorname{tg} \beta_1] = x_1 (L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1) \quad (2$$

Eine analoge Beziehung wird für den anderen Traghebel gelten, dessen Lage ganz die gleiche sein wird und für welchen die gleichen Annahmen getroffen werden.

$$q_2 (l_2 - c_2 \operatorname{tg} \beta_2) + S_2 [\sigma_2 - (c_2 + s_2) \operatorname{tg} \beta_2] = x_2 (L_2 - c_2 \operatorname{tg} \beta_2) \quad (3$$

Es entstehen sohin zwei Kräfte x_1 und x_2, welche an den Enden der beiden Traghebel auf den Uebertragungsbalken wirken. Die Summe derselben ist:

$$x_1 + x_2 = \frac{l_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1} q_1 + \frac{l_2 - c_2 \operatorname{tg} \beta_2}{L_2 - c_2 \operatorname{tg} \beta_2} q_2 + \frac{\sigma_1 - (c_1 + s_1) \operatorname{tg} \beta_1}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1} S_1 +$$
$$+ \frac{\sigma_2 - (c_2 + s_2) \operatorname{tg} \beta_2}{L_2 - c_2 \operatorname{tg} \beta_2} S_2 \quad (4$$

welche Gleichung mit Rücksicht auf den Ausdruck 1 übergeführt werden kann in:

$$x_1 + x_2 = \frac{l_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1} Q + \left[\frac{l_2 - c_2 \operatorname{tg} \beta_2}{L_2 - c_2 \operatorname{tg} \beta_2} - \frac{l_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1} \right] q_2 +$$
$$+ \frac{\sigma_1 - (c_1 + s_1) \operatorname{tg} \beta_1}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1} S_1 + \frac{\sigma_2 - (c_2 + s_2) \operatorname{tg} \beta_2}{L_2 - c_2 \operatorname{tg} \beta_2} S_2 \quad (5$$

Es ist nun die Wirkung der Last Q wieder auf eine einzige Schneide E des Uebertragungshebels (Fig. 4) concentrirt worden und kann mithin bei der weiteren Uebertragung nur mehr eine den betreffenden Hebelverhältnissen entsprechende Veränderung derselben Platz greifen, eine Elimination von q_2 jedoch dann nicht mehr stattfinden. Dieselbe muss also bereits durch einen zweckentsprechenden

Bau der Brückentraghebel bewirkt werden; es muss demnach, da q_2 nicht verschwinden kann, der Coefficient dieser Grösse der Nulle gleich gesetzt werden. Es kommt nach entsprechender Redution:

$$l_1 L_2 - L_1 l_2 - (L_2 - l_2)\, c_1 \operatorname{tg} \beta_1 + (L_1 - l_1)\, c_2 \operatorname{tg} \beta_2 = 0 \qquad (6$$

Dieser Ausdruck muss für alle Werthe von β_1 und β_2 erfüllt sein, wenn die Elemination des Einflusses von q_2 eine vollständige sein soll. Bevor hieraus weitere Consequenzen gezogen werden, sollen noch weitere Anforderungen an die Function einer Centesimalwage präcisirt werden.

Die Bewegung der Brücke muss, wenn die Wage schwingt, stets parallel zu ihrer Anfangslage erfolgen; hierdurch wird in den Punkten H_1 und H_2 (Fig. 4) jede Spannung und Reibung vermieden, die bei ungleicher Bewegung dieser Punkte eintreten und die Indication der Wage beeinflussen würde. Aus demselben Grunde darf die horizontale Ausweichung dieser Punkte nur eine möglichst geringe, von Null sehr wenig verschiedene sein, weil die Brücke ein starres System darstellt und eine Aenderung der Distanz der den Schneiden H_1 und H_2 entsprechenden Lager im allgemeinen nicht eintreten kann. Es dürfen also die Drehungswinkel β_1 und β_2 der Hebel $G_1 H_1 K_1$ und $G_2 H_2 K_2$ stets nur kleine Werthe annehmen. Durch welche weitere Annahmen diese Bedingung in der Praxis so vollkommen erfüllt wird, als eben nothwendig ist, wird später mit Hilfe der entsprechenden Formeln entwickelt werden.

Die verticalen Projectionen der Lagenänderungen der Punkte H_1 und H_2 werden gegeben durch:

$$v_1 = \left(l_1 - c^1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}\right) \sin \beta_1 \qquad (7$$

$$v_2 = \left(l_2 - c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}\right) \sin \beta_2 \qquad (8$$

Die horizontalen Ausweichungen [1]) derselben, welche eben verschwinden sollen, sind:

$$h_1 = \left(l_1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} + c_1\right) \sin \beta_1 \qquad (9$$

$$h_2 = \left(l_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2} + c_2\right) \sin \beta_2 \qquad (10$$

Ausserdem muss, damit das Gehänge der Schneide E, in welches die Schneiden G_1 und G_2 eingreifen, keiner Spannung oder Reibung ausgesetzt sei, die Verschiebung der Punkte G_1 und G_2 einander gleich

1) Die Ableitung der Gleichungen über die Elongation einer Schneide bei schwingender Wage ist in Carl's Repert. Bd. 15 S. 616 gegeben.

sein und darf ebenfalls die Ausweichung nur in verticaler Richtung erfolgen, wie dies bezüglich der Punkte H_1 und H_2 nachgewiesen wurde. Es ist klar, dass die horizontale Bewegung von G_1' und jene von G_2 bei schwingender Wage in entgegengesetzter Richtung erfolgen wird. Wenn auch diese Verschiebungen mit Rücksicht auf die vorausgesetzten sehr kleinen Elongationen der Hebel minimal, ja fast unmerklich sein werden, so empfiehlt es sich doch, bei der Construction hierauf Rücksicht zu nehmen und selbst die geringste Möglichkeit des Auftretens von Spannungen im Mechanismus der Wage zu beseitigen. Welche Mittel in der Praxis zur Erreichung dieses Zieles angewendet werden, gehört jedoch nicht in den Rahmen dieser Abhandlung.

Für G_1 und G_2 ergeben sich die Werthe der Ausweichungen dieser Schneiden in verticaler und horizontaler Richtung zu:

$$V_1 = \left(L_1 - c_1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}\right) \sin \beta_1 \qquad (11$$

$$V_2 = \left(L_2 - c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}\right) \sin \beta_2 \qquad (12$$

$$H_1 = \left(L_1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} + c_1\right) \sin \beta_1 \qquad (13$$

$$H_2 = \left(L_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2} + c_2\right) \sin \beta_2 \qquad (14$$

Den soeben gestellten Forderungen gemäss muss $v_1 = v_2$ und $V_1 = V_2$ stattfinden; es muss also auch sein:

$$\frac{l_1 - c_1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}} = \frac{l_2 - c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}}{L_2 - c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}} \qquad (15$$

oder nach Ausführung der angedeuteten Operationen:

$$l_1 L_2 - L_1 l_2 - (L_2 - l_2)\, c_1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} + (L_1 - l_1)\, c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2} = 0 \qquad (16$$

Die Ausdrücke 6 und 16 unterscheiden sich nur dadurch von einander, dass in 16 die halben Winkel auftreten, während in dem Ausdrucke 6 dies nicht der Fall ist. Damit nun den beiden Bedingungsgleichungen genügt werde, setzen wir das unabhängige Glied für sich und ebenso die restirende Function von β_1 und β_2 gleich Null; es ergibt sich aus Gleichung 16

$$l_1 L_2 - L_1 l_2 = 0 \qquad (17$$

$$L_2 c_1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} = L_1 c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2} \qquad (18$$

Die letztere Relation entsteht aus Gleichung 16 unter Berücksichtigung der aus dem Ausdrucke 17 abzuleitenden Beziehung:

$$L_2 (L_1 - l_1) = L_1 (L_2 - l_2) \tag{19}$$

Die Gleichung 18 soll nun für alle Werthe von β_1 und β_2 erfüllt sein; die eine mögliche Lösung wäre, analog dem Vorgange bei den Tafelwagen

$$c_1 = c_2 = 0 \tag{20}$$

anzunehmen, welche Annahme in der Praxis aus dem Grunde vortheilhaft ist, als hierdurch die Werthe von h_1, h_2, H_1 und H_2 unter sonst gleichen Verhältnissen möglichst klein werden, wodurch der Bedingung, dass die horizontalen Verschiebungen der in Rede stehenden Schneiden bei kleinen Winkelwerthen verschwinden sollen, besser entsprochen wird, als wenn c_1 und c_2 von Null verschieden sind.

Eine andere Lösung ist:

$$\left.\begin{array}{l} c_1 = c_2 \\ L_1 = L_2 \\ \beta_1 = \beta_2 \end{array}\right\} \tag{21}$$

aus welcher mit Zuhilfenahme der Gleichung 17 sofort $l_1 = l_2$ folgt. Es müssen also in diesem Falle die Hebel $G_1H_1K_1$ und $G_2H_2K_2$ in Bezug auf ihre wesentlichen Dimensionen, die Distanz der einzelnen Schneiden von einander, vollkommen gleich gebaut sein.

Man könnte allerdings auch $\beta_1 = \beta_2$ setzen, während die übrigen Grössen in der Gleichung 18 der Bedingung

$$c_1 L_2 = c_2 L_1$$

genügen. Diese Lösung kann jedoch nicht berücksichtigt werden. Wird nämlich einer der Hebelarme, z. B. L_1, auf die Hälfte verkürzt, so müsste nach der obigen Relation dies auch mit c_1 der Fall sein; die Werthe von L_2 und c_2 sollen hierbei ungeändert bleiben. Die Substitution von $\frac{1}{2} L_1$ und $\frac{1}{2} c_1$ in dem Ausdrucke 11 liefert nun den Nachweis, dass die verticale Ausweichung von G_1 unter der getroffenen Annahme nur $\frac{1}{2} V_1$ sein kann; es soll aber, der gestellten Forderung gemäss

$$\tfrac{1}{2} V_1 = V_2$$

stattfinden, d. h. es müsste β_1 grösser als β_2 sein, nachdem eine andere Grösse als β_1 in Gleichung 11 nicht variabel ist. Dieses Ergebnis widerspricht aber der Annahme und kann somit diese Lösung, welche scheinbar die allgemeinste ist, nicht weiter berücksichtigt werden.

Wenn in den folgenden Entwicklungen die Gleichheit der beiden Traghebel in der Rechnung vorausgesetzt wird und nicht auch die in der Praxis ziemlich allgemein getroffene Annahme 20, so hat dies

seinen Grund darin, dass die beiden einarmigen Hebel immer möglichst gleich ausgeführt werden und es mithin stets möglich ist, die gewonnenen Formeln für Zwecke der Praxis durch Substitution von $c_1 = c_2 = 0$ zu specialisiren.

Die durch Gleichung 21 präcisirten Bedingungen für die parallele Bewegung der Schneiden H_1 und H_2, sowie G_1 und G_2 erfüllen im Vereine mit dem Ausdrucke 17 auch die Relation 6 über die Elimination des variabelen Werthes von q_2. Hierdurch erscheint also der Nachweis geführt, dass die von der Stellung der Belastung auf der Brücke unabhängige Gewichtsangabe und die Parallelführung der Brücke durch die gleichen Annahmen bewirkt wird, und dass, wenn die eine Bedingung z. B. die Parallelbewegung der Brücke, erfüllt ist, dies auch mit der anderen der Fall sein muss.

Werden die Ergebnisse dieser Untersuchung in der Gleichung 5 substituirt, so entsteht für die auf den Hebel DEF wirkende Kraft $x_1 + x_2$, welche mit R bezeichnet werden soll, die Relation:

$$R = \frac{l_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1} Q + \frac{\sigma_1 - (c_1 + s_1) \operatorname{tg} \beta_1}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1} S_1 + $$

$$+ \frac{\sigma_2 - (c_1 + s_2) \operatorname{tg} \beta_1}{L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1} S_2 \qquad (22$$

Die Wirkung von R auf den Uebertragungshebel ist somit allgemein eine Function der Neigung der beiden Traghebel und wird

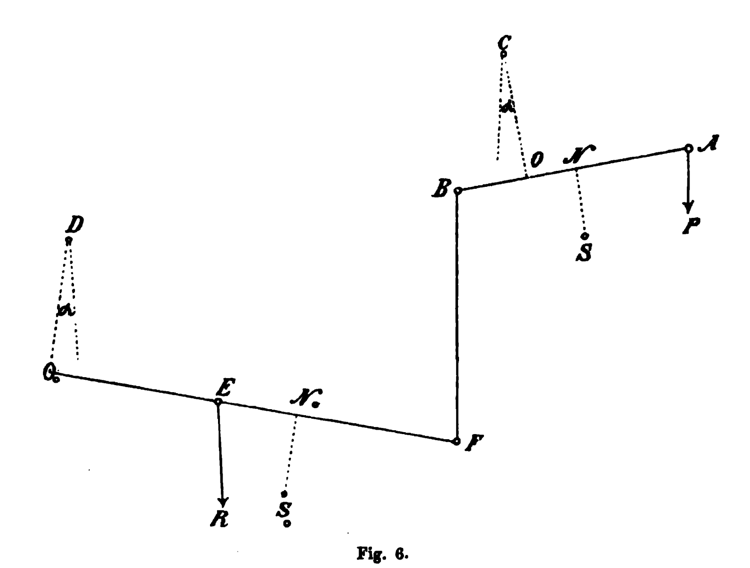


Fig. 6.

von dieser auch dann nicht unabhängig, wenn $c_1 = 0$ gesetzt wird. Diese Kraft wirkt nun auf eine Hebelverbindung, aus einem einarmigen

(Uebertragungshebel) und einem zweiarmigen (Wagebalken) Hebel bestehend, welches in Fig. 6 schematisch dargestellt ist. Es werde nun für die einzelnen in Betracht kommenden Grössen die folgende Bezeichnung gewählt:

$$\begin{array}{ll} O_0E = l_0 & AO = L \\ O_0F = L_0 & BO = l \\ O_0D = c_0 & CO = c \\ O_0N_0 = \sigma_0 & ON = \sigma \\ N_0S_0 = s_0 & NS = s \end{array}$$

wobei, wie bisher stets in solchen Fällen, die Verbindungslinie der beiden Schneiden eines jeden Hebels mit Ausschluss der Drehschneide als Balkenachse angenommen wird. Die durch diese Gerade gelegte Vertical-Ebene muss den Schwerpunkt des Hebels enthalten.

Die Winkel, um welche die beiden Hebel EDF und ACB (Fig. 6) aus der horizontalen Lage, welche als Ruhelage gelten soll, abweichen, seien bezw. α_0 und α; dann existirt, wenn mit R die in E wirkende Kraft, mit y jene in F respective B und mit P jene in A angreifende Kraft bezeichnet wird, für den einarmigen Hebel DEF die Relation:

$$R\,(l_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0) + S_0\,[\sigma_0 - (c_0 + s_0) \operatorname{tg} \alpha_0] = y\,(L_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0). \quad (23$$

Wird der zweiarmige Wagebalken für sich betrachtet, so kommt mit Rücksicht auf die obige Bezeichnung:

$$y\,(l - c \operatorname{tg} \alpha) = P\,(L + c \operatorname{tg} \alpha) + S\,[\sigma + (c + s) \operatorname{tg} \alpha]. \quad (24$$

Aus diesen beiden Relationen kann nun y eliminirt werden und es entsteht sodann die folgende Bedingung für das Gleichgewicht des Hebelsystems:

$$R\,(l_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0) + S_0\,[\sigma_0 - (c_0 + s_0) \operatorname{tg} \alpha_0] =$$
$$= P\,\frac{L + c \operatorname{tg} \alpha}{l - c \operatorname{tg} \alpha}(L_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0) + S\,\frac{\sigma + (c + s) \operatorname{tg} \alpha}{l - c \operatorname{tg} \alpha}(L_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha). \quad (25$$

In diesem Ausdrucke ist nun für $R = x_1 + x_2$ der durch Gleichung 22 bestimmte Werth zu substituiren; es ergibt sich:

$$\left.\begin{array}{l} Q\,(l - c \operatorname{tg} \alpha)\,(l_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0)\,(l_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1) + \\ + S_1\,[\sigma_1 - (c_1 + s_1) \operatorname{tg} \beta_1]\,(l - c \operatorname{tg} \alpha)\,(l_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0) + \\ + S_2\,[\sigma_2 - (c_1 + s_2) \operatorname{tg} \beta_1]\,(l - c \operatorname{tg} \alpha)\,(l_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0) + \\ + S_0\,[\sigma_0 - (c_0 + s_0) \operatorname{tg} \alpha_0](l - c \operatorname{tg} \alpha)(L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1) = \\ = P\,(L + c \operatorname{tg} \alpha)\,(L_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0)\,(L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1) - \\ - S\,[\sigma + (c + s) \operatorname{tg} \alpha]\,(L_0 - c_0 \operatorname{tg} \alpha_0)\,(L_1 - c_1 \operatorname{tg} \beta_1). \end{array}\right\} \quad (26$$

Aus dieser Relation sind nunmehr die Werthe α_0 und β_1 zu eliminiren und kann sodann α bezw. $\operatorname{tg} \alpha$ ermittelt werden. Unter der wiederholt betonten Voraussetzung sehr kleiner Werthe für die

vorkommenden Winkelgrössen und für die Abstände der Schwerpunkte der einzelnen Hebel von der angenommenen Achse derselben, geht der Ausdruck für die Identität der verticalen Ausweichung der Punkte F und B

$$\left(L_0 - c_0 \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}\right) \sin \alpha_0 = \left(l - c \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right) \sin \alpha \tag{27}$$

über in

$$L_0 \operatorname{tg} \alpha_0 = l \operatorname{tg} \alpha, \tag{28}$$

nachdem bei kleinen Winkeln die Functionen sin und tg mit einander vertauscht werden dürfen. Die Relation 28 stellt also nur einen Näherungswerth dar, welcher jedoch denselben Grad der Genauigkeit wie die früher entwickelten Formeln für R u. s. w. besitzt und in der Praxis immer genügend erfüllt wird. Auf die ganz gleiche Art kann gefunden werden:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{l\, l_0}{L_0 L_1} \operatorname{tg} \alpha. \tag{29}$$

Jene Glieder in Gleichung 26, welche nach Ausführung der angedeuteten Multiplicationen und nach Elimination von α_0 und β_1 das Quadrat von tg α enthalten, können in Uebereinstimmung mit dem bisher eingehaltenen Vorgange im Vergleiche zu den Gliedern erster Ordnung nach tg α vernachlässigt werden. Es ergibt sich also, wenn nach α geordnet wird:

$$\left.\begin{aligned}
& l l_0 l_1 Q - L L_0 L_1 P + l l_0 (\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2) + l L_1 \sigma_0 S_0 - L_0 L_1 \sigma S = \\
& = \Big\{ \left[c l_0 l_1 + c_0 \frac{l^2 l_1}{L_0} + c_1 \frac{l_0^2 l^2}{L_0 L_1}\right] Q + \left[c L_0 L_1 - c_0 \frac{l L L_1}{L_0} - c_1 \frac{L l l_0}{L_1}\right] P + \\
& \qquad + \left[c L_1 \sigma_0 + c_1 \frac{l^2 l_0 \sigma_0}{L_0 L_1} + (c_0 + s_0) \frac{l^2 L_1}{L_0}\right] S_0 + \\
& \qquad + \left[c l_0 \sigma_1 + c_0 \frac{l^2 \sigma_1}{L_0} + (c_1 + s_1) \frac{l^2 l_0^2}{L_0 L_1}\right] S_1 + \\
& \qquad + \left[c l_0 \sigma_2 + c_0 \frac{l^2 \sigma_2}{L_0} + (c_1 + s_2) \frac{l^2 l_0^2}{L_0 L_1}\right] S_2 - \\
& \qquad - \left[c_0 \frac{L_1 l \sigma}{L_0} + c_1 \frac{l l_0 \sigma}{L_1} - (c + s) L_0 L_1\right] S \Big\} \operatorname{tg} \alpha.
\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Die von der Construction und den Dimensionen der Wagebalken abhängigen Coefficienten, sowie die von P und Q nicht beeinflussten Theile der Gleichung 30 sollen der Einfachheit wegen durch andere Zeichen ersetzt werden; es sei also:

$$\left.\begin{aligned} A &= l l_0 l_1 \\ B &= - L L_0 L_1 \\ C &= l l_0 (\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2) + l L_1 \sigma_0 S_0 - L_0 L_1 \sigma S. \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= c l_0 l_1 + c_0 \frac{l^2 l_1}{L_0} + c_1 \frac{l_0^2 l_2}{L_0 L_1} \\ B_1 &= c L_0 L_1 - c_0 \frac{l L L_1}{L_0} - c_1 \frac{l l_0 L}{L_1} \\ C_1 &= \left[c L_1 \sigma_0 + c_0 \frac{l^2 l \sigma}{L_0 L_1} + (c_0 + s_0) \frac{l^2 L_1}{L_0}\right] S_0 + \\ &+ \left[c l_0 \sigma_1 + c_0 \frac{l^2 \sigma_1}{L_0} + (c_1 + s_1) \frac{l^2 l_0^2}{L_0 L_1}\right] S_1 + \\ &+ \left[c l_0 \sigma_2 + c_0 \frac{l^2 \sigma_2}{L_0} + (c_1 + s_2) \frac{l^2 l_0^2}{L_0 L_1}\right] S_2 - \\ &- \left[c_0 \frac{L_1 l \sigma}{L_0} + c_1 \frac{l l_0 \sigma}{L_1} - (c + s) L_0 L_1\right] S. \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Dann wird nach Gleichung 31

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AQ + BP + C}{A_1 Q + B_1 P + C_1}. \tag{33}$$

Das Gewicht der Brücke allein werde nun mit Q_1, jenes der zur Aufnahme der Gewichtsstücke bestimmten Wageschale mit P_1 bezeichnet; die Ruhelage der Wage wird sodann durch die Relation 33 definirt, wenn in derselben P und Q bezw. durch P_1 und Q_1 ersetzt werden. Kommt nun auf die Brücke eine Last Q, auf die Schale das Gewicht P zu liegen, welche Grössen so beschaffen sein sollen, dass die Gleichgewichtslage dieselbe bleibt, wie jene der unbelasteten Wage, nämlich α, so muss folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\frac{AQ_1 + BP_1 + C}{A_1 Q_1 + B_1 P_1 + C_1} = \frac{A(Q + Q_1) + B(P + P_1) + C}{A_1 (Q + Q_1) + B_1 (P + P_1) + C_1}. \tag{34}$$

Der zweite Theil dieser Relation entsteht aus 33, wenn daselbst für P und Q der Summe der auf das Hebelsystem wirkenden Gewichte $P + P_1$ und $Q + Q_1$ substituirt wird. Eine einfache Reduction dieser Gleichung führt auf folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} P[(AB_1 - A_1 B)\, Q_1 + B_1 C - C_1 B] &= \\ = Q[(AB_1 - A_1 B)\, P_1 + AC_1 - A_1 C]. \end{aligned} \tag{35}$$

Die Coefficienten von P und Q sind, wie leicht einzusehen, constante Grössen für eine und dieselbe Wage. Die letzte Gleichung

lehrt also, dass unter den obigen Annahmen P und Q stets einander proportional seien, die Ruhelage des Hebelsystems mag innerhalb der im Laufe der Entwicklung eingeführten Beschränkung der Winkelwerthe welche immer sein. Es kann also stets gesetzt werden:

$$Q = m\,P. \tag{36}$$

In der Praxis wird ausschliesslich die Stellung $\alpha = 0$ zum Ausgangspunkte gemacht; dann geht die Gleichung 34 über in

$$A Q_1 + B P_1 + C = A\,(Q + Q_1) + B\,(P + P_1) + C,$$

woraus sich unmittelbar ergibt:

$$AQ + BP = 0. \tag{37}$$

Dieser Ausdruck liefert eine der Relation 36 der Form nach vollkommen gleiche Beziehung zwischen P und Q, stellt aber natürlich nur einen Specialfall der allgemeinen Formel 35 dar.

Die Gleichung 33 zeigt, dass im allgemeinen der Nenner von $\operatorname{tg}\alpha$ eine Function der Belastungen P und Q ist, dass sich also der Werth des Ausschlagwinkels α bei gleichem Werthe des Zählers mit wachsenden Werthen von P und Q verändert. Es sollen nun die Aenderungen des Ausschlagwinkels bei verschiedener Belastung näher untersucht werden.

Die Formel 33 stellt ganz allgemein den Ausschlagwinkel einer Hebelwage dar, wenn sich auf der einen Seite die Last P, auf der anderen die Last Q befindet. Die vorkommenden Constanten werden selbstverständlich für jedes andere Constructionssystem verschiedene Werthe erhalten; so wäre z. B. für die Tafelwagen nach Pfanzeder und nach Beranger $A_1 = B_1 = 0$ zu setzen, in welchem Falle der Nenner in Relation 33 von P und Q unabhängig wird; für die Strassburger Decimalwage wäre $A_1 = 0$ anzunehmen.

Die Empfindlichkeit einer Wage überhaupt wird durch die Aenderung $d\alpha$ der Gleichgewichtslage bestimmt, welche einer Vermehrung der Belastung der einen Seite um dP entspricht, wenn P als veränderlich betrachtet wird. Das Maass der Empfindlichkeit ist somit durch den Quotienten

$$\frac{d\alpha}{dP} = E$$

gegeben. Werden nun in der Relation 33 nur α und P als variabele Grössen angenommen, die übrigen Werthe aber als constant behandelt, wie dies durch die Definition der Empfindlichkeit begründet erscheint,

welche nur eine Gewichtsveränderung auf einer Seite der Wage in Betracht zieht, so kommt durch Differentiation nach α und P:

$$\frac{da}{dP} = E = \frac{(A_1 Q + C_1) B - (AQ + C) B_1}{(AQ + BP + C)^2 + (A_1 Q + B_1 P + C_1)^2}. \tag{38}$$

Wird hierin $Q = mP$ nach Gleichung 36 gesetzt, so nimmt dieser Ausdruck für E die Form an:

$$E = \frac{DP + F}{(D_1 P + C)^2 + (D_2 P + C_1)^2}, \tag{39}$$

in welchem die neu eingeführten Constanten folgende Werthe besitzen:

$$\left.\begin{aligned} D &= m(A_1 B - AB_1) \\ F &= BC_1 - B_1 C \\ D_1 &= mA + B \\ D_2 &= mA_1 + B_1 \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Es werde nun gefordert, dass die Empfindlichkeit E in einer bestimmten Weise von P abhänge, welche durch

$$E = f(P)$$

gegeben ist. Soll z. B. die Empfindlichkeit von der Belastung unabhängig sein, so darf der Werth von P keinen Einfluss auf E ausüben.

Aendert sich nun P, so muss sich die Empfindlichkeit E nach einem Gesetze ändern, welches auf folgende Weise gewonnen werden kann. Die Zunahme von P sei wieder dP, die entsprechende Aenderung von E werde mit dE bezeichnet, so muss naturgemäss die Relation

$$E + dE = f(P + dP) \tag{41}$$

erfüllt sein. Nach den bekannten Gesetzen kann $f(P + dP)$ in eine Reihe entwickelt werden und es kommt:

$$E + dE = f(P) + \frac{df}{dP} \cdot dP + \cdots, \tag{42}$$

woraus sich, nachdem dP stets nur kleine Werthe annehmen kann, mit Rücksicht auf den Ausdruck 40 unmittelbar ergibt:

$$\frac{dE}{dP} - \frac{df}{dP} = 0. \tag{43}$$

Wird E nach P differentiirt, so verwandelt sich diese Gleichung in folgende:

$$\frac{D(C^2 + C_1^2) - 2F(CD_1 + C_1 D_2) - 2F(D_1^2 + D_2^2)P - D(D_1^2 + D_2^2)P^2}{[(D_1 P + C)^2 + (D_2 P + C_1)^2]^2} - \\ - \frac{df}{dP} = 0. \tag{44}$$

Mit dieser Relation lassen sich nun alle in der Praxis vorkommenden Fälle mit Leichtigkeit behandeln. Um dies zu zeigen, werde nun

$$f(P) = aP^n$$

gesetzt. Dann ist

$$\frac{df}{dP} = anP^{n-1} = n\,\frac{E}{P}.$$

Wird für E der Werth aus 39 substituirt, so geht die Bedingung 44 über in:

$$\frac{D(C^2+C_1^2) - 2F(CD_1+C_1D_2) - 2F(D_1^2+D_2^2)P - D(D_1^2+D_2^2)P^2}{(D_1P+C)^2+(D_2P+C_1)^2} = n\cdot\frac{DP+F}{P} \tag{45}$$

oder nach Potenzen von P geordnet:

$$\begin{aligned}(n+1)D(D_1^2+D_2^2)P^3 + [(n+2)F(D_1^2+D_2^2) + 2nD(CD_1+C_1D_2)]P^2 + \\ +[(n-1)D(C^2+C_1^2)+2(n+1)F(CD_1+C_1D_2)]P + \\ +nF(C^2+C_1^2)=0.\end{aligned} \tag{46}$$

Diese Bedingung muss für alle Werthe von P erfüllt sein; da nun einzig und allein P variabel ist. Nachdem die sämmtlichen ausser P vorkommenden Grössen für eine und dieselbe Wage constant sind, so müssen die Coefficienten der verschiedenen Potenzen von P verschwinden; es muss also sein:

$$\left.\begin{aligned}&(n+1)\,D(D_1^2+D_2^2)=0\\ &(n+2)\,F(D_1^2+D_2^2)+2n\,D(CD_1+C_1D_2)=0\\ &(n-1)\,D(C^2+C_1^2)+2(n+1)\,F(CD_1+C_1D_2)=0\\ &nF(C^2+C_1^2)=0\end{aligned}\right\} \tag{47}$$

Eine allgemeine Lösung dieser Bedingungsgleichungen hat für die Praxis keinen Werth und wäre überdies sehr umständlich; es sollen daher die wichtigsten und am häufigsten vorkommenden Fälle mit Benutzung der Ausdrücke 47 erörtert werden.

Die Forderung, dass die Empfindlichkeit der Wage von der Belastung unabhängig sein soll, wird mit Rücksicht auf die getroffene Annahme charakterisirt durch $n = 0$; dann wird

$$E = a.$$

Wird in den Gleichungen 47 die Substitution $n = 0$ vollzogen, so gehen dieselben über in die folgenden:

$$\left.\begin{aligned}&D(D_1^2+D_2^2)=0\\ &F(D_1^2+D_2^2)=0\\ &2F(CD_1+C_1D_2)-D(C^2+C_1^2)=0.\end{aligned}\right\} \tag{48}$$

Es gibt nun mehrere Möglichkeiten, die in den Ausdrücken 48 gestellten Forderungen zu erfüllen; nicht alle sind jedoch brauchbar. Die eine Lösung wäre

$$C = C_1 = D_1 = D_2 = 0.$$

Hierbei können D und F beliebige endliche Werthe darstellen. Unter diesen Annahmen wird jedoch nach Gleichung 39 E unendlich gross; diese Art der Lösung muss sohin ausgeschlossen werden.

Eine zweite Annahme, den aufgestellten Bedingungen zu entsprechen, wäre

$$D = F = 0$$

zu setzen, wodurch aber $E = 0$ herbeigeführt würde, weshalb auch diese Lösung nicht weiter berücksichtigt werden darf.

Wird jedoch

$$D = D_1 = D_2 = 0 \tag{49}$$

gesetzt, so wird einerseits dem Systeme von Bedingungen 48 genügt, während andererseits E einen endlichen von Null verschiedenen Werth darstellt; es ist nämlich

$$E = \frac{F}{C^2 + C_1^2}. \tag{50}$$

Die Annahmen 49 bedingen nun, wenn auf die Bedeutung der einzelnen Grössen zurückgegriffen wird, die folgenden Relationen:

$$\left.\begin{aligned} A_1B - AB_1 &= 0 \\ mA + B &= 0 \\ mA_1 + B_1 &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

welche sich auf die beiden letzten zurückführen lassen; wird nämlich die zweite Gleichung mit B_1, die dritte mit B multiplicirt und sodann beide durch Subtraction verbunden, so entsteht die erste Relation des Systems 51. Aus dem zweiten Ausdrucke des Systems 51 folgt, wenn für A und B die Werthe aus 31 gesetzt werden:

$$m = -\frac{B}{A} = \frac{LL_0L_1}{ll_0l_1}, \tag{52}$$

welcher Ausdruck das Verhältnis von Q und P definirt. Es frägt sich nun, unter welcher Bedingung dieser Werth für $\frac{Q}{P}$ entsteht. Um dies darlegen zu können, muss auf die Relation 35 zurückgegriffen werden. Wird in dieser

$$A_1 = B_1 = 0 \tag{53}$$

gesetzt, so vereinfacht sich dieselbe sehr bedeutend und geht über in

$$AQ = -BP,$$

woraus sich der soeben gefundene Werth von m ergibt. Die dritte

Gleichung des Systems 51 zerfällt nun unter den gemachten Voraussetzungen in zwei andere, welche mit Rücksicht auf die Ausdrücke 32 lauten:

$$\left.\begin{aligned} c l_0 l_1 + c_0 \frac{l^2 l_1}{L_0} + c_1 \frac{l^2 l_0^2}{L_0 L_1} &= 0 \\ c L_0 L_1 - c_0 \frac{l L L_1}{L_0} - c_1 \frac{l l_0 L}{L_1} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{54}$$

Diesen Relationen wird durch

$$c = c_0 = c_1 = 0$$

unzweifelhaft genügt; es ist dies jedoch nicht die einzige Lösung, welche den gestellten Bedingungen entspricht und die Empfindlichkeit von der Belastung unabhängig macht. Die Werthe von c, c_0 und c_1 können beliebig und von Null verschieden sein, nur müssen sie den Bedingungen 54 entsprechen. Sobald einer derselben gegeben ist, werden die beiden anderen durch Auflösung der obigen Gleichungen in vollkommen unzweideutiger Weise bestimmt. Noch soll einiges über die Vorzeichen von c, c_0 und c_1 erwähnt werden. Die Elimination von c aus den Gleichungen 54 liefert nach einer kleinen Reduction die Relation:

$$c_0 \left(\frac{L}{L_0} + \frac{l}{l_0}\right) + c_1 \frac{l_0}{L_1} \left(\frac{l}{l_1} + \frac{L}{L_1}\right) = 0.$$

Da nun die Coefficienten von c_0 und c_1 stets positive Werthe besitzen, so müssen die Grössen c_0 und c_1, wofern sie von Null verschieden sind, entgegengesetzte Vorzeichen haben, wobei das Vorzeichen von c in keiner Weise von Einfluss ist.

Ein zweiter Fall über die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Belastung, der noch zur Betrachtung geeignet erscheint, ist jener, wenn die Empfindlichkeit umgekehrt proportional der Belastung sich ändert, es ist dann

$$f(P) = \frac{a}{P}$$

also $n = -1$ zu setzen. Die Relationen 47 verwandeln sich sodann in die folgenden:

$$\left.\begin{aligned} F(D_1^2 + D_2^2) - 2D(CD_1 + C_1 D_2) &= 0 \\ D(C^2 + C_1^2) &= 0 \\ F(C^2 + C_1^2) &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{55}$$

Die einfachste und nächstliegende Lösung wäre offenbar

$$D = F = 0$$

anzunehmen, nachdem jedoch zufolge des Ausdruckes 39 der Werth von E Null würde, so kann dieselbe nicht berücksichtigt werden.

Ebenso muss von

$$D_1 = D_2 = C = C_1 = 0$$

abgesehen werden, nachdem E unendlich gross und die Wage sich somit im labilen Gleichgewichte befinden würde. Dagegen liefert

$$C = C_1 = F = 0 \tag{56}$$

ein Ergebnis, welches sich als vollständig brauchbar erweist. Da nun nach Gleichung 40

$$F = BC_1 - B_1C$$

ist, so kann die Bedingung $F = 0$, welche ohnehin durch $C = C_1 = 0$ unter allen Umständen erfüllt ist, ausser Betracht gelassen werden; es bleiben daher nur zwei Relationen, welchen durch die Constanten der Wage genügt werden muss, damit stets

$$E = \frac{a}{P}$$

stattfinde. Die erstere derselben, $C = 0$, lautet nun:

$$ll_0(\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2) + lL_1\sigma_0 S_0 - L_0L_1\sigma S = 0. \tag{57}$$

Dieselbe liefert den Nachweis, dass bei der gestellten Forderung hinsichtlich der Abhängigkeit zwischen E und P niemals $\sigma = 0$ angenommen werden darf, weil es nicht möglich ist, die correspondirenden Grössen σ_0, σ_1 und σ_2 ebenfalls der Nulle gleich zu machen, oder eine davon negativ zu gestalten. Es geht dies aus der Erwägung hervor, dass sämmtliche Hebel ausser dem Wagebalken einarmig sind und somit behufs Realisirung dieser Annahme zu ganz abnormen Formen dieser Hebel gegriffen werden müsste.

Die weitere Bedingung $C_1 = 0$ liefert die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned}&\left[cL_1\sigma_0 + c_0\frac{l^2l\sigma}{L_0L_1} + (c_0+s_0)\frac{l^2L_1}{L_0}\right]S_0 + \\ &+\left[cl_0\sigma_1 + c_0\frac{l^2\sigma_1}{L} + (c_1+s_1)\frac{l^2l_0^2}{L_0L_1}\right]S_1 + \\ &+\left[cl_0\sigma_2 + c_0\frac{l^2\sigma_2}{L} + (c_1+s_2)\frac{l^2l_0^2}{L_0L_1}\right]S_2 - \\ &-\left[c_0\frac{L_1l\sigma}{L} + c_1\frac{ll_0\sigma}{L} - (c+s)L_0L_1\right]S = 0,\end{aligned}\right\} \tag{58}$$

welcher durch die Nullsetzung sämmtlicher Grössen c und s unzweifelhaft genügt wird. Es liegen sodann die scharfen Kanten der Drehschneiden eines jeden Hebels in einer und derselben Ebene, welche gleichzeitig den Schwerpunkt des betreffenden Balkens enthält. Der Ort derselben in dieser Ebene wird durch die Gleichung 57 bestimmt. Wird in dem Ausdrucke 35 die Substitution $C = C_1 = 0$ vorgenommen,

so bestimmt sich das Verhältnis von Gewicht und Last unter der Bedingung, dass die Empfindlichkeit umgekehrt proportional der Belastung sei, zu

$$m = \frac{Q}{P} = \frac{Q_1}{P_1}. \tag{59}$$

Der Werth von m ist also für jede Stellung des Hebelsystems ein anderer, da ja eben Q_1 und P_1 dieselbe bestimmen und bei der Wägung eines Körpers der durch Gleichung 34 gegebenen Annahme zufolge die Wage wieder in jene Lage gebracht werden muss, in welcher sie sich ohne Last im Gleichgewichte befand. Noch klarer wird dieser Umstand, wenn in Gleichung 33 die erforderliche Substitution geschieht und sodann das Verhältnis m ermittelt wird; es ergibt sich nämlich:

$$m = \frac{Q_1}{P_1} = -\frac{B - B_1 \operatorname{tg} \alpha}{A - A_1 \operatorname{tg} \alpha}. \tag{60}$$

Für $\operatorname{tg} \alpha = 0$, wenn also die Wage ihre als Grundstellung angenommene Lage inne hat, in welcher die Balkenachsen horizontal sind, vereinfacht sich die Relation 60 zu

$$m = -\frac{B}{A} = \frac{L L_0 L_1}{l l_0 l_1}. \tag{61}$$

demselben Ausdrucke, der unter Voraussetzung einer constanten, von der Belastung unabhängigen Empfindlichkeit gefunden wurde. Ein wesentlicher Unterschied liegt jedoch darin, dass in dem früheren Falle der Werth von m in Gleichung 52 für jede Lage des Hebelsystems innerhalb der Gültigkeitsgrenzen der gefundenen Formeln derselbe bleibt, während bei der zuletzt discutirten Annahme für das Verhältnis von Belastung und Empfindlichkeit unbedingt $\alpha = 0$ sein muss, wenn die Relation 61 gelten soll.

2. Die Brückenwage nach Pfitzer.

Die Construction der Pfitzer'schen Decimalwage lässt sich nicht mit Zugrundelegung der Formeln für die Strassburger Decimalwage theoretisch behandeln, nachdem zwischen den beiden Systemen weitgehende Unterschiede bestehen, welche wohl am einfachsten durch den Hinweis auf die Verschiedenheit der Strassburger Decimal- und Centesimalwage präcisirt werden können. Sehr einfach gestaltet sich dagegen die Beurtheilung einer Wage des Systems Pfitzer auf Grundlage der Gleichungen für die Strassburger Centesimalwage.

Die Brücke ruht bei der zu besprechenden Wage (Fig. 7) mittels Pfannen oder Lagern auf vier mit der scharfen Kante nach aufwärts gerichteten Schneiden H_1 und H_2, welche paarweise an je einem gabel-

förmigen einarmigen Traghebel befestigt sind. Jeder derselben besitzt eine Verlängerung T_1G_1, bezw. T_2G_2 in der Richtung nach der Mitte der einen Langseite der Brücke, woselbst die Endschneiden G_1 und G_2 an den Hebeln angebracht sind. Diese stehen mittels Gehänge und Zugstange mit der Schneide B des Wagebalkens ACB in Verbindung, wodurch es ermöglicht ist, den Uebertragungshebel der Strassburger Centesimalwage vollständig zu eliminiren.

Um die theoretischen Eigenschaften dieses Brückenwagensystems kennen zu lernen, ist es bloss nothwendig, in den für die gewöhnliche Centesimalwage geltenden Formeln den Einfluss des Uebertragungshebels zu beseitigen, da nach dessen Ausscheidung die Strassburger Centesimalwage in eine Decimalwage nach Pfitzer übergeführt ist, wie dies aus einer Vergleichung der beiden Schemata (Fig. 4 und 7) hervorgeht. Es braucht wohl nicht bemerkt zu werden, dass die Theilungsverhältnisse der beiden Traghebel und jenes des Wagebalkens nicht in beiden Fällen dieselben bleiben können, sondern sich mit der Elimination des einen Hebels ändern werden. Es ist also in den Formeln für die Centesimalwage zu setzen:

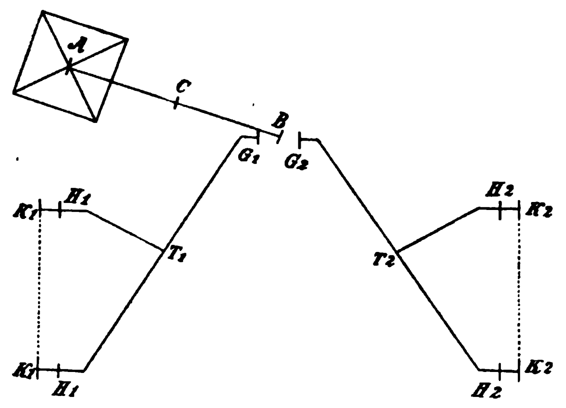


Fig. 7.

$$\left.\begin{aligned} l_0 &= L_0 \\ S_0 &= 0 \\ c_0 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (62$$

Hierdurch wird derselbe in einen mathematischen Hebel umgewandelt, bei welchen die Angriffspunkte der beiden Kräfte $x_1 + x_2$ und y in einen einzigen Punkt zusammenfallen; somit erfolgt die Wirkung von R in voller Stärke auf den einen Arm des Wagebalkens ACB.

Durch die obigen vereinfachenden Annahmen werden die für die Traghebel der Brücke angestellten Untersuchungen und die aus denselben gezogenen Folgerungen nicht im mindesten beeinflusst; dieselben gelten also in ihrem vollen Umfange auch für diese Construction. Desgleichen müssen selbstverständlich auch alle Voraussetzungen Geltung haben, unter welchen die bezüglichen, in den Gleichungen 17, 20 und 21 dargestellten Resultate gewonnen wurden. Es müssen da-

her sämmtliche Schneiden eines jeden Balkens einander parallel und senkrecht zur Balkenachse gerichtet sein.

Die durch die Relationen 32 bestimmten Constanten für die Strassburger Centesimalwage verwandeln sich für die Decimalwage nach Pfitzer in die folgenden:

$$\left.\begin{aligned}
A &= ll_1 \\
B &= -LL_1 \\
C &= l(\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2) - L_1 \sigma S \\
A_1 &= cl_1 + c_1 \frac{l^2}{L_1} \\
B_1 &= cL_1 - c_1 \frac{lL}{L_1} \\
C_1 &= \left[c\sigma_1 + (c_1 + s_1)\frac{l^2}{L_1}\right] S_1 + \left[c\sigma_2 + (c_1 + s_2)\frac{l^2}{L_1}\right] S_2 - \\
&\quad - \left[c_1 \sigma \frac{l}{L_1} - (c + s) L_1\right] S.
\end{aligned}\right\} \quad (63$$

Es tritt nämlich nach vollzogener Substitution der Werthe aus Gleichung 62 ein allen Constanten gemeinschaftlicher Factor l_0 auf, welcher zufolge der Gleichung 33 durch Abkürzung entfernt werden kann. Alle an die Relation 33 geknüpften Ableitungen bleiben vollständig richtig, wenn statt der früher benutzten Constanten die durch die Ausdrücke 63 definirten Werthe benutzt werden.

Die Bedingung der constanten Empfindlichkeit, welche für das Strassburger System in den Ausdrücken 54 dargestellt ist, lautet für die Wage nach Pfitzer:

$$c = c_1 = 0. \quad (64$$

Es ist dies die einzige mögliche Lösung der betreffenden Gleichungen, worin ein allerdings unwesentlicher Unterschied zwischen den beiden Wagen-Constructionen begründet wird.

Soll die Empfindlichkeit von der Belastung nach dem Gesetze $E \cdot P = a$ abhängen, so müssen die analogen Gleichungen für die Strassburger Wage erfüllt werden. Die eine derselben, der Relation 57 entsprechend, lautet:

$$l(\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2) - L_1 \sigma S = 0, \quad (65$$

welche ebenfalls nachweist, dass niemals $\sigma = 0$ angenommen werden dürfe. Die zweite, dem Ausdrucke 58 correspondirende Bedingungsgleichung liefert ebensowenig neue Resultate oder auch Vereinfachungen der früher gezogenen Schlüsse. Ich unterlasse es daher, dieselbe neuerdings aufzustellen und zu discutiren.

Der Werth von m, des Verhältnisses von Gewicht und Last, bestimmt sich zu

$$m = \frac{LL_1}{ll_1} \tag{66}$$

und gilt im ersten Falle (constante Empfindlichkeit) für alle Lagen des Hebelsystems innerhalb der durch die Annahmen bedingten Grenzen, im zweiten jedoch nur für $\alpha = 0$, wie dies für die Strassburger Centesimalwage gezeigt wurde.

3. Die Centesimalwagen nach Schember und nach Sagnier.

Diese beiden Constructionsarten von Centesimalwagen unterscheiden sich von der gewöhnlichen Strassburger Wage dadurch, dass der Uebertragungshebel DEF (Fig. 4) durch eine Verlängerung des einen der beiden gabelförmigen Traghebel ersetzt wird. In Fig. 8, welche den verticalen Durchschnitt einer Schember'schen Centesimalwage schematisch darstellt, wurde der Hebel $G_1H_1K_1$ (Fig. 4) als

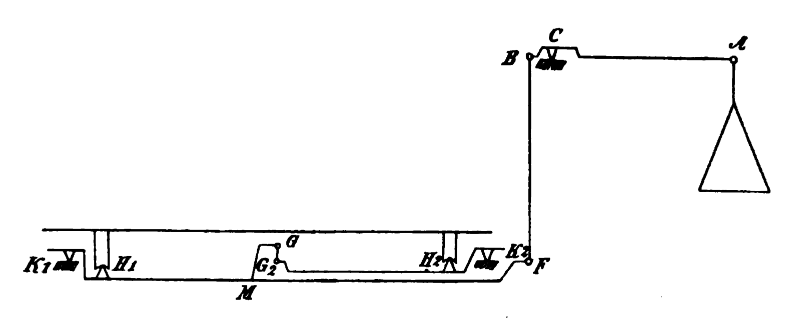


Fig. 8.

Träger der Verlängerung angenommen. Infolge dessen fallen die Punkte G_1 und F in Fig. 8 zusammen; somit erfolgt die Uebertragung des auf die beiden Schneiden H_1 wirkenden Theiles der Belastung durch die Zugstange BF unmittelbar auf den Wagebalken, während der von der Belastung auf die Schneiden H_2 ausgeübte Druck erst durch Vermittlung des nunmehr als Uebertragungshebels functionirenden einarmigen Hebels K_1H_1F auf den Balken ACB wirken kann. In dem Punkte M des einen Brückentraghebels ist ein mit einer Schneide G (in Fig. 8 durch ein Ringelchen markirt, wie dies auch von den Schneiden in G_2, F, B und A gilt) versehener Aufsatz befestigt; auf der Schneide ruht ein Gehänge, in welches andererseits der zweite Traghebel $G_2H_2K_2$ mit seiner Endschneide G_2 eingreift.

Der für die theoretische Betrachtung nebensächliche Unterschied der Systeme Schember's und Sagnier's besteht, wie bereits früher auseinandergesetzt wurde, in der Verschiedenheit der Richtung, welche

die Verlängerung des Hebels $G_1H_1K_1$ besitzt; es ist wohl überflüssig, dies nochmals zu wiederholen.

Infolge der constructiven Differenzen lassen sich die für die Strassburger Construction gefundenen Relationen nicht ohne weiters für die in Rede stehenden Systeme anwenden; die Componente x_1 wirkt, wie bereits erwähnt, direkt von F nach B mittels Gehänge und Zugstange auf den Balken ACB. Die Grösse derselben ist durch Gleichung 2 bestimmt. Die zweite Kraft x_2 wirkt in G auf eine Schneide des ersteren Hebels, welche von dessen Drehschneide den verticalen Abstand c_0 habe; die Distanz derselben von K_1 sei l_0 und zwar gemessen in der Richtung der beiden Schneiden H_1 und F, welche die Balkenachse fixiren.

Um jede Spannung im Mechanismus der Wage zu vermeiden, muss die Bewegung der Lagerpunkte der Brücke nach Grösse und Richtung gleich sein; dasselbe muss für die Schneiden G und G_2 (Fig. 8) eintreten. Die entsprechenden Relationen hierfür sind, wenn c_0, c_1 und c_2 sämmtlich im gleichen Sinne gezählt werden, nach den früher entwickelten Principien:

$$\left(l_1 - c_1 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}\right) \sin \beta_1 = \left(l_2 - c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}\right) \sin \beta_2, \tag{67}$$

$$\left(L_2 - c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}\right) \sin \beta_2 = \left(l_0 - c_0 \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}\right) \sin \beta_1, \tag{68}$$

welche durch Multiplication verbunden, folgende Bedingungsgleichung liefern:

$$L_2 l_1 - l_0 l_2 + (l_0 - l_1) c_2 \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2} + (c_0 l_2 - c_1 L_2) \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} + \\ + (c_1 c_2 - c_0 c_2) \operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2} = 0. \tag{69}$$

Dieser Ausdruck muss für alle Werthe von β_1 und β_2 erfüllt sein; also

$$L_2 l_1 - l_0 l_2 = 0. \tag{70}$$

Die noch übrig bleibenden Glieder in Relation 68 können nur dadurch auf den Nullwerth gebracht werden, dass $c_0 = c_1 = c_2 = 0$ angenommen wird. In der Praxis ist nun gewöhnlich c_0 von Null verschieden und nur $c_1 = c_2 = 0$.

Bei Bestimmung des Werthes von R wird sich der Nachweis führen lassen, dass eine solche Annahme den Bedürfnissen und Anforderungen des Verkehrs in durchaus genügender Weise entspricht, bezw. dass der hierdurch bedingte Fehler unter jener Grenze bleibt, welche in der Praxis für die Brauchbarkeit einer Wage entscheidend ist.

Es ist natürlich auch möglich, der Gleichung 69 noch auf andere Weise zu entsprechen; wird $c_0 = c_1$ angenommen, so reducirt sich der Ausdruck auf die aus Gleichung 16 enstehende Bedingung 18, welcher sodann auch durch die Annahmen 21 genügt werden kann, wobei in denselben L_1 durch l_0 zu ersetzen ist. Von diesen Beziehungen wird übrigens in der Praxis kaum Gebrauch gemacht und soll daher das obige Resultat

$$c_1 = c_2 = 0 \tag{71}$$

weiter verwerthet werden.

Wie bereits nachgewiesen, bleibt der Ausdruck [illegible] x_1 ungeändert, es ist also mit Rücksicht auf Gleichung 71 die W[illegible]ng auf die Schneide F:

$$L_1 x_1 = q_1 l_1 + (\sigma_1 - s_1 \operatorname{tg} \beta_1)\, S_1. \tag{72}$$

Die Kraft x_2, welche in G angreift, wirkt daselbst auf den Hebelarm $l_0 \cos \beta_1 - c_0 \sin \beta_1$, nachdem die Schneide G bei Entwicklung der Relationen 67 und 68 unterhalb des Drehpunktes liegend angenommen wurde und eine Senkung des Hebelsystems vorausgesetzt werden soll.

Es besteht somit die Beziehung

$$y L_1 = x_2 (l_0 - c_0 \operatorname{tg} \beta_1), \tag{73}$$

wenn mit y die in F wirkende Kraft bezeichnet wird, welche durch Uebertragung von x_2 nach dieser Schneide entsteht. Das Eigengewicht des Hebels $H_1 K_1 F$ wurde bereits mit Gleichung 72 in die Rechnung gezogen. Es ist also mit Benutzung der Relation 3

$$y = \frac{l_2 (l_0 - c_0 \operatorname{tg} \beta_1)}{L_1 L_2}\, q_2 + \frac{\sigma_2 - s_2 \operatorname{tg} \beta_2}{L_1 L_2} (l_0 - c_0 \operatorname{tg} \beta_1)\, S_2. \tag{74}$$

Die Kraft R wird nun durch $x_1 + y$ dargestellt und ist

$$R = \frac{l_1}{L_1} Q + \frac{1}{L_1} \left[\frac{l_2}{L_2} (l_0 - c_0 \operatorname{tg} \beta_1) - l_1 \right] q_2 + \frac{\sigma_1 - s_1 \operatorname{tg} \beta_1}{L_1} S_1 + \\ + \frac{\sigma_2 - s_2 \operatorname{tg} \beta_2}{L_1 L_2} (l_0 - c_0 \operatorname{tg} \beta_1)\, S_2. \tag{75}$$

Der Coefficient von q_2 muss, wie dies zu wiederholten Malen nachgewiesen wurde, der Nulle gleichen, wenn die Wage brauchbar sein soll; da nun nach Relation 70

$$l_0 l_2 = l_1 L_2$$

stattfindet, so nimmt derselbe den Werth an:

$$- \frac{l_2}{L_1 L_2} c_0 \operatorname{tg} \beta_1,$$

welcher in der Praxis ohne Fehler vernachlässigt werden kann. Ist nämlich, um dies numerisch zu zeigen, beispielweise

$$L_1 = 2\,L_2$$
$$l_2 = c_0 = 0 \cdot 2\,L_2$$
$$\beta_1 = 0 \cdot 05\,\alpha,$$

wobei α die Maximal-Elongation des Hebels ACB bezeichnet, so ist, wenn für α etwa 10^0 gewählt wird, der Werth des obigen Ausdruckes:

$$0{,}0001746\ q_2,$$

Im ungünstigsten Falle wird nun $q_2 = Q$ der totalen Belastung der Brücke und es ist dann der Fehler, welcher bei der Abwägung eines Körpers unter den obigen abnormen Annahmen, welche in der Praxis niemals vorkommen entsteht, etwa $\frac{1}{5700}$ des ganzen Gewichtes desselben. In der Praxis ist aber eine Wage bereits ausreichend genau, wenn dieselbe eine Empfindlichkeit von $\frac{1}{1000}$ der aufgelegten Last besitzt, wodurch der Beweis erbracht ist, dass selbst unter sehr ungünstigen Verhältnissen der Einfluss von c_0 unberücksichtigt bleiben kann.

Beim thatsächlichen Gebrauch einer Centesimalwage wird ausnahmslos die Stellung $\beta_1 = \beta_2 = 0$ für die Gewichtsbestimmung benutzt; dadurch eliminirt sich der Einfluss von c_0 ohne constructive Nachhilfe und die Wage liefert, theoretisch wenigstens, absolut genaue Angaben.

Es bleiben nun noch die Verhältnisse an dem Wagebalken ACB zu erörtern; für denselben gilt die Gleichung:

$$R\,(l - c \operatorname{tg} \alpha) = P\,(L + c \operatorname{tg} \alpha) + S\,[\sigma + (c + s) \operatorname{tg} \alpha], \tag{76}$$

welche aus der Relation 25 für

$$L_0 = l_0$$
$$S_0 = 0$$

hervorgeht. Aus den Ausdrücken 29 und 67 lassen sich weiters die Näherungswerthe darstellen:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_1 &= \frac{l}{L_1} \operatorname{tg} \alpha, \\ \operatorname{tg} \beta_2 &= \frac{l l_1}{L_1 l_2} \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}\right\} \tag{77}$$

Nach Vornahme dieser verschiedenen Substitution lässt sich bei Vernachlässigung der Glieder mit $\operatorname{tg}^2\alpha$ und q_2 die Gleichung 76 in der Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned} & l l_1 Q - L L_1 P + l\left(\sigma_1 S_1 + \sigma_2 \frac{l_0}{L_2} S_2\right) - \sigma L_1 S = \\ & = \Big[c L_1 P + c l_1 Q + c\left(\sigma_1 S_1 + \sigma_2 \frac{l_0}{L_2} S_2\right) + (c + s) L_1 S + \\ & \quad + \frac{l^2}{L_1}\left(s_1 S_1 + s_2 \frac{l_0 l_1}{l_2 L_2} S_2\right) + c_0 \frac{\sigma_2 l^2}{L_1 L_2} S_2\Big] \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}\right\} \tag{78}$$

welche ebenfalls in die Form

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AQ + BP + C}{A_1 Q + B_1 P + C_1}$$

übergeführt werden kann, wenn gesetzt wird:

$$\left.\begin{aligned}
A &= l l_1 \\
B &= - L L_1 \\
C &= l\left(\sigma_1 S_1 + \sigma_2 \frac{l_0}{L_2} S_2\right) - \sigma L_1 S \\
A_1 &= c l_1 \\
B_1 &= c L_1 \\
C_1 &= c\left(\sigma_1 S_1 + \sigma_2 \frac{l_0}{L_2} S_2\right) + (c + s) L_1 S + \\
&+ \frac{l^2}{L_1}\left(s_1 S_1 + s_2 \frac{l_0 l_1}{l_2 L_2} S_2\right) + c_0 \frac{\sigma_2 l^2}{L_1 L_2} S_2.
\end{aligned}\right\} \quad (79$$

Es können somit dieselben Erörterungen über die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von P stattfinden, welche für die Strassburger Wage angestellt wurden, nur müssen die durch die Ausdrücke 79 definirten Werthe der Constanten benutzt werden.

Für die von der Belastung unabhängige Empfindlichkeit muss nach Gleichung 53

$$A_1 = B_1 = 0$$

stattfinden, d. h. es müssen die drei Schneiden des Hauptbalkens in einer und derselben Ebene liegen; bezüglich der Traghebel wurde diese Eigenschaft schon früher nachgewiesen oder doch wenigstens als eine befriedigende Lösung der Gleichung 69 dargestellt und den daran geschlossenen Untersuchungen zu Grunde gelegt.

Das Verhältnis der Last zu den aufgelegten Gewichten bestimmt sich unter der gemachten Voraussetzung zu

$$m = \frac{L L_1}{l l_1} \quad (80$$

und zwar gilt dieser Quotient für jede Lage des Hebelsystems innerhalb der durch die Annahmen gezogenen Grenzen.

In ganz ähnlicher Weise, wie dies für die Strassburger Centesimalwage und für die Pfitzer'sche Construction geschehen ist, liesen sich auch hier wieder Bedingungsgleichungen aufstellen, welche

$$E = \frac{a}{P}$$

herbeiführen. Ich halte es jedoch für überflüssig, dies zu thun, da sich wesentlich Neues nicht ergibt.

Für die Construction der Sagnier'schen Wagen gelten die soeben entwickelten Relationen ohne jede Aenderung, da das unterscheidende Merkmal zwischen beiden Systemen, die Stellung der Verlängerung des einen gabelförmigen Traghebels *MF* (Fig. 8) gar keinen Einfluss auf die theoretische Untersuchung hat. Ebenso kann die bei Sagnier'schen Wagen übliche Anbringung eines verschiebbaren Laufgewichtes zum Auswägen kleinerer Lasten (etwa bis 100^{kg}) oder das Vorhandensein mehrerer Laufgewichte an einer Wage bei Weglassung der Wagschalen (Construction von Chameroy) nicht als die Theorie derselben beeinflussend angenommen werden, nachdem die Erörterung dieses letzteren Umstandes einfach eine Theorie der Schnellwage liefern würde.

Ueber die in einer Plücker'schen Wasserstoffröhre freiwerdende Energie und deren Einfluss auf die Intensität des Lichtes.

Von

Dr. **B. Nebel.**

Soviel mir bekannt ist, sind noch keine Untersuchungen darüber angestellt worden, wie gross die in einer Plücker'schen Röhre, speciell Wasserstoffröhre, freiwerdende Energie ist und welchen Einfluss dieselbe auf die Intensität des Lichtes, die Stromstärke und die Spannungsdifferenz der Röhre ausübt[1]). Zur Lösung dieser Aufgabe waren erforderlich die Bestimmung der freiwerdenden Energie, die Kenntnis der Stromstärke, die Grösse der Spannungsdifferenz und die Messung der Intensität des Lichtes. Auf welche Weise jede dieser Grössen erhalten wurde, wird in den betreffenden Abschnitten erläutert werden.

Allgemeine Anordnung der Versuche.

Die ganze Anordnung der Versuche war die folgende: In dem secundären Stromkreis eines grösseren Inductionsapparates, welcher mit 3 Grove-Elementen betrieben wurde, war eine Plücker'sche Wasserstoffröhre und ein unten näher beschriebenes Alkoholthermometer, welches zur Messung der Energie diente, eingeschaltet; von den Enden der Wasserstoffröhre und denen des Alkoholthermometers führten je zwei Drähte nach dem Umschalter, mit welchem der Apparat, der die Messung der Spannungsdifferenz gestattete, durch Leitung verbunden war.

Die Stromstärke konnte nicht direct beobachtet werden und wurde deshalb aus der totalen Energie des Alkoholthermometers und dessen Spannungsdifferenz berechnet. Bei dieser Bestimmung kam ich auf eine neue Methode zur Messung der Ströme, die sich insbesondere für schwache Ströme von hoher Spannung eignet.

1) Nach Beendigung dieser Arbeit ersah ich aus einer Notiz in dem Centralblatt für Elektrotechnik 1884 Bd. 6 S. 502, dass E. Hospitalier auch schon den Arbeitsverbrauch in Geissler'schen Röhren bestimmt hat, und zwar mittels gleichgerichtetem Strome, ohne jedoch Messungen der Intensität des Lichtes ausgeführt zu haben

Sämmtliche Leitungsdrähte waren der Isolation wegen mit Guttapercha überzogen, frei durch die Luft geführt und nur an wenigen Stellen auf Kautschuk gelegt, der an 1,8^{m} grossen Holzständern befestigt war. Vor und nach jeder Bestimmung der Intensität einer der drei Wasserstofflinien wurde die Zimmertemperatur, der Stand des Alkoholthermometers und die Spannungsdifferenz sowohl der Wasserstoffröhre, als auch die des Alkoholthermometers gemessen.

Die für die Intensitätsbestimmung nothwendige Vergleichsflamme, welche immer auf dieselbe Grösse gebracht wurde, ist mit sogenanntem Kaiseröl von der gleichen Qualität gespeist worden. Sowohl die Wasserstoffröhre, als auch die Vergleichsflamme hatten in Bezug auf den Spectralapparat unveränderliche Stellung.

Bestimmung der in dem Alkoholthermometer freiwerdenden Energie.

Zur Ermittlung der geringen Stromstärke lässt sich das Riess'sche Luftthermometer in seiner gewöhnlichen Gestalt natürlich nicht gebrauchen, da infolge des geringen Widerstandes, den die Platinspirale darbietet, die Erwärmung zu gering ist, als dass sie gemessen werden kann. Aus diesem Grunde ersetzte ich die Spirale durch zwei Platindrähte und benutzte die Luft als Widerstand. Nun trat aber der Uebelstand auf, dass wegen der überspringenden Funken die Luft heftig bewegt wurde und dadurch die Flüssigkeitssäule in fortwährendes Schwanken gerieth. Auch weitere Versuche, bei welchen der hohe Widerstand durch feste, schlechte Leiter hergestellt wurde, ergaben kein befriedigendes Resultat. Hierauf suchte ich als Widerstand eine Flüssigkeit zu nehmen und liess mir deshalb ein Alkoholthermometer machen, in dessen Kugel sich zwei eingeschmolzene Platindrähte befanden. Nach zahlreichen Abänderungen gelang es mir, ein Thermometer herzustellen, bei welchem die Zersetzung des Alkohol nicht mehr auftrat, was ich daraus folgerte, dass ich einmal das Aufsteigen von Gasbläschen nicht mehr beobachten konnte, sodann dass die Temperaturcurven, welche ich durch Vergleichung des Alkoholthermometers mit einem Normalthermometer vor und nach den Versuchen erhielt, vollkommen identisch waren. Dieses Thermometer, welches ich zu meinen definitiven Versuchen gebrauchte, und welches mit möglichst absolutem Alkohol gefüllt war, hatte eine 39^{cm} lange, in Doppelmillimeter getheilte Capillarröhre mit einem Durchmesser von 0,7^{mm}, der Durchmesser der Kugel betrug 1,5—2^{cm}, und die Enden der Platindrähte waren 8^{mm} entfernt.

Die Messungsn wurden in einem Dunkelzimmer ausgeführt, dessen Temperatur täglich um 0,13—0,16^{0} C. schwankte. Der höchste Stand

des Alkoholthermometers und die Zimmertemperatur, zu deren Bestimmung ein in Zentelgrade eingetheiltes Thermometer diente, wurden mit einem Kathetometer abgelesen.

Um nun die in einer Secunde freiwerdende Energie zu erhalten, musste noch der Wasserwerth des Alkoholthermometers ermittelt werden.

Der Wasserwerth wurde nach dem Mischungsverfahren bestimmt; zu diesem Zweck benutzte ich ein Zinkgefäss von 4^{cm} Durchmesser und $42{,}5^{cm}$ Länge; der ausgeschnittene Deckel und der Rührer waren aus Messing und zwar bestand der letztere aus einem $2{,}5^{mm}$ dicken Draht, an dessen Ende, sowie in einer Entfernung von 19^{cm} je eine ringförmige, durchlöcherte Messingplatte angelöthet war. Das Alkoholthermometer wurde durch Wasserdampf erwärmt, getrocknet und dann in den mit destillirtem Wasser gefüllten Zinkcylinder gebracht, welcher ein ebenfalls in Zentelgrade getheiltes Thermometer noch enthielt. Der Cylinder stand in einem grösseren dicken Glasgefäss, in welchem noch ein Cylinder aus Pappe angebracht war. Das Glasgefäss war mit Schirmen aus Pappe nach allen Seiten gegen Strahlung geschützt und so angeordnet, dass der in $1{,}3^{m}$ Entfernung befindliche Beobachter den Rührer bewegen und mit einem Kathetometer sowohl die Temperatur des Wassers, als die des Zimmers ablesen konnte. An zehn aufeinanderfolgenden Tagen wurde je um 8^{h} morgens ein Versuch ausgeführt, damit das Wasser in dem Zinkcylinder die Temperatur des Zimmers annehmen konnte; dabei ergab sich, dass das Gewicht des Zinkcylinders von Tag zu Tag etwas abnahm, was wohl dem gebildeten Zinkoxyd zuzuschreiben ist, das beim Trocknen des Cylinders entfernt wurde. Die Temperaturzunahme des Wassers schwankte bei den einzelnen Versuchen zwischen $0{,}27^{0}$ und $0{,}31^{0}$, je nachdem das Alkoholthermometer auf Theilstrich 80 ($= 56{,}25^{0}$ C.), oder auf 85 ($= 59{,}50^{0}$ C.) beim Eintauchen stand; die anfängliche Zimmertemperatur stieg von $18{,}50^{0}$ auf $18{,}62^{0}$ und fiel dann bis auf $17{,}04^{0}$, was einer Temperaturschwankung von $1{,}58^{0}$ innerhalb zehn Tagen entspricht. Mit Zugrundlegung des Gramms als Einheit erhielt ich im Mittel für den Wasserwerth 3,69 mit einem wahrscheinlichen Fehler von $\pm$ 0,055 oder 1,5 %.

Bei dieser Grösse des Fehlers konnte der Wasserwerth des Thermometers, der sich als sehr klein herausstellte, vernachlässigt werden; dasselbe geschah auch mit der noch viel kleineren Grösse, die sich durch die Ausstrahlung des Zinkcylinders während des Versuchs ergab.

Um die Grösse der in einer Secunde freiwerdenden Energie zu erhalten, ist es nöthig zu wissen, wie viele Wärmeeinheiten das auf einer bestimmten constanter Temperatur gehaltene Alkoholthermometer in einer bestimmten Zeit verliert. Zu dem Zweck wurde die Abkühlungscurve des Thermometers ermittelt, indem die Zeit als Abscisse und der jeweilige Ueberschuss der Temperatur des Thermometers über seine Umgebung als Ordinate aufgetragen wurde. Der durch die Coordinaten und die Abkühlungscurve begrenzten Fläche entspricht die Wärmemenge $w\,(t - t_0)$, wobei t die Temperatur des Thermometers, t_0 die der Umgebung und w den Wasserwerth des Thermometers bezeichnet. Die in einer Secunde abgegebene Wärmemenge ergibt sich aus dem Flächenstreifen, dessen Abscisse eine Secunde repräsentirt. Soll nun die Temperatur t des Thermometers unverändert bleiben, so muss ihm in jeder Secunde diejenige Wärmemenge zugeführt werden, welche es unter gleichen Umständen bei der Abkühlung verlieren würde. Die Zahlwerthe der in einer Secunde freiwerdenden Energie, ausgedrückt sowohl in Gramm-Calorien, als auch in Volt-Ampère, wie sie bei Anwendung von drei verschiedenen Stromstärken erhalten wurden, sind nachstehender Tabelle zu entnehmen.

Tabelle 1.

Wasserstoffröhre	Wasserstofflinie	Temperaturdifferenz in ° C. des Alkoholthermometers	Wasserwerth des Alkoholthermometers	Die in einer Secunde freiwerdende Energie in Gr.-Calorien	Die in einer Secunde freiwerdende Energie in Volt-Ampère
II	roth	34,88	3,69	0,333	1,385
II	„	16,79	3,69	0,160	0,667
II	„	8,85	3,69	0,085	0,352
I	„	30,85	3,69	0,295	1,225
I	„	21,47	3,69	0,205	0,853
I	„	8,30	3,69	0,081	0,330
II	grün	36,40	3,69	0,348	1,446
II	„	17,96	3,69	0,172	0,713
II	„	7,41	3,69	0,071	0,294
I	„	30,53	3,69	0,292	1,213
I	„	20,63	3,69	0,196	0,819
I	„	8,28	3,69	0,079	0,329
II	violett	34,39	3,69	0,328	1,363
II	„	16,65	3,69	0,159	0,661
II	„	7,18	3,69	0,069	0,285
I	„	31,55	3,69	0,301	1,253
I	„	20,51	3,69	0,196	0,815
I	„	7,24	3,69	0,069	0,288

Messung der Spannungsdifferenz sowohl an den Polen der Wasserstoffröhre, als auch an den Elektroden des Alkoholthermometers.

Ursprünglich suchte ich das absolute Elektrometer von W. Thomson nachzuahmen, wurde aber durch die mir zu Gebot stehenden Mittel veranlasst, wieder davon abzustehen. Infolgedessen benutzte ich die von Warren de la Rue und Hugo W. Müller[1]) gefundenen Resultate. Dieselben bestimmten nämlich mittels ihrer Chlorsilberbatterie von 15400 Zellen die Schlagweiten zwischen zwei Spitzen, zwei Platten, einer Spitze und einer Platte. Nach den in oben genanntem Werke angegebenen Daten und Zeichnungen liess ich mir genau gleiche Spitzen aus Eisen und Messing herstellen und fand das dort gefundene Resultat bestätigt, dass die Schlagweite unabhängig ist von der Art des Metalls, aus welchem die Spitzen gefertigt sind. Der Zusammenhang zwischen Spannungsdifferenz und Schlagweite bei zwei parabolischen Spitzen, wie sie von Warren de la Rue und Hugo W. Müller verwendet wurden, ist aus nachstehender Tabelle 2[2]) ersichtlich.

Tabelle 2.

Spannung in Volts	Schlagweite in Centimeter	Erforderliche Spannung pro Centimeter Schlagweite
1000	0,017	57866
2000	0,049	40568
3000	0,128	23409
4000	0,307	12996
5000	0,510	9790
6000	0,684	8766
7000	0,849	8239
8000	1,011	7908
9000	1,160	7757
10000	1,291	7744
11000	1,313	7785
12000	1,524	7873
13000	1,627	7990
14000	1,714	8165
15000	1,796	8351
15450	1,850	8351

1) Warren de la Rue und Hugo W. Müller, Phil. Trans. 169. 1, p. 79 (1880).

2) Phil. Trans. 169. 1, p. 85, 86, 117 (1880) und 174. 2, p. 515 (1883); Centralblatt für Elektrotechnik 1884 Bd. 6 Nr. 9; Elektrotech. Zeitschr. 1884 Nr. 8, Berlin.

Die beiden Spitzen wurden in Eisenstäbe eingeschraubt, und letztere wegen der Isolation mittels geeigneter Messingfassungen auf Glasstäben befestigt, die 1,55—1,80^{cm} Durchmesser und eine Länge von 40 resp. 52^{cm} hatten. Der eine der Glasstäbe war durch eine Schraube in seiner Längsrichtung verschiebbar, so dass der Abstand der Spitzen beliebig geändert werden konnte. Die Messung der Spannungdifferenz sowohl an den Plücker'schen Röhren, als auch an den Elektroden des Alkoholthermometers geschah in der Weise, dass die beiden Spitzen zur Berührung gebracht und dann so lange von einander getrennt wurden, bis kein oder höchst selten ein Funken übersprang. Der betreffende Abstand der Spitzen wurde dann mit dem Kathetometer, das Hundertelmillimeter abzulesen gestattete, bestimmt. Da bei der Beobachtung der Spannungsdifferenz auch die Zeit notirt wurde, und anzunehmen ist, dass innerhalb derselben die Spannungsänderungen stetig verlaufen, so wurden den mit Zeit als Abscisse und Spannung als Ordinate aufgestellten Curven für die Berechnung diejenigen Spannungen entnommen, welche dem arithmetischen Mittel der Beobachtungszeiten entsprechen.

Um die Spannungen in Volts zu erhalten, trug ich die in Tabelle 2 angegebenen Schlagweiten als Abscissen und die Spannungen in Volts als Ordinaten auf; aus der so erhaltenen Curve entnahm ich die den beobachteten Schlagweiten entsprechenden Spannungen in Volts.

Die Spannungsdifferenzen, wie sie für die Pole der Wasserstoffröhre gefunden wurden, sind der Tabelle 6 zu entnehmen, während die für die Elektroden in nachstehender Tabelle enthalten sind.

Zur Messung dieser Spannungsdifferenzen liess ich mir einen Umschalter anfertigen, welchem das Princip der Pohl'schen Wippe zu Grunde liegt.

Mit grosser Wahrscheinlichkeit ist anzunehmen, dass während der Funkenbildung, die eine gewisse Zeit erfordert, die Spannungsdifferenz der beiden Spitzen sich ändert, und zwar in der Weise, dass sie anfänglich zunimmt, ein Maximum erreicht und dann wieder abnimmt. Nun ist aber über diesen Verlauf bis jetzt nichts bekannt, so dass ich bei den von mir angestellten Spannungsmessungen voraussetzte, dass die erhaltenen Zahlwerthe die maximale Spannungsdifferenz während der Funkenbildung ausdrücken, und dass die maximale Spannungsdifferenz für die mittlere gesetzt werden darf.

Berechnung der mittleren Stromstärke.

Da man bei Wechselströmen von eigentlicher Stromstärke nicht sprechen kann, so nahm ich als Stromstärke eine mittlere an, die ein gleichgerichteter Strom haben müsste, um unter denselben Umständen

die nämliche Energie hervorzubringen. Dasselbe ist auch für die Plücker'sche Röhre angenommen, da einmal der wahre Vorgang in derselben uns noch fremd ist, sodann es nicht Aufgabe dieser Untersuchung ist, den wahren Verlauf der Stromstärke in der Plücker-schen Röhre zu ermitteln, sondern lediglich nur die in derselben freiwerdende Energie mit deren Lichtintensität zu vergleichen.

Die mittlere Stromstärke wurde aus der in dem Alkoholthermometer freiwerdenden Energie, ausgedrückt in Volt-Ampère, und der an demselben herrschenden Spannungsdifferenz erhalten. Die Zahlwerthe hierfür sind in Mikro-Ampère angegeben und der Tabelle 3 zu entnehmen.

Tabelle 3.

Wasser-stoffröhre	Wasser-stofflinie	Schlagweite in Millimeter	Spannungs-differenz in Volt	Freiwerdende Energie im Alkoholtherm. in Volt-Ampère	Stromstärke in Mikro-Ampère
		am Alkoholthermometer			
II	roth	0,456	1930	1,385	718
II	"	0,687	2350	0,667	284
II	"	0,773	2490	0,352	141
I	"	0,510	2050	1,225	598
I	"	0,519	2060	0,853	414
I	"	0,545	2110	0,330	156
II	grün	0,504	2020	1,446	715
II	"	0,756	2130	0,713	335
II	"	0,777	2495	0,294	118
I	"	0,489	1990	1,213	609
I	"	0,494	2000	0,819	410
I	"	0,498	2010	0,329	164
II	violett	0,545	2110	1,363	647
II	"	0,817	2540	0,661	260
II	"	0,824	2560	0,285	111
I	"	0,528	2070	1,253	606
I	"	0,529	2075	0,815	393
I	"	0,532	2090	0,288	138

Photometrische Messungen.

Zur Messung der Lichtintensität benutzte ich einen grösseren Spectralapparat, welcher von Albrecht in Tübingen herrührt und zum Zweck photometrischer Messungen mit dem von K. Vierordt[1]) zuerst

1) K. Vierordt, Wied. Ann. 3 p. 357 u. ff. (1878).

angewandten Doppelspalt versehen ist; dabei verwendete ich zwei von Reinfelder und Hertel bezogene Prismen. Jede der vier Mikrometertrommeln des Doppelspaltes, die in 100 Theile getheilt sind, prüfte ich einzeln durch Messung einer Reihe von Spaltweiten unter dem Mikroskop, wobei sich eine Uebereinstimmung bis auf Zehntel eines Trommeltheiles ergab, und einer ganzen Trommelumdrehung eine Spalterweiterung von $0{,}249^{mm}$ entsprach. In den unteren Theil des Spaltes kam durch ein rechtwinkliges Prisma das durch eine mattschwarze Röhre geleitete Licht einer seitlich angebrachten Petroleumflamme, während in den oberen Spalt das Licht von dem engeren Theil der Plücker'schen Röhre, die möglichst nahe vor den Spalt gebracht wurde, eintrat. Mittels der im Ocular angebrachten Abblendungsvorrichtung konnte man die drei Wasserstofflinien mit den betreffenden Spectralbezirken des Petroleumspectrums vergleichen. Die beiden Wasserstoffröhren, welche ich benutzte, bezog ich von Franz Müller, Geissler's Nachfolger in Bonn; der Gasdruck betrug $0{,}5^{mm}$, und ihre Grössenverhältnisse waren folgende: ganze Länge 24^{cm}, die weiteren Theile $8-8{,}5^{cm}$ lang mit $1{,}5^{cm}$ Durchmesser, der engere Theil $5{,}7^{cm}$ lang mit $0{,}5^{cm}$ Durchmesser. Die Röhre I hatte ich schon bei den Vorversuchen verwendet, was bei der Röhre II nicht geschah. In den primären Stromkreis wurde zu den drei Grove-Elementen der Widerstand 0; 0,08; 0,53 Ohm eingeschaltet. Jede Intensitätsbestimmung wurde zehnmal wiederholt, wobei stets nach den von K. Vierordt[2]) angegebenen Vorschriften verfahren wurde; dasselbe gilt auch für die Bestimmung des von den verschiedenen Rauchgläsern in den einzelnen Spectralregionen durchgelassenen Lichtes. Nach den experimentellen Untersuchungen von K. Vierordt[3]) und den theoretischen Deductionen von W. Dietrich[4]) ist die Intensität des Lichtes der Spaltweite proportional, vorausgesetzt, das die Spaltweiten wenig von einander verschieden sind. Um letzteres zu erreichen, war ich genöthigt, sechs Rauchgläser zu verwenden; die fünf ersten, sog. schwache Rauchgläser, waren $1{,}68^{mm}$ dick, während das sechste Rauchglas eine Dicke von $2{,}19^{mm}$ besass. Die drei ersten Rauchgläser, sowie das vierte und fünfte liessen dieselbe Lichtmenge durch. Diese wurde nach der von K. Vierordt[5]) angegebenen Methode bestimmt und ist aus folgender Tabelle zu ersehen.

1) a. a. O.

2) a. a. O.

3) W. Dietrich, Die Anwendung des Vierordt'schen Doppelspalts in der Spectralanalyse. Stuttgart 1881.

4) K. Vierordt, Die Anwendung des Spectralapparates zur Photometrie der Absorptionsspectren S. 11. Tübingen 1873.

Tabelle 4.

Rauchglas	Die von den Rauchgläsern durchgelassene Lichtmenge beträgt in den Spectralregionen der Wasserstofflinien:								
	roth	wahrsch. Fehler	Fehler in %	grün	wahrsch. Fehler	Fehler in %	violett	wahrsch. Fehler	Fehler in %
1, 2, 3	0,4796	0,0020	0,40	0,2920	0,0008	0,26	0,2830	0,0011	0,38
4, 5	0,4260	0,0032	0,68	0,2829	0,0007	0,23	0,2616	0,0016	0,61
6	0,0350	0,0004	1,09	0,0245	0,0001	0,58	0,0216	0,0002	0,95

Die nachstehende Tabelle lässt die Spaltweiten und deren wahrscheinliche Beobachtungsfehler erkennen.

Tabelle 5.

Wasserstoffröhre	Wasserstofflinie	Rauchgläser vor der Lampe	Spaltweite in Millimeter	Wahrscheinl. Fehler des Resultats	Fehler in %
II	roth	1	0,394	0,0019	0,48
II	„	1, 2, 3	0,493	0,0011	0,22
II	„	1, 2, 3, 4	0,529	0,0014	0,26
I	„	1, 2, 3, 4	0,371	0,0016	0,44
I	„	1, 2, 3, 4, 5	0,406	0,0013	0,31
I	„	1, 4, 5, 6	0,396	0,0011	0,28
II	grün	4	1,210	0,0013	0,11
II	„	1, 2	1,241	0,0016	0,13
II	„	1, 4, 5	1,151	0,0014	0,12
I	„	1, 2, 3	1,230	0,0019	0,17
I	„	1, 3, 4, 5	1,155	0,0015	0,13
I	„	1, 5, 6	1,393	0,0013	0,09
II	violett	2	0,842	0,0012	0,14
II	„	1, 2	0,839	0,0010	0,12
II	„	1, 4, 5	0,875	0,0010	0,11
I	„	1, 2	0,848	0,0012	0,15
I	„	3, 4, 5	0,877	0,0008	0,09
I	„	5, 6	0,867	0,0015	0,17

Wie aus obiger Tabelle ersichtlich ist, wurden zur Herstellung gleicher Lichtstärken Combinationen von Rauchgläsern verwendet, um

die Spaltweiten nicht zu sehr variiren zu müssen. Für die von mir angewandten Combinationen habe ich die in den Spectralregionen der drei Wasserstofflinien durchgelassene Lichtmenge berechnet.

Wird die Intensität der Wasserstoffröhre II für jede der drei Wasserstofflinien = 1 gesetzt, wenn im primären Stromkreis kein Widerstand eingeschaltet ist, so erhält man durch Rechnung mit Hilfe der in Tabelle 5 angeführten Spaltweiten und der berechneten, von den Rauchgläsern durchgelassenen Lichtmengen die im Folgenden angegebenen Intensitäten.

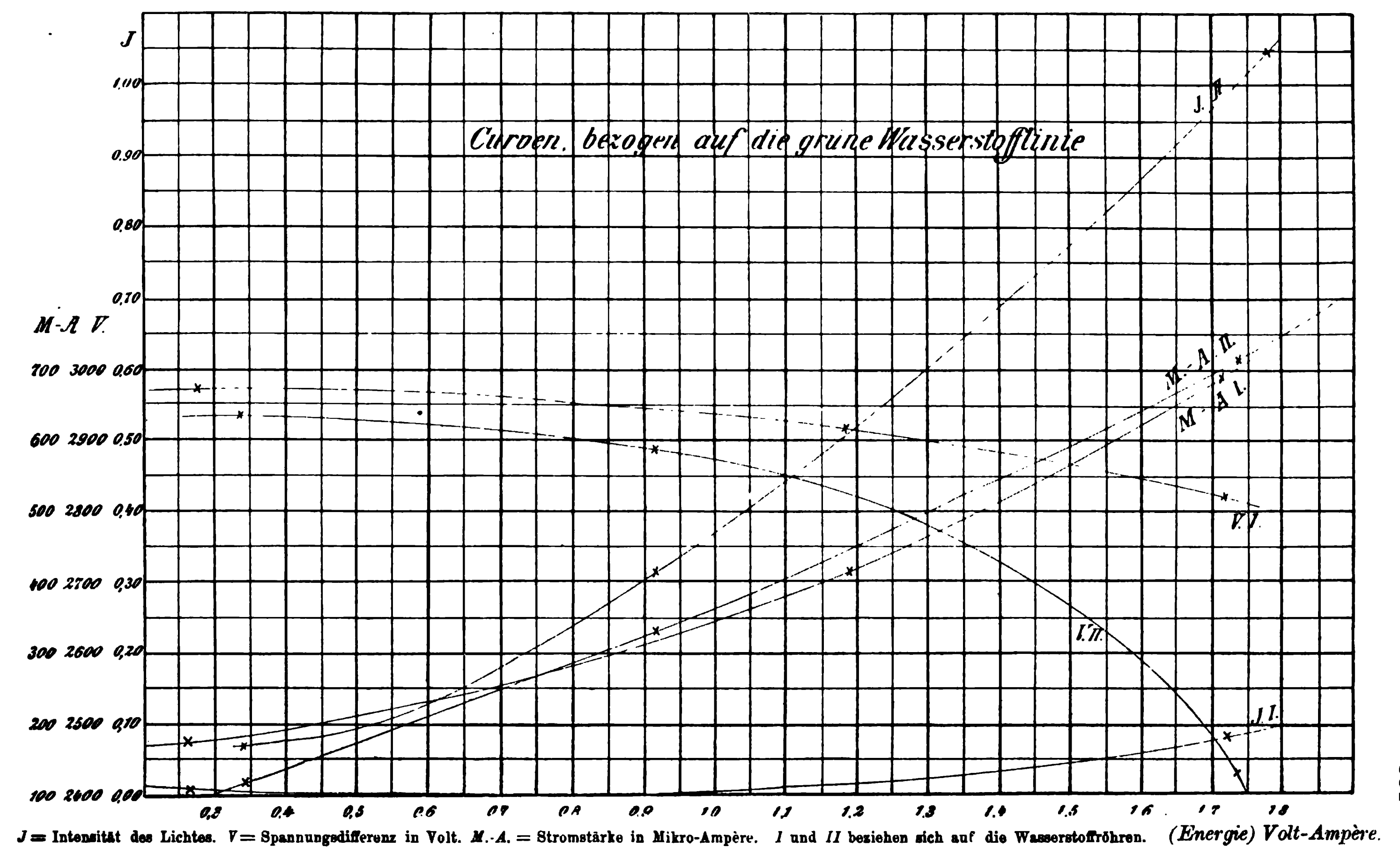
Tabelle 6.

Wasserstoffröhre	Wasserstofflinie	Stromstärke in Mikro-Ampère	Spannungsdifferenz in Volt an der Wasserstoffröhre	Energie in Volt-Ampère in der Wasserstoffröhre	Intensität des Lichtes	Wahrscheinl. Fehler der Intensität des Lichtes	Fehler in %
II	roth	718	2320	1,665	1		
II	„	284	2790	0,792	0,2878	0,0025	0,87
II	„	141	2920	0,413	0,1316	0,0012	0,89
I	„	598	2880	1,721	0,0923	0,0009	1,02
I	„	414	2930	1,213	0,0430	0,0008	1.76
I	„	156	3020	0,472	0,0066	0,0001	1,93
II	grün	715	2430	1,739	1		
II	„	335	2890	0,967	0,3091	0,0018	0,59
II	„	118	2930	0,345	0,0788	0,0002	0,37
I	„	609	2820	1,719	0,0894	0,0008	0,88
I	„	410	2900	1,188	0,2030	0,0001	0,60
I	„	164	2980	0,268	0,0082	0,0005	0,68
II	violett	647	2510	1.623	1		
II	„	260	2970	0,773	0,2820	0,0005	0,19
II	„	111	2990	0,333	0,0711	0,0008	1.18
I	„	606	2900	1,758	0,2850	0,0005	0,19
I	„	393	2980	1,171	0,0713	0,0008	1,17
I	„	138	3010	0,415	0,0201	0,0202	1,14

Berechnung der in der Wasserstoffröhre freiwerdenden Energie.

Das Product aus der mittleren Stromstärke in Ampères und der Spannungsdifferenz in Volts liefert die in der Wasserstoffröhre freiwerdende Energie, ausgedrückt in Volt-Ampère. Die betreffenden Zahlwerthe sind der Tabelle 6 zu entnehmen.

Da die Curven, welche die Abhängigkeit, der Stromstärke, Spannungsdifferenz und Intensität des Lichtes von der freiwerdenden Energie


Curven, bezogen auf die grüne Wasserstofflinie
J
M-A V.
J = Intensität des Lichtes. V = Spannungsdifferenz in Volt. M.-A. = Stromstärke in Mikro-Ampère. I und II beziehen sich auf die Wasserstoffröhren. (Energie) Volt-Ampère.

darstellen, für die rothe und die violette Wasserstofflinie ganz ähnlich denen für die grüne verlaufen, so wurden nur letztere der nachstehenden Figur, in welcher die Energie als Abscisse auftritt, einverleibt.

Diese eben erwähnten Curven, sowie die Tabelle 6 lassen zur Genüge erkennen, dass mit der zunehmenden, freiwerdenden Energie sowohl die Stromstärke, als auch die Intensität des Lichtes, und zwar letztere in höherem Grade wächst, die Spannungsdifferenz dagegen abnimmt. Das letzte Resultat ist momentan auffallend, ist aber dadurch zu erklären, dass das elektrische Leitungsvermögen der Gase mit steigender Temperatur zunimmt.

Eine weitere Aufgabe wäre es nun, eine grössere Anzahl solcher Lichtintensitätsmessungen bei veränderter Stromstärke auszuführen, und zwar nicht nur an Wasserstoffröhren, sondern auch an sonstigen Plücker'schen Röhren, wodurch sich die Abhängigkeit zwischen der Intensität von homogenem Lichte einerseits und der Energie andererseits ergeben würde. Aus den so gewonnenen Resultaten liesse sich dann gewiss ein Schluss ziehen, ob z. B. die für Glühlampen empirisch gefundene Formel für die von der Energie abhängige Intensität des Lichtes auch hier ihre Anwendung findet.

Galvanischer Widerstand von Drähten bei verschiedener Anspannung.

Dritte Mittheilung[1]).

Von

H. Götz und **A. Kurz.**

Seit dem Erscheinen der II. Mittheilung wurden die Aenderungen des Widerstandes (und der Länge) wiederholt untersucht von einem II. Exemplar der geglühten Stahldrähte, von derselben Sorte wie derjenige in II §§ 11 — 13, den wir deshalb mit Nr. I bezeichnen; desgleichen von einem glasharten Stahldrahte und von derselben Stahldrahtsorte in ungehärtetem Zustande; dann von einem weichen Kupferdrahte in drei Exemplaren und von einem harten Kupferdrahte in zwei Exemplaren von je derselben Sorte.

In der letzten Zeit (vom Juni ab) machten wir auch den Anfang mit Messungen der Quercontraction, welche mit der Längsdilatation verbunden ist. Soweit solche Messungen bereits vorliegen, werden wir deren Resultate im folgenden benutzen. Das Nähere hiervon und weitere Messungen der Quercontraction sollen den Gegenstand einer späteren Mittheilung bilden.

Wie früher sollen bedeuten

Δp die Belastungszunahme in Kilogrammen,

Δl die Längenzunahme, aber von jetzt ab in Millimetern statt Centimeter[2]), und

Δu die verhältnismässige Widerstandszunahme in Umdrehungen unserer Theilmaschine, so dass nach II § 10 die verhältnismässige Widerstandszunahme selbst

$$\frac{\Delta w}{w} = 0{,}003\,\Delta u$$

beträgt.

1) Die zweite Mittheilung S. 87 — 114 in diesem, die erste S. 739 — 745 im vorigen Bande. Im Gebrauchsfalle werden dieselben mit II oder I und der Seiten- oder Paragraphenzahl citirt.

2) Dass in der Tabelle II § 12 in einer Colonne durchweg 0 vor den Zahlen fehlt, konnte der geneigte Leser leicht selbst corrigiren.

§ 1. Geglühter Stahldraht II. Länge 3,4m, Querschnitt 1,18qmm.

1. Untersuchung. (Geglühter Stahldraht III siehe in Bem. 18.)

		p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
17.	Dec.	2	0,66	—	—	—
17.	„	5	0,84	1,9	0,060	0,6
18.	„	5	0,87	1,9	70	6
18.	„	10	1,16	4,3	63	5
18.	„	15	1,30	6,4	50	5
18.	„	20	1,64	7,7	55	4
19.	„	20	1,78	7,7	62	4
19.	„	25	2,03	8,5	59	4
19.	„	30	2,31	11,3	59	4
20.	„	30	2,41	11,3	62	4
20.	„	35	2,71	11,8	63	4
20.	„	40	3,15	13,0	65	4
21.	„	40	3,23	13,0	68	4
				Mittel	0,061	

Bemerkungen:

1. Das Abreissen wurde vermieden, damit derselbe Draht noch einer wiederholten Untersuchung unterworfen werden konnte.

2. Bemerkenswerth ist, dass u über Nacht jedes Mal stieg.

3. Das Mittel 0,061 der $\Delta u : \Delta p$ stimmt mit demjenigen des geglühten Stahldrahtes I (siehe II § 11) überein, welches aus den 36 Beobachtungen vom 15. November bis 2. December sich nachträglich zu 0,060 berechnete.

4. Dem Minimum 0,050, welches sich hier in der Nähe des ersten Auftretens des Minimums $\Delta l : \Delta p = 0,4$ einstellte, folgt ein fast ganz regelmässiges Ansteigen bis zum Maximum 0,068, also nahe 0,070, von welch' letzterem Werthe es herabgefallen war. Unter den vorhin citirten Zahlen des Stahldrahtes I betrug das Minimum von $(\Delta u : \Delta p)$ 0,045 und das Maximum 0,074. Das Verhältnis $\Delta l : \Delta p = 0,4$ trat beim Stahldraht I mit 30kg ein und verblieb bei höherer Belastungin der 1. Untersuchung, beim Stahldraht II mit 20kg.

2. Untersuchung.

		p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
22.	Dec.	2	1,34	—	—	—
22.	„	10	1,75	2,2	0,051	0,3
22.	„	20	2,17	4,1	46	2
23.	„	20	2,16	4,2	45	2
23.	„	30	2,67	6,1	47	2
23.	„	40	3,12	8,0	47	2
24.	„	40	3,10	8,3	46	2
24.	„	2	1,33	0,9	—	—
25.	„	2	1,50	0,8	—	—
				Mittel	0,047	

5. $\Delta u : \Delta p$ ist jetzt gegen die 1. Untersuchung fast auf $^3/_4$ des dortigen Werthes herabgegangen. Dies stimmt auch mit dem Ergebnisse bei dem geglühten Stahldrahte I in II § 12 überein.

6. $\Delta l : \Delta p$ ist jetzt 0,2 geworden, in der 1. Untersuchung war es 0,4; in der 2. Untersuchung des Stahldrathes I (II § 12) war es 0,3, mit welchem Werthe auch die obige 2. Untersuchung anfing. Mit dem Werthe 0,2 erhält man für den Elasticitätsmodul:

$$E = \frac{3400}{1{,}2 . 0{,}2} = 14000 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} = \frac{l \Delta p}{q \Delta l} \text{ (vgl. nachfolg. Bem. 14 u. 15).}$$

7. u blieb jetzt über Nacht so ziemlich gleich; nur vom 24. zum 25. December stieg es um 0,17, welche Aenderung bei dem Beobachtungsfehler 0,01 dem Temperaturrückgange um 6° zuzuschreiben ist. Am 25. December wurde nämlich das Zimmer nicht geheizt; der Widerstand des Vergleichsdrahtes, der stets mit 2^{kg} gespannt blieb, sank also, nach Arndtsen's Temperaturcoefficienten für Eisen, um etwa $^1/_{40}$ seines Werkes, der nach II § 11 nahe 0,7 Siemenseinheiten[1]) betrug. Wäre der Widerstand des Versuchsdrahtes um ebensoviel gesunken, so hätte dasselbe u gefunden werden müssen; wäre derselbe gar nicht gesunken, so hätte sich der Widerstand des Versuchsdrahtes, weil hernach mit einer um $^1/_{40}$ kleineren Einheit gemessen, um $^1/_{40}$ grösser ergeben. Nun hat sich aber gemäss Einleitung eine Widerstandszunahme

$$\Delta w = w\ 0{,}003\ (1{,}50 - 1{,}33) = w\ 0{,}00051 = \frac{1}{2000} w$$

ergeben, welch kleiner Betrag den ersten von den zwei im vorigen Satze erwähnten Grenzfällen weit näher erreicht als den zweiten. Da $\frac{1}{2000} = \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{40}$, so ist der Temperaturcoefficient für den auch mit 40^{kg} wiederholt gestreckt gewesenen (geglühten) Stahldraht um $^1/_{50}$ oder 2% kleiner als derjenige für den auf solche Weise nicht gehärteten, vorher geglühten Stahldraht ($^1/_{40}$ für 6° Temperatur)[2]).

8. Bei der 2. Untersuchung des geglühten Stahldrahtes I, siehe II § 12, ist das Mittel der $\Delta u : \Delta p$ etwas höher, nämlich 0,055; und auch $\Delta l : \Delta p$ ist durchwegs höher, es fällt vom Anfangswerthe 0,5 sogleich auf 0,4 und bald auf den hernach bleibenden Werth 0,3 herab, welch letzterer in obiger Tabelle den Anfang bildet.

3. Untersuchung.

	p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
26. Dec.	2	1,50	—	—	—
26. „	20	2,30	4,0	0,044	0,2
27. „	20	2,18	4,4	38	2
27. „	40	3,12	7,7	42	2

[1]) Hieraus berechnet sich für diesen Stahldraht (I und II, hart und geglüht) die Leitungsfähigkeit 4, gegenüber Quecksilber = 1, wie auch Kirchhoff und Hansemann für Bessemerstahl gefunden haben. Andere Stahlsorten haben 6 bis 7, Eisen 7 bis beinahe 10 nach verschiedenen Autoren.

[2]) In den physikalisch-chemischen Tabellen von Landolt und Börnstein (Berlin, Springer, 1883) ist S. 102

für Silber weich angegeben $w = w_0\ (1 + 0{,}0040\, t \ldots)$ (Arndtsen),
„ „ — „ $w = w_0\ (1 + 0{,}0034\, t \ldots)$ (Benoit),

während für Platin, aber auch von zwei verschiedenen Beobachtern, das Umgekehrte ausgesagt wird, dass also der Coefficient von t im harten Platin grösser und zwar bedeutend grösser wäre als im weichen.

	p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
28. Dec.	40	3.24	7,7	46	2
28. „	45	3,59	8,4	49	2
29. „	45	3,50	8,9	48	2
29. „	50	3,95	10,9	51	2
30 „	50	4,04	11,3	58	2
30. „	55	4,85	13,7	65	2
30. „	60	5,84	19,3	75	3
Bis zum 4. Januar wurde der Draht mehrmals ent- und belastet.					
4. Jan.	60	5,89	—	76	—
4. „	2	2,97	—	—	—
5 „	2	2,99	—	—	—
5. „	60	5,97	—	77	—

9. Diese Tabelle stimmt bis zu $p = 40^{kg}$ mit der vorigen, ist deren correcte Wiederholung.

10. In der Nacht vom 26. auf den 27. December fiel u, was entsprechend der Bemerkung 7 von der Steigerung der Temperatur um 5^0 (vom ungeheizten zum geheizten Zimmer) herrührt. In der Nacht vom 27. auf den 28. stieg u und das Thermometer fiel wieder je um dieselben Beträge. Analoges gilt vom 28. zum 29. December.

11. Berechnet man $\Delta u : \Delta p$ aus den zwei Messungen vom 5. Januar, so kommt 0,051 wie am 29. December zum Vorschein. Ueberhaupt zeigt sich aus den drei letzten Tabellen der Mittelwerth von $\Delta u : \Delta p$

in der 1. Untersuchung	0,061	von 2 bis 40^{kg}
„ 2. „	0,047	do
„ 3. „	0,043	do.
	0,050	von 40 bis 50^{kg}
	0,065	bei 55^{kg}
	0,076	bei 60^{kg}
in der letzten Untersuchung	0,051	von 2 bis 60^{kg}.

12. Auch $\Delta l : \Delta p$ findet man aus den zwei Werthen vom 5. Januar gleich 0,2, wie bei der 2. und grösstentheils bei der 3. Untersuchung.

13. Berechnet man nun nach der zuletzt in II § 13 vorgetragenen Formel die verhältnismässige Abnahme des specifischen Leitungsvermögens (k) für je 1^{kg} Belastungszunahme, einstweilen noch ohne Berücksichtigung des Querschnitts (q), so erhält man

$$\frac{\Delta k}{k \Delta p} = \frac{\Delta w}{w \Delta p} - (1 + 2\sigma) . \frac{\Delta l}{l \Delta p},$$

worin $\frac{\Delta w}{w \Delta p} = 0{,}003 \frac{\Delta u}{\Delta p}$, und σ das Verhältnis der Quercontraction zur Längsdilatation bedeutet.

Mit dem Mittelwerthe der 1. Untersuchung $\frac{\Delta u}{\Delta p} = 0{,}061$ und dem schliesslich andauernden Werthe $\frac{\Delta l}{\Delta p} = 0{,}4$ wird

$$\frac{\Delta k}{k \Delta p} - 0{,}000183 - (1 + 2\sigma)\ 0{,}000118$$

für den geglühten Stahldraht II.

Für den geglühten Stahldraht I haben wir laut II § 13

$$0{,}00018 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00009.$$

Ferner ergibt sich aus der 2. Untersuchung mit $\frac{\Delta u}{\Delta p} = 0{,}047$ und $\frac{\Delta l}{\Delta p} = 0{,}2$

$$\frac{\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}000141 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}000059$$

für den geglühten Stahldraht II, und laut II § 13

$$0{,}00016 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}000085$$

für den geglühten Stahldraht I[1]).

Endlich liefert die 3. Untersuchung, welche einzig für den geglühten Stahldraht II vorliegt, in ihrem ersten (grösseren) Theile so ziemlich das gleiche Resultat wie das vorletzt angegebene, und nähert sich bei ihren letzten Posten, wo erstmalige starke Spannungen angewendet worden waren, dem Resultate der I. Untersuchung.

Man kann also für den mehrfach geprüften geglühten Stahldraht (I oder II) im Mittel

$$\frac{\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}00015 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00007$$

annehmen, was für $\sigma = {}^1/_4$ liefern würde $\frac{\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}00005$

und für $\sigma = {}^1/_3$ $\frac{\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}00004.$

14) Zum Vergleiche sollen nochmals die Mousson'schen Resultate, siehe I § 1 und II § 6, angeführt werden und zwar jetzt mit den Kolonnen $\frac{q\cdot\Delta l}{l\cdot\Delta p}$ und $\frac{q\Delta k}{k\Delta p}$ ergänzt.

	$q\Delta w : w\Delta p$	$q\Delta l : l\Delta p$	$q\Delta k : k\Delta p$ für $\sigma = {}^1/_3$	$\sigma = {}^1/_4$
Stahldraht . . .	0,00021	0,000050	0,00013	0,00018
Eisendraht . . .	26	73	14	15
Harter Kupferdraht	26	110	08	09
Geglühter „	61	99	44	46

(Wegen der zwei letzten Colonnen siehe noch die folgende Bemerkung 16.)

15. Bilden wir noch $\frac{q\cdot\Delta k}{k\Delta p} = \frac{q\cdot\Delta u}{w\cdot\Delta p} - (1 + 2\,\sigma)\,\frac{q\cdot\Delta l}{l\Delta p}$ für unseren geglühten Stahldraht, bei welchem q nahe 1,2 qmm beträgt, so kommt nach mehrmaliger Prüfung

$$\frac{q\cdot\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}00018 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00008,$$

also im Minuenden weniger und im Subtrahenden mehr als bei Mousson; nach einigen im Juli von uns mit diesem Drahte vorgenommenen Messungen wird σ nahe gleich $\frac{1}{3{,}3}$ angenommen werden dürfen, und es ist alsdann

$$\frac{q\cdot\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}00005 \text{ Millim.}^2 : \text{kg (0,00004 laut II § 13).}$$

16. Man kann diese viel kleineren Resultate als diejenigen aus Mousson's Tabelle, in der 1. und 2. Zeile, Bemerkung 14, dennoch in grösseren Einklang bringen, nämlich durch die Erwägung, dass Mousson in Betreff des Minuenden sich mit einmaliger Prüfung begnügte, also diesen grösser fand als wir bei mehrmaliger (siehe Bemerkung 13), während er beim Subtrahenden den durch mehrmalige Prüfung festgestellten Elasticitätsmodul benutzte (vgl. Bemerkung 6), also den

[1]) Von den zwei in II S. 113 angegebenen Werthen wurde da das Mittel gewonnen.

kleineren reciproken Werth desselben. Demnach kann man die zwei letzten Colonnen jener Tabelle, die Mousson auch nicht bildete, nicht weiter gebrauchen.

17. Bei den von Mousson entlehnten Zahlen macht eine Variation von σ, ob $1/3$ oder $1/4$, nicht viel aus; mehr aber bei unseren Messungen nach mehrmaliger Prüfung des Drahtes auf seinen Minuenden und Subtrahenden zugleich.

18. Bei der Zusammenstellung des Resultates in Bemerkung 15

$$\frac{q \cdot \Delta k}{k \Delta p} = 0{,}00010 - 0{,}00016\,\sigma$$

mit den Resultaten der zwei nächstfolgenden Paragraphe (siehe § 4) fühlten wir noch das Bedürfnis, einen geglühten Stahldraht III vom Querschnitte $q = 0{,}61^{qmm}$ zu untersuchen, von derselben Sorte nämlich wie im § 2 und 3 ein solcher im glasharten und gewöhnlichen Zustande geprüft worden war. Denn die obige Sorte II hatte einen doppelt so grossen Querschnitt wie die beiden letzteren, und wenn der geglühte Stahldraht II die Brücke von unserer II. zur III. Mittheilung bildet, so ist der geglühte Stahldraht III passender zur Vergleichung von § 1 mit § 2 und 3, da der in II § 9 erwähnte Einfluss des Querschnittes für den dünneren Draht grössere Werthe voraussehen lässt als für den dickeren.

Wir fanden auch in den Tagen vom 15. bis 27. Juli bei der

($q = 0{,}61^{qmm}$) 1. Untersuchung: $\frac{\Delta k}{k \Delta p} = 0{,}00030 - 0{,}00028\,\sigma$, bei 30^{kg} der Minuend 5, der Subtrahend 9 mal so gross, also nur bis 20^{kg} gerechnet;

2. Untersuchung: „ $0{,}00029 - 0{,}00022\,\sigma$ bis zu 30^{kg} incl. gerechnet;

3. Untersuchung: „ $0{,}00027 - 0{,}00022\,\sigma$ (wie oben);

4. Untersuchung: „ ebensoviel; aber dieses letzte Resultat ist das Mittel aus dreien, deren Minuenden waren 0,00024, 0,00071 und 0,00026, während der Subtrahend constant blieb. Es wird folglich angenommen:

$$\frac{q \cdot \Delta k}{k \Delta p} = 0{,}61\,\left[0{,}00038 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00011\right] = 0{,}00023 - (1 + 2\,\sigma)\;0{,}00007$$
$$= 0{,}00016 - 0{,}00014\,\sigma.$$

§ 2. Glasharter Stahldraht (vgl. § 1 Bemerkung 18). Gehärtet in der Laubsägenfabrik von Eberle & Co. dahier[1]). Länge $3{,}4^{m}$, Querschnitt $0{,}58^{qmm}$. Die Aichung nach der Methode in II § 11 ergab für den Widerstand 1,65 Siemenseinheiten, und die Leitungsfähigkeit 3,6 (vgl. S. 685 Anm. 1).

1. Untersuchung.

	p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
10. Jan.	2	0,31	—	—	—
10. „	5	0,59	1,1	0,094	0,37
10. „	10	1,11	2,6	101	33
11. „	10	1,25	2,7	118	34
11. „	15	1,87	4,3	121	33
11. „	20	2,45	6,4	119	36
12. „	20	2,46	6,6	120	37
				Mittel 0,112	

1) Bei dieser Gelegenheit sagen wir für dies freundliche Entgegenkommen unsern geziemenden Dank.

Bemerkungen:

1. Der Elasticitätsmodul berechnet sich mit $\Delta l : \Delta p = 0{,}037$ zu 17000 kg : qmm
" " 0,034 " 18000 "
(vgl. Bemerkung 6 beim vorigen Drahte).

2. Von 10 bis zu 20[kg] ist $\Delta u : \Delta p$ merklich constant und gleich 0,120, grösser als im Anfange.

2. Untersuchung.

		p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
13.	Jan.	2	0,82	—	—	—
13.	"	5	1,08	1,0	0,087	0,33
13.	"	10	1,57	2,6	094	33
14.	"	10	1,58	2,7	094	34
14.	"	15	2,19	4,4	105	34
14.	"	20	2,60	6,2	099	34
15.	"	20	2,69	6,2	105	34
15.	"	25	3,28	7,8	107	34
15.	"	30	3,73	9,6	104	34
16.	"	30	3,68	9,7	102	34
16.	"	2	0,98	1,4	—	—
17.	"	2	0,90	—	—	—
					Mittel 0,100	

3. $\Delta u : \Delta p$ ist jetzt kleiner als in der 1. Untersuchung, ungefähr wie es dort anfangs sich zeigte.

4. $\Delta l : \Delta p$ ist constanter als bei der 1. Untersuchung und gleich dem geringeren Werthe jener; Elasticitätsmodul 18000 kg : qmm.

3. Untersuchung.

		p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
17.	Jan.	2	0,90	—	—	—
17	"	15	2,09	4,0	0,092	0,31
17.	"	30	3,62	8,6	097	31
17.	"	35	4,08	10,4	097	32
18.	"	35	4,14	10,7	098	32
18.	"	35	4,28	10,7	103	32
18.	"	2	1,16	0,4	—	—
19.	"	2	1,02	0,3	—	—
19.	"	35	4,21	10,8	—	—
					Mittel 0,097	

5. $\Delta u : \Delta p$ ist jetzt noch etwas kleiner geworden.

6. $\Delta l : \Delta p$ ebenfalls, so dass der Elasticitätsmodul auf 20000 hinankommt.

7. Berechnet man wie in § 1 Bemerkung 13 das Verhältnis $\frac{\Delta k}{k \Delta p}$, so ergibt sich aus der 1. Untersuchung mit $\frac{\Delta u}{\Delta p} = 0{,}112$ und $\frac{\Delta l}{\Delta p} = 0{,}35$

$$\frac{\Delta k}{k \Delta p} = 0{,}000336 - (1 + 2\sigma)\, 0{,}000103,$$

und aus der 2. Untersuchung mit den dort ersichtlichen Werthen

$$\frac{\Delta k}{k \Delta p} = 0{,}000300 - (1 + 2\,\sigma) \cdot 0{,}000100$$

und nur ganz wenig kleiner sind diese beiden Decimalbrüche gemäss der 3. Untersuchung.

8. Will man dieses Resultat mit demjenigen des geglühten Stahldrahtes in § 1 Bemerkung 13 vergleichen, so müssen die Querschnitte 1,2 und 0,58 der beiden Drähte herangezogen werden und es ist für den

Geglühten Stahldraht (I u. II) — Glasharten Stahldraht

Bei der 1. Untersuchung:

$$\frac{q\,\Delta k}{k\,\Delta p} = 1{,}2\,[0{,}00018 - (1 + 2\sigma)\,0{,}00010] \qquad 0{,}58\,[0{,}00034 - (1 + 2\sigma_1)\,0{,}00010]$$
$$= 0{,}00021 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00012 \qquad \text{oder} \qquad 0{,}00020 - (1 + 2\sigma_1)\,0{,}00006$$

Bei der 2. Untersuchung:

$$\frac{q\,\Delta k}{k\,\Delta p} = 1{,}2\,[0{,}00015 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00007] \qquad 0{,}58\,[0{,}00030 - (1 + 2\,\sigma_1)\,0{,}00010]$$
$$= 0{,}00018 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00008 \qquad \text{oder} \qquad 0{,}00017 - (1 + 2\,\sigma_1)\,0{,}00006$$

Beide Drähte haben also bei der 1. Untersuchung nahe gleiche Minuenden, sowie auch bei der 2. Untersuchung; letzterer ist merklich kleiner als ersterer. Nimmt man bis auf weiteres auch σ und σ_1 nahe einander gleich an, so sind auch die Subtrahenden bei beiden Drähten in der 2. Untersuchung einander merklich nahe gekommen; in der 1. Untersuchung aber ist der Subtrahend des geglühten Drahtes doppelt so gross als derjenige des harten.

Wegen der Vergleichung mit dem geglühten Stahldraht III wird auf § 1 Bemerkung 18 und auf § 4 hingewiesen.

§ 3. Derselbe Stahldraht wie vorhin aber ungehärtet.

Von Eberle & Co. dahier bezogen. Länge 3,4^{m}, Querschnitt 0,60^{qmm}. (Durch Abfall von Zunder beim Härten war der frühere Draht auf den Querschnitt 0,58 gekommen. Seit neuerer Zeit bestimmen wir die Dicken mittels eines Dickemessers auf 0,01^{mm}.) Der Widerstand beträgt jetzt 1,05 Siemenseinheiten, während er im gehärteten Zustande 1,65 betrug; die Leitungsfähigkeit jetzt 5,7, im gehärteten Zustande war sie 3,6.

1. Untersuchung.

	p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
28. Jan.	2	0,27	—	—	—
29. „	2	0,21	—	—	—
29. „	5	0,65	1,4	0,146	0,47
29. „	10	1,34	3,4	141	43
30. „	10	1,26	3,6	131	45
30. „	15	1,87	5,5	128	42
30. „	20	2,40	7,9	122	44
31. „	20	2,34	8,1	118	45
31. „	25	3,00	10,2	121	44
31. „	30	3,62	12,9	122	46

	p	u	Δl	$\frac{Eu}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
1 Febr.	30	3,79	13,2	118	47
1. „	2	0,94	3,4	—	—
2. „	2	0,86	3,3	—	—
				Mittel 130	

Bemerkungen:

1. Hier sind die Werthe von $\Delta u:\Delta p$ etwas grösser, aber vier darunter auch gleich, gegenüber denjenigen bei der 1. Untersuchung des vorigen Drahtes.

2. $\Delta l:\Delta p$ ist nahe um $^1/_8$ des Werthes bei der letztgenannten Untersuchung jetzt grösser; mit dem Werthe 0,4 berechnet sich der Elasticitätsmodul zu 13000^{kg} durch qmm.

2. Untersuchung.

	p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
3. Febr.	2	0,87	—	—	—
3. „	10	1,64	2,8	0,097	0,35
4. „	10	1,86	2,7	123	34
4. „	20	2,85	5,8	110	36
5. „	20	2,73	6,0	104	37
5. „	30	3,71	9,7	101	35
6. „	30	3,84	9,9	106	35
6. „	2	0,85	0,1	—	—
8. „	2	1,01	0,1	—	—
				Mittel 0,107	

3. Das Mittel von $\Delta u:\Delta p$ ist jetzt nur wenig grösser, als bei der 2. Untersuchung des vorigen Drahtes.

4. $\Delta l:\Delta p$ ist mit dem Werthe 03,5 fast gleich dem dortigen Werthe 03,4; und der Elasticitätsmodul $= \frac{3400}{0,60 \cdot 0,35} = 16000.$

3. Untersuchung.

	p	u	Δl	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$
8. Febr.	2	1,01	—	—	—
8. „	15	2,36	4,4	0,104	0,34
8. „	30	3,92	9,7	0,104	35
9. „	30	4,04	9,8	0,108	35
9. „	35	4,59	12,2	0,109	37
10. „	35	4,75	12,7	0,113	38
	40	gerissen		Mittel 0,108	

5. Bis zu 30^{kg} ist $\Delta u:\Delta p$ jetzt nur sehr wenig kleiner geworden als vorhin; bei der neuen Belastung von 35 zeigt sich ein merklich höherer Werth.

6. Dasselbe gilt auch für $\Delta l:\Delta p$.

7. Bei der Berechnung der Abnahme der specifischen Leitungsfähigkeit mit der Zunahme der Belastung, die wir erst vornahmen, als das Vorausgehende bereits festgestellt war, liess sich vermuthen, dass dieser harte Stahldraht Ergebnisse liefern werde, die zwischen jenen des § 1 und 2 eine mittlere Stellung einnehmen und, wo

dies nicht zutreffe, doch den Resultaten mit dem glasharten Drahte (§ 2) näher liegen als denjenigen des geglühten (§ 1). Dies kam auch in zufriedenstellender Weise zum Vorschein. Es zeigte sich nämlich $\frac{\varDelta k}{k \varDelta p}$ für die

1. Untersuchung $= 0{,}000390 - (1 + 2\,\sigma)\,\frac{0{,}45}{3400}, = 0{,}00039 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00013,$

2. „ $=$ 32 . . . . $0{,}35 = 0{,}00032 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00010,$

und die 3. Untersuchung lieferte wieder das Nämliche wie die zweite.

Also ist

$$\frac{q \varDelta k}{k \varDelta p} = 0{,}00019 - (1 + 2\,\sigma)\,0{,}00006 = 0{,}00013 - 0{,}00012\,\sigma.$$

§ 4. **Zusammenstellung der mit den Stahldrähten erhaltenen Resultate.** Der Kürze wegen werde hier gebildet der Ausdruck

$$\frac{q \varDelta k}{k \varDelta p} \cdot 10^5.$$

	(§ 1) Geglüht I u. II	Geglüht III	(§ 2) Glashart	(§ 3) Hart
Querschnitt . .	1,2 qm	0,61	0,58	0,60
Leitungsfähigkeit	4	(Quecksilber I)	3,6	5,7
Elasticitätsmodul	14000	(kg pro qmm)	18000	16000
1. Untersuchung	$21 - (1 + 2\sigma)\,12$	$27 - (1 + 2\sigma)\,9$	$20 - (1 + 2\sigma)\,6$	$23 - (1 + 2\sigma)\,8$
2. „	$18 - (1 + 2\sigma)\,8$	$24 - (1 + 2\sigma)\,7$	$17 - (1 + 2\sigma)\,6$	$19 - (1 + 2\sigma)\,6$
3. u. 4. „	—	$23 - (1 + 2\sigma)\,7$	—	—

Man bemerkt die Abnahme des Minuenden mit der späteren Untersuchung, und auch diejenige des Subtrahenden mit Ausnahme beim glasharten Zustande. Das Fehlen der weiteren als der 2. Untersuchungen thut wenig Eintrag, wie man aus der vorliegenden 3. und 4. Untersuchung beim Exemplar III entnehmen kann.

§ 5. **Hartgezogener Kupferdraht I und II.** Länge $3{,}4^{\mathrm{m}}$, Querschnitt $2{,}71^{\mathrm{qmm}}$; Widerstand $w = 0{,}0225$, also Leitungsfähigkeit 55,7.

Diesen Draht bezogen wir als weichen von 3^{mm} Dicke und zogen ihn durch 11 Löcher eines Ziehstahles mittels Drehbank und Schraubstockes, bis der Durchmesser $1{,}86^{\mathrm{mm}}$ geworden ist. Von der Drehbank lief der Draht auf einen ca. 10^{cm} dicken Holzcylinder. Das Exemplar II wurde vor der Verwendung mit den Fingern gerade gestrichen, I nicht.

Mit Rücksicht auf die viel grössere Unregelmässigkeit, vgl. auch II § 7, stellen wir die Tabellen für I und II nebeneinander, und berechnen das Verhältnis $\varDelta k : k \varDelta p$ für jede Zeile besonders, nach der in § 1 Bemerkung 13 zuerst wiederholten Formel, in welcher nach unseren Messungen $\sigma = \frac{1}{4}$ gesetzt wurde.

1. Untersuchung.

	p	I $\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k\,\Delta p}$		II $\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k\,\Delta p}$
17. April[1])	2	—	—	—	18. Mai	—	—	—
17. „	5	0,103	0,60	0,00005	18. „	0,017	0,47	— 0,00015
18. „	5	127	63	10	19. „	30	50	— 14
18. „	10	103	50	9	19. „	35	31	— 2
19. „	10	96	51	6	20. „	52	35	+ 1
19. „	15	68	42	2	20. „	41	30	— 1
20. „	15	66	45	0	21. „	42	31	0
20. „	10	76	39	6	21. „	39	26	+ 1
21. „	20	80	40	6	22. „	39	26	+ 1
21. „	25	68	36	4	22. „	38	24	+ 1
22. „	25	70	37	4	23. „	39	24	+ 2
22. „	30	64	35	5	23. „	38	23	+ 1
23. „	30	67	36	4	24. „	34	23	0
23. „	35	60	33	4	24. „	32	22	0
24. „	35	61	34	3	25. „	32	22	0
24. „	40	59	32	4	25. „	33	22	0
25. „	40	58	34	2	26. „	32	22	0

2. Untersuchung.

	p	I $\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k\,\Delta p}$		II $\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k\,\Delta p}$
27. April	2	—	—	—	27. Mai	—	—	—
27. „	10	0,058	0,24	0,00006	27. „	0,022	0,19	— 0,00001
28. „	10	58	24	6	28. „	25	19	0
28. „	20	41	20	3	28. „	28	16	+ 1
29. „	20	42	20	4	29. „	28	16	+ 1
29. „	30	17	18	— 3	29. „	24	15	0
30. „	30	17	17	— 2	31. „	26	15	+ 1
30. „	40	19	16	— 1	31, „	28	14	+ 2
1. Mai	40	22	17	0	1. Juni	28	14	+ 2
1. „	50	24	18	— 1	1. „	27	15	+ 1
2. „	50	26	19	0	2. „	28	16	0
2. „	60	. 29	—	—	2. „	29	17	+ 2
Bei der Wiederholung der letzten Beobachtung riss der Draht.					3. „	30	18	+ 1

Dieser Umstand, dass I abgerissen war und also für die folgende (3.) Untersuchung neu eingezogen werden musste, machte in dieser Untersuchung die Δl durchgängig grösser als in der zweiten, während dieselben in der zweiten kleiner waren als in der ersten.

---

[1]) Die Zwischenzeit von § 4 und 5 wurde mit Messungen ausgefüllt, von denen im § 6 berichtet wird.

3. Untersuchung.

	p	I $\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$		II $\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$
4. Mai	2	—	—	—	4. Juni	—	—	—
4. „	10	0,045	0,29	0,00001	4. „	0,028	0,14	0,00002
5. „	10	54	30	3	5. „	28	15	1
5. „	20	46	23	4	5. „	25	13	2
6. „	20	56	24	6	6. „	26	13	2
6. „	30	40	21	2	6. „	26	12	3
7. „	30	41	23	2	7. „	25	12	2
7. „	40	40	21	2	7. „	26	12	3
8. „	40	39	21	2	8. „	25	12	2
8. „	50	37	20	2	8. „	26	12	3
9. „	50	40	21	2	9. „	26	12	3
9. „	60	39	21	2	9. „	25	12	2
10. „	60	41	22	2	10. „	25	13	2

Angesichts dieser Uebereinstimmung in den Colonnen für $\Delta k : k \Delta p$ mag die 4. Untersuchung dazu dienen, dass wir auch die 6. Decimale angeben. Diese Rechnung ward aber erst im Juli angestellt, und wir machten die 4. Untersuchung wegen der grossen Unterschiede in den Colonnen für $\Delta u : \Delta p$, welchen indes diejenigen in den Colonnen für $\Delta l : \Delta p$ ziemlich entsprechen.

4. Untersuchung.

	p	I $\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$		II $\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$
12. Mai	2	—	—	—	12. Juni	—	—	—
12. „	20	0,033	0,16	0,000029	12. „	0,024	0,13	0,000021
13. „	20	27	15	15	13. „	24	14	12
13. „	30	22	14	6	13. „	25	13	24
14. „	30	22	14	6	14. „	25	13	24
14. „	40	23	13	18	14. „	25	12	25
15. „	40	26	14	18	15. „	25	13	24
15. „	60	26	13	27	15. „	25	12	25
16. „	60	27	14	21	16. „	27	13	30
	Mittel	28	14		Mittel	25	13	

Das Exemplar I ist also in allen vier Untersuchungen veränderlicher als dasjenige II. Was I in der 4. Untersuchung unter 0,000020 $= \Delta k : k \Delta p$, das ist II darüber, so dass wir doch als Gesammtergebnis nicht wohl anders als

$$\Delta k : k \Delta p = 0{,}000020$$

schreiben können, und

$$q \cdot \Delta k : k \cdot \Delta p = 0{,}000054.$$

Dieses Resultat ist unter der Hälfte desjenigen in II § 7, welches aber theils ausdrücklich „vorläufig als Abschlagszahlung" mitgetheilt wurde, theils auch mit einem viel dünneren harten Kupferdraht gewonnen worden war, dem gegenüber das in II § 9 über den „Einfluss der Drahtdicke" Gesagte noch zu erwägen ist, dass nämlich die Abnahme der specifischen Leitungsfähigkeit mit der Zunahme der Belastung in dicken Drähten sich geringer manifestiren wird als in dünnen.

Immerhin ist obiger Zahl mehr Gewicht beizulegen als der früheren, was, abgesehen von der mit der Uebungszeit wachsenden Sicherheit im Beobachten, aus den zweimal vier Untersuchungen erhellt, deren erste die Uebereinstimmung in der dritten, was die Colonnen $\Delta k : k\Delta p$ betrifft, kaum mochte ahnen lassen. In der 4. Untersuchung stimmen sogar die Exemplare I und II in Bezug auf die Colonnen $\Delta u : \Delta p$ und $\Delta l : \Delta p$ ziemlich überein; man vergleiche auch die daselbst noch angegebenen Mittelwerthe.

Mit Benutzung dieser und ohne Einsetzung des Werthes $\sigma = \frac{1}{4}$ wird

$$\frac{q\Delta k}{k\Delta p} = 0{,}000012 - 0{,}000022\,\sigma \text{ für den Kupferdraht I und}$$

$$0{,}000010 - 0{,}000021\,\sigma \quad „ \quad „ \quad „ \quad \text{II.}$$

§ 6. Weicher Kupferdraht I und II. Länge $3{,}4^m$, Querschnitt $2{,}90^{qmm}$, Widerstand $w = 0{,}0223$ Siemens-Einheiten, also Leitungsfähigkeit $k = 52$. Für σ wurde nach unseren Messungen $^1/_3$ gesetzt[1]).

1. Untersuchung.

		II				II		
	p	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k\Delta p}$		$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k\Delta p}$
15. Febr.	2	—	—	—		—	—	—
15. „	5	0,023	0,33	— 0,00009		—	—	—
16. „	5	77	33	+ 7	13. März	—	—	—
16. „	10	48	33	— 2	13. „	0,006	0,52	— 0,00022
17. „	10	56	35	0	14. „	—	—	—
17. „	15	51	40	— 5	14. „	0,014	0,49	— 0,00020
18. „	15	51	40	— 5	15. „	—	—	—
18. „	20	55	34	0	15. „	0,021	0,50	— 0,00019
19. „	20	52	37	— 2	16. „	43	—	—
19. „	25	60	43	— 3	16. „	45	0,53	— 0,00012
20. „	25	65	44	— 2	17. „	43	—	—
20. „	30	102	65	— 1	17. „	74	0,71	— 0,00013
21. „	30	114	72	— 2	18. „	78	0,77	— 15
21. „	35	215	1,33	— 1	18. „	181	1,38	— 15
22. „	35	257	1,49	+ 3	19. „	198	1,49	— 15

1) Vgl. § 5 und S. 693 Anm. Desgleichen folgte auch in unserer II. Mittheilung der geglühte Kupferdraht (§ 8 daselbst) auf den harten (§ 7).

Das ist eine grosse Verschiedenheit, und es waren doch Draht I und II vom selben Stücke (Blitzableiterdraht) käuflich bezogen worden. Uebereinstimmend ist in beiden nur das Minuszeichen, also die Zunahme der Leitungsfähigkeit mit wachsender Belastung, welches bei I dominirt und bei dem viel regelmässigeren Exemplar II allein vorkommt. Allerdings wurden bei demselben einige Unregelmässigkeiten übergangen, wie die Lücken in der Tabelle zeigen; aber das Verhältnis $\frac{\Delta k}{k \Delta p}$ ist ohne Rücksicht auf das Zeichen bei II bedeutend grösser als bei I.

2. Untersuchung.

	I				II			
	p	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$		$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{l}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$
24. Febr.	2	—	—	—	21. März	—	—	—
24. „	5				21. „	0,010	0,10	— 0,00002
24. „	5				22. „	13	10	— 1
24. „	10	0,025	0,13	+ 0,00002	22. „	16	9	+ 1
25. „	10	31	13	3	23. „	—	9	—
25. „	15				23. „	13	10	— 1
25. „	20	28	12	2	24. „	17	10	+ 2
26. „	20	58	12	11	25. „	—	12	—
26. „	25				25. „	16	11	0
26. „	30	36	13	5	26. „	15	12	— 1
27. „	30	39	13	6	27. „	—	12	—
27. „	35	33	15	2	27. „	20	14	— 1
28. „	35	40	22	1	28. „	27	19	— 1
28. „	40	169	1,08	— 2	28. „	164	1,10	— 30
1. März	40	189	1,21	— 2	29. „	—	1,20	—

Die Verschiedenheit zwischen I und II hat sich bedeutend verringert, nur bei 40^{kg}, welche Belastung für beide Drähte neu war, ist sie grösser, wie in der 1. Untersuchung. Bei I sieht man sonst überall bereits eine Abnahme der Leitungsfähigkeit (Zeichen +) mit der Zunahme der Belastung, bei II zwar noch vorwiegend das Minuszeichen, aber nur kleine Beträge solcher Zunahme der Leitungsfähigkeit.

3. Untersuchung.

	I				II			
	p	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{l}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$		$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{l}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$
3. März	2	—	—	—	1. April	—	—	—
3. „	10	0,032	0,13	0,00004	1. „	0,025	0,08	0,00004
4. „	10	70	13	15	2. „	26	10	3
4. „	20	40	12	6	2. „	21	8	2

	I					II			
	p	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{l}$	$\frac{\Delta k}{k\Delta p}$		$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{l}$	$\frac{\Delta k}{k\Delta p}$
5. März	20	0,040	0,11	0,00007	3. April	0,026	0,09	0,00004
5. „	30	33	11	5	3. „	24	12	1
6. „	30	54	12	10	4. „	21	13	0
6. „	40	45	15	7	4. „	31	15	2
7. „	40	54	19	7	5. „	33	18	1

Nun ist kein Minuszeichen mehr vorhanden, überall Abnahme der Leitungsfähigkeit mit Zunahme der Belastung; dieselbe beträgt im Mittel bei I 0,00008, bei II 0,00002^{kg} hoch minus 1 [1]).

Wegen dieser immerhin auch in der 3. Untersuchung übrigen Verschiedenheit beschlossen wir fürderhin noch eine 4. Untersuchung anzustellen, vgl. vorigen § 5, und unterwerfen noch ein III. Exemplar desselben weichen Kupferdrahtes der folgenden Prüfung:

1. Untersuchung von III.						2. Untersuchung von III.				
	p	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$		$\frac{\Delta k}{k\Delta p}$		$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$		$\frac{\Delta k}{k\Delta p}$
18. Juni	2	—	—		—	27. Juni	—	—		—
18. „	5	0,031	0,27	—	0,00004	(Hier wurde nur mit 10, 20, 30, 40^{kg} beobachtet)				
19. „	5	43	30	—	2					
19. „	10	41	28	—	2	27. Juni	0,021	0,14	—	0,00001
20. „	10	43	29	—	1	28. „	25	14	+	1
20. „	15	38	27	—	2					
21. „	15	50	28	+	1					
21. „	20	47	30	—	1	28. „	20	12		0
22. „	20	50	32	—	1	29. „	22	12	+	1
22. „	25	57	36	—	1					
23. „	25	61	37		0					
23. „	30	86	53		0	29. „	28	15	+	1
24. „	30	88	56	—	2	30. „	28	15	+	1
24. „	35	174	1,12	—	4					
25. „	35	195	1,27	—	4					
25. „	40	292	2,00	—	12	30. „	33	17	+	2
26. „	40	322	2,14	—	10	1. Juli	37	20	+	1

In dieser 1. und 2. Untersuchung zeigt III so ziemlich das Verhalten bzw. wie I, nämlich kleine Werthe mit dem Zeichen Minus in der 1. Untersuchung (ausgenommen bei 40^{kg}) und fast lauter Pluswerthe in der 2. Untersuchung, aber kleinere als I in der 2. Untersuchung. Diese beiden Resultate bei III aber erinnern an das bezügliche Verhalten von II, wie der Vergleich der Versuchstabellen zeigt.

1) Der Elasticitätsmodul von I berechnet sich aus der 2. Untersuchung, wenn man diese nur bis zu 30^{kg} benutzt, als gleich 9200^{kg} pro qmm, und aus der dritten zu 10000. Bei II liefert die 2. Untersuchung 11000.

3. Untersuchung von III.

	p	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{\Delta k p}$
2. Juli	2	—	—	—
2. „	10	0,034	0,10	0,00005
3. „	10	34	11	5
3. „	15			
3. „	20	33	11	5
4. „	20	31	11	4
4. „	30	34	11	5
5. „	30	35	12	5
5. „	40	36	13	5
6. „	40	36	15	4
	Mittel	34	12	

4. Untersuchung von III.

	$\frac{\Delta u}{\Delta p}$	$\frac{\Delta l}{\Delta p}$	$\frac{\Delta k}{k \Delta p}$
7. Juli	—	—	—
8. „	0,038	0,11	0,00006
8. „	32	11	5
9. „	30	11	4
9. „	25	12	2
10. „	26	14	1
Mittel	31	12	

In dieser 3. Untersuchung liegt III hinsichtlich $\Delta k : k\Delta p$, man kann wohl sagen, genau inmitten der mit I und II durch die 3. Untersuchung erhaltenen Werthe. Die 4. Untersuchung ist, mit Ausnahme der Maximalbelastung von 40^{kg}, vom selben Resultate, wie die 3. Es ergibt sich für den weichen Kupferdraht III

$$\Delta k : k \Delta p = 0.00005,$$

welcher Werth auch das Mittel der vorher bezüglich I und II notirten Werthe ist.

Demnach wird

$$q \Delta k : k \Delta p = 0{,}00013^{\text{qmm}} : \text{kg}.$$

Für einen von uns geglühten Kupferdraht von viermal so geringem Querschnitt hatten wir in der II. Mittheilung § 8 gefunden 0,00035, aber aus viel weniger Beobachtungen und darum mit minderer Genauigkeit.

Bemerkenswerth ist wohl noch, im Hinblicke auf den Schluss des vorigen Paragraphen, dass

0,00013 f. d. weichen Kupferdraht $q = 2{,}9^{\text{qmm}}$ in dieser III. Mitthlg.
zu 0,00035 „ „ „ „ $q = 0{,}7$ „ der II. „

nahezu gleich sich verhält wie

0,00005 f. d. harten Kupferdraht $q = 2{,}7^{\text{qmm}}$ in dieser III. Mitthlg.
zu 0,00013 „ „ „ „ $q = 0{,}8$ „ der II. „

und dass auch die Querschnitte der beiden weichen Drähte sich nahe gleich zu einander verhalten wie diejenigen der beiden harten. Es soll jedoch wiederholt werden, dass den hinsichtlich Kupferdrähte gewonnenen Zahlen der II. Mittheilung ein viel geringeres Gewicht zukommt als den betreffenden der III. Mittheilung.

Mit den in den beiden letzten Tabellen angegebenen Mittelwerthen und ohne Einsetzung eines Zahlenwerthes (1/3) für σ erhält man (vgl. § 5 am Schlusse) für den weichen Kupferdraht III

aus der 3. Untersuchung $\dfrac{q\,\varDelta k}{k\,\varDelta p} = 0{,}00019 - 0{,}00021\,\sigma$

„ „ 4. „ „ $= 0{,}00017 - 0{,}00021\,\sigma$.

§ 7. Permanente und temporäre Veränderungen (vgl. II § 12). In obigen Tabellen der §§ 1 bis 3 kann man ersehen, was jenen drei Stahldrähten (wenigstens auf die angegebenen Zeiträume hin) an Aenderungen des Widerstandes und der Länge permanent verblieben ist und was ganz vorübergehender Natur war. Dieselbe Rücksicht hegten wir auch bei den in §§ 5 bis 7 mitgetheilten Messungen bei den fünf Kupferdrähten; die daselbst mitgetheilten Tabellen wurden aber der Raumersparnis und grösseren Uebersicht wegen verkürzt dort wiedergegeben, und es sollen deshalb jetzt alle acht Drähte wegen dieses Betreffs zusammengestellt werden.

Draht	Untersuchungs-Nummer	Belastet bis zu kg	$\varDelta u$ permanent bis zu kg	$\varDelta l$ permanent bis zu kg	Bemerkungen
Geglühter Stahl II	1	40	15	10	
$q = 1{,}2^{qmm}$	2	40	2 [1]	6	
$E = 14000$	3	60	35	fehlt	Ueberanstrengung
Geglüht. Stahl III	1	30	29	29	
$q = 0{,}61^{qmm}$	2	30	8	8	
	3	30	5	3 bis 4	
	4	30	Der Draht riss bei dieser Belastung		
Glasharter Stahl	1	20	5	fehlt	
$q = 0{,}58^{qmm}$	2	30	2	6	
$E = 18000$	3	35	5	2	
Ungehärt. Stahl	1	30	7	10	
$q = 0{,}60^{qmm}$	2	30	2	2	
$E = 16000$	3	40	Gerissen bei 40^{kg}		
Kupfer hartgezogen I	1	40	18	15	
$q = 2{,}7^{qmm}$	2	60	Gerissen während der Beobachtung		
$E = 9000$	3	60	20	25	
	4	60	2	5	

[1] 2^{kg} ist die Anfangs- und immerwährende Belastung, auch des Vergleichsdrahtes, siehe II § 10; es ist also jene Ziffer hier gleichbedeutend mit „temporär“ durchweg. In II § 12 zeigte derselbe geglühte Stahldraht I bei der 2. Untersuchung ähnliche Resultate.

Draht	Unter-suchungs-Nummer	Belastet bis zu kg	Δu permanent bis zu kg	Δl permanent bis zu kg	Bemerkungen
Kupfer hart-gezogen II	1	40	10	10	
$E = 9700$	2	60	12	20	
	3	60	2	5	
	4	60	2	2	
Kupfer weich I	1	35	35	35	Fast bis zu 35
$q = 2{,}9^{\text{qmm}}$	2	40	40	40	„ „ „ 40
$E = 10000$	3	40	30	35	
Derselbe II	1	35	35	35	
$E = 11000$	2	40	40	40	Fast bis zu 40
	3	40	20	25	
Derselbe III	1	40	40	40	
$E = 11000$	2	40	25	25	
	3	40	10	20	
	4	40	7	10	

Der Parallelismus dieses Verhaltens von Δu und Δl wurde schon in II § 12 besprochen. Stahl- und harter Kupferdraht werden durch solche wiederholte Behandlungen elastischer in jenen beiden Beziehungen. Bei dem weichen Kupferdrathe sagt dieses Epitheton schon das Gegentheil; aber auch dieser strebt der Elasticität zu.

§ 8. Schluss. Fassen wir die §§ 4 bis 6 hinsichtlich der schliesslichen Abnahme der specifischen Leitungsfähigkeit mit der Zunahme der Belastung pro Querschnittseinheit ($q \cdot \Delta k : k \Delta p$) noch zusammen, so kommt für

Stahldraht geglüht,	$q = 1{,}2^{\text{qmm}}$,	$0{,}00010 - 0{,}00016\,\sigma$	$= 0{,}00005$	f. $\sigma = \frac{1}{3{,}3}$
„ „	0,61	$0{,}00016 - 0{,}00014\,\sigma$	$= 0{,}00012$	„
„ hart	0,61	$0{,}00013 - 0{,}00012\,\sigma$	—	—
„ glashart	0,61	$0{,}00011 - 0{,}00012\,\sigma$	—	—
Kupferdraht weich	2,8	$0{,}00018 - 0{,}00021\,\sigma$	$= 0{,}00011$	f. $\sigma = \frac{1}{3}$
„ hart	2,8	$0{,}00011 - 0{,}00021\,\sigma$	$= 0{,}00006$	f. $\sigma = \frac{1}{4}$

per kg auf den qmm.

Der weiche Stahl- und Kupferdraht verliert mehr an Leitungsfähigkeit durch die Belastung als der harte (bei gleichem Querschnitte und Material).

Der dünne Draht scheint mehr zu verlieren als der dicke.

Dieser Verlust betrug in obigen Fällen nur $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{10}$ pro mille. Das ist gewiss soviel wie Null für unser heutiges Bedürfnis, das galvanische Leitungsvermögen von Drähten auszuwerthen. Aber die Wissenschaft frägt zunächst nicht nach dem praktischen Bedarfe, sondern sie eilt demselben oft voraus und erzeugt ihn nicht selten. Das geheimnisvolle Agens, Elektricität genannt, ist vielleicht auch dazu bestimmt, über das Halbdunkel der subtilen Molekularphysik ein wirksameres Licht zu verbreiten als die rauhe Mechanik trotz der mathematischen Hilfsmittel bisher vermochte.

Ueber das Gesetz der Quellung von Leimcylindern.

Von

A. Schwarz.

In v. Graefe's Archiv für Ophthalmologie XXXI, 2 ist von Herrn Prof. Dr. Ludwig Matthiessen eine Arbeit über das Gesetz der Zunahme der Brechungsindices innerhalb der Krystalllinse der Säugethiere und Fische veröffentlicht worden, an deren Schluss auf eine ganz analoge Erscheinung bei gequollenen Leimcylindern hingewiesen ist und durch zwei Beobachtungsreihen gezeigt worden ist, dass auch hier das Gesetz

$$n = n_1\left(1 + \zeta\,\frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$$

stattfindet. Es bezeichnet hier n den Brechungsindex der einzelnen Schichten, welche den Abstand y vom Kerncentrum haben, n_1 den Brechungsindex der äussersten Schicht, b den Halbmesser des Cylinders und ζ eine Constante, welche durch die Relation $n_0 = n_1(1 + \zeta)$ gegeben ist, wenn n_0 den Index des Kerncentrums bedeutet.

Im physikalischen Institute sind nun auf Anregung des Herrn Prof. Matthiessen mit Hilfe des Abbe'schen Refractometers eine ganze Reihe weiterer Untersuchungen gemacht worden, die zu den weiter unten stehenden Resultaten führten. Um zu genauen Beobachtungsreihen zu gelangen, wurde folgendes Verfahren bei der Verfertigung und Behandlung der Gelatinecylinder angewandt. Vor allem ist es erforderlich, dass der Querschnitt der Cylinder ein möglichst kreisförmiger sei. Um dies zu erreichen, wurde ein Cylinder aus Holz von der Länge und Dicke, welche der Gelatinecylinder erhalten soll, gedreht, dieser mit glattem Oelpapier umwickelt und das Ganze dann in etwas angefeuchteten Sand gesteckt, so dass der Sand den Holzcylinder mit der Papierumwicklung bis zum oberen Rande fest umschloss. Dann wurde der Holzcylinder aus seiner Papierhülle heraus-

gezogen, so dass dadurch im Sande ein Hohlraum mit den glatten Wänden des Oelpapieres entstand. Die Gelatine wurde nun in Wasser aufgeweicht (drei Theile Wasser auf ein Theil Gelatine) und, nachdem sie sich ziemlich gelöst hatte, mit dem Wasser durch ein Dampfbad mässig erwärmt, bis das Ganze eine sirupdicke, homogene Flüssigkeit bildete. Durch zu starkes Erwärmen bilden sich nämlich im Innern kleine Dampfbläschen, welche, selbst wenn sie sich beim Erkalten wieder zusammenziehen, doch Unregelmässigkeiten in der Dichtigkeit hervorbringen und jedenfalls einer gleichmässig fortschreitenden Quellung hinderlich sind. Die so bereitete Gelatine wird dann durch ein Stück Gaze in die Form hineingegossen, um die etwas consistentere Oberflächenhaut, die sich immer bildet, zurückzuhalten. Nach dem Erkalten nimmt man die Cylinder aus dem Sande heraus und kann dann mit Leichtigkeit das Papier von der Gelatinemasse abwickeln. Die Cylinder werden nun an einen Ort gelegt, der nicht zu warm ist und nicht von der Sonne beschienen werden kann, damit sie noch einen Theil ihres Wassergehalts verlieren, da man nicht im Stande ist, sie mit so wenig Wassergehalt zu giessen, dass sie für Quellung und Bestimmung der Indices noch verwendbar sind. Nach acht bis zehn Tagen werden sie im Gazebeutel fest eingenäht und zur Quellung in ein Gefäss mit Wasser gehängt, in welchem sie so lange verbleiben, bis die Quellung bis zum Kern vorgedrungen ist. Man muss dann täglich die obere und seitliche Naht etwas lösen, damit der sich durch Wasseraufnahme vergrössernde Cylinder immer Raum zu seiner Ausdehnung findet. Zur Prüfung, ob die Quellung bis zur Achse des Cylinders vorgedrungen ist, sticht man mit einer Nadel durch den Schlauch in die Gelatine hinein und kann dann mit Leichtigkeit an dem Eindringen der Nadel fühlen, ob in der Mitte sich noch ein harter Kern befindet. Ist dies nicht der Fall, so zieht man den Gelatinecylinder aus dem Schlauche heraus und schneidet ungefähr 3 bis 4^{cm} vom Ende eine Scheibe von 3^{mm} Dicke heraus und aus dieser einen Streifen von derselben Breite, der durch die Mitte der Scheibe geht. Diesen Streifen hat man in seinen verschiedenen Entfernungen vom Centrum auf Brechungsvermögen zu untersuchen, muss ihn aber während der Zeit der Bestimmung der Brechungsindices sorgfältig vor Verdunstung des in ihm enthaltenen Wassers schützen, was dadurch bewerkstelligt wird, dass man ihn auf ein feuchtes Korkstück legt, welches seinerseits auf einem mit nassem Filtrirpapier bedecktem Brette liegt; über das Ganze stellt man dann noch eine innen befeuchtete Glasglocke.

Die um das Centrum liegende Schicht von 1^{mm} Dicke ist in den nachfolgenden Tabellen mit $y = 0$ bezeichnet worden. Jede der darauf folgenden Schichten, die ebenfalls 1^{mm} dick waren ist mit $y = 1$,

$y = 2 \ldots y = 12$ bezeichnet, so dass die Mitte der Schicht $y = 12$ vom Kerncentrum einen Abstand von genau 12^{mm} hatte. Allerdings war der Durchmesser der Cylinder $28 - 30^{mm}$ nach der Quellung, aber die äussersten Schichten zeigten in ihrem Brechungsvermögen Unregelmässigkeiten, die wahrscheinlich durch den Druck des Gazegewebes, oder durch das Herausziehen aus den Schläuchen oder durch das Anfassen beim Zerschneiden entstanden waren. Da die Länge der Cylinder 10^{cm} war, konnten aus jedem zwei Streifen herausgeschnitten werden, so dass aus jedem Cylinder vier Reihen von Indices erhalten wurden beim Fortschreiten vom Kerncentrum bis zur Schicht 12.

Wir lassen die gemessenen Brechungsindices, die wir bei drei Cylindern gefunden haben, folgen. Die drei Cylinder wurden gleichzeitig verfertigt, gleich lange getrocknet und gleichzeitig in Wasser suspendirt.

Tabelle 1.

y	I	II	III	IV	V	VI	Mittel
0	1,3852	1,3838	1,3851	1,3830	1,3832	1,3814	1,3836
1	1,3847	1,3835	1,3848	1.3829	1,3832	1,3810	1,3833
2	1,3854	1,3834	1,3846	1,3826	1,3827	1,3811	1,3833
3	1,3844	1,3833	1,3840	1,3825	1,3820	1,3802	1.3827
4	1,3830	1,3834	1,3834	1,3814	1,3811	1,3794	1,3819
5	1,3830	1,3814	1,3818	1,3806	1,3801	1,3774	1,3812
6	1,3804	1,3786	1,3799	1,3798	1,3790	1,3756	1,3789
7	1,3798	1,3769	1,3781	1,3772	1,3777	1,3744	1,3773
8	1,3781	1,3752	1,3762	1,3747	1,3755	1,3729	1,3754
9	1,3757	1,3732	1,3730	1,3727	1,3731	1,3705	1,3730
10	1,3735	1,3716	1,3717	1,3709	1,3708	1,3675	1,3720
11	1,3707	1,3704	1,3695	1,3698	1,3687	1,3670	1,3693
12	1,3691	1,3681	1,3672	1,3678	1,3669	1,3662	1,3675

Tabelle 2.

y	I	II	III	IV	V	VI	Mittel
0	1,3852	1,3838	1,3851	1,3830	1,3832	1,3814	1,3836
1	1,3850	1,3837	1,3846	1,3830	1,3835	1,3819	1,3836
2	1,3849	1,3833	1,3844	1,3828	1,3832	1,3816	1.3834
3	1,3838	1,3828	1,3841	1,3822	1,3819	1,3816	1,3827
4	1,3827	1,3812	1,3837	1,3820	1,3811	1,3801	1,3816
5	1,3819	1,3807	1,3824	1,3804	1,3791	1,3802	1,3808
6	1,3807	1,3800	1,3806	1,3797	1,3785	1,3777	1,3795
7	1,3783	1,3786	1,3786	1,3773	1,3779	1,3759	1,3778
8	1,3775	1,3762	1,3776	1,3757	1,3757	1,3761	1,3765
9	1,3768	1,3742	1,3761	1,3747	1,3736	1,3740	1,3749
10	1,3745	1,3724	1,3736	1,3720	1,3717	1,3729	1,3729
11	1,3715	1,3700	1,3725	1,3717	1,3683	1,3705	1,3708
12	1,3700	1,3686	1.3693	1,3698	1,3674	1,3692	1,3690

Die Bestimmungen der Indices wurden nicht, wie die Tabellen zeigen, vom Kerncentrum $y = 0$ nach der äussern Schicht $y = 12$ gehend gemacht, sondern in der ersten Tabelle umgekehrt. Wir gingen von der Schicht $y = 12$ aus bis zur Schicht $y = 0$ und dann weiter bis $y = -12$. Die Messungen 12 bis 0 sind in der Tab. 1 zusammengestellt, die Messungen von 0 bis 12 in der Tab. 2 und zwar bezeichnen die Zahlen I, II . . . VI immer die zusammengehörende Reihe desselben Streifens. Wir sehen nun, dass alle Indices für $y = 12$ der ersten Tabelle kleiner sind als die entsprechenden der zweiten Tabelle; dies kann offenbar nur dadurch entstanden sein, dass während der Bestimmung der Indices ein Theil des Wassers des Gelatinestreifens verdunstet ist. Wir können annehmen, dass die Fehlervergrösserung der Indices der einzelnen Schichten proportional der Zeit sei, in welcher die Indices der einzelnen Schichten bestimmt wurden. Die Messungen der Schichten wurden in nahezu gleichen Zeiten bewerkstelligt. Nehmen wir also an, dass zur Zeit 0 der Index der Schicht 12 in der ersten Tabelle bestimmt wurde und zur Zeit 24 der Index der Schicht 12 in der zweiten Tabelle, so ist während dieser Zeit der Index der Schicht 12 von 1,3675 auf 1,3690 gewachsen, wenn wir die Mittelwerthe nehmen, d. h., in jedem dieser 24 gleichen Zeittheile ist der Index jeder einzelnen Schicht durch die Verdunstung um $\frac{1,3690 - 1,3675}{24} = 0,0000625$ gewachsen. Berücksichtigen wir dies, so erhalten wir aus den Mittelwerthen beider Tabellen die folgenden Reihen A und B, aus denen sich als Mittel die Reihe C ergibt. Zur Vergleichung sind die berechneten Werthe daneben geschrieben worden.

y	A	B	C	Berechnet	Differenz
	n	n	n	n	Δ
0	1,3829	1,3829	1,3829	1,3829	0
1	1,3826	1,3828	1,3827	1.3828	— 0,0001
2	1,3827	1,3826	1,3826	1,3825	+ 0,0001
3	1,3821	1,3818	1,3819	1,3819	0
4	1,3814	1,3806	1,3810	1,3812	— 0,0002
5	1,3808	1,3798	1,3803	1,3802	+ 0,0001
6	1,3785	1,3784	1,3785	1,3790	— 0,0005
7	1,3770	1,3766	1,3768	1.3777	— 0,0009
8	1,3752	1,3753	1,3753	1,3761	— 0,0008
9	1,3728	1.3746	1,3737	1,3742	— 0,0005
10	1,3719	1,3715	1,3717	1,3722	— 0,0005
11	1.3692	1,3694	1,3693	1,3700	— 0,0007
12	1.3675	1,3675	1,3675	1,3675	0

Wir sehen, dass die gemessenen Werthe von den berechneten nur in der vierten Decimalstelle abweichen. Die berechneten Werthe sind aus der Formel

$$n = n_1 \left(1 + \zeta \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$$

gefunden, oder da

$$\frac{n_0}{n_1} - 1 = \zeta,$$

ist

$$n = n_1 \left(1 + \frac{n_0 - n_1}{n_1} \cdot \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$$

oder

$$n = n_1 \left(\frac{n_0}{n_1} - \frac{y^2}{b^2} \cdot \frac{n_0 - n_1}{n_1}\right)$$

oder

$$n = n_0 - (n_0 - n_1) \frac{y^2}{b^2}.$$

Für unseren speciellen Fall ist

$$n = 1{,}3829 - (1{,}3829 - 1{,}3675) \frac{12^2}{y^2}$$

oder

$$n = 1{,}3829 - \frac{0{,}0154}{144} y^2.$$

Fig. 1 gibt eine graphische Darstellung der gemessenen ——— und der berechneten ······ Parabel. Die Curven wurden nach den

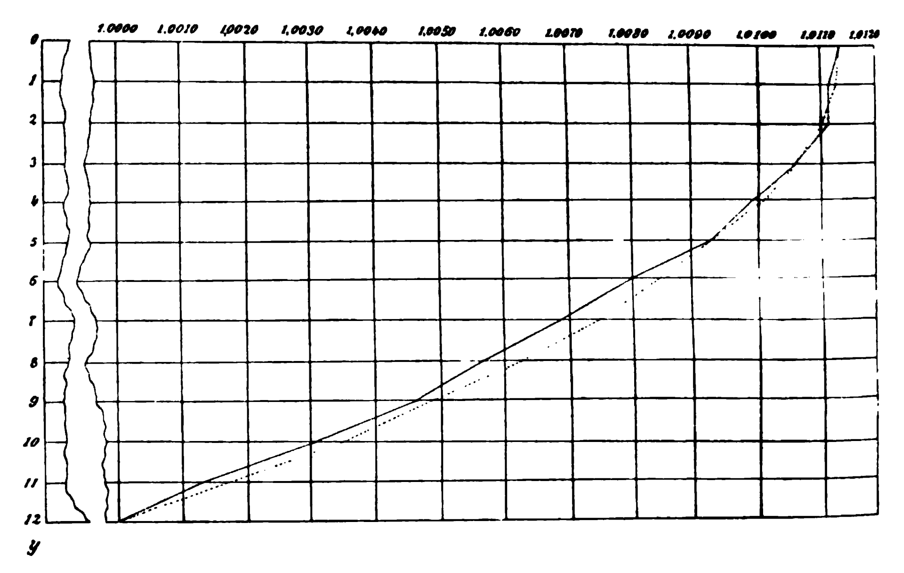


Fig. 1.

folgenden Werthen construirt, die aus der vorstehenden Reihe E durch Reduction des Index der Schicht $y = 12$ auf 1,0000 gefunden wurden.

y	n	
	gemessen	berechnet
0	1,0113	1,0113
1	1,0111	1,0112
2	1,0111	1,0110
3	1,0106	1,0106
4	1,0099	1,0101
5	1,0094	1,0094
6	1,0080	1,0084
7	1,0068	1,0075
8	1,0057	1,0063
9	1,0047	1,0049
10	1,0031	1,0034
11	1,0013	1,0018
12	1,0000	1,0000

Wir lassen jetzt noch die gemessenen Brechungsindices von drei andern Gelatinecylindern folgen, die ebenfalls gleichzeitig verfertigt, gleich lange getrocknet und gleichzeitig in Wasser suspendirt waren.

Tabelle 3.

y	I	II	III	IV	V	VI	Mittel
0	1,3742	1,3749	1,3778	1,3779	1,3809	1,3919	1,3779
1	1,3744	1,3747	1,3777	1,3778	1,3809	1,3814	1,3778
2	1,3733	1,3745	1,3772	1,3778	1,3809	1,3812	1,3775
3	1,3734	1,3736	1,3666	1,3770	1,3790	1,3805	1,3767
4	1,3731	1,3732	1,3762	1,3767	1,3786	1,3802	1,3763
5	1,3724	1,3719	1,3754	1,3758	1,3771	1,3790	1,3751
6	1,3720	1,3710	1,3746	1,3750	1,3764	1,3780	1,3745
7	1,3707	1,3702	1,3732	1,3746	1,3745	1,3770	1,3733
8	1,3697	1,3688	1,3718	1,3735	1,3725	1,3757	1,3720
9	1,3687	1,3670	1,3700	1,3723	1,3709	1,3740	1,3705
10	1,3672	1,3650	1,3688	1,3710	1,3686	1,3725	1,3688
11	1,3657	1,3642	1,3662	1,3691	1,3662	1,3702	1,3668
12	1,3644	1,3616	1,3642	1,3682	1,3636	1,3682	1,3654
13	1,3623	1,3594	1,3618	1,3665	1,3611	1,3658	1,3628

Tabelle 4.

y	I	II	III	IV	V	VI	Mittel
0	1,3742	1,3749	1,3778	1,3779	1,3809	1,3819	1,3779
1	1,3741	1,3748	1,3778	1,3780	1,3810	1,3819	1,3779
2	1,3740	1,3747	1,3775	1,2779	1,3810	1,3816	1,3778
3	1,3737	1,3745	1,3776	1,3776	1,3807	1,3814	1,3776
4	1,3733	1,3735	1,3767	1,3774	1,3802	1,3810	1,3769
5	1,3725	1,3732	1,3765	1,3767	1,3795	1,3797	1,3766
6	1,3716	1,3623	1 3754	1,3761	1,3785	1,3792	1,3755
7	1,3702	1,3718	1,3744	1,3755	1,3773	1,3777	1,3745
8	1,3699	1,3703	1,3727	1,3747	1,3759	1,3755	1,3732
9	1,3687	1,3687	1,3715	1,3736	1,3749	1,3734	1,3718
10	1,3677	1,3672	1,3689	1,3725	1,3722	1,6728	1,3705
11	1,3660	1,3658	1,3679	1,3715	1,3706	1,3716	1,3688
12	1,3645	1,3642	1,3655	1,3705	1,7686	1,3696	1,3670
13	1,3628	1,3620	1,3634	1 3684	1,3660	1,3672	1,3628

Genau so wie vorhin sehen wir, dass alle Indices für $y = 13$ der Tab. 4 grösser sind als die entsprechenden der Tab. 3. Nehmen wir die Mittelwerthe, so erhalten wir nach demselben Verfahren, wie vorhin, die beiden Reihen D und E und aus diesen das Mittel genommen ergibt sich die Reihe F. Die daneben stehenden Werthe zeigen mit den gemessenen nur eine Differenz in der vierten Decimalstelle.

y	D	E	F	berechnet	Differenz
	n	n	n	n	Δ
0	1,3768	1,3768	1,3768	1,3768	0
1	1,3768	1,3768	1,3768	1,3767	+ 0,0001
2	1,3766	1,3766	1,3766	1,3765	+ 0,0001
3	1,3759	1,3763	1,3761	1,3761	0
4	1,3756	1,3755	1,3756	1,3755	+ 0,0001
5	1,3747	1,3751	1,3749	1,3747	+ 0,0002
6	1,3739	1,3739	1,3739	1,3739	0
7	1,3728	1,3728	1,3728	1,3727	+ 0,0001
8	1,3716	1,3714	1,3715	1,3715	0
9	1,3702	1,3699	1,3701	1,3701	0
10	1,3685	1,3685	1,3685	1,3685	0
11	1,3666	1,3668	1,3667	1,3668	— 0,0001
12	1,3653	1,3649	1,3651	1,3648	+ 0,0003
13	1,3628	1,3628	1,3628	1,3628	0

Fig. 2 zeigt die gemessene und berechnete Parabel, deren Construction wie vorhin ausgeführt wurde nach den Werthen der folgenden Reihen:

y	n	
	gemessen	berechnet
0	1,010103	1,010103
1	1,010103	1,010102
2	1,010101	1,010101
3	1,0098	1,0098
4	1.0094	1,0093
5	1,0089	1,0087
6	1.0081	1,0081
7	1.0073	1,0072
8	1,0064	1,0064
9	1,0054	1,0054
10	1,0042	1.0042
11	1,0028	1,0029
12	1,0017	1,0015
13	1,0000	1,0000

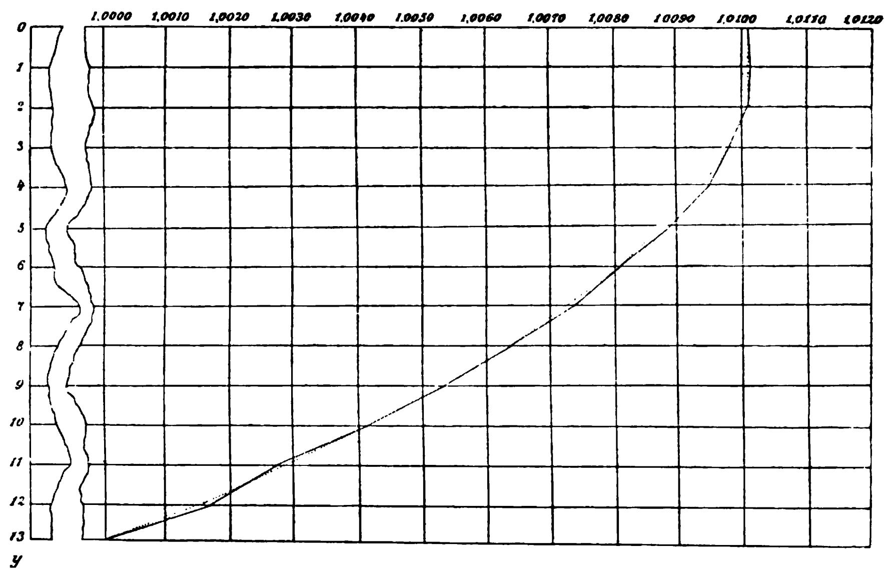
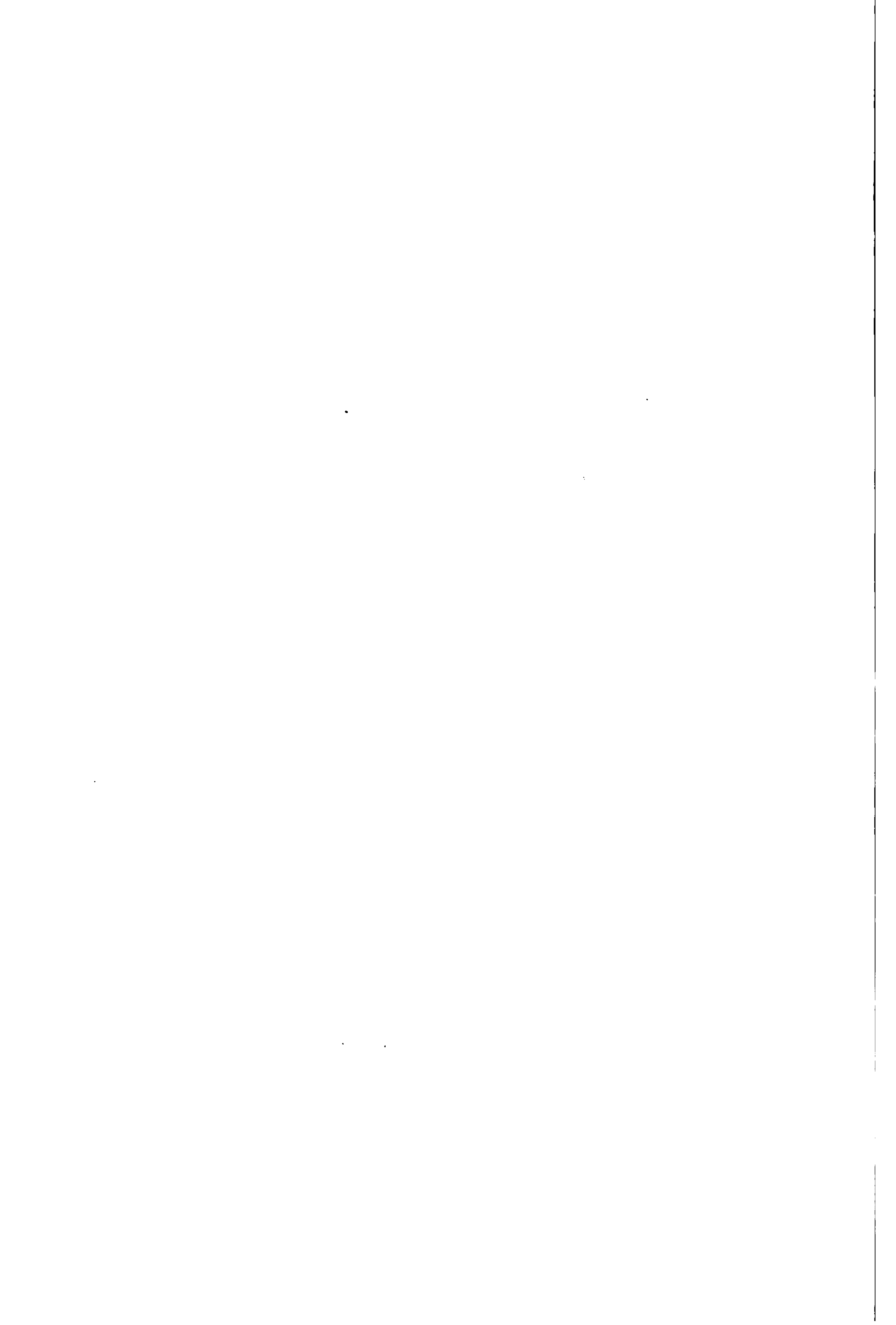


Fig. 2.

Ein weiterer Versuch wurde mit Gelatinekugeln angestellt, die besonders wegen ihrer Gleichförmigkeit mit der Fischlinse dazu geeignet sind, das Gesetz zu demonstriren. Wenn auch die hierbei gefundenen Resultate im allgemeinen die Richtigkeit des Gesetzes zeigten, so wurden doch nicht wegen der Schwierigkeit des Giessens und Trocknens der Kugeln Resultate gefunden, die sich für eine Ausführung wie die obige eignen.



Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speziell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 8).

Jahrgang 1885 Nr. 25 enthält:

Rundschau. — Correspondenz. — Huber's Registrator. — Zur Strommessung mit der Tangentenbussole. Von J. Kessler. — **Ueber eine Abänderung an den Spiegelgalvanometern für absolute Messungen.** Von A. v. Obermayer. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente.**

Jahrgang 1885 Nr. 26 enthält:

Rundschau. — Edison's Arbeiten auf dem Gebiete der Telephonie. — Ueber galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu elektrometrischen und galvanometrischen Messungen. Von W. v. Beetz. — **Kleinere Mittheilungen.**

Jahrgang 1885 Nr. 27 enthält:

Rundschau. — Zur Geschichte des Elektromagnetismus. — Skizzen von der Internationale Inventions Exhibition. — Edison's Arbeiten auf dem Gebiete der Telephonie. (Schluss.) — **Experimentaluntersuchung über die Dielectricitätsconstante einiger Gase und Dämpfe.** Von Dr. Ignaz Klemenčič. — **Literatur.** A. Serpieri, Die mechanischen, elektrostatischen und elektromagnetischen absoluten Maasse. — **Kleinere Mittheilungen. — Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Kröttlinger, Franz, Mechaniker in Wien, Schlossgasse 4. (20a/10)	Specialität: Dynamo-elektrische Cabinetsmaschinen für den Handbetrieb. Dynamo-elektrische Lichtmaschinen, Incandescenz-Lampen und electr. Messinstrumente.
Schuckert, S., Nürnberg. (9/10)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (19a/10)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

Vor Kurzem erschien in **Wilh. Werther's** Verlag in **Rostock:**

Die Physik in elementar-mathematischer Behandlung. Ein Leitfaden zum Gebrauche an höheren Lehranstalten von Dr. E. Wrobel, Gymnasiallehrer in Rostock. **I. Die Mechanik.** 20½ Bogen mit 230 Holzschnitten. Preis 4.50 M.

Inhalt: **Statik der festen Körper. Dynamik der festen Körper. Statik und Dynamik der Flüssigkeiten und Gase.** (17/10)

Die Wrobels Lehrweise der Physik dürfte für jeden Fachlehrer Interesse haben.



(1/10)

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (8/10)

Das Mechanische Atelier von F. MILLER in Innsbruck

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.

Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous. (5/10)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 11. Heftes.

Ueber das Peltier'sche Phänomen in Flüssigkeiten. Von A. Naccari und A. Batelli. S. 711.
Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten. Von L. Graetz. S. 733.
Ueber das elektrische Leitungsvermögen des festen Quecksilbers und reiner Metalle bei tiefen Temperaturen. Von Cailletet und Bouty. S. 758.
Ueber den elektrischen Widerstand des Kupfers bei den niedrigsten Kältegraden. Von Sigmund von Wroblewski. S. 761.
Ueber den Einfluss des Magnetismus auf den Charakter der Spectrallinien. Von Ch. Fievez. S. 766.
Ueber die Contact-Theorie. Von A. Potier. S. 770.
Eingesendete Bücher. S. 772.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 10).

Jahrgang 1885 Nr. 28 enthält:

Rundschau. — Skizzen von der Internationale Inventions Exhibition. — Experimentaluntersuchung über die Dielektricitätsconstante einiger Gase und Dämpfe. Von Dr. Ignaz Klemenčič. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente. — Fragenkasten.**

Jahrgang 1885 Nr. 29 enthält:

Rundschau. — Correspondenz. — Die Ausstellung des elektrotechnischen Vereines in Berlin. — Die unterirdischen Leitungssysteme auf der elektrischen Ausstellung in Philadelphia. — Experimentaluntersuchung über die Dielektricitätsconstante einiger Gase und Dämpfe. Von Dr. Ignaz Klemenčič. — **Auszüge aus Patentschriften. — Patente.**

Jahrgang 1885 Nr. 30 enthält:

Rundschau. — Correspondenz. — Proportionalgalvanometer. — Die unterirdischen Leitungssysteme auf der elektrischen Ausstellung in Philadelphia (Forts.) — Elektrische Beleuchtungsapparate. Von G. Trouvé. — **Literatur.** Dr. E. Kittler, Handbuch der Elektrotechnik. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Ueber das Peltier'sche Phänomen in Flüssigkeiten[1].

Von

A. Naccari und **A. Battelli.**

1. Theil.

Versuche mit einigen Sulfaten.

Sehr dürftig sind die directen Versuche, die bis jetzt zum Studium des Peltier'schen Phänomens in den Flüssigkeiten angestellt worden sind.

Im Jahre 1856 fand Dubois-Reymond[2]) bei Anwendung eines Thermometers, das ihm die Ablesung von 0,02° gestattete, und eines von 30 Grove'schen Elementen gelieferten Stroms, dass die Erwärmung an der Stelle, an welcher der Contact stattfand, zwischen einer Lösung Meersalzes in Wasser und zwischen verdünnter Schwefelsäure unabhängig war von der Richtung des Stromes, d. h., dass hier keine Spur vom Peltier'schen Phänomen vorhanden war.

Keinen besseren Erfolg hatten Wild's Untersuchungen[3]); nur konnte er aus seinen Versuchen an thermoelektrischen, von Flüssigkeiten gelieferten Strömen eben noch den Schluss ziehen, es müsse unter ihnen doch der Peltier'sche Effect stattfinden. Er bediente sich einer Säule von 4 Grove-Elementen und seine Thermometer gaben 0,05°.

Im Jahre 1870 glückte es Schultz-Schellak[4]), die Existenz des Peltier'schen Phänomens zwischen zwei Elektrolyten klar nachzuweisen. Er gebrauchte ein Differentialluftthermometer, oder auch

1) Von dem Herrn Verfasser mitgetheilt aus „Atti d. R. Acc. di Torino" t. XX (1885).

2) Dubois-Reymond, Monatsbericht der Berlin. Akad. 17. Juli 1856.

3) Wild, Pogg. Ann. CIII, 374 (1858, I).

4) Schultz-Schellak, Pogg. Ann. CXLI, 467 (1870, III).

thermoelektrische Elemente, deren Löthstellen mittels dünner Kautschuck-Membranen durch Flüssigkeiten von einander getrennt waren. Die Elektrolyten waren concentrirte Lösungen von Chlorcalcium und Ammoniaksalz. Die erhaltenen Werthe waren sehr klein und schwankten. Der Autor führt keinen davon speciell an; er sagt nur, es bleibe klärlich dargethan, dass die Contactstelle sich mehr erwärme, wenn der elektrische Strom vom Chlorcalcium zum Ammoniaksalze gehe. Das haben unsere weiter unten berichteten Versuche bestätigt.

1879 kam Hoorweg[1]) auf den Gegenstand zurück und wendete zum Nachweise des Phänomens eine Methode an, die wenig für den Zweck geeignet zu sein scheint. Zwei vertical gestellte Glasröhren waren auf eine Strecke von 10^{cm} beträchtlich verengert, so dass der Durchmesser im Querschnitte 1^{mm} betrug. Oben mündeten sie am offenen Ende in ein Gefäss, unten waren sie durch zwei Korkpfropfen verschlossen, durch welche zwei Kupferelektroden hindurch gingen. Der untere Theil der Röhren war mit einer Lösung von Kupfersulfat gefüllt, der obere Röhrentheil und das darüberstehende Gefäss enthielten verdünnte Schwefelsäure. Ausserhalb waren den zwei Contactstellen entsprechend an der Oberfläche des Glases die zwei Löthstellen eines Kupfer-Eisen-Elements angebracht, in dessen Schliessungskreise ein empfindliches Galvanometer stand. Wenn ein Strom von 12 Bunsen-Elementen die Flüssigkeiten durchsetzte, so drehte sich die Nadel des mit der Bussole verbundenen Galvanometers im einen oder im andern Sinne, je nach der Richtung dieses Stromes. Für eine gegebene Stromrichtung erhielt er die Ablenkungen:

$$+0{,}25, \quad +0{,}05, \quad +0{,}15, \quad +0{,}15;$$

für die entgegengesetzte Richtung:

$$-0{,}25, \quad -0{,}25, \quad -0{,}25.$$

Diese Zahlen entsprechen Centimeter-Bruchtheilen, die an der Fernrohrscala abgelesen wurden. Es geht daraus hervor, dass der Strom, wenn er von SO_4H_2 nach SO_4Cu geht, Abkühlung bewirkt.

Wir kennen keine andern directen Versuche mehr über diesen Gegenstand. Es scheint uns zeitgemäss, eine etwas ausgedehntere Untersuchung sowie eine annähernde Messung des Phänomens zu versuchen.

Die ersten Versuche wurden von uns mit thermoelektrischen Elementen und Säulen angestellt. Hernach aber, als wir die störenden Ursachen in Erwägung zogen, welche diese thermoelektrische Methode unsicher machten, wollten wir einmal sehen, ob wohl der Gebrauch

1) Hoorweg, Wied. Ann. IX, 574 (1880, I).

eines sehr empfindlichen Thermometers unserem Zwecke dienlich sein könne. Wir nahmen Thermometer, die von Baudin zu Paris ausgezeichnet construirt waren, mit einer Gradtheilung in 50 Theile. Man konnte ein Zehntel der Theilung beobachten. Jedes Thermometer umfasste ca. 12°; wir gebrauchten eines von 0 bis 13°, und eines von 12 bis 24°.

Nach vielen an unserem Apparate nach und nach vorgenommenen Vervollkommnungen wählten wir folgende Einrichtung.

Zwei Glascylinder von 16 cm im Durchmesser wurden, einer an der Seite des anderen, befestigt. Im einen wie im andern Cylinder war in halber Höhe ein gepichter Carton eingeschlossen. Hätten wir zwei gleiche Thermometer gehabt, so würden wir vorgezogen haben, in jeden Cylinder eines zu thun, und beide während des Durchgangs des Stroms zu beobachten; da wir aber nur eines hatten, so mussten wir uns dahin einrichten, zwei successive Versuche anzustellen, wobei wir die Stromintensität in Rechnung ziehen und den Strom zuerst in dieser, dann in jener Richtung durchgehen lassen mussten. In Folge dessen wurde einer der beiden Recipienten ausschliesslich dazu bestimmt, zu bewirken, dass wenn der Strom das Zeichen wechselte, der Symmetrie des Apparates halber die Stromstärke entweder nicht oder nur ein wenig (durch ihn) geändert werde.

Jenes der beiden Gefässe, in welchem das Thermometer stand, war in ein mit Wasser gefülltes Becken gestellt; den Apparat stellten wir an einen Ort, wo die Temperaturschwankungen so gering als nur immer möglich waren. Die ersten Versuche wurden mit Lösungen von Kupfer- und Zinksulfat angestellt. Auf dem Boden jedes Recipienten stand eine 13cm im Durchmesser haltende kreisrunde kupferne Platte, die mit einem gut isolirten, aus dem Recipienten hervortretenden Kupferdrahte in Verbindung stand. Die Lösung von SO_4Cu erfüllte den ganzen Raum zwischen dem Boden und dem Diaphragma. Obenauf stand die Lösung SO_4Zn, und hierin stand eine in der Mitte durchbohrte Scheibe von Zn mit einem Durchmesser von 13cm. Die beiden Zinkscheiben waren mit einander durch einen Kupferdraht verbunden. Der Strom trat in den Apparat durch eine der beiden Kupferscheiben ein, ging durch die beiden Flüssigkeitsschichten hindurch in die darüber befindliche Zinkscheibe, von da durch den Verbindungsdraht zur Zinkscheibe des anderen Gefässes, und nachdem er die beiden Flüssigkeitsschichten dieses Gefässes passirt hatte, trat er zur Kupferscheibe über und durch diese schliesslich aus. Die Gründe, die uns bewogen haben, diesen von dem Hoorweg'schen so sehr verschiedenen Apparat anzuwenden, waren folgende.

Es war angezeigt, so viel als möglich den Joule'schen Effect zu schwächen, die Diffusion zu verzögern, die Thermometer in die möglichst günstigen Bedingungen zu versetzen, um die dem Peltier-schen Effecte zugehörigen thermischen Erscheinungen messen zu können. Der Gebrauch des Glascylinders von grossem Durchmesser genügte der ersten Bedingung, die undurchlässige Scheibe, die in der Art zwischen beide Lösungen gestellt war, dass sie den grössten Theil des Querschnitts einnahm, genügte der zweiten. Im Centrum dieser Scheibe stand eine sehr dünne und durchbohrte Glasscheibe; das Loch im Centrum hatte einen Durchmesser von ca. 1 cm, und wurde zum guten Theile von der Thermometerkugel ausgefüllt. Obwohl aber auf diese Weise der Querschnitt beschränkt war, so war dies doch nur in einem verticalen cylindrischen Raume von sehr geringer Höhe der Fall, und sonach war der hierdurch dem Strome entgegengesetzte Widerstand nicht gar gross. Damit das Thermometer weniger die anderen thermischen Erscheinungen empfinde, welche störende Einflüsse zu äussern vermochten, wurde die Thermometerkugel in eine Kautschuckröhre mit dicken Wänden gesteckt, in dem nur derjenige Theil unbedeckt blieb, der in dem vorher bezeichneten Bohrloche stand.

Der Strom, der das Phänomen hervorrufen sollte, wurde je nach den Fällen von einem oder zwei Bunsen-Elementen geliefert und wurde mittels eines Galvanometers mit Fernrohr und Scala gemessen. Die Bedingungen, unter denen sich die Nadel gegenüber den Drähten befand, waren derart, dass man die Proportionalität der Ablenkungen zur Stärke der Ströme annehmen konnte. Die Intensität des Stroms, der eine einem Theilstrich der Scala entsprechende Ablenkung zu bewirken im Stande war, betrug

0,000179 Ampères.

Die Ordnung der Versuche wurde nach langen Proben festgestellt wie folgt:

Nachdem der Apparat auf vorbeschriebene Weise hergerichtet war, blieb er zuerst einige Stunden in Ruhe stehen, bis die Flüssigkeiten eine von der Umgebung nur wenig verschiedene Temperatur angenommen hatten. Hernach begann man von Minute zu Minute das Thermometer zu beobachten. Sobald die Temperaturschwankungen sehr klein wurden, schloss man den Kreis und hielt ihn 15 Minuten lang geschlossen, während dessen man in bestimmten Intervallen das Thermometer wie auch das Galvanometer beobachtete. Nach Umfluss der Viertelstunde wurde der Strom unterbrochen, und die Beobachtung von Minute zu Minute wiederholt, um die Beobachtungen zu corrigiren, wie dies ja bei den calorimetrischen Bestimmungen regelmässig der

Brauch ist. Hernach liess man den Strom in entgegengesetzter Richtung eintreten, und verfuhr wie vorhin. Meistens hatte infolge der im Apparate vorhandenen Symmetrie der Strom in beiden Fällen den gleichen Werth oder doch nur wenig verschiedene Werthe. War dies einmal nicht der Fall, so wurde der Rheostat dazu benutzt, den Strom derart zu reguliren, dass wenigstens annähernde Gleichheit erzielt wurde. Uebrigens jedesmal, wenn die Divergenz zu gross war, als dass man die Gleichheit beider Ströme annehmen konnte, berechnete man den Peltier'schen Effect mittels der Formel

$$h = \frac{q i_1^2 - q_1 i^2}{i i_1^2 + i_1 i^2},$$

worin q und q_1 die in den beiden Fällen beobachteten thermischen Effecte, i und i_1 die entsprechenden Intensitäten sind. Jedoch hielten wir jene Versuche, in denen i und i_1 beträchtlich differirten, nie für gut gelungene.

Schon nach den ersten auf die eben angegebene Weise angestellten Versuchen konnten wir erkennen, das nicht bloss die Richtung des Peltier'schen Effects klar gestellt werden könne, sondern dass auch noch ein relatives Maass erhältlich sei. Der Genauigkeitsgrad jedoch, mit dem wir uns begnügen zu sollen glaubten, war sehr klein, sowohl wegen der Schwäche des zu messenden Effects, als wegen der Unmöglichkeit, in der Flüssigkeit die Ströme zu verhüten, welche im Thermometer ganz unregelmässige Störungen verursachen.

Um ein erstes Ergebnis zu erhalten, haben wir vier Reihen von Versuchen ausgeführt mit Strömen, deren Intensität in jeder Reihe nahezu gleich, aber von Reihe zu Reihe beträchtlich verschieden war. Berechnete man nun nach der oben gegebenen Formel, worin die Intensität des Peltier'schen Phänomens als zu der des Stroms proportional vorausgesetzt ist, den Werth von h, so musste man aus allen Serien denselben Werth erhalten.

Die Flüssigkeiten waren eine Lösung von $ZnSO_4$ mit der Dichte 1,33, und eine Lösung von $CuSO_4$ mit der Dichte 1,15.

In den folgenden Tabellen bedeuten die mit $q \cdot 10^3$ bezeichneten Zahlen die Tausendstel eines Grades, um welche das Thermometer zufolge der Wirkung des Durchgangs des Stromes schwankte; in der mit i bezeichneten Columne stehen die in Theilen der Scala ausgedrückten Werthe der Stromstärke, endlich in der mit $h \cdot 10^6$ bezeichneten Reihe stehen die mit 10^6 multiplicirten Werthe von h, die mittels der oben gegebenen Formel und mittels der in den vorausstehenden Columnen enthaltenen Werthe von q und i berechnet sind. Die Versuche wurden immer in ebenso viele besondere Paare gruppirt.

Hier folgen die erhaltenen Werthe:

I. Reihe. Versuche mit einem Strome von ungefähr 63 Theilstrichen.

$q \cdot 10^3$	i	$h \cdot 10^6$
18	62,9	71
27	62,7	
28	62,8	71
37	63,3	
		Mittel 71

Bei den geradzahligen Versuchen ging der Strom von $CuSO_4$ zu $ZnSO_4$. Demnach war die erste Lösung auf einem höhern Potential als die zweite. Diese Bemerkung gilt auch für die drei unmittelbar folgenden Reihen.

II. Reihe. Versuche mit einem Strome von ca. 120 Theilstrichen.

$q \cdot 10^3$	i	$h \cdot 10^6$
65	120,9	46
76	120,5	
72	120,6	50
84	120,6	
60	120,5	58
74	120,3	
57	120,6	75
75	121,2	
62	121,4	91
84	121,5	
		Mittel 64

III. Reihe. Versuche mit einem Strome von ca. 148 Theilstrichen.

$q \cdot 10^3$	i	$h \cdot 10^6$
80	148,9	74
102	148,9	
91	149,6	54
107	149.2	
88	149,0	80
112	149,7	
87	146,8	51
102	147,3	
90	146,9	102
120	146,6	
		Mittel 72

IV. Reihe. Versuche mit einem Strome von ca. 187 Theilstrichen.

$q \cdot 10^3$	i	$h \cdot 10^6$
120	189,2	90
152	187,7	
147	186,9	83
178	186,5	
143	185,1	43
159	185,2	
155	186,1	46
172	186,6	
141	186,4	70
167	185,8	
		Mittel 67

Sammeln wir die mittleren Werthe von i und h, so erhalten wir:

i	$h \cdot 10^6$
63	71
120	64
148	72
187	67.

Man kann also schliessen, dass durch diese Versuche die Proportionalität des Peltier'schen Effectes zur Stromintensität bestätigt wird, indem der Werth von h sich nahezu constant erhält, wiewohl der von i sich im Laufe der Versuche im Verhältnisse von 1 zu 3 erhöht.

In den vorstehenden Tabellen haben wir auch sehr von einander abweichende Versuche aufgeführt; wir thaten dies deshalb, weil wir kein Recht hatten, einen gegenüber dem andern auszuschliessen.

Auf Grund dieser Abweichungen, deren Ursachen wir nicht zu beseitigen vermocht haben, kann diese Studie als eine erste Annäherung zu der Bestimmung des Werthes des Peltier'schen Effectes in Flüssigkeiten betrachtet werden.

Wir haben consequent das Verfahren eingehalten, in jedem Falle mehrere Messungen von h vorzunehmen (seltene Fälle ausgenommen nicht unter 4), um einen Mittelwerth zu erhalten, der billig als Näherungswerth gelten dürfe.

Um den Zweifel darüber auszuschliessen, ob nicht eine andere Ursache die beobachteten thermischen Erscheinungen veranlasst habe, haben wir

1. eine Reihe von Versuchen mit zwei verschiedenen Lösungen angestellt, die in der üblichen Weise über einander gestellt waren, jedoch so, dass die Thermometerkugel eher als an die Berührungsstelle, zuerst obenauf in die Lösung von geringerer Dichte gestellt wurde;

2. eine andere Reihe von Versuchen mit einer und derselben Flüssigkeit unter- und oberhalb der Scheibe vorgenommen, während die Thermometerkugel wie gewöhnlich stand. Hier folgen die zur ersten Reihe gehörigen Werthe. Es wurden zwei verschieden concentrirte Lösungen von Natriumsulfat angewendet, die, wenn das Thermometer an der bestimmten Stelle stand, einen Peltier'schen Effect von beträchtlicher Intensität anzeigten.

Na_2SO_4, Dichte = 1,057,
Na_2SO_4, Dichte = 1,035.

22	98,9	10
24	98,6	
22	99,0	10
24	98,5	
39	137,4	8
41	137,3	
41	173,9	— 4
40	138,9	Mittel 6

Der Peltier'sche Effect wurde positiv genommen, wenn die grössere Erwärmung beim Durchgange des Stroms von der mehr zu der minder concentrirten Lösung erfolgte.

Der aus diesen Versuchen sich ergebende Werth von h hält sich innerhalb der Grenzen des wahrscheinlichen Fehlers, der das Mittel aus je vier unserer Bestimmungen beeinflusst. Deshalb kann man als ausgemacht annehmen, dass, wenn das Thermometer sich nicht in der Berührungsfläche der beiden Flüssigkeiten befindet, das thermische Phänomen, das man daselbst beobachtet, sich nicht zeigt.

Bei der zweiten Versuchsreihe war die einzige angewendete Flüssigkeit eine Lösung von Kupfersulfat.

Die erhaltenen Werthe sind folgende:

43	148,8	−7
45	148,4	
45	148,6	+13
41	148,7	
26	129,0	+16
22	128,8	
21	129,0	−31
29	128,8	
42	148,5	+14
38	148,7	
43	148,7	0
43	148,5	
		Mittel +1

Es ist also constatirt, dass, wenn man die Verschiedenheit der beiden Flüssigkeiten, sei es die in der Natur der gelösten Substanz, oder die in ihrer Concentration gelegene, aufhob, der thermische Effect, den das Thermometer sonst anzeigte, aufhörte.

Nachdem die Versuche beendet waren, deren Zweck die Auffindung des besten Experimentirweges und die Prüfung der Grösse des Effects und des Genauigkeitsgrades war, begannen wir eine neue Studie, nämlich die Vergleichung verschiedener Lösungen. Hierbei wurde eine Lösung $CuSO_4$ von bestimmter Concentration in Contact mit den anderen Lösungen gebracht.

Die der Reihe nach mit $CuSO_4$ in Contact gebrachten Lösungen wurden derart zusammengesetzt, dass sie in gleichem Volumen die gleiche Anzahl von Molekülen enthielten.

In allen zu denjenigen Experimenten gehörigen Tabellen, in welchen $CuSO_4$ eine der angewendeten Substanzen war, wurde der Peltier'sche Effect als positiv bezeichnet, wenn $CuSO_4$ auf dem höheren Potentiale stand.

$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
$ZnSO_4$, Dichte = 1,137.

104	165,6	114
140	164,4	
102	166,3	90
129	164,4	
49	96,1	102
66	94,1	
53	94,0	97
71	96,3	
		Mittel 100

$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
H_2SO_4, Dichte = 1,05.

53	238,4	140
74	179,5	
63	242,0	126
77	183,3	
24	122,8	108
42	117,0	
17	123,1	106
41	119,5	
		Mittel 120

Die ersten der in vorstehender Tabelle verzeichneten Versuche können als wenig Vertrauen verdienend angesehen werden, weil jedes der zwei ersten Paare von Versuchen mit sehr verschiedener Stromstärke ausgeführt wurde. Deshalb haben wir etwas später nach Erneuerung der Lösungen eine andere Reihe von Versuchen unter besseren Bedingungen angestellt. Hier folgen die erhaltenen Werthe:

$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
H_2SO_4, Dichte = 1,05.

33	167,1	111
70	166,9	
30	120,3	125
60	120,3	
28	122,1	130
59	121,3	
29	130,4	130
51	128,2	
25	129,8	108
51	126,7	
		Mittel 121

Wie man sieht, ergibt sich aus beiden Tabellen derselbe Werth für h.

Obwohl nicht zu unserem vergleichenden Hauptstudium gehörig, sollen hier doch einige Versuche angeführt werden, die mit denselben Substanzen wie in den zuletzt beschriebenen Versuchen, aber in verschiedenen Concentrationen vollzogen worden sind.

Diese Versuche wurden in der ersten Periode unserer Untersuchung ausgeführt, und einige Paare davon leiden an dem Fehler, mit Strömen von allzu verschiedener Intensität angestellt worden zu sein.

$CuSO_4$, Dichte = 1,10,
H_2SO_4, Dichte = 1,05.

61	224,8	91
86	204,2	
66	219,7	131
105	200,0	
74	217,2	101
97	195,6	
69	247,6	110
112	234,4	
73	247,9	97
107	231,6	
31	115,5	100
48	110,6	
30	115,5	104
50	110,7	
27	116,4	108
43	104,0	
		Mittel 105

Bei den oben citirten Versuchen wendete Hoorweg die Lösungen an:

$$CuSO_4, \text{ Dichte} = 1{,}20,$$
$$H_2SO_4, \text{ Dichte} = 1{,}07,$$

die wenig verschieden waren von denen unserer vorletzten Tabelle, und er fand wie wir $CuSO_4$ in Bezug auf die andere Lösung als positiv. Er stellte nun mit diesen Flüssigkeiten ein thermoelektrisches Element her, und erwärmte eine der Contactstellen mässig; da sah er den Strom an der warmen Löthstelle in der Richtung gehen:

$$CuSO_4 \rightarrow H_2SO_4,$$

während derselbe nach dem bekannten Gesetze von Peltier in der entgegengesetzten Richtung hätte gehen sollen. Hoorweg spricht den Wunsch aus, Andere möchten diese einzeln dastehende Thatsache prüfen, und fügt bei, dass man, falls die Sache ausser Zweifel gestellt würde, den Schluss ziehen müsse, die Potenzialdifferenz zwischen beiden Flüssigkeiten nehme ab, in dem Verhältnisse als die Temperatur zunehme.

Nimmt man jedoch die nöthige Rücksicht auf den Thomson-schen Effect, der aller Wahrscheinlichkeit nach auch für die Flüssigkeiten besteht, so sieht man, dass diese Bedingung nicht genügt um die Thatsache zu erklären. Wir haben die Richtung des Stroms, der von einem thermoelektrischen, aus jenen zwei Flüssigkeiten gebildeten Elemente geliefert wird, nicht zu constatiren vermocht, ausser wenn wir eine der Contactstellen bis auf ca. 100^0 erhitzten. Nun könnte man aber vermuthen, dass zwischen der gewöhnlichen Temperatur, bei welcher der Peltier'sche Effect gemessen wird, und der Temperatur von 100^0 der Neutralitätspunkt beider Lösungen gelegen sei.

Deshalb vermögen wir nicht zu behaupten, die von Hoorweg beschriebene Thatsache vollständig bestätigt zu haben, und zwar aus dem Grunde nicht, weil das von uns benutzte Galvanometer zu geringe Empfindlichkeit besass. Wir behalten uns diese Probe für eine andere Gelegenheit vor.

Um einen Beweis dafür zu erhalten, dass man an den beobachteten Effecten wirklich eine mit Recht den Namen Annäherungswerth verdienende Messung der Intensität des Peltier'schen Phänomens besitze, führten wir eine Reihe von Versuchen aus mit:

$$H_2SO_4, \text{ Dichte} = 1{,}05,$$
$$ZnSO_4, \text{ Dichte} = 1{,}137,$$

welches eben die Lösungen sind, die mit $CuSO_4$, Dichte 1,18, in Contact gestellt gewesen waren.

Nach den vorausgehenden Versuchen, wo man gehabt hatte:

$$CuSO_4 - ZnSO_4, \; h = 100,$$
$$CuSO_4 - H_2SO_4, \; h = 120,$$

musste sich $ZnSO_4$ gegen H_2SO_4 positiv zeigen, und der Peltier'sche Effect musste sich ergeben zu $20 \cdot 10^{-6}$.

Hier sind nun die erhaltenen Werthe:

$ZnSO_4$, Dichte = 1,137,
H_2SO_4, Dichte = 1,05.

22	74,3	27
18	74,6	
22	74,9	27
18	75,1	
47	139,6	28
39	139,1	
41	138,2	33
36	140,2	
		Mittel 29

Bei allen Versuchen ungerader Zahl ging der Strom von $ZnSO_4$ nach H_2SO_4; deshalb haben die Versuche der Voraussicht entsprechend dargethan, dass $ZnSO_4$ auf höherem Potenzial war als H_2SO_4. Der Peltier'sche Effect jedoch ergab sich um $9 \cdot 10^{-6}$ höher als der aus den vorausgehenden Versuchen berechnete. Der Unterschied ist sicherlich gross; aber bei dem in diesen Versuchen erlangten Genauigkeitsgrade konnte man keine bessere Bestätigung erhoffen.

Es folgen nun die mit anderen Lösungen angestellten Versuche; alle diese Lösungen wurden der Reihe nach mit immer wieder erneuerten Lösungen von SO_4Cu von der Dichte 1,18 in Contact gebracht.

a)
$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
$MgSO_4$, Dichte = 1,09.

15	85,3	82
29	85,2	
46	139,2	68
65	139,2	
53	144,7	62
71	145,0	
77	197,0	79
107	195,8	
86	203,0	79
119	204,0	
		Mittel 74

b)
$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
$NiSO_4$, Dichte = 1,13.

31	136,7	— 39
41	135,6	
35	140,8	— 55
46	141,4	
32	141,3	— 50
46	141,3	
42	149,8	— 53
57	148,7	
39	149,1	— 49
53	148,3	
		Mittel — 49

c)
$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
$(NH_4)_2SO_4$, Dichte = 1,06.

35	171,0	23
43	170,6	
36	189,2	17
40	184,8	
32	189,2	43
49	190,9	
30	188,8	27
40	188,7	
35	194,3	23
44	194,8	
		Mittel 27

d)
$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
$MnSO_4$, Dichte = 1,11.

71	196,3	76
100	195,5	
64	145,2	62
47	146,8	
64	146,8	59
44	143,0	
64	146,2	54
46	143,0	
30	87,3	69
18	87,5	
25	87,8	65
12	82,0	
		Mittel 64

Wie aus der zugehörigen Tabelle ersichtlich ist, wurde $NiSO_4$ auf höherem Potenzial als $CuSO_4$ gefunden, während letzteres sich auf höherem Potenzial befand als $(NH_4)_2SO_4$. Wir haben auch mit Bisulfat von Nickel und Ammoniak experimentirt, und geben nachstehend die gefundenen Werthe. Jedoch ist zu bemerken, dass die Löslichkeit des Salzes zu gering ist, als dass die Lösung dieselbe Zahl von Molekülen wie die andere haben könnte, sie enthielt deren nur ungefähr halb so viele.

$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
$Ni(NH_4)_2(SO_4)_2$, Dichte = 1,07.

42	180,7	17
47	178,5	
46	180,5	2
46	179,0	
35	151,2	11
37	149,0	
30	151,0	16
34	149,3	
		Mittel 12

Der Effect ist in diesem Falle sehr klein, und er würde vielleicht null oder negativ geworden sein, wenn man eine gehörig concentrirte Lösung hätte nehmen können.

Die Lösung K_2SO_4 hätte, um der gewöhnlichen Bedingung zu genügen, 13,3% Salz enthalten müssen; aber wegen der geringen Löslichkeit enthielt sie davon nur 8,4.

$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
K_2SO_4, Dichte = 1,07.

28	173,1	94
58	169,0	
30	173,0	85
57	169,2	
19	121,0	101
41	117,0	
26	120,0	83
44	117,0	Mittel 91

Die Lösung von Na_2SO_4 hätte 24,6% krystallisirten Salzes enthalten sollen, statt dessen enthielt sie nur 14,0.

$CuSO_4$: Dichte = 1,18,
Na_2SO_4, Dichte = 1,057.

27	118,2	62
41	117,0	
26	118,0	53
38	117,0	
38	173,7	51
55	172,3	
41	174,0	45
56	173,0	Mittel 52

$CuSO_4$, Dichte = 1,18,
$FeSO_4$, Dichte = 1,12.

42	150,6	107
67	142,2	
41	153,5	92
68	145,6	
29	102,7	104
47	98,8	
27	102,7	122
28	98,8	Mittel 106

Wir behalten uns vor, am Schlusse dieser Experimental-Untersuchung die von den verschiedenen Versuchsreihen gelieferten mittleren Werthe mit einander in Vergleich zu stellen.

II. Theil.

Versuche mit einigen Chlorverbindungen (Chlorüren).

Bei den Versuchen, auf welche die folgenden Tabellen sich beziehen, war eine der in den Apparat gebrachten Lösungen immer eine Lösung von Chlornatrium von der Dichte 1,10. Die anderen wurden so zubereitet, dass alle die gleiche Zahl von Molekülen in dem gleichen Lösungsgewichte enthielten.

Der Peltier'sche Effect wurde als positiv angesehen, wenn die grössere Erwärmung beim Gange des Stroms von der Chlornatriumlösung zur anderen Lösung stattfand.

a)
NaCl, Dichte = 1,10,
HCl, Dichte = 1,029.

9	137,3	— 38
19	136,0	
8	92,3	— 56
18	91,5	
9	92,7	— 49
18	92,0	
14	167,3	— 42
28	167,0	
		Mittel — 46

b)
NaCl, Dichte = 1,10,
NH_4Cl, Dichte = 1,026.

9	129,3	36
18	128,0	
9	129,5	48
21	128,0	
13	139,7	62
30	138,7	
15	140,2	63
32	138,7	
		Mittel 52

c)
NaCl, Dichte = 1,10,
KCl, Dichte = 1,08.

7	122,0	21
2	125,0	
12	122,7	21
7	124,2	
10	148,8	34
0	150,0	
17	168,2	21
10	170,0	
		Mittel 24

d)
NaCl, Dichte = 1,10,
$MgCl_2$, Dichte = 1,12.

15	147,1	— 43
2	142,7	
18	147,0	— 28
9	142,5	
10	122,3	— 37
1	121,3	
15	118,8	— 38
6	118,0	
		Mittel — 36

e)
NaCl, Dichte = 1,10,
$MnCl_2$, Dichte = 1,167.

— 2	128,0	44
+ 10	135,3	
5	127,8	47
20	135,2	
24	165,8	48
8	164,0	
		Mittel 46

f)
NaCl, Dichte = 1,10,
$NiCl_2$, Dichte = 1,115.

19	152,8	— 76
— 4	164,2	
+ 18	160,8	— 44
4	162,5	
17	129,0	— 69
— 1	132,2	
+ 16	129,3	— 52
3	132,8	
		Mittel — 60

g)
NaCl, Dichte = 1,10.
$CaCl_2$, Dichte = 1,15.

21	169,9	45
6	171,7	
22	170,5	38
9	171,2	
14	141,9	36
4	144,2	
19	142,0	33
10	143,7	
		Mittel 38

h)
NaCl, Dichte = 1,10,
$CuCl_2$, Dichte = 1,29.

11	131,3	8
14	135,3	
10	131,8	16
15	135,2	
30	173,3	13
36	177,2	
27	173,0	20
35	175,5	
		Mittel 14

i)
NaCl, Dichte = 1,10,
$ZnCl_2$, Dichte = 1,19.

1	156,9	— 22
7	146,0	
5	156,0	— 28
12	142,8	
5	135,2	— 21
10	130,2	
5	118,8	— 23
11	123,5	
		Mittel — 23

III. Theil.

Versuche mit zwei Lösungen desselben Salzes, jedoch von verschiedener Concentration.

Das Phänomen Peltier zeigt sich mit beträchtlicher Intensität zwischen zwei Lösungen desselben Salzes, deren Concentration verschieden ist. Auch wenn die Concentrationsgrade nicht stark verschieden sind, hat das Phänomen denselben Grössegrad, den es besitzt, wenn es zwischen Lösungen verschiedener Salze sich zeigt.

In den folgenden Tabellen wurde der Peltier'sche Effect immer als positiv angenommen, wenn die grössere Erwärmung beim Gange des Stroms von der mehr zu der minder concentrirten Lösung statthatte.

Versuche mit Lösungen von Kupfersulfat.

a) $CuSO_4$, Dichte = 1,18, $CuSO_4$, Dichte = 1,13.

30	134,9	21
35	133,6	
37	134,7	29
44	133,5	
53	162,2	26
60	160,7	
52	162,0	32
61	160,3	
		Mittel 27

b) $CuSO_4$, Dichte = 1,18, $CuSO_4$, Dichte = 1,06.

51	157,4	57
69	157,0	
61	157,7	14
65	157,0	
62	157,7	86
88	156,7	
54	157,7	33
64	157,0	
29	90,3	46
37	90,0	
26	90,3	55
36	90,0	
		Mittel 49

Hier folgt eine andere Reihe von Versuchen, die nach Erneuerung der Lösungen zur Controle ausgeführt worden sind.

c) $CuSO_4$, Dichte = 1,18, $CuSO_4$, Dichte = 1,06.

45	127,8	51
32	128,2	
48	127,2	62
32	127,5	
39	127,0	39
29	127,8	
53	127,3	74
34	127.7	
		Mittel 56

d) $CuSO_4$, Dichte = 1,18, $CuSO_4$, Dichte = 1,02.

21	85,7	111
40	85,7	
31	85,3	70
43	85,2	
44	150,7	84
69	150,2	
45	150,5	88
71	150,0	
51	150,5	76
73	149,7	
		Mittel 86

e) $CuSO_4$, Dichte = 1,18, $CuSO_4$, Dichte = 1,005.

50	123,8	90
28	124,3	
48	123,9	74
30	124,5	
54	123,9	76
36	125,0	
95	195,2	82
64	196,7	
92	195,7	76
63	196,4	
		Mittel 79

Diese Versuche lassen sich zusammenfassen in folgende Tabelle:

Dichte der Lösungen	h
1,18 — 1,13 . .	27
1,18 — 1,06 . .	53
1,18 — 1,02 . .	86
1,18 — 1,005 . .	79

Hieraus lässt sich schliessen, dass mit Zunahme des Concentrations-Unterschiedes der zwei Lösungen das Peltier'sche Phänomen bedeutend zunimmt. Der Maximalwerth, der, wie man sieht, der dritten Reihe entspricht, ist sehr wahrscheinlich durch Versehen entstanden.

Es scheint jedoch, dass nach Erreichung einer gewissen Proportion eine fernere Verdünnung die Intensität des Phänomens nicht merklich mehr ändert.

Versuche mit $ZnSO_4$.

a)
$ZnSO_4$, Dichte = 1,33,
$ZnSO_4$, Dichte = 1,063.

68	151,8	103
36	150,5	
61	151,0	113
27	150,5	
46	102,0	163
12	101,7	
45	101,7	143
16	101,3	
		Mittel 131

b)
$ZnSO_4$, Dichte = 1,19,
$ZnSO_4$, Dichte = 1,06.

24	131,8	131
60	132,5	
34	131,7	79
56	133,3	
32	132,0	95
58	133,1	
46	177,3	83
77	179,3	
40	178,3	118
83	179,5	
		Mittel 101

c)
$ZnSO_4$, Dichte = 1,19,
$ZnSO_4$, Dichte = 1,005.

80	169,8	75
51	168,4	
87	169,0	99
53	168,2	
77	168,7	75
51	167,7	
58	122,3	123
33	122,1	
		Mittel 93

Bezieht man alles auf die concentrirtere Lösung, so erhält man:

Dichte der Lösungen	h
1,33 — 1,19 . .	30
1,33 — 1,063 . .	131
1,33 — 1,005 . .	123

Versuche mit $FeSO_4$.

a)

$FeSO_4$, Dichte = 1,167,
$FeSO_4$, Dichte = 1,056.

39	129,3	35
30	129,0	
44	129,2	46
32	129,1	
44	129,2	42
33	129,2	
60	178,4	39
46	178,3	
71	178,7	70
46	178,2	
		Mittel 46

b)

$FeSO_4$, Dichte = 1,167,
$FeSO_4$, Dichte = 1,004.

51	179,2	53
70	179,3	
50	178,8	53
69	179,2	
32	128,8	58
47	129,1	
29	128,9	97
54	129,1	
		Mittel 66

Die Versuche mit $FeSO_4$ ergeben:

Dichte der Lösungen	*h*
1,167 — 1,055 . .	46
1,167 — 1,004 . .	66

Versuche mit $(NH_4)_2SO_4$.

a)

$(NH_4)_2SO_4$, Dichte = 1,077,
$(NH_4)_2SO_4$, Dichte = 1,025.

28	112,2	45
38	111,8	
27	112,3	49
38	112,2	
41	142,5	53
56	142,3	
44	142,3	56
60	142,7	
		Mittel 51

b)

$(NH_4)_2SO_4$, Dichte = 1,077,
$(NH_4)_2SO_4$, Dichte = 1,002.

22	100,8	54
32	99,0	
19	110,3	33
26	109,7	
24	109,9	55
36	109,7	
31	134,0	56
46	133,2	
32	134,4	59
47	133,2	
		Mittel 51

Bei den Lösungen von $(NH_4)_2SO_4$ ist demnach, wenn der Dichte-Unterschied beider in Contact gebrachten Lösungen vermehrt wurde, keine Steigerung des Peltier'schen Effects zum Vorschein gekommen.

Versuche mit Na_2SO_4.

a) Na_2SO_4, Dichte = 1,057, Na_2SO_4, Dichte = 1,035.

17	95,1	53
27	95,3	
20	96,3	78
35	96,2	
44	138,3	43
56	138,5	
50	138,9	50
54	139,0	
		Mittel 56

b) Na_2SO_4, Dichte = 1,057, Na_2SO_4, Dichte = 1,012.

39	99,6	39
48	98,3	
35	97,2	67
48	97,8	
34	97,0	26
38	97,5	
46	130,7	48
60	132,4	
44	132,7	60
60	132,2	
		Mittel 48

c) Zusammenstellung.

Dichte der Lösungen	h
1,057 — 1,035	56
1,057 — 1,012	48

Versuche mit K_2SO_4.

a) K_2SO_4, Dichte = 1,06, K_2SO_4, Dichte = 1,035.

47	170,2	45
63	171,3	
46	170,8	23
54	171,3	
32	117,5	38
41	118,2	
34	117,3	38
44	118,7	
		Mittel 36

b) K_2SO_4, Dichte = 1,06, K_2SO_3, Dichte = 1,02.

32	118,8	44
44	120,7	
35	119,0	59
50	120,3	
51	170,0	52
70	171,7	
49	170,0	52
68	172,0	
		Mittel 52

c) Zusammenstellung für K_2SO_4.

Dichte der Lösungen	h
1,06 — 1,035	36
1,06 — 1,02	52

Versuche mit $MnSO_4$.

a) $MnSO_4$, Dichte = 1,17, $MnSO_4$, Dichte = 1,062.

52	127,4	71
69	129,3	
58	129,3	43
69	129,3	
66	156,0	54
83	156,5	
68	156,3	38
80	156,5	
		Mittel 51

b) $MnSO_4$, Dichte = 1,17, $MnSO_4$, Dichte = 1,006.

61	155,8	48
76	155,8	
59	155,3	48
74	155,7	
61	155,8	42
74	155,5	
42	119,3	76
60	119,6	
		Mittel 54

c) Zusammenstellung für $MnSO_4$.

Dichte der Lösungen	h
1,17 — 1,062	51
1,17 — 1,006	54

Versuche mit H_2SO_4.

a)
H_2SO_4, Dichte = 1,23,
H_2SO_4, Dichte = 1,002.

34	126,0	− 97
10	128,3	
34	126,2	− 104
8	127,7	
34	126,3	− 96
10	127,7	
28	95,7	− 94
10	96,0	
		Mittel − 98

b)
H_2SO_4, Dichte = 1,075,
H_2SO_4, Dichte = 1,021.

33	149,5	− 87
7	149,0	
33	151,5	− 83
8	151,2	
29	148,0	− 81
5	148,0	
23	108,7	− 107
0	109,3	
		Mittel − 89

c)
H_2SO_4, Dichte = 1,075,
H_2SO_4, Dichte − 1,002.

35	121,8	− 98
11	122,3	
37	122,2	− 86
16	122,0	
30	96,8	− 119
7	96,3	
25	93,2	− 97
8	94,0	
		Mittel − 100

d)
Zusammenstellung für H_2SO_4.

Dichte der Lösungen	*h*
1,23 — 1,002	− 98
1,075 — 1,021	− 89
1,075 — 1,002	− 100

Bei dieser Substanz ist das Zeichen des Peltier'schen Effectes beachtenswerth. Geht der Strom von der weniger zu der mehr concentrirten Lösung, so hat man grössere Erwärmung als im entgegengesetzten Falle.

Auch die Intensität des Phänomens ist sehr beträchtlich in Vergleich zu jener, die es bei anderen Substanzen hat. Endlich ist zu bemerken, dass, wenn man der Lösung von der Dichte 1,23 eine viel minder dichte substituirte, die Intensität des Effects die gleiche blieb.

a)
$MgSO_4$, Dichte = 1,138,
$MgSN_4$, Dichte = 1,045.

9	84,1	37
16	86,3	
4	85,3	79
18	87,0	
16	137,8	58
33	140,0	
17	138,3	49
31	139,5	
		Mittel 56

b)
$MgSO_4$, Dichte = 1,138,
$MgSO_4$, Dichte = 1,005.

14	85,7	88
30	87,3	
13	87,0	74
26	87,3	
17	140,2	58
34	141,8	
18	139,8	44
31	141,3	
		Mittel 66

c)
Zusammenstellung für $MgSO_4$.

Dichte der Lösungen	*h*
1,138 — 1,045	56
1,138 — 1,005	66

a)

Na Cl, Dichte = 1,10,
Na Cl, Dichte = 1,068.

20	125,7	32
12	125,0	
18	125,3	16
14	125,3	
27	150,0	23
20	150,3	
28	149,8	37
17	150,0	
		Mittel 27

b)

Na Cl, Dichte = 1,19,
Na Cl, Dichte = 1,09.

18	122,3	49
7	128,9	
18	124,3	25
13	128,8	
27	144,7	41
16	148,7	
29	145,2	29
22	149,2	
27	112,5	51
16	114,2	
28	113,0	43
14	114,8	
		Mittel 40

c)

Zusammenstellung
für Na Cl.

Dichte der Lösungen	*h*
1,10 — 1,068	27
1,19 — 1,09	40

HCl, Dichte = 1,10,
HCl, Dichte = 1,029.

54	172,2	— 106
18	174,3	
57	171,8	— 112
20	176,5	
30	129,2	— 102
4	130,5	
27	126,5	— 84
6	128,8	
		Mittel — 101

Wir stellen hier nun die Werthe zusammen, die wir in den beiden ersten Theilen für die verschiedenen Substanzen erhalten haben.

In der ersten Columne folgender Tabelle stehen die Namen der verschiedenen Sulfatlösungen, die nach einander mit der Lösung SO_4Cu von der Dichte 1,18 in Contact gebracht worden sind; in der zweiten Columne stehen die Dichten jener Lösungen, in der dritten steht der Peltier'sche Effect, der beobachtet wurde, wenn die einzelnen Lösungen mit der eben bezeichneten Lösung SO_4Cu in Contact waren.

$NiSO_4$	1,13	— 49
$Ni(NH_4)_2SO_4$ . . .	1,07	12
$CuSO_4$	1,13	27
$(NH_4)_2SO_4$	1,06	27

Na_2SO_4	1,057	52
$MnSO_4$	1,11	64
$MgSO_4$	1,09	74
K_2SO_4	1,07	91
$ZnSO_4$	1,137	101
$FeSO_4$	1,12	106
H_2SO_4	1,05	120

Folgende Tabelle enthält die Werthe, welche durch Zusammenstellung von verschiedenen Chlorürlösungen, die mit einer Lösung von ClNa mit der Dichte 1,10 in Contact gebracht wurden, erzielt worden sind.

$NiCl_2$	1,115	— 60
HCl	1,029	— 46
$MgCl_2$	1,12	— 36
$ZnCl_2$	1,19	— 23
$CuCl_2$	1,29	+ 14
KCl	1,08	24
NaCl	1,068	27
$CaCl_2$	1,15	38
$MnCl_2$	1,167	38
NH_4Cl_2	1,026	52

Die in den verschiedenen Versuchen für *h* gefundenen Werthe hätten nach der specifischen Wärme der verschiedenen Lösungen corrigirt werden sollen; aber wir haben uns überzeugt, dass diese Correction in Hinsicht auf den Präcisionsgrad der Bestimmungen vernachlässigt werden durfte.

Es besteht keine Uebereinstimmung zwischen den beiden Reihen, und die Versuche erlauben nicht, einen allgemeinen Schluss zu ziehen, in Beziehung auf die Ordnung, nach welcher die untersuchten Lösungen der verschiedenen Salze gegenüber dem Peltier'schen Phänomen einzutheilen wären.

Was die verschieden concentrirten Lösungen eines und desselben Salzes betrifft, so zeigen die Versuche, dass mit Ausnahme der Lösungen SO_2H_4 und ClH bei allen übrigen untersuchten Substanzen die mehr concentrirte positiv ist gegenüber der minder concentrirten.

Bezüglich der Art und Weise, wie die Intensität des Peltier-schen Phänomens variirt, wenn der Concentrations-Unterschied zweier angewendeten Lösungen variirt, ist zu sagen, dass die erhaltene Genauigkeit eine zu geringe ist, als dass man über den Verlauf dieser Variation etwas Gewisses sagen könnte.

Um wenigstens eine annähernde Angabe über den absoluten Werth des Peltier'schen Effectes in den untersuchten Flüssigkeiten zu

erhalten, haben wir folgendes Verfahren eingeschlagen. In den gewöhnlichen Apparat wurde sowohl unter- als oberhalb des Diaphragmas Wasser gebracht; das Thermometer ward wie gewöhnlich postirt. Nun wurden zwei Drähte, einer von Eisen, der andere von Kupfer, miteinander verlöthet, und der die Löthung enthaltende Theil wurde nach Art eines Halbkreises um das Thermometer in die Diaphragmaebene gestellt. Mit Ausnahme dieses Stückes wurde der eingetauchte Theil der Drähte isolirt. Der durch den fliessenden Strom in den Metalldrähten bewirkte thermische Effect theilte sich der Flüssigkeit und dem Thermometer mit. Die Anordnung wurde so getroffen, dass die Aehnlichkeit zwischen diesem Falle und dem der Flüssigkeiten möglichst gross würde. Aus zehn Versuchspaaren wurde der mittlere Werth erhalten

$$h = 18,$$

wobei das Fe gegenüber dem Zink positiv war. Man sieht demnach, dass die Grössenstufe des Peltier'schen Effectes bei den Flüssigkeiten nicht geringer ist als diejenige, die man im Allgemeinen antrifft von Metall zu Metall. Erinnert man sich, dass die elektromotorische Kraft Peltier zwischen Zink und Eisen nach den Messungen Bellati's 0,0024 Volts beträgt, so könnte man den absoluten Werth des zwischen den von uns untersuchten Flüssigkeiten bestehenden Peltier'schen Effectes berechnen.

Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten.

Von

L. Graetz. [1]

§ 1. Um von der kinetischen Theorie der Gase überzugehen zu einer kinetischen Theorie der Flüssigkeiten, fehlen uns vorläufig noch fast alle experimentellen Anhaltspunkte. Bei den Gasen forderte das Mariotte'sche Gesetz eine mechanische Erklärung, und aus dieser ergaben sich dann durch Entwicklung die weiteren Gesetze über Reibung, Wärmeleitung und Diffusion, die dann im allgemeinen von der Erfahrung bestätigt wurden. Bei den Flüssigkeiten scheint der umgekehrte Weg der Forschung eingeschlagen werden zu müssen. Es wird sich zuerst darum handeln, möglichst viele Constanten der Flüssigkeiten in ihrer gegenseitigen Abhängigkeit kennen zu lernen, um aus dieser genauer die Richtung zu erkennen, in welcher die kinetische Theorie der Gase abgeändert werden muss, um eine kinetische Theorie der Flüssigkeiten zu werden. Zum Zweck derartiger weiterer Untersuchungen scheint die Bestimmung der Wärmeleitung der Flüssigkeiten in erster Linie Anhaltspunkte geben zu können und es werden am Schluss dieses Aufsatzes einige dahinzielende Erörterungen angestellt werden.

Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten sind wir erst durch die letzte Arbeit von H. F. Weber [2]) zu einigermaassen sicheren Anschauungen gekommen. Die Methode von Weber ist bis auf einige Nebenpunkte einwurfsfrei, sodass seine Zahlen wenigstens relativ wohlbegründet erscheinen. Zu gleicher Zeit hat Weber durch umfassende Kritik die Gründe entwickelt, aus denen es kommt, dass die früheren Zahlen von Winkelmann [3]) und Beetz [4]) mit den seinigen nicht übereinstimmen. Diese Kritik ist im allgemeinen berechtigt, sodass es sich

1) Zusammenfassung zweier in Wied. Ann. Bd. 18 und 25 erschienenen Abhandlungen.

2) Weber, Wied. Ann. Bd. 10 S. 163 (1880).

3) Winkelmann, Pogg. Ann. Bd. 153 S. 481 (1874).

4) Beetz, Wied. Ann. Bd. 8 S. 435 (1879).

jetzt nur noch darum handeln würde, zu prüfen, ob auch die Weber-schen Zahlen wirklich stichhaltig sind. Ganz exact sind sie jedenfalls nicht, da die Berechnung der Versuche von Weber nicht ganz streng durchgeführt ist; doch ist dieser Mangel durch die dankenswerthe Arbeit von Lorberg[1]) zum Theil ergänzt worden. Lorberg hat einerseits gezeigt, dass die in den einzelnen Beobachtungen Weber's hervortretenden Abweichungen nicht von der Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Temperatur herrühren, und hat zweitens aus den Weber'schen Zahlen möglichst streng den Werth für die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers berechnet. Er fand für Wasser:

$$a^2 = 0{,}08317 \text{ bei } 4^0, \quad a^2 = 0{,}09108 \text{ bei } 23^0 \; \frac{\text{g}}{\text{cm min.}},$$

während Weber selbst berechnet hatte:

$$a^2 = 0{,}0745 \text{ bei } 4^0, \quad a^2 = 0{,}0857 \text{ bei } 23^0.$$

Die exacte Berechnung gibt also Zahlen, die um 10 bis 11% von den Weber'schen abweichen. In ähnlichem Verhältnis müssen die übrigen Zahlen von Weber abgeändert werden[2]). Gegen die Methode von Weber scheint von vornherein eingewendet werden zu können, dass sie erstens die äussere Wärmeleitungsfähigkeit benutzt, eine bekanntlich unvollkommen definirte Grösse, und dass zweitens in ihr die vollständige oder partielle Diathermansie der Flüssigkeiten nicht berücksichtigt wird. Deswegen schien es angemessen, nach einer anderen Methode zu suchen, welche von diesen Mängeln frei ist und die Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit auf bequeme Weise gestattet.

Methode.

§ 2. Die angewandte Untersuchungsmethode ist folgende. Die zu untersuchende Flüssigkeit von der Temperatur T_1 fliesst unter constantem Druck durch eine enge Platinröhre, die auf der Temperatur T_0 gehalten wird. Es wird die Temperatur U und das Volumen W der in einer bestimmten Zeit ausgeflossenen Flüssigkeit bestimmt. Aus diesen Daten lässt sich die Wärmeleitungsfähigkeit k berechnen. Der Apparat war demnach in ähnlicher Weise eingerichtet, wie die Apparate zur Bestimmung der Reibung von Flüssigkeiten mittels Capillaren (Fig. 1). Eine Glasröhre A mit mehreren Ausflussöffnungen, um verschiedene Druckhöhen zu erhalten, taucht mit ihrem unteren U-förmig gebogenen Theile von 18^{cm} Länge in ein Wasserbad W, das auf be-

1) Lorberg, Wied. Ann. Bd. 14 S. 291 (1881).

2) Aus einer während des Druckes erschienenen neuen Arbeit von Weber (Sitzungsberichte der Berl. Akad. Juli 1885) geht hervor, dass die früheren Zahlen auch aus anderen Gründen zum Theil bedeutend abgeändert, und zwar verkleinert werden müssen. Anm. b. d. Corr.

liebige Temperatur gebracht werden kann. Der aus dem Wasser heraustretende Theil B der Glasröhre wurde mit Filz umwickelt und trug kurz vor seinem Ende in einem Ansatzrohr ein Thermometer E_1. In der Oeffnung von B ist durch einen Kautschukstopfen die enge und dünne Platinröhre R befestigt, welche an dem anderen Ende ebenfalls durch einen Kautschukstopfen in eine horizontale Glasröhre G gesteckt ist, die ein Thermometer E_2 und ein Ausflussrohr H enthält[1]. Die Platinröhre befindet sich in einem Kästchen K aus dünnem Blech, welches an den zwei Seitenwänden Ansätze trägt, in welche die Glasröhren B und G durch Kork und Kautschuk wasserdicht eingesetzt sind. Das Kästchen ist oben offen und enthält unten ein Ausflussrohr. Das Wasser der Wasserleitung strömt in das Kästchen oben ein und unten ab, sodass die Platinröhre fortwährend von fliessendem Wasser umspült wird. Die Temperatur dieses Wassers wird durch ein Thermometer E_3 bestimmt. Die zu untersuchende Flüssigkeit bleibt in der Röhre A immer in constanter Höhe, indem man durch ein darüber angebrachtes Reservoir soviel Flüssigkeit zufliessen lässt, als bei H ausfliesst. Die Flüssigkeit fliesst langsam durch das Bad B, wird dort auf die Temperatur T_1 erwärmt, gelangt mit dieser Temperatur, die an dem Thermometer E_1 abgelesen wird, in die Platinröhre und wird beim Durchfluss durch diese abgekühlt. Das Bad B besteht aus einem doppelwandigen Kupfergefäss von ca. 8 l Inhalt, das durch einen darunter befindlichen Brenner erwärmt und durch einen Rührer auf gleichmässiger Temperatur erhalten wird. Dieser Rührer wurde durch eine kleine magnetelektrische Maschine von Hefner-Alteneck, die von drei Daniells gespeist wurde, bewegt. Die Platinröhre ist zwar fortwährend mit frischem Wasser in Berührung, trotzdem zeigte es sich, dass sich an der Röhre selbst eine Schicht von etwas höherer Temperatur bildete.

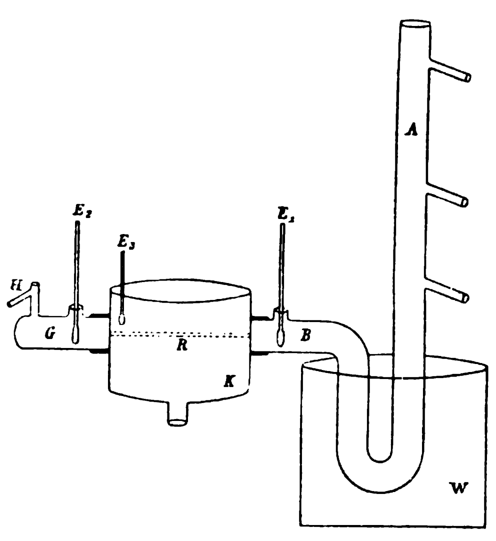


Fig. 1.

1) Bei den Versuchen mit Schwefelkohlenstoff wurden statt der Kautschukstopfen Korkstopfen angewendet. Die Versuche, Platinröhren von mehr als 1mm äusserer Weite direkt in das Glas einzuschmelzen, fielen selbst bei sorgfältiger Kühlung nicht befriedigend aus.

Um diese fortzuschaffen, wurde ein feiner Pinsel benutzt, der fortwährend diese stagnirende Schicht abfegte. Auch dieser Pinsel wurde durch die magnetelektrische Maschine bewegt. Es wurde zur Beobachtung immer der stationäre Zustand abgewartet, der 5—10 Minuten lang erhalten werden konnte.

Die Thermometer E_1 und E_2 waren in $^1/_{10}$, E_3 in $^1/_5$ Grade getheilt und mit dem Luftthermometer verglichen. Nach jeder Versuchsreihe wurde die Platinröhre mit destillirtem Wasser und Alkohol ausgespült und durch eine Luftpumpe lange Zeit Luft hindurch gezogen.

Da die Flüssigkeit bei dieser Methode rings von einer auf derselben Temperatur befindlichen Wand umgeben ist, so fällt die Wärmestrahlung von den Wänden fort. Allerdings wird die Wärmeleitung auch noch durch die innere Strahlung zwischen den Molekülen der Flüssigkeiten beeinflusst. Doch sind unsere Vorstellungen über dieses Verhältnis noch so wenig ausgebildet, dass an eine Trennung dieser beiden Constanten noch nicht gedacht werden kann. Die innere Strahlung tritt naturgemäss überall da ein, wo Wärmeleitung eintritt, sodass sie nie durch das Experiment, sondern nur durch Rechnung eliminirt werden kann. Auch die äussere Wärmeleitung wird bei dieser Methode gar nicht benutzt, sodass die Methode also von den beiden Hauptmängeln der Weber'schen frei ist.

Theorie der Versuche.

§ 3. Es sei die Axe unserer Röhre die z-Axe, und wir wollen zuerst annehmen, dass die Flüssigkeit mit einer constanten mittleren Geschwindigkeit α durch die Röhre fliesst. Dann ist, wenn r der Abstand eines Punktes der Röhre von der Axe ist, die Differentialgleichung für die Temperatur u bei stationärem Zustand:

$$\alpha \frac{\partial u}{\partial z} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right). \qquad \left(a^2 = \frac{k}{\varrho C}.\right)$$

Die Grenzbedingungen sind:

1. für $z = o$ $u = T_1$,
2. für $r = R$ $u = o$,

wenn wir die Temperaturen von der Temperatur des die Röhre umspülenden Wassers aus rechnen. Wir setzen:

$$u = A e^{-\beta z} V$$

und haben für V die Differentialgleichung:

$$\left(\beta^2 + \frac{\alpha\beta}{a^2}\right) V + \frac{d^2 V}{d r^2} + \frac{1}{r}\frac{d V}{d r} = o, \qquad V = J_0\left(\sqrt{\beta^2 + \frac{\alpha\beta}{a^2}}\, r\right)$$

wo J_0 die Bessel'sche Function von der Ordnung 0 ist.

Die Grenzbedingung 2 gibt zur Bestimmung von β die Gleichung:

$$J_0\left(\sqrt{\beta^2 + \frac{\alpha\beta}{a^2}}R\right) = 0.$$

Die Wurzeln der Gleichung $J_0 = 0$ sind der Reihe nach:

$$\sigma_1 = 2{,}404928, \quad \sigma_2 = 5{,}52024, \quad \sigma_3 = 8{,}65387,$$
$$\sigma_4 = 11{,}79156 \text{ u. s. w.}$$

Es ist also:

$$\frac{\alpha\beta_i}{a^2} + \beta_i^2 = \frac{\sigma_i^2}{R^2}.$$

Da die ersten σ_i klein und α/a^2 sehr gross ist, so kann man β^2 ohne Fehler vernachlässigen (der Werth von β_1 wird erst in der sechsten Stelle beeinflusst) und die Lösung der Differentialgleichung einfacher schreiben:

$$u = \sum_i A_i e^{-\frac{a^2\sigma_i^2 z}{\alpha R^2}} J_0\left(\frac{\sigma_i r}{R}\right).$$

Aus der Grenzbedingung 1 folgt nach der Theorie der Bessel-schen Function:

$$A_i = -\frac{2T_1}{\sigma_i J_0'(\sigma_i)}$$

also:

$$u = -2T_1 \sum_i \frac{1}{\sigma_i J_0'(\sigma_i)} e^{-\frac{a^2\sigma_i^2 z}{\alpha R^2}} J_0\left(\frac{\sigma_i r}{R}\right).$$

Um den Mittelwerth U der Temperatur in dem Querschnitt an dem Ende der Röhre zu erhalten, hat man statt z einzusetzen l, die Länge der Röhre, über den Querschnitt der Röhre zu integriren und durch $R^2\pi$ zu dividiren. Dadurch erhält man, wenn man beachtet, dass $\alpha R^2\pi$ gleich dem Volumen W der ausgeflossenen Flüssigkeit ist, für den Mittelwerth der Temperatur:

$$U = 4T_1 \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} e^{-\frac{a^2\sigma_i^2\pi l}{W}}.$$

Da σ_i^2 stark mit i wächst, so werden die Glieder dieser Reihe nach dem ersten rasch klein, und man braucht höchstens zwei Glieder zu nehmen.

§ 4. Diese Ableitung gilt aber nur unter der Annahme, dass die Geschwindigkeit der Flüssigkeit in der Röhre überall dieselbe ist. Dies ist nun nicht der Fall und auch, wie die Berechnung zeigt, nicht einmal zur Vereinfachung anzunehmen erlaubt. Bevor jedoch die Rechnung streng durchgeführt wird, ist erst die Frage zu untersuchen, ob es erlaubt ist, die Temperatur der Innenwand der Platinröhre gleich der der Aussenwand zu setzen. Es scheint das deswegen falsch zu sein, weil fortwährend Flüssigkeit von höherer Temperatur an die Innenwand kommt, und diese dann jedenfalls eine mehr oder minder von Null abweichende Temperatur hat. Wenn sich zeigen lässt, dass dieser Fehler selbst in dem Falle, dass die Geschwindigkeit in der ganzen Röhre überall die mittlere ist, unbebeutend ist, so ist er ganz zu vernachlässigen in dem wirklichen Falle, wo die Flüssigkeit an der Innenwand der Röhre haftet. Der Einfluss der Platinröhre lässt sich nun leicht in Rechnung ziehen. Es sei v die Temperatur in einem Punkte der Platinröhre, u die in einem Punkte der Flüssigkeit. Dann haben wir die Differentialgleichungen und Grenzbedingungen:

I. Für die Röhre:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0$$

1. $v = 0$ für $r = R_1$
2. $v = u$ für $r = R_2$
3. $k' \frac{\partial v}{\partial r} = k \frac{\partial u}{\partial r}$ für $r = R_2$ [1])

II. Für die Flüssigkeit:

$$\alpha \frac{\partial u}{\partial z} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)$$

1. $u = T_1$ für $z = 0$
2. $u = v$ für $r = R_2$
3. $k \frac{\partial u}{\partial r} = k' \frac{\partial v}{\partial r}$ für $r = R_2$.

Darin ist k' die Wärmeleitungsfähigkeit des Platins, k die der Flüssigkeit, R_1 der äussere, R_2 der innere Radius der Messingröhre. Die Rechnung ist einfach durchzuführen mit Benutzung von Bessel-schen Functionen erster und zweiter Art, J und Y, und man erhält für die Mitteltemperatur der Flüssigkeit U jetzt:

$$U = 4 T_1 \sum_x \frac{1}{(\beta_x R_2)^2} \frac{J_0'^2(\beta_x R_2)}{[J_0'^2(\beta_x R_2) + J_0^2(\beta_x R_2)]} e^{-\frac{a^2 \beta_x^2 l}{\alpha}}$$

und zur Bestimmung der β die Gleichung:

$$\frac{\beta J_0'(\beta R_2)}{\gamma J_0(\beta R_2)} \left[\frac{Y_0(\gamma R_1) J_0(\gamma R_2) - J_0(\gamma R_1) Y_0(\gamma R_2)}{J_0'(\gamma R_2) Y_0(\gamma R_1) - J_0(\gamma R_1) Y_0'(\gamma R_2)}\right] = \frac{k}{k'}. \quad \left(\gamma = \frac{a^2}{\alpha} \beta^2.\right)$$

Setzt man $\beta R_2 = y$, $\gamma R_1 = x$, $R_2/R_1 = \lambda$ und beachtet, dass $J_0' = - J_1$, $Y_0' = - Y_1$ ist, so wird die letzte Gleichung:

1) Lorberg, Wied. Ann. Bd. 14 S. 300 (1881).

$$\frac{\lambda x}{y} \times \frac{J_0(y)}{J_1(y)} \left[\frac{J_1(\lambda x) Y_0(x) - J_0(x) Y_1(\lambda x)}{Y_0(x) J_0(\lambda x) - J_0(x) Y_0(\lambda x)} \right] = \frac{k}{k'}.$$

Es ist $\gamma = (a^2/\alpha)\beta^2$, und da $R^2 \pi \alpha = W$, das Ausflussvolumen, ist, so ist:

$$x = \frac{a^2 R_1 \pi}{W} y^2.$$

Die Grössenordnung von y und x ist sehr verschieden. Es ist y ungefähr gleich 2,4, und daraus ergibt sich bei den mittleren Verhältnissen der Versuche ($a^2 = 0{,}07$, $R_1 = 0{,}06$, $W = 9$), x etwa $= 0{,}005$, also sehr klein. Infolge dessen kann man Vereinfachungen eintreten lassen. Es ist:

$$Y_0(x) = J_0(x) \log \text{nat}\, x + 2\left(J_2(x) - \tfrac{1}{2} J_4(x) + \cdots\right)[1],$$

$$Y_1(x) = -\frac{J_0(x)}{x} + J_1(x) \log \text{nat}\, x - J_1(x) + 4\left(\tfrac{3}{8} J_3(x) = \cdots\right).$$

Da nun $J_0(x)$ für kleine x nahezu $= 1$, $J_1(x) = x/2$ ist, so bleibt schliesslich zur Bestimmung von $y (= \beta R_1)$ die Gleichung:

$$\frac{k}{k'} = \frac{1}{y} \frac{J_0(y)}{J_1(y)} \frac{1}{\log \text{nat} \frac{R_1}{R_2}}$$

Bei den folgenden Versuchen ist R_1/R_2 ungefähr $= \frac{3}{2}$, $k/k_1 = 0{,}0044$, und so ergibt sich $y_1 = 2{,}401$. Da mit diesem y der Bruch $J_1^2(y)/(J_1^2(y) + J_0^2(y))$ nur äusserst wenig von Eins verschieden ist, so wird die Temperatur:

$$U = 4 T_1 \sum_x \frac{1}{y_x^2} e^{-\frac{a^2 y_x^2 \pi l}{W}},$$

hat also genau dieselbe Form, wie früher, und der Unterschied $y_1 = 2{,}401$ gegen das frühere $\sigma_1 = 2{,}405$ ist zu vernachlässigen. Bei dem wirklichen Vorgang, wo die Wand benetzt wird, ist dieser Einfluss nach dem Gesagten noch geringer.

§ 5. Die Annahme jedoch, dass die Flüssigkeit in jedem Punkte der Röhre dieselbe mittlere Geschwindigkeit α habe, ist weder in der Natur erfüllt, noch wie die Berechnung zeigt, zur Vereinfachung erlaubt. Wenn man die wirkliche Geschwindigkeit in jedem einzelnen Punkte nach dem Poiseuille'schen Gesetz berechnet und die Rechnung mit dieser durchführt, so ist die Geschwindigkeit:

---

1) C. Neumann, Theorie der Bessel'schen Functionen S. 74 (1867).

$w = 2\alpha\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$, wo α die frühere mittlere Geschwindigkeit ist, und es ist nun die Differentialgleichung für die Temperatur:

$$2\alpha\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\frac{\partial u}{\partial z} = a^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right),$$

deren Lösung wir die Form geben:

$$u = A e^{-\frac{a^2}{2\alpha}\beta^2 z}\, V, \qquad \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dV}{dr} + \beta^2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) V = 0.$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung für V führt auf neue Functionen, welche mit den Bessel'schen in Zusammenhang stehen. Bezeichnet man nämlich die Lösung dieser Differentialgleichung mit $V(r, \beta, R)$, so ist:

$$V(r, \beta, \infty) = J_0(\beta r).$$

Es werden im Folgenden nur die Wurzeln der Gleichung:

$$V(R, \beta, R) = 0$$

gebraucht. Zu dem Ende entwickelt man die Lösung der Differentialgleichung $\left(\frac{r}{R} = y,\ \beta R = \mu \text{ gesetzt}\right)$:

$$\frac{d^2 V}{dy^2} + \frac{1}{y}\frac{dV}{dy} + \mu^2(1 - y^2)\, V = 0$$

nach Potenzen von y.

Die Gleichung $V(1) = 0$, in welche die Gleichung $V(R, \beta, R) = 0$ übergeht, wird dann:

$$0 = 1 - \mu^2\, 0{,}1875 + \mu^4\, 0{,}007\,921 - \mu^6\, 0{,}000\,144\,04 +$$
$$+ \mu^8\, 0{,}000\,001\,4592 - \mu^{10}\, 0{,}000\,000\,009\,4938 + \cdots$$

Ihre ersten beiden Wurzeln sind:

$$\mu_1 = 2{,}7034, \qquad \mu_2 = 6{,}50.$$

Sind die Wurzeln dieser Gleichung alle bestimmt, so ist die Temperatur:

$$u = \sum_i A_i e^{-\frac{a^2 \pi z \mu_i^2}{2W}} V_i(y).$$

Für $z = 0$, soll $u = T_1$ sein, also, wenn man $A_i = C_i T_1$ setzt, müssen die C_i so bestimmt werden, dass

$$1 = \sum_i C_i V_i.$$

Um diese Bestimmung auszuführen, müssen von den neuen Functionen V_i zwei Sätze bewiesen werden, analog denen bei Kugelfunctionen und Bessel'schen Functionen.

Satz I. Wenn V_i und V_x zwei Functionen sind, die den Gleichungen genügen:

$$\frac{d^2 V_i}{dy^2} + \frac{1}{y}\frac{dV_i}{dy} + \mu_i^2 (1 - y^2) V_i = 0, \tag{1}$$

$$\frac{d^2 V_x}{dy^2} + \frac{1}{y}\frac{dV_x}{dy} + \mu_x^2 (1 - y^2) V_x = 0, \tag{2}$$

so ist, falls μ_i und μ_x Wurzeln der Gleichung $V(1) = 0$ sind, und $\mu_i \gtrless \mu_x$ ist:

$$\int_0^1 V_i V_x y (1 - y^2)\, dy = 0.$$

Es seien μ_i und μ_x zuerst zwei beliebige Zahlen. Multiplicirt man dann 1 mit $V_x dy$, 2 mit $V_i dy$ und integrirt von 0 bis 1, nachdem man sie von einander subtrahirt hat, so wird:

$$(\mu_i^2 - \mu_x^2)\int_0^1 V_i V_x y (1 - y^2)\, dy = \left(V_i \frac{dV_x}{dy} - V_x \frac{dV_i}{dy}\right)_{y=1}. \tag{3}$$

Falls also $V_i(1) = 0$ und $V_x(1) = 0$ sind, also μ_i und μ_x Wurzeln der Gleichung $V(1) = 0$ sind, und falls $\mu_i \gtrless \mu_x$ ist, so ist Satz I bewiesen.

Satz II. Der Werth dieses Integrals für $i = x$ bestimmt sich durch:

$$\int_0^1 V_i V_i y (1 - y^2)\, dy = \frac{1}{2\mu_i}\left(\frac{dV_i}{d\mu_i}\frac{dV_i}{dy}\right)_{y=1}.$$

Seien zuerst wieder μ_i und μ_x beliebige Zahlen, dann gilt die Gleichung 3). Setzen wir nun:

$$\mu_x = \mu_i + d\mu_i, \text{ also } V_x = V_i + \frac{\partial V_i}{\partial \mu_i} d\mu_i,$$

so wird unsere Gleichung:

$$2\mu_i \int_0^1 V_i V_i y (1 - y^2)\, dy = \left(\frac{\partial V_i}{\partial \mu_i}\frac{\partial V_i}{\partial y} - V_i \frac{\partial^2 V_i}{\partial \mu_i \partial y}\right)_{y=1}.$$

Ist nun speciell μ_i eine Wurzel der Gleichung $V(1) = 0$, so folgt:

$$\int_0^1 V_i V_i y (1 - y^2)\, dy = \frac{1}{2\mu_i}\left(\frac{\partial V_i \partial V_i}{\partial \mu_i \partial y}\right)_{y=1}. \qquad \text{q. e. d.}$$

Mit Hilfe dieser beiden Sätze ergibt sich aus der Gleichung:

$$1 = \sum C_i V_i,$$

durch Multiplication mit $V_i y (1 - y^2)\, dy$ und Integration:

$$\int_0^1 V_i y (1 - y^2)\, dy = C_i \int_0^1 V_i V_i y (1 - y^2)\, dy.$$

Das Integral links ist aber, wie sich aus der Differentialgleichung ergibt:

$$= -\frac{1}{\mu_i^2}\left(\frac{d V_i}{d y}\right)_{y=1},$$

also folgt:

$$C_i = -\frac{2}{\mu_i} \frac{1}{\left(\frac{d V_i}{d \mu_i}\right)_{y=1}}.$$

Es ist:

$$\left(\frac{d V_1}{d \mu_1}\right)_{y=1} = -0{,}50082, \quad \left(\frac{d V_2}{d \mu_2}\right)_{y=1} = +1{,}12290.$$

Wir erhalten so die Temperatur u im Punkte yz:

$$u = -2 T_1 \sum_i \frac{1}{\mu_i} \frac{1}{\left(\frac{d V_i}{d \mu_i}\right)_{y=1}} e^{-\frac{a^2 \mu_i^2 \pi z}{2 W}} V_i(y).$$

Beobachtet wird aber nicht die Temperatur jedes einzelnen Punktes des Endquerschnittes ($z = l$), sondern die Mitteltemperatur U der ausfliessenden Flüssigkeit. Dieselbe bestimmt sich durch die Gleichung:

$$U = -T_1 \sum_i \frac{8}{\mu_i} \frac{1}{\left(\frac{d V_i}{d \mu_i}\right)_{y=1}} e^{-\frac{a^2 \mu_i^2 \pi l}{2 W}} \int_0^1 V_i y (1-y^2) dy =$$

$$= T_1 \sum \frac{8}{\mu_i^3} \left(\frac{\frac{d V_i}{dy}}{\frac{d V_i}{d\mu_i}}\right)_{y=1} e^{-\frac{a^2 \mu_i^2 \pi l}{2 W}}.$$

Es ist:

$$\left(\frac{d V_1}{dy}\right)_{y=1} = -1{,}01213, \qquad \left(\frac{d V_2}{dy}\right)_{y=1} = 1{,}25441,$$

mithin ergeben sich in der Endgleichung:

$$U = T_1 \sum_i p_i e^{-\frac{a^2 \mu_i^2 \pi l}{2 W}} \tag{4}$$

die Constanten $p_1 = 0{,}81747$, $p_2 = 0{,}0325$.

In Wirklichkeit hängt sowohl die Wärmeleitungsconstante als die mittlere Geschwindigkeit α von der Temperatur ab. Doch hat diese Methode den Vorzug, dass diese Abhängigkeit aus den Formeln herausfällt, wenn man nur voraussetzt, was angenähert der Fall ist, dass die Temperaturabhängigkeit von a^2 und α dieselbe ist. Dann wäre nämlich die exacte Differentialgleichung:

$$2\alpha_0 (1+\gamma u)\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)\frac{\partial u}{\partial z} = a_0^2 (1+\gamma u)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right),$$

woraus man erkennt, dass die abgeleitete Gleichung ohne Correction für jede Temperatur angewendet werden kann. Physikalisch beruht das darauf, dass bei höherer Temperatur zwar die Flüssigkeit schneller durch die Röhre fliesst und daher eine geringere Temperaturerniedrigung erleiden wird. Durch die erhöhte Wärmeleitungsfähigkeit bei höherer Temperatur wird aber diese Abnahme wieder ausgeglichen. Aus diesem Grunde ist auch der Umstand ohne Einfluss, dass die einzelnen Flüssigkeitsfäden infolge der Temperaturabhängigkeit der Reibung mit grösserer oder geringerer Geschwindigkeit als der Poiseuille-schen ihre Wärme durch den Endquerschnitt hindurch transportiren. Dieser Einfluss lässt sich exact berechnen, ist aber nur sehr unbedeutend.

§ 6. Die Formel 4 ist aber geknüpft an die Giltigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes. Da nun die Röhren nicht zu eng genommen werden durften, weil geringe Verunreinigungen Fluidität und Wärme-

leitung entgegengesetzt beeinflussen und sich daher in ihrem Resultat verstärken, so ist die Anwendung der Methode beschränkt auf geringe Druckhöhen. In der That zeigte sich bei Benutzung der Formel 4, dass, wenn man von erheblichen Drucken abwärts ging, der berechnete Werth von a^2 zunahm, bis er bei verhältnismässig geringen Drucken constant wurde. Andererseits darf man aber auch nicht ganz geringe Drucke anwenden, weil dann Uebelstände eintreten, die die Resultate wieder beeinflussen. Erstens wird nämlich dann die Differenz der Ausflusstemperatur U von der Temperatur des Bades T_0 so klein, dass die zufälligen Schwankungen zu grossen Einfluss erhalten, andererseits ist Einfluss- und Ausflusstemperatur (T_1 und U) so verschieden, dass man nicht den Werth des Wärmeleitungscoefficienten auf die Temperatur $(T_1 + U)/2$ beziehen darf. Hauptsächlich entsteht aber eine experimentelle Schwierigkeit, von der bald die Rede sein wird. Deswegen ist der Versuch auf ein ziemlich enges Druckintervall beschränkt, welches experimentell für die Flüssigkeiten von verschiedener Zähigkeit zu ermitteln war.

Um diesen Einfluss zu zeigen, führe ich folgende Beobachtungen an Alkohol an, die zum Theil verschiedenen Versuchsreihen angehören. Es bedeutet darin t die Zeit in Secunden, in welcher 100^{ccm} ausgeflossen sind, a^2 die nach der Formel 4 berechneten Werthe und T die Temperatur, auf welche sich a^2 bezieht. (a^2 ist bezogen auf cm g min.)

Einfluss der Geschwindigkeit der Strömung.

Nr.	t	T	a^2	Nr.	t	T	a^2
1	183,0	15,02	0,0542	5	465,6	13,64	0,0659
2	277,2	13,88	0,0603	6	492,8	13,02	0,0635
3	280,8	14,41	0,0634	7	621	13,96	0,0692
4	364	14,57	0,0631	8	743	12,99	0,0658

Man erkennt ein Anwachsen der Zahlen für a^2 mit abnehmender Ausflussgeschwindigkeit bis zur Beobachtung 5. Von da an hält sich a^2 nahezu constant von $t = 465{,}6$ bis $t = 743$. Die unter Nr. 5 bis 8 stehenden Zahlen geben daher die Temperaturleitungsfähigkeit des Alkohols an. Deutlicher noch als bei diesen Zahlen zeigt sich in der folgenden Tabelle, dass eine zu langsame Strömung wieder Abweichungen in demselben Sinne hervorbringt. Es sind Versuche mit einer etwa 5proc. Lösung von chlorsaurem Kali. Die Bedeutung der Buchstaben ist dieselbe.

Nr.	t	T	a^2
1	108	28,61	0,0648
2	282	29,25	0,0785
3	296	24,02	0,0763
4	321	29,93	0,0768
5	878	25,21	0,0753
6	1085	24,18	0,0692

Die Beobachtungen 2 bis 5 zwischen $t = 282$ und $t = 878$ gaben also hier nahezu constante Zahlen.

§ 7. Dass bei sehr langsamer Strömung die berechneten Werthe a^2 meistens abweichend ausfallen, hat seinen Grund einerseits in der zu kleinen Differenz zwischen der Temperatur des Bades und der Endtemperatur, andererseits auch darin, dass es während einer längeren Beobachtungsdauer nicht leicht möglich ist, den stationären Zustand zu erhalten, und dies namentlich dann nicht, wenn die Versuche bei höherer Temperatur angestellt werden. Der Hauptgrund liegt aber in der Unmöglichkeit, dabei die Mitteltemperatur genau zu bestimmen. Die enge Röhre R in Fig. 1 mündet nämlich in ein weiteres Rohr G von ungefähr $1,5^{\text{cm}}$ Durchmesser, in welchem das Thermometer so befestigt war, dass sein (enges) Gefäss der Oeffnung der Röhre gerade gegenüber stand. Nun haben aber die einzelnen Flüssigkeitsfäden in der engen Röhre ganz verschiedene Temperaturen, in der Mitte die höchsten, am Rande die niedrigste, und bei den Versuchen in höherer Temperatur beträgt diese Differenz oft nahe an 20°. Bei schneller Strömung vermischen sich die Fäden beim Austritt und gleichen ihre Temperatur aus. Bei langsamer Strömung aber bilden sich in dem weiten Rohr ganz deutlich Schichten von verschiedener Temperatur, sodass das Thermometer durchaus nicht die Mitteltemperatur angibt. Ich habe diese kaum zu erwartende Störung dadurch zu vermeiden gesucht, dass ich die Flüssigkeit, sowie sie aus der engen Röhre kam, durch ein umgekehrt s-förmig (Z) gebogenes Röhrchen erst nach oben fliessen und dann aus dessen Ende in das Ausflussrohr G abtropfen, resp. abgleiten liess. Dadurch erzielte ich bei nicht zu geringer Geschwindigkeit wohl eine vollständige Mischung der Flüssigkeit, was sich daran erkennen liess, dass das Thermometer in jeder Lage innerhalb des Ausflussrohres dieselbe Temperatur zeigte. Bei ganz langsamer Strömung aber war auch hierdurch die Schichtung noch nicht ganz beseitigt, vielmehr herrschten in einem Querschnitt des Ausflussrohres Temperaturdifferenzen bis nahe zu einem ganzen Grad. Derartige Versuche sind natürlich nicht brauchbar. Es müssen also auch die

ganz geringen Geschwindigkeiten vermieden werden. Es lässt sich dieser Uebelstand (bei neueren Versuchen) fast ganz beseitigen, wenn man in die ausfliessende Substanz ein kleines Rührwerk hineinbringt, etwa durch die Strömung selbst ein leichtes Schaufelrädchen treiben lässt. Indes habe ich mich mit den Versuchen bei nicht zu geringer Geschwindigkeit begnügt, da diese schon in ziemlich weitem Intervall constante Werthe von a^2 geben.

§ 8. Die Beobachtungen wurden so angestellt, dass kurz vor Erreichung des stationären Zustandes die Temperaturablesungen an den drei Thermometern begonnen und der Versuch so lange fortgesetzt wurde, bis 100 ccm oder 250 ccm der Flüssigkeit ausgeflossen waren. Gewöhnlich trat am Ende der Versuchsreihen schon wieder eine Abkühlung ein, sodass nur die mittelsten Ablesungen, gewöhnlich 6 bis 10 an der Zahl, beim stationären Zustand gemacht wurden. Diese charakterisiren sich sehr deutlich und wurden dann der Berechnung zu Grunde gelegt.

Ich gebe im Folgenden als Beispiel eine Beobachtungsreihe an einer Chlornatriumlösung. Ungefähr alle 40 Secunden wurde eine Ablesung gemacht. Es bedeutet T_1 die Temperatur der Flüssigkeit vor dem Einströmen in die Röhre, U die Mitteltemperatur beim Ausfluss, T_0 die Temperatur des Bades.

T_1	U	T_0	T_1	U	T_0	T_1	U	T_0
32,60	18,30	8,30	32,80	18,32	8,32	32,80	18,25	8,30
32,70	18,30	8 30	32,80	18,32	8,30	32,75	18,20	8,31
32,75	18,30	8,31	32,80	18,35	8,30	32,73	18,20	8,30
			32,80	18,35	8,30	32,70	18,18	8,30
			32,80	18,35	3,31			
			32,80	18,30	8,30			

Die Beobachtungen zwischen den doppelten Strichen geben gut charakterisirt den stationären Zustand. (Diese Zahlen sind noch nicht mit den Correcturen der Thermometer versehen). Die Beobachtungen bei niedriger Temperatur konnten gewöhnlich ohne jede Heizung des Bades angestellt werden, da das fliessende Wasser der Wasserleitung eine um 7—10° niedriegere Temperatur hatte, als das im Zimmer ruhig stehende Wasser.

Beobachtungen.

§ 9. In den folgenden Tabellen sind diejenigen Beobachtungen zusammengestellt, aus welchen sich a^2 berechnen lässt. Die Bedeutung der einzelnen Buchstaben ist folgende. Es ist l die Länge der Platinröhre (derjenige Theil der Röhre, der von fliessendem Wasser um-

spült war; die ganze Länge ist um 1—1,5^{cm} grösser). T_1 ist die Temperatur der Flüssigkeit vor Eintritt in die Platinröhre, U die Mitteltemperatur beim Austritt, T_0 die Temperatur des Bades, t die Zeit in Secunden, in welcher 100^{ccm} der Flüssigkeit ausgeflossen sind, a^2 die Temperaturleitungsfähigkeit, k die Wärmeleitungsfähigkeit, T die Temperatur, auf welche sich a^2 und k beziehen ($T = (T_1 + U)/2$). Jede Zahl T_1, U, T_0 ist das Mittel aus 6—10 nahe bei einander liegenden. Daher die dritte Decimale.

I. Alkohol.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
7,55	15,566	11.712	7,420	465,6	0,0659	0,0325	13,64
7,49	14.814	11,223	7,260	492,8	0,0635	0,0314	13,02
6,35	16,143	11,784	6,643	621,0	0,0692	0,0343	13,96
7,20	15,689	10,295	6,430	743,0	0,0658	0,0326	12,99
				Mittel:	0,0661	0,0327	13,40

Die Dichte ϱ ist $= 0{,}8204$ bestimmt, die specifische Wärme $c = 0{,}602$ angenommen [1]), daraus ist $k = a^2 \varrho c$ berechnet.

II. Glycerin.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
7,71	16,740	9,770	7,720	1682	0,0516	0,0377	13,25
7,71	15,946	10,259	7,819	1020	0,0529	0,0388	13,45
				Mittel:	0,0523	0,0382	13,35

Das specifische Gewicht ϱ wurde zu 1,210 bestimmt, die specifische Wärme $c = 0{,}605$ angenommen. [2]) Das Glycerin war etwas mit Wasser verdünnt, weil es sonst nicht zum regelmässigen Fliessen gebracht werden konnte.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
7,71	36,183	20,035	7,760	729	0,0593	0,0440	28,11
7,71	37,130	15,224	7,920	1306	0,0614	0,0448	26,18
				Mittel:	0,0603	0,0444	27,14

Es wurde gefunden $\varrho = 1{,}20$. Aus diesen beiden Gruppen ergibt sich:

$$k_t = 00382 \left(1 + 0{,}012\,(t - 13)\right).$$

1) Schüller, Pogg. Ann. Ergbd. Bd. 5 S. 116 (1871).
2) Weber, Wied. Ann. Bd. 10 S. 313 (1880).

III. Terpentinöl.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
6,145	15,364	11,280	7,752	943	0,0512	0,0200	13,32
6,15	13,725	10,161	7,521	1106	0,0501	0,0190	11,94
				Mittel:	0,0506	0,0195	12,63

Das specifische Gewicht wurde bestimmt zu $\varrho = 0,8692$, die specifische Wärme wurde angenommen zu $c = 0,43$ (nach Regnault).

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
6,145	30,785	17,790	7,520	966	0,0568	0,0210	24,28
6,145	29,655	12,697	7,520	1863	0,0561	0,0205	21,18
				Mittel:	0,0565	0,0208	22,73

Es wurde gefunden $\varrho = 0,864$.

Aus beiden Gruppen ergibt sich:

$$k_t = 0,0195\left(1 + 0,0067\,(t - 13)\right).$$

IV. Aether.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
7,70	15,031	12,215	8,303	407,5	0,0568	0,0222	13,61
7,70	16,210	11,150	7,680	812	0,0582	0,0232	13,65
				Mittel:	0,0575	0,0227	13,63

ϱ wurde zu 0,729 bestimmt, c zu 0,53 angenommen.

V. Chlornatriumlösung.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
7,70	16,818	11,490	7,957	672	0,0708	0,0666	14,15
7,70	17,089	10,123	7,253	921	0,0726	0,0682	13,60
				Mittel:	0,0717	0,0674	13,87

Die Dichte ist $\varrho = 1,153$, die specifische Wärme nach Thomsen $c = 0,82$.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
7,70	32,516	17,861	8,020	629	0,0766	0,0713	25,19
7,70	35,146	16,215	7,505	882	0,0759	0,0720	25,63
				Mittel:	0,0763	0,0717	25,41

Es ist $\varrho = 1,1506$.

Aus beiden Gruppen zusammen ergibt sich:

$$k_t = 0,0671\left(1 + 0,0057\,(t - 13)\right).$$

VI. $KClO_3$-Lösung.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
7,40	14,260	11,600	7,720	336,7	0,0685	0,0688	12,93
7,40	18,583	12,141	7,720	712	0,0705	0,0708	15,36
				Mittel:	0,0695	0,0698	14,14

Die Dichte wurde bestimmt zu $\varrho = 1{,}026$, die specifische Wärme angenommen $c = 0{,}98$.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
7,65	28,157	19,890	7,920	296	0,0763	0,0765	24,02
7,55	35,751	14,660	7,686	878	0,0753	0,0755	25,21
7,40	34,602	23,892	8,062	282	0,0785	0,0787	29,25
7,40	35,859	24,014	7,900	321	0,0768	0,0770	29,93
				Mittel:	0,0767	0,0769	27,10

Die Dichte ist $\varrho = 1{,}024$.

Aus beiden Gruppen zusammen ergibt sich:

$$k_t = 0{,}0692\left(1 + 0{,}0078\,(t - 13)\right).$$

VII. Schwefelkohlenstoff.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
6,08	12,977	10,689	7,719	628	0,0512	0,0155	11,83
7,40	18,043	11,532	7,422	972	0,0545	0,0164	14,79
				Mittel:	0,0529	0,0160	13,31

Es wurde bestimmt $\varrho = 1{,}2728$, und angenommen $c = 0{,}237$ (nach Regnault).

VIII. Petroleum.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
6,74	13,497	10,250	5,760	506	0,0525	0,0209	11,87
7,15	16,270	10,628	6,120	820	0,0543	0,0216	13,45
				Mittel:	0,0534	0,0213	12,66

Die Dichte wurde bestimmt zu $\varrho = 0{,}7899$, die specifische Wärme $c = 0{,}5$ angenommen.

l	T_1	U	T_0	t	a^2	k	T
6,74	26,850	17,920	6,195	485	0,0584	0,0232	22,39
7,15	29,710	16,434	6,230	758	0,0608	0,0242	23,07
				Mittel:	0,0596	0,0237	22,73

Es war $\varrho = 0{,}784$.

Aus beiden Gruppen zusammen ergibt sich:

$$k_t = 0{,}0212\left(1 + 0{,}011\,(t - 13)\right).$$

Diskussion der Resultate.

§ 10. Die vorstehenden Beobachtungsreihen von acht ganz verschiedenartigen Flüssigkeiten geben die Bestätigung der Behauptung dass die Temperaturleitungsfähigkeit $\left(a^2 = \frac{k}{\varrho c}\right)$, welche zuerst H. F. Weber aufgestellt hat, nur sehr wenig variirt; sie schwankt bei Flüssigkeiten, die so verschieden sind, wie Glycerin, Schwefelkohlenstoff, Aether, Chlornatriumlösung nur zwischen 0,0717 und 0,0523, ist also insbesondere von der Zähigkeit der Flüssigkeiten fast vollständig unabhängig. Dieses Resultat, sowie überhaupt der Verlauf meiner Zahlen mit einer Ausnahme sind, soweit sie sich auf dieselben Flüssigkeiten beziehen, in gutem Einklang mit den von H. F. Weber gefundenen Resultaten. Um diese Uebereinstimmung zu zeigen, stelle ich die erhaltenen Werthe für die Wärmeleitungsfähigkeit zusammen mit den Zahlen von Winkelmann, Beetz und Weber, und zwar alle bezogen auf Chlornatriumlösung gleich 100. Dabei habe ich bei den Zahlen von Winkelmann nur die mit Apparat I erhaltenen genommen, weil der Einwand von Weber gegen die Berechnung Winkelmann's stichhaltig ist[1]).

	Winkelmann	Beetz	Weber	Graetz
NaCl-Lösung	100	100	100	100
Glycerin	61	79	58	57
Aether	—	107	35	34
Alkohol	45	83	43	48
Schwefelkohlenstoff . . .	54	119	37	24

Beim Schwefelkohlenstoff findet sich also eine erhebliche Differenz zwischen Weber und mir. Die grosse Diathermansie des Schwefelkohlenstoffs[2]) ist ein Grund, der in dieser Richtung wirkt. Bei den Weber'schen Versuchen muss bei diathermanen Körpern von der oberen zur unteren Kupferplatte eine gewisse Wärmemenge durch Strahlung übergeführt werden. Diese Wärmemenge hätte von der beobachteten abgezogen werden müssen, um die durch Leitung übergeführte zu ergeben. Daraus ergibt sich, dass bei diathermanen Körpern die Weber'schen Zahlen zu gross sind. Bei meiner Methode findet keine Strahlung zwischen den Wänden statt, weil die Wand der Röhre ringsum auf derselben Temperatur gehalten wird. Indess ist die

1) Dass Weber's Einwände gegen Beetz's Berechnung ausreichend sind, um dessen abweichende Resultate zu erklären, scheint mir aus mehreren Gründen nicht wahrscheinlich.

2) Tyndall, Phil. Mag. (4) Bd. 28 S. 81 (1864).

Diathermansie nicht ausreichend, um die Abweichung zu erklären. Berechnet man nämlich aus den Weber'schen Versuchen (da für Schwefelkohlenstoff die ausführlichen Zahlen nicht angegeben sind, se nehme ich die Zahlen für das ihm in Bezug auf Wärmeleitung nahestehende Benzin) einerseits die ganze Wärmemenge, welche von der oberen Kupferplatte in der Zeit von $7^h 5'$ bis $7^h 6'$ abgegeben ist $\left(Q_1 = F \mathcal{J}_1 \varrho_1 c_1 (u_1 - u_2)\right)$ und andererseits die Wärmemenge, welche durch reine Strahlung in 1 Minute von der oberen zur unteren Kupferplatte übergehen würde, nach dem Stefan'schen Gesetz

$$(Q = F\sigma_1 (T_{12}^4 - T_0^4)\, t),$$

wobei $\sigma_1 = 0{,}12 \cdot 1{,}085 \cdot 10^{-12}$ (bezogen auf Secunden) ist[1]), so findet man $Q_1 = 190$, $Q = 3$, sodass also die Strahlung doch nur kaum 2% zur gesammten abgegebenen Wärme beiträgt. Dadurch würde der Werth von k bei Weber sinken auf $k = 0{,}0245$ und der relative Werth der Leitungsfähigkeit auf 0,34. Die erhebliche Differenz gegen die von mir gefundene Zahl 0,24 ist also dadurch nicht ausgeglichen.

Sind also bis auf eine Ausnahme die relativen Werthe in guter Uebereinstimmung, so weichen auch die absoluten Werthe wenig von den von Weber direct angegebenen ab. Es ist die Wärmeleitungsfähigkeit von:

	nach Weber	nach Graetz
NaCl-Lösung	0,0692	0,0671
Glycerin	0,0402	0,0382
Aether	0,0243	0,0227
Alkohol	0,0292	0,0327
Schwefelkohlenstoff	0,0250	0,0160

Indes sind nach den exacten Berechnungen von Lorberg die Zahlen von Weber zu vergrössern, und zwar bei Wasser (ähnlich auch bei NaCl-Lösung) um 10%. Wie gross die Correction bei den anderen Flüssigkeiten sein muss, gibt Lorberg nicht an. Die von mir bestimmten absoluten Werthe sind also jedenfalls kleiner, als die Weber'schen, abgesehen davon, dass sie sich auf eine um 10° höhere Temperatur beziehen[2]). Mit abnehmender Geschwindigkeit des Strömens werden die Zahlen bei meiner Methode grösser, bis das Poiseuille-sche Gesetz giltig ist. Die angeführten Beobachtungen zeigen, dass

1) Graetz, Wied. Ann. Bd. 11 S. 913 (1880).

2) In der erwähnten neueren Arbeit von Weber finden sich die Zahlen: Glycerin 0,0402, Aether 0,0182, Schwefelkohlenstoff 0,0206, Terpentinöl 0,0156, so dass die Uebereinstimmung unserer Zahlen geringer, nur für Schwefelkohlenstoff besser wird. Anm. b. d. Corr.

bei recht erheblichen Geschwindigkeitsdifferenzen die Zahlen nahezu constant sind, sodass darin die kleineren Zahlen meiner Beobachtungen jedenfalls nicht begründet sind. Es wäre zu wünschen, dass Weber seine Beobachtungen vor allen Dingen mit einer anderen Dicke der Flüssigkeitsschicht wiederholen liesse, da man dadurch den Einfluss der Strahlung erst genau erkennen könnte[1]). Ein Bedenken, das aber jedenfalls gegen die Weber'schen Zahlen zu erheben ist, betrifft die Anwendung der äusseren Wärmeleitungsfähigkeit h, einer Grösse, die erstens nicht constant ist, sondern von der Beschaffenheit der Luft in dem abgegrenzten Raume abhängt, und deren Bestimmung durch Weber mir ausserdem seinen Versuchen nicht zu entsprechen scheint, selbst wenn man von den Unregelmässigkeiten der strömenden Luft absieht. Weber hängt nämlich zur Bestimmung von h seine Platte in der auf 0° abgekühlten Hülle auf und beobachtet die Abkühlung. Dabei findet aber ein Unterschied zwischen der oberen Seite der Platte und der unteren statt. Auf der oberen Hälfte müssen starke Luftströmungen entstehen, während in der unteren Hälfte primär die Abkühlung durch Strahlung und Wärmeleitung durch die Luft vor sich geht. Der erhaltene Werth von h muss also zu klein sein, da bei den späteren Versuchen die Platte sich nur nach oben in der Luft abkühlt, also stets Strömungen auftraten. Das wirklich für die Beobachtungen zu benutzende h ist also grösser, als das angegebene, folglich auch q_1^2 in der Weber'schen Formel[2]), und daher muss k kleiner werden, als er es gefunden hat. Diese Correctur dürfte vielleicht ausreichen, die Unterschiede zwischen seinen und meinen Zahlen zu beseitigen.

§ 11. Was die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Temperatur betrifft, so ergibt sich bei den darauf hin untersuchten Flüssigkeiten eine Zunahme, und zwar ist der Temperaturcoefficient in der Nähe von 13° für:

Glycerin . .	0,012	$KClO_3$-Lösung .	0,008
Terpentinöl .	0,007	Petroleum . .	0,011
ClNa-Lösung .	0,006		

Diesen Zahlen lege ich keine weitere Bedeutung bei, als dass sie positiv sind und eine Zunahme der Leitungsfähigkeit zwischen ½ und 1 % pro Grad ergeben. Es ist in dem Intervall von 13 bis 30° nicht möglich, ausser durch sehr grosse Häufung von Beobachtungen sichere Zahlen für die Temperaturzunahme zu gewinnen. Bei Flüssigkeiten zeigen sich noch mehr wie bei Gasen zuweilen unvermeidbare Schwankungen, die sich nur durch Mittelwerthe aus grossen Reihen von Be-

1) Ist unterdess geschehen. Anm. b. d. Corr.
2) Weber l. c. S. 127.

obachtungen eliminiren liessen. Mit Wasser habe ich überhaupt keine gut übereinstimmenden Beobachtungen erzielen können. In der folgenden Tabelle sind für die untersuchten Flüssigkeiten die gefundenen Zahlen von k und a^2 zusammengestellt, wobei die Ordnung der Flüssigkeiten die der k ist. Die Zahlen beziehen sich auf die Temperatur 13° und haben als Einheiten Centimeter, Gramm, Minute.

	k	a^2
$KClO_3$-Lösung	0,0695	0,0692
NaCl-Lösung	0,0671	0,0714
Glycerin	0,0382	0,0523
Alkohol	0,0327	0,0661
Aether	0,0227	0,0575
Petroleum	0,0213	0,0534
Terpentinöl	0,0195	0,0506
Schwefelkohlenstoff	0,0160	0,0529

Folgerungen.

§ 12. Aus diesen Zahlen lassen sich einige allgemeinere Folgerungen ziehen und an sie gewisse Betrachtungen anknüpfen. Es ist bereits erwähnt, dass die Temperaturleitungsfähigkeit der verschiedenartigsten Flüssigkeiten nur innerhalb verhältnismässig kleiner Grenzen variirt, dass insbesondere gar kein Zusammenhang zwischen der Leitungsfähigkeit und der Reibung von Flüssigkeiten zu erkennen ist. Eine Glycerinlösung, deren Reibungscoefficient etwa 1000mal so gross ist, wie der von Aether, Petroleum, dessen Reibung viel geringer ist, zeigen nahezu dieselbe Temperaturleitungsfähigkeit. In dieser Beziehung unterscheiden sich also die Flüssigkeiten ganz wesentlich von den Gasen. Während bei den Gasen die Wärmeleitungsfähigkeit der Reibung (und der specifischen Wärme) proportional geht, hängt bei den Flüssigkeiten die Wärmeleitung in erster Linie nur ab von der specifischen Wärme und nur unbedeutend von anderen Eigenschaften. Noch in einer zweiten Hinsicht findet in Beziehung auf Reibung und Wärmeleitung ein Unterschied zwischen Gasen und Flüssigkeiten statt. Bei den Gasen wachsen sowohl die Reibung als die Wärmeleitung mit steigender Temperatur, die Wärmeleitung ungefähr so, wie es die Clausius-sche Theorie verlangt [1]), die Reibung etwas rascher. Bei den Flüssig-

1) Graetz, Wied. Ann. Bd. 14 S. 232 (1881); Christiansen, Wied. Ann. Bd. 14 S. 29 (1881). Auch Winkelmann (Wied. Ann. Bd. 19 S. 646 [1883]) kommt durch neuere Versuche zu dem Resultat, dass der Temperaturcoefficient der Wärmeleitung dem von Clausius geforderten nahe steht (0,00208 und 0,00160 bei verschiedenen Apparaten), bestätigt also in dem Hauptdifferenzpunkt mit mir jetzt das Resultat, welches ich gleichzeitig mit Christiansen gefunden hatte.

keiten dagegen nimmt die Wärmeleitung mit steigender Temperatur zu, die Reibung ab.

§ 13. Diese Verschiedenartigkeit des Verhaltens von Flüssigkeiten und Gasen lässt sich aber, wie es scheint, ganz ungezwungen aus den Vorstellungen über die Art der Bewegung der Moleküle ableiten, auch ohne dass wir eine ebenso ausgebildete kinetische Theorie der Flüssigkeiten haben, wie sie für die Gase entwickelt ist. In einem flüssigen Medium bleibt nach Clausius ein Molekül im allgemeinen in der Anziehungssphäre seiner Nachbarmoleküle und verlässt diese nur, um dafür zu anderen Nachbarmolekülen in eine entsprechende Lage zu kommen. Da die Anziehungskräfte zwischen den Molekülen nur auf sehr geringe Entfernungen wirken, so wird jedes Molekül nur beeinflusst von denjenigen Nachbarmolekülen, welche auf einer kleinen um das Molekül gelegte Kugeln liegen, und wenn die Flüssigkeit überall gleich dicht und in Ruhe ist, so heben sich in jeder Lage des Moleküls während seiner Bewegung die Anziehungskräfte sämmtlicher Nachbarmoleküle auf (ausser bei den Molekülen an der Oberfläche). Aus dieser Betrachtung hat van der Waals [1]) geschlossen, dass auch bei Flüssigkeiten die Geschwindigkeit der Moleküle, wie bei den Gasen, mit einem Oberflächendruck N zusammenhängt durch die Gleichung:

$$\sum \frac{1}{2} m V^2 = \frac{3}{2} N v,$$

wenn v das Volumen der Flüssigkeit ist.

Bei einer ruhenden Flüssigkeit von überall gleicher Temperatur und Dichte wird also zwar im allgemeinen die Bahn keines Theilchens zwischen 2 Zusammenstössen geradlinig sein, aber wenn wir uns die Bahnen aller Theilchen nach drei rechtwinkligen Coordinaten zerlegt denken, so werden sich zu jeder Zeit die Componenten für sämmtliche Moleküle zusammen aufheben, und wir können daher für diesen Fall uns eine Flüssigkeit durch ein System von geradlinig fortschreitenden Molekülen mit gewisser mittlerer Geschwindigkeit und gewisser mittlerer Weglänge ersetzt denken. Die Anziehung der Moleküle hebt sich im ganzen System auf.

§ 14. Betrachten wir nun die Wärmeleitung, die, wie bei den Gasen, als bestehend in der Uebertragung von kinetischer Energie aufgefasst werden soll. Denken wir uns die Wärmeströmung senkrecht zu 2 Ebenen gehend, und betrachten wir eine Schicht in gewissem Abstand von der einen Ebene. Zunächst haben die Moleküle auf der wärmeren Seite eine grössere Geschwindigkeit als auf der kälteren.

---

1) Van der Waals, Ueber die Continuität des flüssigen und gasförmigen Zustandes. Deutsch von F. Roth, S. 11 (1881).

Es geht deshalb eine gewisse positive Energiemenge von der wärmeren Seite zur kälteren, ganz wie bei den Gasen, und es wird sich die Wärmeleitungsfähigkeit, soweit sie aus diesem Vorgang allein besteht, durch eine ähnliche Formel ausdrücken wie bei den Gasen, nämlich:

$$k = \varkappa N m \Omega L c$$ [1]).

Zweitens aber sind auf der wärmeren Seite die Moleküle weiter auseinander als auf der kälteren. Ein jedes Molekül der Schicht wird daher durch die Molekularkräfte stärker nach der kälteren Seite gezogen. Es tritt also auch dadurch ein Energiezuwachs in Richtung der positiven x-Axe ein. Zu dem Factor $p\varepsilon$ in der Clausius'schen Ableitung[2]) tritt also noch additiv eine Grösse d, welche zwar abhängt von den Molekularkräften, aber nur insofern, als deren Wirksamkeit durch die Aenderung der Dichtigkeit geändert wird. Es treten also nicht die Molekularkräfte selbst wesentlich bei der Wärmeleitung auf, sondern nur ihre Differenzen infolge der Entfernungsänderung der Moleküle bei verschiedener Temperatur.

Ganz anders aber ist das Verhältnis bei der Reibung. Wenn der obersten Schicht in unserem Beispiel eine Geschwindigkeit z. B. nach der y-Richtung ertheilt wird, so wird einerseits zwar auch durch die molekularen Stösse ein positives Bewegungsmoment in Richtung der y-Axe durch die Grenzfläche hindurchgehen und dadurch die zweite Schicht auch in Bewegung kommen. Weit wirksamer noch aber muss in diesem Falle der Einfluss der Molekularkräfte sein. Durch die Anziehungskräfte muss jedes Molekül der zweiten Schicht den durchschnittlichen Bewegungen der ersten in Richtung der y-Axe folgen und so fort in der dritten u. s. w. Schicht. Da die Moleküle durchschnittlich so nahe bei einander liegen, dass ihre Anziehungskräfte wirksam sind, so wird diese Uebertragung der Bewegung von Schicht zu Schicht den Hauptantheil an der Reibung bilden. Die Reibung der Flüssigkeiten also muss wesentlich abhängen von den Molekularkräften, die Wärmeleitung aber nur unwesentlich. Im allgemeinen kann man sagen, dass man bei einer kinetischen Theorie der Flüssigkeiten nur dann auf die Molekularkräfte wesentlich wird Rücksicht nehmen müssen, wenn es sich um eine Aenderung des mittleren Abstandes der Moleküle (also um Volumenänderung) handelt, und wenn von sämmtlichen Molekülen, die auf einer um einen Punkt der Flüssigkeit gelegten kleinen Kugel liegen, die Resultante der Geschwindigkeit von Punkt zu Punkt variirt. Dies ist aber bei der Reibung der Fall, bei der Wärmeleitung nicht.

1) O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase S. 337.

2) Clausius, Pogg. Ann. Bd. 115 S. 14 (1861).

§ 15. Aus dieser Auffassung ergibt sich nun einerseits sofort, dass Reibung und Wärmeleitung bei Flüssigkeiten in keiner wesentlichen Beziehung stehen, da sie der Hauptsache nach auf wesentlich verschiedenen Ursachen beruhen. Andererseits erklärt sich auch das Verhalten derselben gegen die Temperatur. Die Geschwindigkeit der Moleküle wächst mit der Temperatur und daher auch die übertragene Energie; also muss die Wärmeleitung mit steigender Temperatur wachsen, da sie hauptsächlich von dieser durch die Stösse vermittelten Energieüberführung abhängt. Dagegen nimmt die Wirkung der Molekularkräfte mit steigender Temperatur ab, weil die Moleküle durchschnittlich weiter auseinander sind. Daher nimmt auch die Reibung mit steigender Temperatur ab, da bei nicht zu hohen Temperaturen dieser Einfluss überwiegt. Da aber der von den Stössen herrührende Theil der Reibung mit der Temperatur wächst, so muss diese Abnahme bei höherer Temperatur geringer werden, wie es der Versuch zeigt [1]). Ferner stimmt auch damit überein, dass die Reibung mit grösserer Dichte (bei gleicher Temperatur) zunimmt, wie es Warburg und Babo [2]) bei flüssiger und gasförmiger Kohlensäure beobachtet haben. Auch dass flüssige Kohlensäure von der Dichte 0,8 bei einer zwischen 20 und 32,6 ^{0} liegenden Temperatur ein Minimum der Reibung hat [3]), lässt sich aus dem Zusammenwirken von molekularem Zug und molekularen Stössen erklären. Uebrigens muss wohl auch bei der Wärmeleitung durch den Uebergang in den gasförmigen Zustand eine Abnahme des Coefficienten stattfinden da die Wärmeleitung der Gase kleiner zu sein scheint als die der Flüssigkeiten, obwohl noch keine Substanz im flüssigen und gasförmigen Zustand zugleich untersucht ist.

Ist diese Auffassung richtig, so wird bei einer kinetischen Theorie der Flüssigkeiten die Wärmeleitung uns Aufschluss geben hauptsächlich über die molekulare Geschwindigkeit und Weglänge, die Reibung über die molekularen Kräfte und Abstände der Moleküle. Wenn nun im Vorhergenden gezeigt ist, dass für die untersuchten Flüssigkeiten:

$$k = A \varrho c$$

ist, wo A von Flüssigkeit zu Flüssigkeit nur wenig variirt, so würde, wenn man in erster Reihe von den Molekularkräften absieht, daraus nur folgen, dass das Product aus molekularer Geschwindigkeit und molekularer Weglänge für die verschiedenen Flüssigkeiten nur wenig variirt. Das hätte gar nichts Auffallendes, denn auch bei den ver-

1) O. E. Meyer, Wied. Ann. Bd. 2 S. 387 (1877).

2) Warburg und Babo, Wied. Ann. Bd. 17 S. 421 (1882).

3) Warburg und Babo, l. c. S. 423.

schiedensten Gasen, ausser bei Wasserstoff, variirt dieses Product nur etwa zwischen 1 und 2 [1]). Das braucht aber durchaus kein allgemeines Resultat zu sein. Es ist deshalb auch nicht nöthig, wie Weber es thut, die Wärmeleitung von Quecksilber, bei dem die Constante A etwa 30mal so gross ist, einen ganz anderen Vorgang, nämlich der inneren Strahlung zuzuschreiben, während doch unsere allgemeinen molekular-theoretischen Vorstellungen verlangen, dass in allen Flüssigkeiten die Wärme sich durch den Stoss der Moleküle fortpflanzt.

München, September 1885.

---

1) Siehe die Zusammenstellung bei O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase, S. 45 u. 142.

Ueber das elektrische Leitungsvermögen des festen Quecksilbers und reiner Metalle bei tiefen Temperaturen[1].

Von

Cailletet und **Bouty.**

Der elektrische Widerstand der reinen Metalle wächst mit der Temperatur. Nach den Versuchen von Matthiessen[2]) und Benoît[3]) ändert sich der Temperaturcoefficient zwischen 0° und 100° von einem Metall zum anderen nur wenig und beträgt ungefähr $\frac{1}{273}$; das ist zugleich der Ausdehnungscoefficient der Gase. Wenn sich dieses Gesetz auch auf niedrigere Temperaturen anwenden liesse, so könnte man durch den Widerstand eines Metalles, der wie der Druck eines vollkommenen Gases bei constantem Volumen veränderlich wäre, die Temperatur bestimmen, und dieser Widerstand müsste beim absoluten Nullpunkt verschwinden.

Unsere Versuche betrafen das Quecksilber und verschiedene andere reine Metalle. Das Quecksilber befand sich in einer capilaren, spiralförmig gewundenen Glasröhre, die in zwei weite Röhren endigte, in welche zwei Electroden grossen Querschnittes aus amalgamirtem Kupfer eingetaucht waren. Innerhalb der Spirale befand sich das Reservoir eines Wasserstoffthermometers[4]) und der ganze Apparat wurde in Eis oder in ein Bad von Methylchlorür oder Ethylen, das durch einen Luftstrom abgekühlt wurde, gelegt, gemäss einer Methode, welche jüngst von einem von uns angegeben wurde. Wollte man mit einem anderen Metall, z. B. Kupfer, den Versuch ausführen, so ersetzte man die spiralförmige Röhre durch einen Draht, der auf Ebonit aufgerollt war; letzterer war mit weiten Fenstern versehen, um auf diese Weise eine gute Mischung der flüssigen Schichten und eine Ausgleichung der Temperatur des Bades zu erzielen.

---

1) Uebers. aus C. R. C. S. 9, 1188 (1885).

2) Pogg. Ann. Bd. 115 S. 353 (1862).

3) C. R. Bd. 76 S. 342 (1873).

4) Ein Wasserstoffthermometer von constantem Volumen, in welchem der Druck des Gases bei 0° 509,3^{mm} betrug.

Wir haben nur relative Messungen vorgenommen. Der gefundene Widerstand wurde mit einem unveränderlichen Widerstand, einer Quecksilbersäule von 0°, verglichen, mit Hilfe der Wheatstone'schen Brücke und eines sehr empfindlichen Reflexionsgalvanometers.

1. Quecksilber. — Die von Mascart, Nerville und Benoît angegebene, empirische Formel für den Widerstand des Quecksilbers über 0°, ist bis zur Temperatur des Gefrierpunktes anwendbar. Beim Festwerden wird das Quecksilber plötzlich leitungsfähiger und zwar in einem Verhältnis, das bei — 40° 4,08 beträgt. Der Widerstand des festen Quecksilbers nimmt dann regelmässig mit dem Sinken der Temperatur ab; er wird durch nachfolgende Formel genau dargestellt, und zwar zwischen — 40° bis — 92,13°.

$$r_t = r_{-40} \frac{1 + \alpha t}{1 - 40\alpha},$$

in dieser Formel bedeutet t in Centigraden die Temperatur, und $\alpha = 0{,}00407$.

Dieser Coefficient α, der fast fünfmal grösser ist als beim flüssigen Quecksilber, nähert sich sehr stark dem anderer Metalle in festem Zustande.

2. Silber, Aluminium, Magnesium, Zinn etc. — Für diese verschiedenen Metalle wird der Widerstand durch folgende Formel dargestellt:

$$r_t = r_0 (1 - \alpha t)$$

und die Werthe von α, die durch zahlreiche, bei verschiedenen Temperaturen unternommene Versuche gefunden wurden, sind folgende:

Metalle	α	Temperaturgrenzen		
Silber [1]	0,00385	+ 29,97°	bis	— 101,75°
Aluminium . . .	0,00388	+ 27,7	bis	— 90,57
Magnesium . . .	0,00390	0	bis	— 88,31
Zinn	0,00424	0	bis	— 85,08

Diese Werthe von α, die nach den Versuchen Matthiessen's sich denjenigen, welche denselben Körpern bei 0° zukommen sehr nähern, sind für die ersten drei Metalle fast identisch; der dem Quecksilber entsprechende Werth von α steht zwischen denjenigen von Magnesium, Aluminium und Silber einerseits und dem des Zinnes andererseits.

3. Kupfer. — Die mit diesem Metall unternommenen Versuche sind die vollständigsten, die wir gemacht haben. Aus ihnen ergaben sich folgende Werthe für α, die durch ungefähr dreissig, in 3 Gruppen vertheilte Messungen gefunden wurden:

---

1) Das reine Metall wurde mir von Herrn Debray geliehen.

	α	Temperaturgrenzen
Kupfer	0,00418	0° bis — 58,22°
	0,00426	— 68,65 bis — 101,30
	0,00424	— 113,08 bis — 122,82

Diese Werthe von α sind etwas grösser als die, welche man in der Nähe von 0° nach den Formeln von Matthiessen und Benoît[1]) finden würde; die Veränderung des Widerstandes ist übrigens von einer fast absoluten Regelmässigkeit, welche die Hilfe des Wasserstoffthermometers zur Messung der Temperatur zwischen — 20° bis — 123° fast unnöthig macht. Bei dieser letzten Temperatur kann man noch keine wahrnehmbare Veränderung von α constatiren, was darauf hinzudeuten scheint, dass die mindestens annähernde Uebereinstimmung des Wasserstoffthermometers mit dem Thermometer der Kupferdrahtspirale noch viel länger dauern dürfte.

4. Eisen, Platin[2]). — Diese beiden Metalle sind durch die Veränderung ihres Widerstandes oberhalb des Nullpunktes von vielen anderen Metallen sehr verschieden; ebenso verhalten sie sich bei niedrigen Temperaturen. Die Formel

$$r_t = r_0 (1 + \alpha t) \quad (2$$

ist für Eisen von 0° bis — 92° noch anwendbar mit $\alpha = 0{,}0049$, für Platin aber nicht mehr; der aus der Formel 2 abgeleitete Werth von α, welcher in der Nähe von 0° ungefähr 0,0030 sein würde, nimmt in der That zu je niedriger die Temperatur wird und erreicht 0,00342 für eine untere Grenze von — 94,57°; das Platin nähert sich also den andern reinen Metallen, je niedriger die Temperatur ist.

Unsere Versuche beweisen, dass der elektrische Widerstand der meisten reinen Metalle regelmässig abnimmt, wenn die Temperatur von 0° auf — 123° sinkt, und dass der Coefficient für alle merklich derselbe ist. Es ist wahrscheinlich, dass dieser Widerstand äusserst klein wird und folglich die Leitungsfähigkeit bei Temperaturen unter — 200° sehr gross, obgleich unsere ersten Versuche noch nicht erlauben, sich genau vorzustellen, was unter solchen Bedingungen vorgehen könnte.

Wir werden diese Untersuchungen mit Anwendung der äussersten Kälte fortsetzen, die wir durch rapide Verdampfung flüssiger Gase erreichen können[3]).

1) $\alpha = 0{,}00367$ (Matthiessen); — $\alpha = 0{,}003637$ (Benoit).

2) Das reine Metall wurde von Herrn Debray uns zur Verfügung gestellt.

3) Diese Arbeit wurde im physikalischen Laboratorium der Sorbonne ausgeführt, und wir wurden von Herrn Voisenat dabei auf das eifrigste unterstützt.

Ueber den elektrischen Widerstand des Kupfers bei den niedrigsten Kältegraden[1].

Von

Sigmund von Wroblewski.

Noch im Jahre 1858 machte Clausius[2]) bei der Betrachtung der Versuche von Arndtsen[3]) über den Leitungswiderstand der Metalle bei verschiedenen Temperaturen die Bemerkung, dass die hier auftretenden Temperaturcoefficienten dem Ausdehnungscoefficienten permanenter Gase nahe liegen. Vernachlässigt man das beim Eisen vorkommende quadratische Glied und nimmt man aus den sämmtlichen ersten Coefficienten das Mittel, so erhält man für den Leitungswiderstand w_θ, bei der Temperatur θ, verglichen mit dem Leitungswiderstand w_0 beim Gefrierpunkte, die Formel

$$w_\theta = w_0 (1 + 0 \cdot 00366 \cdot \theta),$$

woraus folgen würde, dass der Leitungswiderstand der einfachen Metalle im festen Zustande nahe proportional der absoluten Temperatur wäre. Wäre man also im Stande, die Versuchstemperatur bis zu dem absoluten Nullpunkt zu erniedrigen, so würde man den elektrischen Widerstand der Metalle auf Null reduciren können. Mit anderen Worten müssten die Metalle bei — 273° C. die unendlich grosse Leitungsfähigkeit für Elektricität besitzen.

Obgleich die nachherigen Bestimmungen von Matthiesen und v. Bose[4]) die Einfachheit dieses Zusammenhanges zwischen der absoluten Temperatur und dem elektrischen Widerstande unwahrscheinlich machten, so schien mir die Bemerkung von Clausius interessant und wichtig genug, um einer experimentellen Prüfung unterworfen zu werden.

Ich habe mich deshalb entschlossen, vorläufig den Widerstand des Kupfers bis zu dem Temperaturminimum zu untersuchen, welches mit Hilfe des flüssigen Stickstoffs erreicht werden kann.

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 92 (1885).

2) Clausius. Pogg. Ann Bd. 104 S. 650 (1885).

3) Arndtsen. Ibd. S. 1.

4) Matthiesen und v. Bose. Pogg. Ann. Bd. 115 S. 391 (1862).

Der benutzte Kupferdraht hatte 0,04mm im Durchmesser und wurde mit doppelter Lage von weisser Seide umsponnen. Auf die Reinheit hin habe ich ihn nicht geprüft Die Fabrik aber, bei welcher er bestellt war, garantirte 98proc. Leitungsfähigkeit.

Die Messungen geschahen nach der bekannten Wheatstone-Kirchhoff'schen Methode mit dem Gleitdraht. Zur Ermittelung der Widerstände diente ein Siemens'scher Widerstandskasten. Als Versuchstemperaturen wurden folgende gewählt:

1. Siedetemperatur des Wassers;



2. gewöhnliche Zimmertemperatur (etwa + 21 bis + 26 ° C.);

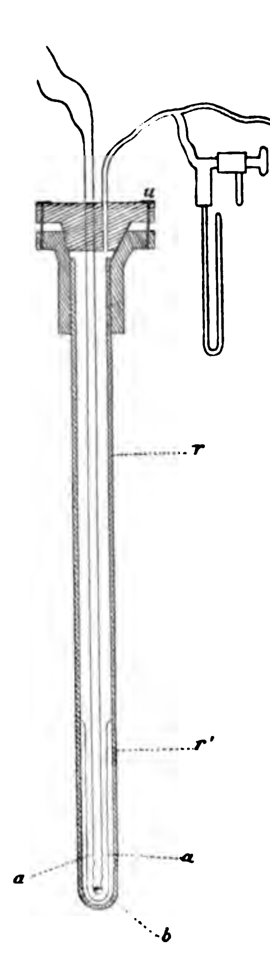
3. Schmelztemperatur des Eises;

4. Siedetemperatur des Aethylens unter dem atmosphärischen Druck (— 103 ° C.);

5. kritische Temperatur des Stickstoffs (etwa — 146 ° C.);

6. Siedetemperatur des Stickstoffs unter dem atmosphärischen Druck (— 193 ° C.), und

7. eine nur unweit von der Erstarrungstemperatur des Stickstoffs (— 203 ° C.) entfernte Temperatur (also — 200 bis — 202 ° C.).



Ich konnte keine Zwischentemperaturen nehmen, da das Galvanometer, mit welchem ich die Temperaturen messe, diesmal zur Wheatstone'schen Brücke verwendet wurde.

Zu den Versuchen im flüssigen Stickstoff diente mein Apparat, welchen ich ausführlich in der Abhandlung „Ueber den Gebrauch des siedenden Sauerstoffs, Stickstoffs, Kohlenoxyds, sowie der atmosphärischen Luft als Kältemittel" beschrieben habe [1]). Die hier beigegebene Figur gibt nur denjenigen Theil dieses Apparates wieder, welcher zum Verstehen der Methode nothwendig ist.

Durch den Deckel *u* des Apparates wurden zwei vollständig isolirte Kupferdrähte von 0,9mm Dicke in den Apparat hineingeführt und unten so lang gelassen, dass ihre Enden *a a* etwa 3cm weit von dem Boden des in die Glasröhre *r* hineingelegten Reagensgläschens *r'* sich befanden.

1) Siehe Wien. akad. Berichte Bd. 91 S. 667 — 711 (1885).

Nachdem man sich von der vollständigen Isolation der beiden Drähte von dem Deckel *u* durch galvanometrische Messungen überzeugte, wurde der flüssige Stickstoff auf elektrische Leitungsfähigkeit untersucht. Zu diesem Zwecke wurde dieses Gas so verflüssigt, dass beide Kupferdrähte in der Flüssigkeit eintauchten. Der flüssige Stickstoff erwies sich als ein Isolator [1]).

Dann wurde das zu untersuchende Stück des Kupferdrahtes auf einem sehr dünnen Glasröhrchen von 7^{mm} Länge und $3{,}5^{mm}$ im Durchmesser zu einer Bobine *b* gewickelt, mit Seidenfaden zusammengebunden und mit beiden Enden an die Kupferdrähte *a a* angelöthet. Da die Messbrücke mehrere Meter weit von dem Verflüssigungsapparat entfernt war, so betrug der Widerstand sämmtlicher Zuleitungsdrähte bis zur Stelle, wo die Bobine angelöthet wurde — je nach der gewählten Dicke der Drähte — von 0,3 bis 0,274 S. E. Der zu bestimmende Widerstand der Bobine wurde immer durch Vergleich mit drei verschiedenen Widerständen ermittelt. Die Bestimmungen bei 0° C. geschahen auf die Weise, dass die Bobine in eiskaltem Aether sich befand. Zur Erzeugung der niedrigsten Temperatur wurde der Stickstoff soweit verdampft, dass seine Spannkraft nur 10 bis 6^{cm} Quecksilberdruck betrug.

In den nachfolgenden Tabellen bedeuten:

Θ die Temperatur;

w den Widerstand der Bobine in Siemens'schen Einheiten;

α den nach der Formel

$$\alpha = \frac{w_\theta - w_\theta'}{w_0 (\theta - \theta')}$$

gerechneten Coefficienten, wo w_0 den Widerstand bei 0° C. und w_θ und w_θ' Widerstände bei zwei nächstliegenden Temperaturen Θ und Θ' bedeuten.

Bobine Nr. I.

Drahtlänge etwa 45^{cm}.

Θ	w	α
+ 100° C.	5,174	
+ 21,4	3,934	0,004365
± 0	3,614	0,004136
— 103	2,073	0,00414
— 146	1,360	0,004588
— 193	0,580	0,004592
— 200	0,414	0,006562

1) Der flüssige Sauerstoff ist ebenfalls ein Isolator.

Bobine Nr. II.

Nicht viel verschiedene Drahtlänge.

θ	w	α
+ 100° C.	5,26	
± 0	3,687	0,004266
— 103	2.131	0,004097
— 146	1,427	0,0C4441
— 193	0,6055	0,004741

Bobine Nr. III.

Ein über 2^{m} langer Draht. Die Bobine ist an zwei 2^{mm} dicke Kupferdrähte angelöthet.

θ	w	α
+ 23,75° C.	19,251	
± 0	17,559	0,004057
— 103	9,848	0,004263
— 146	6,749	0,004104
— 193	2,731	0,004869
— 201	1,651	0,007688

Dieselbe Bobine angelöthet an Kupferdrähte von 0,9^{mm} Dicke.

θ	w	α
+ 25° C.	19,262	
± 0	17,489	0,004056
— 103	9,769	0,004286
— 146	6,738	0,004030
— 193	2,754	0,004847
— 201	1,655	0,007855

Diese Zahlen stellen die Mittelwerthe von mehreren Beobachtungsreihen dar. Eine dauernde Aenderung des Widerstandes in der Bobine durch Abkühlung auf — 200C. konnte ich nicht bemerken.

Vergleicht man diese Zahlen, so sieht mau, dass der elektrische Widerstand des Kupfers viel schneller als die absolute Temperatur sinkt und bei der Temperatur, die unweit von denjenigen Temperaturen liegt, welche man durch Verdampfen des flüssigen Stickstoffs erreicht, sich der Null nähert. Trägt man die Resultate graphisch auf, so sieht man, dass dieses Ereigniss noch lange vor dem Erreichen des absoluten Nullpunktes eintreten muss.

Ich bin weit davon entfernt, zu behaupten, den ganzen Kälteeffect, den man aus den verflüssigten Gasen ziehen kann, bereits realisirt zu haben und ich halte deshalb nicht für unwahrscheinlich, dass wir — besonders wenn es einmal gelingen sollte, den Wasserstoff im Zustande einer statischen Flüssigkeit in grösseren Quantitäten zu haben [1]) — im Stande sein werden, im Kupfer einen Leiter von unendlich kleinem elektrischen Widerstande zu bekommen.

Ein solcher Leiter hätte ganz merkwürdige Eigenschaften. Die Elektricität würde sich in ihm ohne Wärmeentwicklung fortbewegen und der Nutzeffect bei der elektrischen Kraftübertragung in einem solchen Leiter würde sich dem Eins nähern. Obgleich hiervon vorerst keine praktischen Resultate erzielt werden könnten, so ist es nichtsdestoweniger wichtig, zu constatiren, dass die obigen Andeutungen nicht dem Gebiete der Phantasie angehören und mit den Mitteln, welche uns die Verflüssigung der Gase in die Hand gelegt hat, realisirbar sind [2]).

1) Ueber den gegenwärtigen Zustand der Verflüssigungsfrage des Wasserstoffs siehe meine Notiz in Compt. rend. Bd. 100 S. 981—982 (1885).

2) Aus Compt. rend. vom 11. Mai d. J. (Bd. 100 S. 1188—1191) — vgl. die vorstehende Mittheilung — ersehe ich, dass Cailletet und Bouty den elektrischen Widerstand des Kupfers bei niedrigen Temperaturen neulich gemessen haben. Sie waren aber nicht im Stande, eine niedrigere Temperatur als — 123° C. herzustellen.

Ueber den Einfluss des Magnetismus auf den Charakter der Spectrallinien[1]).

Von

Ch. Fievez.

Die Entdeckung der Rotation der Polarisationsebene des Lichtes unter dem Einfluss magnetischer Kräfte, welche 1846 von Faraday gemacht wurde, hat das Verhältnis, das zwischen polarisirtem Licht, dem Magnetismus und der Elektricität besteht, erkennen lassen.

Die Wirkung des Magnetismus auf den elektrischen Funken, der durch sehr verdünnte Gase geleitet wird, wurde durch die Arbeiten von De la Rive[2]) und durch die spectroskopischen Versuche der Herren Trève[3]), Daniel[4]), Secchi[5]) und Capron[6]) auf das deutlichste gezeigt.

Nach De la Rive und Daniel unterliegt diese Wirkung den Gesetzen der Elektrodynamik, und die beobachteten Resultate, welche sich durch eine Zunahme der Leuchtkraft des Funkens und seines Spectrums äussern, wären einer localen Verdichtung des gasförmigen Mittels zuzuschreiben, während Secchi sie vielmehr dem Diamagnetismus der Gase zuschreibt, d. h. einer Abstossung, die der Magnet auf

---

1) Uebers. aus Akad. d. Bruxelles (3) vol. IX (1885).
2) Arch. d. Genève Bd. 27 S. 290.
3) C. R. Bd. 70 S. 36.
4) C. R. Bd. 70 S. 183.
5) C. R. Bd. 70 S. 431.
6) Aurorae: their characters and spectra.

die verdünnten Gase ausübt und welche eine starke Verkleinerung der gasförmigen Oberfläche im Querschnitte der durchlaufenen Röhre zur Folge hätte und dadurch eine Erhöhung der Temperatur hervorbringe.

Nach diesen Physikern bestände der Einfluss des Magnetismus auf einen durch verdünnte Gase geleiteten elektrischen Funken nur darin, den Widerstand des seiner Wirkung unterworfenen Gases zu verändern. Auch Cazin hat aus den Versuchen Secchi's geschlossen, „dass es kein dem Magnetismus eigenthümliches Spectrum gäbe, d. h. dass von dem Magnete keine directe Wirkung auf die von der Lichtquelle ausgesandten Stahlen ausgeübt werde“ [1]).

Dieser Schluss geht jedoch über die bekannten Thatsachen hinaus, denn man wird durch nichts verhindert, im Gegentheil die Vergrösserung der Leuchtkraft des Funkens und seines Spectrums der Wirkung des Magnetismus auf die leuchtenden Strahlen selbst zuzuschreiben.

Wie dem auch sei, so könnte diese Frage doch genauer beantwortet werden, wenn auch vielleicht noch nicht endgiltig, und zwar durch Versuche, wo die magnetischen Kräfte auf die Licht- und Wärmebewegung wirken müssten ohne weitere Vermittler als die wägbare Materie; die magnetischen Versuche mit Flammen genügen diesen Bedingungen.

Seit langer Zeit kennt man den Einfluss [2]), den der Magnetismus auf die Richtung der Flamme einer Kerze ausübt und man weiss, dass alle Flammen dieselben Erscheinungen in verschiedenen Graden zeigen. Es ist nur noch zu entscheiden, ob die magnetische Wirkung sich auf diese Veränderung der Richtung der gasförmigen Massen beschränkt oder ob sie sich auch auf die Lichtwellen selbst erstreckt.

Obgleich die Spectralanalyse diese Frage entscheiden könnte, so ist es doch nothwendig die günstigsten Bedingungen der magnetischen Intensität und der Dispersion des Lichtes zu vereinigen, damit die entstehenden spectralen Veränderungen nicht unbemerkt vorübergehen können.

Die spectroskopischen Einrichtungen des Observatoriums, darunter ein sehr starker Dispersionsapparat [3]) und ein Faraday'scher Elektro-

1) La spectroscopie p. 95.

2) Diese Beobachtung wurde zuerst 1846 von P. Bancolari in Genua gemacht und in der Folge von Plücker mit verschiedenen Flammen wiederholt. Vergl. Ann d. ch. et de ph. (3) vol. 54 p. 264.

3) Der schon früher beschrieben wurde: Ann. de l'Obs. R. de Bruxelles, vol. 4. Neue Folge.

magnet[1]) Ruhmkorf'scher Construction, welcher durch einen Strom von 50 Ampère angeregt wurde, gestatteten mir die Lösung dieser Aufgabe zu unternehmen.

Die Knallgasflammen eines kleinen Gebläses wurde horizontal auf eine mit Soda getränkte Kohle gerichtet, welche sich zwischen den 10^{mm} weit voneinander entfernten, conischen Armaturen des Elektromagneten befand. Ein Bild der Flammen wurde durch ein doppeltes Objectiv auf die Spalte des Spectroskopes geworfen. Die Menge des in die Flamme eingeführten Sauerstoffs erlaubte die Temperatur derartig zu regeln, dass man die Spectrallinien D_1 und D_2 willkürlich erscheinen lassen konnte.

Unter diesen Bedingungen werden die Natriumlinien D_1 und D_2, welche vor dem Durchgang des Magnetisirungsstromes nur schmal und nicht umgekehrt waren, augenblicklich glänzender, länger und breiter, sowie der Elektromagnet in Thätigkeit gesetzt wird.

Wenn die glänzenden Linien D_1 und D_2 schon verbreitert sind ehe der Elektromagnet in Thätigkeit war, so werden sie noch breiter und kehren sich um (d. h. es erscheint eine schwarze Linie in der Mitte der glänzenden, erweiterten Linie) während des Durchganges des magnetisirenden Stromes.

Sind die Linien schon erweitert und umgekehrt, so nimmt die Erweiterung der glänzenden Linie, sowie der schwarzen noch bedeutend zu.

Diese Erscheinungen, die bei einer Unterbrechung des Stromes augenblicklich verschwinden, können auch ebenso, aber mit geringerer Intensität, bei der rothen Linie des Kalium oder des Lithium, bei der grünen Linie des Thallium etc., beobachtet werden, wenn man eine sehr kleine Quantität dieser Metalle oder eines ihrer Salze auf die Kohle bringt.

Nimmt man endlich statt der conischen Armaturen des Elektromagneten plane Armaturen, so dass sich die ganze Länge der Flamme zwischen den Armaturen befindet, so zeigen die schon früher erweiterten und umgekehrten Linien D_1 und D_2 eine doppelte Umkehrung (d. h. es erscheint wieder eine glänzende Linie in der Mitte der verbreiterten schwarzen) wenn der Elektromagnet in Thätigkeit gesetzt wird.

Diese Versuche, welche den Einfluss des Magnetismus auf die Lichtwellen auch ohne die Vermittlung des elektrischen Funkens beweisen, zeigen auch, dass die Phänomene, die unter der Ein-

1) Dieser Apparat ist in Ganot's Traitè beschrieben.

wirkung des Magnetismus entstehen, mit denjenigen identisch sind, welche durch eine Erhöhung der Temperatur hervorgebracht werden[1]).

Ergänzung.

Das Spectrum der Flamme, die der Richtung der Magnetaxe folgte, zeigte unter dem Einfluss des Magnetismus dieselben Veränderungen, wie dasjenige einer Flamme, senkrecht auf diese Axe.

---

1) Vgl. Fievez, Acad. Bruxelles (3) vol. 7.

Ueber die Contact-Theorie[1]).

Von

A. Potier.

Es sei eine Zinkplatte durch einen Kupferdraht mit einer Kupferplatte verbunden; diese beiden Platten bilden einen Condensator, dessen Capacität C und dessen Ladung $e = VC$ ist. Nähert man beide einander, so liefern die elektrischen Anziehungskräfte eine Arbeit $= \frac{1}{2} d(V^2 C)$. Bedeute dq die Wärmemenge, die nöthig ist, um die Temperatur des Systemes constant zu erhalten, ungeachtet des Durchganges der Menge de durch die Löthstelle Zink-Kupfer und der Verringerung der Ladung an der Oberfläche der Platten, und bedeute dU die Veränderung der Energie des Systems, so hat man

$$Jdq = dU + \frac{V^2}{2} dC.$$

Zufolge der Contact-Theorie sind alle diese Processe umkehrbar bei jeder Temperatur; man kann daher hier den zweiten Hauptsatz anwenden und hat:

$$\frac{dU}{dC} + \frac{V^2}{2} = T \frac{d}{dT}\left(\frac{V^2}{2}\right) = VT \frac{dV}{dT}.$$

Andererseits ist $\frac{dV}{dC}$ aus zwei Ausdrücken zusammengesetzt; der eine von diesen bezieht sich auf die Veränderung der Energie des Condensators $\frac{1}{2} V^2$, der zweite auf die Veränderung, welche der Durchgang der Elektricitätsmenge $de = VdC$ in der Beschaffenheit der Oberflächen herbeigeführt haben könnte; wenn $Ade = AVdC$ diese Veränderung repräsentirt, so hat man also:

1) Uebers. aus Journ. de Phys. (2) vol. IV (1885).

$$AV + \frac{V^2}{2} + \frac{V^2}{2} = VT\frac{dV}{dT}$$

oder

$$A = \left(T\frac{dV}{dT} - V\right).$$

Die Contact-Theorie setzt $A = 0$; man sollte also $V = T\frac{dV}{dT}$ finden und die Potentialdifferenzen müssten den absoluten Temperaturen proportional sein. Man hätte so ein bei allen Temperaturen vollkommenes Thermometer. Zu diesem Zwecke angestellte Versuche scheinen zu beweisen, dass das oben angeführte Verhältnis sich nicht bestätigen lässt, mindestens nicht für ein Paar von Zink und Platin; man könnte also nicht $A = 0$ setzen, und bei dem classischen Versuch von Pfaff hätte eine Veränderung der Oberflächen, d. h. eine chemische Wirkung oder wenn man es so nennen will, eine Polarisation, stattgefunden.

Eingesendete Bücher.

Lisser & Benecke, Zeitschrift zur Förderung des physikalischen Unterrichts. 1885 Heft 4 bis 7. Inhalt: Neue Apparate zu messenden Versuchen über das Parallelogramm der Kräfte und die einfachen Maschinen. Ueber Druckvertheilung. Demonstration der Brechung des Lichtes. Totalreflexion. Sand-Influenzmaschine. Dynamoelektrische Handmaschine für den Unterricht. Wo bleibt der Gewichtsverlust eingetauchter Körper. Ueber einen erweiterten Gebrauch der optischen Bank. Magnetinductionsapparat. Beziehungen zwischen Bild und Object bei Linsen und sphärischen Spiegeln in graphischer Darstellung. Verbessertes pneumatisches Densimeter. Demonstration der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes. Zur Behandlung der Influenzmaschine Ein Apparat zum Nachweis des Oersted-Ampère'schen Gesetzes. Aus der Fachliteratur.

A. Serpieri, Die mechanischen, elektrostatischen und elektromagnetischen absoluten Einheiten. Deutsch von R. v. Reichenbach. Wien, Hartleben's Verlag 1885. 129 S. Der Verf. betrachtet dieses sehr empfehlenswerthe Schriftchen selbst als eine Ergänzung seines schon bekannten Buches über das elektrische Potential.

G. Albrecht, Geschichte der Elektricität mit Berücksichtigung ihrer Anwendungen, Wien, Hartleben's Verlag 1885, 336 S. mit 67 Abb. (der elektrotechn Bibliothek 28. Bd.) — I. 1. Die Kenntnis der elektrischen Erscheinungen bis zur Begründung der Elektricitätslehre durch Gilbert. 2. Von Gilbert bis zur Entdeckung der beiden elektrischen Zustände durch Du Fay. 3. Geschichte der Reibungselektrisirmaschine. 4. Von der Entdeckung der Kleist'schen Flasche bis zum Auftreten Franklin's. 5. Theorien der elektrischen Erscheinungen. 6. Untersuchungen über die Influenzelektricität. 7. Entwicklung der Influenzmaschine. 8. Entwicklung der Elektroskope. 9. Mathematische Theorie der elektrostatischen Erscheinungen. 10. Entwicklung der elektrostatischen Messapparate. 11. Untersuchungen über die atmosphärische Elektricität. 12. Entdeckung verschiedener neuer Quellen der Elektricität. 13. Wirkungen und Anwendungen der Spannungselektricität. II. 1. Entdeckung der galvanischen Erscheinungen. 2. Chemische Wirkungen der galvanischen Ströme. 3. Galvanische Elemente und Batterien. 4. Theorien des galvanischen Stromes. 5. Magnetische und elektrodynamische Wirkungen des Stromes. 6. Beziehungen zwischen Elektricität und Wärme. 7. Maassbestimmungen über die galvanischen Ströme. 8. Erscheinungen der Inductionselektricität. 9. Entwicklung der auf die Inductionserscheinungen gegründeten Maschine. 10. Geschichtliche Entwicklung der Telegraphie und Telephonie. 11. Chemische, physiologische, thermische und optische Wirkungen des galvanischen Stromes in ihren praktischen Anwendungen.

A. v. Waltenhofen, Die internationalen absoluten Maasse, insbesonders die **elektrischen Maasse.** Braunschweig bei F. Vieweg & Sohn. 1885. 48 S. 2 Mk. Das Schriftchen ist hauptsächlich für den Gebrauch von Studirenden und Practikern berechnet und dürfte diesem Zwecke vollkommen entsprechen; zahlreiche in den Text eingeführte erläuternde Beispiele führen in den praktischen Gebrauch der Formeln ein.

E. Wrobel, Die Physik in elementar-mathematischer Behandlung, zum Gebrauche an höheren Lehranstalten. Rostock, W. Werther's Verlag, 1885. I. Mechanik. A. Statik fester Körper. 1. Bestimmung der Resultirenden und Gleichgewicht der Kräfte. 2. Bedingungen für den Ruhestand der Körper. B. Dynamik fester Körper. C. Statik und Dynamik der Flüssigkeiten und Gase. 1. Hydrostatik. 2. Hydrodynamik. 3. Aerostatik. 4. Aerodynamik.

E. Ketteler, Theoretische Optik, gegründet auf das Bessel-Sellmeier'sche Princip. Braunschweig bei F. Vieweg & Sohn. 1885. 652 S. mit 44 Fig. und 4 Taf. 14 Mk. In dem vorliegenden Werke hat der Verf. seine langjährigen umfangreichen Untersuchungen auf dem Gebiete der Optik unter einer einheitlichen Form zusammengefasst, wofür das Publikum ihm gewiss sehr zu Dank verpflichtet ist. Der theoretische Theil des Werkes zerfällt in folgende Abschnitte: I. Die isotropen Medien, a) Die Gesetze der inneren Fortpflanzung, b) Theorie des Uebergangs des Lichtes zwischen durchsichtigen und absorbirenden Medien. II. Die anisotropen Medien, a) Theorie der Doppelbrechung und der Doppelabsorption (Pleochroismus), b) Theorie des Uebergangs des Lichtes zwischen anisotropen Medien. III. Die circular und elliptisch polarisirenden Medien, a) die Gesetze der Fortpflanzung, b) Uebergang des Lichtes zwischen circular und elliptisch polarisirenden Medien. An diese theoretischen Kapitel schliesst sich noch ein sehr schätzenswerther experimenteller Theil, in welchem der Autor die Resultate seiner Experimentaluntersuchungen wiedergibt. Dieser Theil zerfällt in folgende Abschnitte: 1. Zwei Experimentaluntersuchungen über die Dispersion der Gase und Dämpfe. 2. Ein analytisch-synthetischer Mischfarbenapparat. 3. Die Brechungsindices der flüssigen schwefligen Säure. 4. Versuche über den Einfluss der astronomischen Bewegung auf die optischen Erscheinungen. 5. Einige Anwendungen des Dispersionsgesetzes auf durchsichtige, undurchsichtige und halbdurchsichtige Medien. 6. Experimentaluntersuchung über den Zusammenhang zwischen Refraction und Absorption des Lichtes. 7. Photometrische Untersuchungen. 8. Zur Dispersion des Quarz und der Rotationspolarisation der Flüssigkeiten. 9. Zwei unveröffentlicht gebliebene Versuche.

Huyghens, Traitè de la lumière, herausgegeben von W. Burckhardt. Leipzig bei Gressner & Schramm. 134 S. Die Wiederausgabe dieses Werkes wird gewiss allseitig mit Freuden begrüsst werden, umsomehr als die ursprünglichen Ausgaben gegenwärtig nur mehr äusserst selten zu erhalten sind. Der Herausgeber hat sich an den Text der alten französischen Uebersetzung gehalten und die Beibehaltung des Französischen war gewiss gerechtfertigt, da eine jede neuerliche Uebersetzung eines derartigen Werkes leicht zu Missverständnissen führt. Im Anhange ist auch noch Huyghens interessante Schrift: „Discours de la cause de la pesanteur" abgedruckt. Die Ausstattung des Werkes ist eine vorzügliche.

E. Kittler, Handbuch der Elektrotechnik. Stuttgart bei F. Encke. 1885. I. Bd. 1. Hälfte 296 S. mit 274 Abb. Das vorliegende Werk dürfte wohl allen Anforderungen des modernen Elektrotechnikers vollkommen genügen, sobald es ganz erschienen sein wird. In theoretischer, namentlich aber in praktischer Hinsicht gibt es eine vollständige Uebersicht des vorhandenen Materials, deren Werth durch

eine knappe und klare Darstellung noch wesentlich erhöht wird. Die vorliegende erste Hälfte des ersten Bandes behandelt zunächst die Magnetinduction in theoretischer und praktischer Hinsicht, dann die Principien der Gleichstrommaschinen und die elektrischen Messapparate, wie Galvanometer, Elektrometer etc.; unter diesen Messapparaten finden sich auch die allerneuesten Constructionen, wie z. B. das Galvanometer von Rosenthal, schon berücksichtigt.

Berichtigung:

In Heft VIII S. 510 Zeile 13 von unten statt „vor Gl. 3“ lies „nach Gl. 3“.

Meyers Konversations-Lexikon.

Vierte, durchaus umgearbeitete Auflage mit 550 Illustrationsbeilagen und 3000 Abbildungen im Text. Zweiter Band. Verlag des Bibliographischen Instituts in Leipzig.

Es reicht dieser zweite Band bereits weit in den zweiten Buchstaben des Alphabets hinein. Der Prüfung liegt also nunmehr bereits ein ansehnlicher Teil des berühmten Werkes vor, zu dessen Neugestaltung sich die hervorragendsten Kräfte vereinigt haben. Und wirklich ist auch ein eminenter Fortschritt zu konstatieren, so dass mancher Besitzer der vorhergehenden Auflage neidisch auf die stattlichen Repräsentanten der gegenwärtigen schauen wird. Man sieht, in der ganzen Anordnung des Stoffs, in der planmässigen Raumverwendung, in der knappen, abgerundeten Darstellung ist ein zielbewusstes Vorgehen; man hat in Bezug auf Übersichtlichkeit und praktischen Gebrauch das Mögliche und jedenfalls sehr viel mehr als bisher geleistet, und schon in diesen äussern Dingen verdient die neue Auflage mustergültig genannt zu werden. Grösser und wichtiger ist jedoch die Vervollkommnung im Innern. Ein unerschöpflicher Schatz von Belehrung ist hier niedergelegt, und wir können sicher sein, dass auch alles darin enthalten ist, was wir brauchen. Möge es sich um einen neuen politischen oder wirthschaftlichen Begriff, um das Ergebnis einer wissenschaftlichen Forschung handeln, suchen wir Orientierung über unsere jungen Kolonien u. dgl., stets sind wir einer befriedigenden Auskunft gewiss. Und genügt das Wort nicht, so werden wir noch aufs trefflichste unterwiesen durch irgend eine Abbildung, eine Karte, einen Schlachtplan u. dgl. Denn auf die textliche Illustration ist wiederum erstaunlich viel verwendet worden, wir finden eine ganze Reihe von Fächern damit ausgestattet, die früher der Abbildungen entbehren mussten. Von unschätzbarem Wert erscheint eine ausserordentliche Vermehrung der Artikel, wobei besonders der praktische Gesichtspunkt den Ausschlag gegeben hat. Für biographische Nachweise, Neuigkeiten auf technischem Gebiet (hier ist die sachgemässe Illustration besonders zu rühmen) ist eine grössere Reichhaltigkeit kaum denkbar, während wir eine solche Fülle der neuesten statistischen Angaben auf so engem Raum, wie sie z. B. die Artikel: „Australien", „Baden", „Bayern", „Belgien" bei klarer, übersichtlicher Gruppierung aufweisen, selbst in Spezialwerken vergebens suchen. Viele der Artikel sind wahre Musterstücke populär wissenschaftlicher und encyklopädischer Behandlung, entsprechend den bedeutenden Namen ihrer Verfasser. Unter den nicht weniger als 43 Illustrationsbeilagen Karten und Plänen sind wieder einige in Chromodruck ausgeführt (unter letzteren „Augenkrankheiten", und als besonders zeitgemässe Beigabe „Bakterien" mit Dr. Kochs Cholerabacillus etc.), während für die interessanten „Autographen berühmter Personen" (4 Quartseiten) das phototypische Verfahren angewendet wurde. Der schöne kunstgeschichtliche Atlas wurde um eine Anzahl interessanter Blätter vermehrt. In der That eine durchaus verbesserte Auflage, welche die Beweise eines wahren Bienenfleises ihrer Bearbeiter und der Umsicht einer vorzüglich organisierten Redaktion auf jedem Blatt zeigt. — Kein Wunder, dass Herr Webster in Edinburg, ein bekannter Gelehrter und Mitarbeiter der „Encyclopaedia Britannica", jüngst schreiben konnte: „Wer irgendwie Deutsch versteht und ein zuverlässiges populäres Buch zur täglichen Auskunft wünscht, kann nichts Besseres thun, als sich Meyers Lexikon anzuschaffen. Und wer es noch nicht versteht, kann seine Zeit nicht besser anwenden, als es zu lernen, bloss um ein solches Buch gebrauchen zu können."

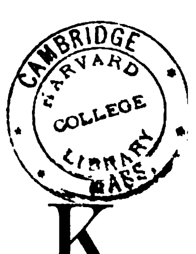
(Aus der „Elberfelder Zeitung".) (12/11)

XXI. Band. **12. Heft**

REPERTORIUM

DER

P H Y S I K.



HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 12. Heftes.

Ueber die Dimensionen der abgeleiteten Grössen absoluter Maasssysteme. Von W. Winter. S. 775.
In welchem Abhängigkeitsverhältnis steht die zeitliche Abnahme der galvanischen Polarisation zur Natur der Elektrolyten und Elektroden. Von Dr. M. Krieg. S. 805
Zur Theorie der rotirenden Spiegel. Von Gouy. S. 816.
Messung des magnetischen Drehungsvermögens der Körper in absolutem Maass. Von H. Becquerel. S. 820.
Ueber ein Normal-Volt Von A. Gaiffe. S. 824.
Eingesendete Bücher. S. 825.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1885.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,
Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 10).

Jahrgang 1885 Nr. 31 enthält:

Rundschau. — **Skizzen von der Internationalen Inventions Exhibition.** — **In welchem Abhängigkeitsverhältnis steht die zeitliche Abnahme der galvanischen Polarisation zur Natur der Elektrolyten und Elektroden.** Von Dr. M. Krieg, Magdeburg. — **Schiedsgerichtliche Entscheidung bezüglich der Einführung der elektrischen Beleuchtung in München.** — **Literatur.** Dr. G. Albrecht, Geschichte der Elektricität mit Berücksichtigung ihrer Anwendungen.

Jahrgang 1885 Nr. 32 enthält:

Rundschau. — **Correspondenz.** — **Ueber Maass und Vertheilung der Beleuchtung.** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **Ueber den elektrischen Widerstand des Kupfers bei den niedrigsten Kältegraden.** Von Sigmund v. Wroblewski. — **Die unterirdischen Leitungssysteme auf der elektrischen Ausstellung in Philadelphia.** (Forts.) — **Literatur.** Grief, Anleitung zur Errichtung und Instandhaltung oberirdischer Telegraphen- und Telephonlinien aus Lazare Weiller's Patent-Silicium-Bronze-Draht. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Patente.**

Jahrgang 1885 Nr. 33 enthält:

Rundschau. — **Correspondenz.** — **Ueber einen neuen Apparat zur Messung elektrischer Ströme.** Von F. de Lalande. — **Ueber Maass und Vertheilung der Beleuchtung.** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. (Schluss.) — **Praktische Messungen mit der Tangentenbussole.** — **Die unterirdischen Leitungssysteme auf der elektrischen Ausstellung in Philadelphia.** (Schluss.) — **Literatur.** Dr. A. v. Waltenhofen, Die internationalen absoluten Maasse, insbesondere die elektrischen Maasse für Studirende der Elektrotechnik in Theorie und Anwendung. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Patente.**

Jahrgang 1885 Nr. 34 enthält:

Rundschau. — **Zur Ermittelung der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus.** Von J. Krämer, Ing. — **Compensationsphotometer.** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **McDonough's telephonische Erfindungen.** — **Literatur.** P. Thompson, Traité théorique et pratique des machines dynamo électriques. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** — **Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Ueber die Dimensionen der abgeleiteten Grössen absoluter Maasssysteme.

Von

W. Winter.

Es ist bekannt, dass man im sog. absoluten Maasssystem die Grössen Centimeter, Gramm und Secunde als unabhängige, direkt gegebene, absolute Einheiten angenommen hat, und dass man die Einheiten aller anderen Grössen aus ihnen durch möglichst einfache Definitionen ableitet. So definirt man, um mit dem einfachsten zu beginnen, die Geschwindigkeitseinheit als diejenige Geschwindigkeit, bei welcher die Wegeinheit, also der Centimeter, in der Zeiteinheit, also in der Secunde zurückgelegt wird. Bezeichnet man die Geschwindigkeit mit V, so ist

$$V = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}, \text{ also } V = \frac{C}{S} = CS^{-1}.$$

Man sagt nun, das Symbol CS^{-1} ist die Dimension der Geschwindigkeitseinheit, und indem man auf ähnliche Weise bei jeder folgenden abgeleiteten Grösse verfährt, erhält man für jede Einheit eine solche Dimension, deren jede aus dem Product der 3 Symbole CGS besteht, wobei jedes Symbol auf eine gewisse Potenz erhoben ist.

Diese Symbole nennt man deshalb Dimensionen der Grösseneinheit, weil sie angeben, wie sich die Grösseneinheit ändert, wenn man die absoluten Einheiten ändert. Nimmt man etwa als absolute Einheiten statt des Centimeters das Meter, und statt der Secunde die Minute, also eine 100 resp. 60mal grössere Einheit, so ist die neue Geschwindigkeitseinheit, bei welcher also das Meter pro Minute durchlaufen wird, CS^{-1} also $\frac{100}{60}$ mal grösser; demnach ist die Maasszahl einer Geschwindigkeit, gemessen in diesen neuen Geschwindigkeitseinheiten $\frac{100}{60}$ mal kleiner. Eine Geschwindigkeit von 80^{cm} pro Secunde hat also die

Maasszahl $V = 80\ CS^{-1}$ im CGS-System; nimmt man aber Meter und Minuten als Einheiten, so hat sie die Maasszahl

$$V' = 80 \cdot \frac{60}{100}\ \text{Meter Min.}^{-1}.$$

Man geht also vom einen System auf das neue über, indem man den Dimensionsausdruck als Factor (CS^{-1}) betrachtet, und in demselben die Symbole durch gleichwerthige Grössen der neuen Einheiten ersetzt; also statt C schreibt man $\frac{1}{100}{}^{\text{m}}$, statt S schreibt man $\frac{1}{60}{}'$ etc.

Diese Dimensionen ermöglichen also einen bequemen Uebergang von einem System zu einem anderen, und man ist deshalb gewohnt, jeder abgeleiteten Grösse den Factorencomplex beizusetzen, um einen solchen Uebergang, wenn nöthig, leicht bewerkstelligen zu können. Bei einer Geschwindigkeit von 80^{cm} pro Secunde schreibt man also nicht bloss $V = 80$, sondern $V = 80\ CS^{-1}$.

Man wird aber leicht zu der Frage geführt, ob diese Dimensionen nicht noch eine weitere Bedeutung haben können. Nämlich dem Geschwindigkeitssymbol CS^{-1} sieht man ja leicht an, dass es direct die Regel enthält, wie man eine Geschwindigkeit berechnet, nämlich indem man den Weg durch die Zeit dividirt, und merkt sich die Regel, die Geschwindigkeit findet man, indem man in der Dimension statt C und S einfach die betreffenden Maasszahlen von Weg und Zeit setzt. Es ist also das Geschwindigkeitssymbol zugleich eine genaue Formel der Geschwindigkeit.

Versucht man ähnliches mit den Dimensionen von anderen abgeleiteten Grössen, so zeigt sich, dass das nicht geht. So ist z. B. die Arbeit dargestellt durch die Dimension $A = C^2GS^{-2}$. Benutzt man sie, um die Arbeit zu berechnen, welche eine Kraft leistet, die, auf eine frei bewegliche Masse von 13^{g} wirkend, diese in 7 Secunden 98^{cm} weit bewegt, indem man einfach $C = 98$, $G = 13$, $S = 7$ setzt, so bekommt man:

$$A = 98^2 \cdot 13 \cdot 7^{-2}\ C^2GS^{-2} = 2548\ C^2GS^{-2};$$

das ist aber 2mal zu klein, da die wirkliche Arbeit $= 5096\ C^2GS^{-2}$ ist. Zudem kann man aber den Ausdruck C^2GS^{-2} auch ansehen als $G \cdot \left(\frac{C}{S}\right)^2 = G \cdot V^2$, sieht also, dass er auch die Form der lebendigen Kraft hat, nämlich Masse mal Geschwindigkeitsquadrat, und ist versucht durch ihn die Arbeit zu berechnen, welche eine Masse von 13^{g} bei 28^{cm} $\left(v = \frac{2s}{t} = \frac{2 \cdot 98}{7} = 28\right)$ Geschwindigkeit leisten kann. Man würde also $G = 13$, $\frac{C}{S} = 28$ setzen und erhalten

$$A = 13 \cdot 28^2\, C^2GS^{-2} = 10192\, C^2GS^{-2},$$

was nun 2mal zu gross ist. Die Dimension der Arbeit ist also weder im einen, noch im andern Falle eine genaue Formel der Arbeit, doch wäre es leicht, sie in jedem Falle durch Beifügung eines constanten Factors $\left(2 \text{ resp. } \frac{1}{2}\right)$ in eine genaue Formel zu verwandeln. Aehnlich ist es bei andern Dimensionen; es ist also zu untersuchen, ob die Dimensionen genaue Formeln der abgeleiteten Grössen sind, oder in solche verwandelt werden können.

Noch nach einer andern Richtung hin können diese Dimensionen eine Bedeutung bekommen; nämlich z. B. man findet die Dimension der Kraft $F = CGS^{-2}$, und erkennt leicht dass die Dimension der Arbeit $A = C^2GS^{-2}$ nichts anderes ist, als das bekannte Product von Kraft und Weg, dass aber die Arbeitsdimension ebensogut angesehen werden kann als das Product $G \cdot \left(\frac{C}{S}\right)^2$ also als Masse mal Geschwindigkeitsquadrat, und es befriedigt unsern Wunsch nach Einfachheit, wenn wir sehen, wie die beiden äquivalenten Energien $P \cdot s$ und $\frac{Mv^2}{2}$ durch dieselbe Dimension C^2GS^{-2} dargestellt sind. Man kann deshalb sagen, dass in der Dimension C^2GS^{-2} der physikalische Charakter einer mechanischen Energie enthalten und ausgesprochen sei und zwar im allgemeinsten Sinn, nämlich gleichgiltig ob es eine potenzielle Energie Ps oder eine kinetische Energie $\frac{Mv^2}{2}$ sei. Man hat es bekanntlich verschmäht, den abgeleiteten Einheiten des CGS-Systems besondere Namen zu ertheilen, indem man sagt durch Beifügung der Dimension wird der physikalische Charakter einer Grösse schon hinreichend definirt; wenn man also schreibt $722\, CGS^{-2}$ so sieht man schon aus der Dimension, dass Krafteinheiten gemeint sind, und schreibt man $542\, C^2GS^{-2}$, so weiss man, dass das Arbeitseinheiten sind und zwar gleichgiltig, ob sie herrühren von potenzieller oder kinetischer Energie. Es dürfte daher von Interesse sein nachzusehen, ob allgemein die Dimension den physikalischen Charakter der dargestellten Grösse angibt, und ob umgekehrt, zwei Grössen von demselben physikalischen Charakter auch dieselbe Dimension haben; so müsste etwa die Centrifugalkraft unter der Form CGS^{-2} darstellbar sein, ebenso wie eine constante in gleichbleibender Richtung wirkende Kraft; es wird dies thatsächlich leicht gelingen.

Prüft man aber, ob aus den Dimensionen, wie man sie bisher darzustellen pflegt, die physikalischen Charaktere der darzustellenden Grössen leicht ersichtlich sind, so stösst man auf höchst bedenkliche

Dinge. In folgender Tabelle sind die Dimensionen einiger elektrischer Einheiten angegeben, wie man sie für das elektrostatische und elektromagnetische System darzustellen pflegt.

Grösse oder Einheit	Dimension im	
	elektrostatischen System	elektromagnetischen System
Elektricitätsmenge . . .	$C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$	$C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}}$
Stromstärke	$C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$	$C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$
Widerstand	$C^{-1} S$	CS^{-1}
Elektromotorische Kraft .	$C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$	$C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-2}$

Es dürfte nicht leicht sein, aus der Form der Dimension einen Schluss auf den physikalischen Charakter der dargestellten Grösse zu machen, und es hat auch noch Niemand etwas derartiges versucht, um so weniger, als die Dimensionen in beiden Systemen verschieden sind, obwohl sie je dieselbe Grösse darstellen; denn wenn es gelänge, den physikalischen Charakter der Stromstärke im einen System zu finden, so würde diese Kenntnis nichts nützen, da sie für das andere System nicht passt, obwohl Stromstärke in beiden Systemen physikalisch genau dasselbe bedeutet, nämlich die Menge der pro Secunde durch einen Stromquerschnitt fliessenden Elektricität. Nur beim Widerstand versagt man sich nicht, der Dimension eine physikalische Bedeutung zuzusprechen, indem man sagt: im elektrostatischen System ist der Widerstand die Reciproke einer Geschwindigkeit; aber da man consequenter Weise verpflichtet ist, anzuerkennen, dass im elektromagnetischen System derselbe Widerstand eine Geschwindigkeit ist, kommt man zu dem Satze, dass der Widerstand die Reciproke von sich selbst ist, was lieber unausgesprochen bliebe.

Also so, wie die Dimensionen für die beiden elektrischen Systeme aufgestellt zu werden pflegen, können sie unmöglich beide richtig sein, und es wäre zu untersuchen, wie sie dargestellt werden müssen, um den physikalischen Charakter der dargestellten Grössen erkennen zu lassen und einheitlich für beide Systeme zu passen.

Wir verlangen also von einer Dimension: 1. sie soll den physikalischen Charakter der dargestellten Grösse leicht erkennen lassen; 2. sie soll für alle Grössen von demselben physikalischen Charakter passen; 3. sie soll wenigstens in besonderen Fällen ein genaues Maass der dargestellten Grösse geben. Als Selbstbeschränkung müssen wir uns dabei auferlegen, dass die nun einmal eingeführten Grössen in ihrem sanctionirten Bestande erhalten bleiben, und diese Selbstbe-

schränkung dürfte die etwa nothwendig werdende Kritik der eingeführten Grössen zu einer erlaubten machen.

In dieser Absicht gehen wir die Dimensionen der gebräuchlichsten Einheiten durch und beginnen mit den mechanischen Einheiten.

Die Fundamentaleinheiten sind C, G, S.

Die Geschwindigkeit $V = CS^{-1}$ ist, wie schon erwähnt, genaue Formel.

Die Einheit der Kraft F ergibt sich aus der Definition: Die Krafteinheit gibt der Masseneinheit in der Zeiteinheit die Geschwindigkeitseinheit; und da die Kraft proportional der Masse und der Geschwindigkeit und umgekehrt proportional der Zeit ist, so ist

$$F = \frac{G \cdot V}{S} = \frac{G \cdot C}{S \cdot S} = CGS^{-2}.$$

Diese Dimension CGS^{-2} ist so wenig verwischt, dass man noch leicht erkennen kann, dass sie aus $G \cdot V \cdot S^{-1}$ entstanden ist, und liefert, wenn G, V, S gegeben sind, durch directes Einsestzen derselben ein genaues Maass für F. Z. B. welche Kraft ertheilt der Masse von 13 G in 7 S eine Geschwindigkeit von 28 CS^{-1}?

$$F = 13 \cdot 28 \cdot 7^{-1} \cdot GVS^{-1} = 52\, CGS^{-2} \ (= 52 \text{ Dyne}).$$

Es ist hierbei die Masse als frei beweglich anzusehen, und deshalb durchläuft sie ihren Weg mit gleichförmiger Beschleunigung. Diese gleichförmig beschleunigte Bewegung können wir rein phoronomisch zuerst definiren: Beschleunigungseinheit erhält ein Punkt, wenn er in einer Secunde eine Geschwindigkeitseinheit erhält; und da Beschleunigung $= \frac{\text{Geschwindigkeit}}{\text{Zeit}}$, so ist Beschleunigung $P = \frac{V}{S} = CS^{-2}$.

Als Consequenz ergibt sich, dass ein Punkt, der die Beschleunigungseinheit erfährt, in der Zeiteinheit die Wegeinheit durchläuft; da er nun in 1 Secunde $^1/_2$ cm durchläuft, so ist $^1/_2$ cm als Wegeinheit zu wählen und es sind somit alle Weglängen, die mit gleichförmig beschleunigter Bewegung durchlaufen werden, nach halben Centimetern als Einheit zu messen. Aus obiger Gleichung folgt dann $C = PS^2$, welche Gleichung der bekannten Gleichung $s = \frac{gt^2}{2}$ entspricht, und eine genaue Formel ist.

Mit Hilfe der Beschleunigungseinheit kann man auch die Krafteinheit definiren, als die Kraft, welche der Masseneinheit die Beschleunigungseinheit ertheilt. Da die Kraft beiden proportional ist, so ist $F = P \cdot G = CS^{-2}G = CGS^{-2}$ wie oben.

Ebenso kann man die Krafteinheit als die Kraft definiren, welche die Masseneinheit in der Zeiteinheit längs der Wegeinheit bewegt, und da sie der Masse und dem Wege direct, dem Quadrat der Zeit umgekehrt proportional ist, so ist wieder $F = \frac{CG}{S^2} = CGS^{-2}$ wie oben. Da aber hierbei das Symbol C Wegeinheiten bedeutet, die mit gleichförmiger Beschleunigung durchlaufen werden, so ist der Weg wieder nach halben Centimetern zu messen, damit die Dimension zugleich eine genaue Formel ist. Die Dimension der Kraft kann also leicht nach diesen 3 Bedeutungen erklärt werden und ist, wie leicht zu sehen, für jeden Fall zugleich genaue Formel. Z. B. welche Kraft muss an $13\,G$ angreifen, damit sie in $7\,S$ einen Weg von 98^{cm} zurücklegt? Hierbei ist der Weg nach halben Centimetern zu messen, also $C = 2 \cdot 98$ zu setzen; dann ist

$$F = CGS^{-2} = 2 \cdot 98 \cdot 13 \cdot 7^{-2} = 52\,CGS^{-2}.$$

Zudem ist F noch unter der Form $\frac{V^2G}{C}$ darstellbar, löst also auch die Aufgabe: Welche Kraft gibt der Masse von $13\,G$, wenn sie längs des Weges von 98^{cm} wirkt, die Geschwindigkeit von 28^{cm}? Wieder ist der Weg nach halben Centimetern zu messen, also $C = 2 \cdot 98$, $G = 13$, $V = 28$ zu setzen, dann ist

$$F = \frac{V^2G}{C} = \frac{28^2 \cdot 13}{2 \cdot 98} \frac{C^2S^{-2}G}{C} = 52\,CGS^{-2}.$$

Die Dimension der Kraft enthält also alle Formeln der gewöhnlichen Mechanik in sich, und liefert in jedem Falle ein genaues Maass, wenn man nur das eine berücksichtigt, dass jeder in gleichförmig beschleunigter Bewegung durchlaufene Weg nach halben Centimetern zu messen ist.

Als Arbeitseinheit ist die Definition eingeführt, dass sie von der Krafteinheit geleistet wird, wenn sie längs eines Centimeters wirkt. Also

$$A = C \cdot CGS^{-2} = C^2GS^{-2}.$$

Um dieser Dimension den Werth einer genauen Formel zu geben, bemerken wir, dass das C, das in der Kraftdimension steckt, nach halben Centimetern zu messen war; um demnach dieses C mit dem ersten Factor C vereinigen zu können, setzen wir fest, dass auch das erste C nach halben Centimetern zu messen sei; dadurch wird aber die Anzahl der Arbeitseinheiten 2mal zu gross; wir setzen deshalb den Factor $1/2$ vor, und haben als genaue Formel der Arbeit

$$A = \frac{1}{2} C^2GS^{-2}.$$

Z. B. welche Arbeit leistet eine Kraft, welche $13\,G$ in $7\,S$ $98\,C$ weit schafft? Der Weg, nach halben Centimetern gemessen, ist $= 2\cdot 98$, also $A = \frac{1}{2}\cdot 2^2\cdot 98^2\cdot 13\cdot 7^{-2}\,C^2GS^{-2} = 5096\,C^2GS^{-2}$.

Wie schon früher bemerkt, stellt C^2S^{-2} auch ein Geschwindigkeitsquadrat vor, so dass die Arbeitsformel auch angesehen werden kann als $A = \frac{1}{2}\,G\cdot V^2$. Sie ist so auch der bekannte Ausdruck für die lebendige Kraft und liefert ihren genauen Werth. Eine Masse von $13\,G$ kann also bei $28\,CS^{-1}$ Geschwindigkeit die Arbeit leisten:

$$A = \frac{1}{2}\cdot 13\cdot 28^2\,G\,\frac{C^2}{S^2} = 5096\,C^2GS^{-2}.$$

Obwohl die Formel der Arbeit für den Fall hergerichtet wurde, dass die Kraft einer ruhenden, frei beweglichen Masse eine Geschwindigkeit ertheilt, ist sie doch auch für den Fall brauchbar, dass eine Kraft (Pferd) an einer schon in Bewegung befindlichen Masse (laufender Wagen) längs eines gewissen Weges wirkt, um die Masse in ihrer Geschwindigkeit zu erhalten, also die entgegenstehenden (constanten) Hindernisse (Reibung) zu überwinden. Es ist eben die Kraft, z. B. $F = 52$ als von der Dimension CGS^{-2} einzusetzen und das noch fehlende C als Factor beizusetzen, gezählt nach halben Centimetern, z. B. Weg $= 98^{cm}$, so ist

$$A = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 98\cdot 52\cdot C\cdot CGS^{-2} = 5096\,C^2GS^{-2}.$$

In dieser Art ist sie anzuwenden, wenn gefragt wird, wie gross die Arbeit ist, welche erforderlich ist, um $13\,G$ auf der Erde 98^{cm} hoch zu heben. Die Frage ist ja etwas unbestimmt, wegen der (mit der geographischen Breite etc.) variablen Erdschwere des Gramm. Wir nehmen an, dieselbe sei $= 981\,CGS^{-2}$ (ca), so ist $981\cdot 13$ die Kraft, die zum Heben der $13\,G$ erforderlich ist, und hat die Dimension CGS^{-2}; also ist

$$A = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 98\cdot 981\cdot 13\cdot C\cdot CGS^{-2}.$$

Jegliche Art umgekehrter Aufgaben wird ebenso und mit derselben Leichtigkeit gelöst.

Wir betrachten die Centralbewegung, und zwar diejenige, bei welcher ein freibeweglicher Körper einen Kreis mit gleichmässiger Geschwindigkeit durchläuft. Bewegt sich die Masse G im Kreise vom Radius R mit der gleichmässigen Geschwindigkeit V, so ist dazu eine Centralkraft F (eine gegen das Centrum des Kreises gerichtete Kraft)

nöthig, welche während der Dauer dieser gleichförmigen Kreisbewegung constant ist. Diese Centralkraft ist proportional der Masse, dem Quadrat der Geschwindigkeit und umgekehrt proportional dem Radius; also ist

$$F = \frac{MV^2}{R}.$$

Wir definiren zuerst die Geschwindigkeit und zwar als Winkelgeschwindigkeit, messen sie also durch die Anzahl der Radien, die gleich sind der Bogenlänge, die in der Zeiteinheit durchlaufen wird. Es ist also diejenige Geschwindigkeit $= 1$, bei welcher ein dem Radius gleicher Kreisbogen (der Radian) in einer Secunde durchlaufen wird. Wird also der Bogen von der Länge R in der Zeit S durchlaufen, so ist die Winkelgeschwindigkeit $V = \frac{R}{S}$. Es hat also auch die Winkelgeschwindigkeit die Dimension $V = CS^{-1}$. Dies eingesetzt gibt

$$F = \frac{M \cdot R^2}{RS^2} = MRS^{-2}.$$

Messen wir wieder den Radius durch C, die Masse durch G, so ist $F = CGS^{-2}$. Diese Dimension befriedigt zunächst in der Hinsicht, dass sie dieselbe ist, wie die einer constanten Kraft, die eine geradlinige Bewegung hervorbringt, und dann nach der Hinsicht, dass sie zugleich genaue Formel auch für die Centralkraft ist; denn in der That, wenn sich die Masse 1 im Kreise vom Radius 1 mit der Winkelgeschwindigkeit 1 bewegt, so ist dazu eine Centralkraft nöthig, die auch gleich der schon definirten Krafteinheit ist, die also der Masse 1 in der Zeit 1 die Geschwindigkeit 1 ertheilt. Da in dieser Formel das V nicht mehr vorkommt, so ist zu untersuchen, was das statt seiner zum Vorschein gekommene S bedeutet. S ist die Zeit, in der ein dem Radius gleicher Bogen (der Radian) durchlaufen wird. Die Dimension CGS^{-2} liefert also auch die Kraft, wenn im Kreise von Radius C die Masse G in einer gewissen Zeit S den Radian durchläuft, und vertritt so zugleich die sonst gebräuchliche Formel $F = \frac{4\pi^2 RM}{T^2}$, wo T die Umlaufszeit bedeutet; denn $\frac{T}{2\pi} = S$. Man sieht also, die Dimension der Kraft $F = CGS^{-2}$ vertritt die beiden sonst gebräuchlichen Formeln $F = \frac{MV^2}{R}$ und $F = \frac{4\pi^2 RM}{T^2}$, ist noch dazu dieselbe, wie die für die Bewegung einer Masse längs eines geraden Weges gefundene Dimension und liefert in all diesen Fällen genaue Werthe.

Es berechnen sich somit folgende Beispiele sehr einfach: Welche Centralkraft üben 560^g aus, wenn sie in einem Kreise von 76^{cm} Radius in 11'' einen Umlauf machen? Die Zeit S, in der der Radian durchlaufen wird, ist offenbar $= \frac{11}{2\pi}$, zudem $G = 560$, $C = 76$, also

$$F = CGS^{-2} = \frac{76 \cdot 560 \cdot 4\pi^2}{11^2} CGS^{-2}.$$

Mit welcher Geschwindigkeit (linear) müssen sich 560^g in einem Kreise von 76^{cm} Radius bewegen, um eine Kraft von 133 (Dyne) hervorzubringen? $F = CGS^{-2}$; also

$$133 = 76 \cdot 560 \cdot S^{-2}; \quad S = \sqrt{\frac{76 \cdot 560}{133}}.$$

Das ist die Zeit, in welcher der Radian $= 76^{cm}$ durchlaufen wird; also ist die lineare Geschwindigkeit

$$V = \frac{C}{S} = 76 \cdot \sqrt{\frac{133}{76 \cdot 560}} = \sqrt{\frac{76 \cdot 133}{560}} \text{ cm per Secunde.}$$

Welche Centralkraft üben 560^g aus, wenn sie in 11'' einen Weg von 64^{cm} auf einem Kreise von 76^{cm} Radius zurücklegen? Es ist $C = 76$, $G = 560$, und die Zeit, in welcher der Radian zurückgelegt wird, also $S = \frac{11 \cdot 73}{64}$; also

$$F = \frac{76 \cdot 560 \cdot \quad \cdot 64^2}{11^2 \cdot 73^2} = \frac{560 \cdot 64^2}{11^2 \cdot 73} CGS^{-2}.$$

Jegliche Art umgekehrter Rechnung geht auf dieselbe einfache Weise.

Ueberblicken wir das bisher gefundene, so zeigt sich, dass sich die Dimensionen über die ursprüngliche Bedeutung, Dimensionen der abgeleiteten Einheiten zu sein, leicht haben erheben lassen zur Bedeutung von Formeln, welche direct die Werthe der abgeleiteten Grössen ergeben, wenn man an Stelle der Symbole der absoluten Einheiten die Maasszahlen derselben setzt. Es hat sich ferner gezeigt, dass die Dimensionen charakteristische Ausdrücke sind für die dargestellten Grössen; denn bei der Kraftdimension haben wir gesehen, dass sie stets in derselben Gestalt wiederkehrt, welchen physikalischen Vorgang man auch zu ihrer Definition benutzen mag, ob man sie durch Geschwindigkeit, Bewegung, geradlinige oder kreisförmige, oder Beschleunigung oder sonst wie definirt; und bei der Arbeitsdimension haben wir erkannt, dass die wichtige Gleichung $Ps = \frac{1}{2} Mv^2$ aus der

Mechanik verschwindet, weil sie in der Arbeitsdimension von selbst enthalten ist, dass also zwei Grössen, die sich wie Ursache und Wirkung entsprechen, die also nach dem Grundsatz von der Erhaltung der Energie äquivalent sind, durch dieselbe Form dargestellt werden, und es befriedigt das um so mehr, als äquivalente Grössen unmöglich verschiedene Dimension haben können. Es sind demnach in den Dimensionen die Merkmale, welche für die dargestellte Grösse charakteristisch und bestimmend sind, wirklich und alle enthalten.

Die Vereinfachung der Formeln der abgeleiteten Grössen hat sich aber nur dadurch ergeben, dass wir zur Darstellung der abgeleiteten Grössen eben nur die unumgänglich nothwendigen Einheiten C, G, S benutzten; denn nur dadurch, dass wir bloss CGS benutzten, haben sich alle abgeleiteten Grössen auf ihre einfachsten Formen reducirt und sich in ihrer wahren Gestalt gezeigt, so dass verwandte Formen als direct identisch erkannt werden konnten; diese wahre Gestalt einer dargestellten Grösse spricht sich eben in ihrer Dimension aus, die nichts mehr enthält, als die zur Charakterisirung der dargestellten Grösse erforderlichen Merkmale in ihrer einfachsten Art.

Das Universalgravitationssystem.

Wie oben bemerkt hat die Einführung der unumgänglich nothwendigen Einheiten C, G, S eine Vereinfachung der Formen der abgeleiteten Grössen ergeben, der Art, dass der Charakter der dargestellten Grössen aus ihren Dimensionen ersichtlich war. Versucht man aber, so weiter zu gehen, und die magnetischen und elektrischen Einheiten durch ihre Dimensionen in C, G, S darzustellen, so kommt man zu den Formen, die gleich anfangs in einer Tabelle angegeben wurden. Da diese Formen, auch wenn wir von der Verschiedenartigkeit des elektrostatischen und elektromagnetischen Systems absehen, sehr schwer zu deuten sind, so muss man entweder vor der Unmöglichkeit stille halten, diese Formen einfach zu deuten, also etwa annehmen, dass die elektrischen Grössen so complicirter Natur sind, dass sie einer einfachen Deutung nicht fähig sind, oder man muss annehmen, dass diese Formen noch nicht in ihrer einfachsten Gestalt sich repräsentiren, dass ihre Gestalt etwa noch dadurch complicirt erscheint, dass zu ihrer Darstellung noch nicht die allereinfachsten Einheiten benutzt sind. Wir müssen also, diesem letzten Gedanken folgend, annehmen, dass die 3 Grössen C, G, S nocht nicht die allereinfachsten Einheiten sind, dass sie keine absoluten Einheiten sind, welche unabhängig von einander definirt werden müssen, sondern dass zwischen ihnen noch eine Relation aufgestellt werden kann. Ist eine solche Relation aufstellbar, so kann aus ihr eine Grösse durch die beiden andern aus-

gedrückt werden, es bleiben also bloss 2 Grössen als directe, absolute, voneinander unabhängige Grössen stehen, die dritte und somit jede folgende ist dann durch diese beiden Grössen darstellbar. Es kommt also auf das Problem hinaus, etwa die Zeit durch C und G allein zu definiren, oder das G durch C und S zu definiren. Dass das möglich ist, ersieht man bei Betrachtung des Newton'schen Satzes von der Universalgravitation, und wie es gemacht wird, ersieht man aus einem Vortrage von Sir William Thomson, übersetzt und abgedruckt im „Repertorium für Physik" von Exner Bd. 20 S. 532 ff. (1884). Es wird in diesem Vortrage, wenn auch nicht vollständig ausgeführt, so doch mit hinreichender Deutlichkeit und meisterhaft klarer Darstellung angegeben, wie man nach Clerk Maxwell's Vorschlag, nachdem C und S als absolute Einheiten definirt sind, zu einer bloss von C und S abhängigen Definition von Dichtigkeitseinheit kommen kann. Ist die Dichtigkeitseinheit so definirt, so ergibt sich die Masseneinheit von selbst als die Masse, welche ein Cubikcentimeter enthält, wenn er mit Stoff von der Dichtigkeitseinheit erfüllt ist. Es ist somit die Masseneinheit definirt durch C und S allein, also die Zahl der absoluten Einheiten von 3 auf 2 reducirt. Ganz ähnlich, und angeregt durch den angegebenen Vortrag, werden wir mittels der Universalgravitation die Zeit definiren durch C und G allein, dann aber einen Schritt weiter gehen und die gefundene Dimension der Zeit, die also bloss C und G enthält, benutzen, um die elektrischen Einheiten möglichst einfach darzustellen, in der Absicht und Hoffnung, dadurch eine Einsicht in deren physikalischen Charakter zu gewinnen.

Wir definiren also C und G als unabhängige Einheiten wie bisher, und können nun sofort die Krafteinheit definiren, als die Kraft, mit welcher sich 2 Masseneinheiten, die 1 C voneinander entfernt sind, infolge der Universalgravitation anziehen. Da die Universalgravitation proportional dem Producte der Massen und umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes ist, so ist

$$F = \frac{M \cdot M}{C^2}, \text{ also } F = C^{-2} G^2.$$

Diese Krafteinheit ist der Grösse nach wesentlich verschieden von der Krafteinheit (Dyne) des CGS-Systems, und wir verschaffen uns eine ungefähre Vorstellung von ihr, wenn wir sie in Einheiten des CGS-Systems berechnen. Wir wissen, 1 G wird an der Erdoberfläche von der Erde mit ca. 981 CGS^{-2} angezogen. Die anziehende Masse ist hierbei die Erde, deren Masse ca. $\frac{4}{3} r^3 \pi \cdot 5{,}5^g$ ist; nimmt man statt

ihrer nur 1^g, so ist die Anziehung $\frac{4}{3} r^3 \pi \cdot 5{,}5$ mal kleiner, und reducirt man auch den Abstand r auf 1^{cm}, so wird die Anziehung r^2 mal grösser; demnach ist die Anziehung von 2^g, die 1^{cm} von einander entfernt sind,

$$= \frac{981 \cdot 3 \cdot r^2}{4 r^3 \pi \cdot 5{,}5} \, CGS^{-2};$$

hierbei ist $2 r \pi = 4000000000 \, C \, (ca)$ also

$$F = \frac{981 \cdot 3}{2 \cdot 4000000000 \cdot 5{,}5} = 0{,}000000067 \, CGS^{-2} \; (ca)$$

oder die Krafteinheit des Universalgravitationssystems ist ca. 14900000 mal kleiner als die des CGS-Systems.

Im Hinblick auf praktische Verwendung dieser Einheit wäre anzuerkennen, dass sie noch viel unbequemer ist, als die Krafteinheit des CGS-Systems; denn während die Erdschwere des g ungefähr $= 981 \, CGS^{-2}$ ist, ist sie im Universalgravitationssystem

$$= \frac{14900000}{981} = 15000 \, C^{-2} \, G^2.$$

Doch handelt es sich zunächst weniger um Einführung praktischer Einheiten, als um Herstellung übersichtlicher Dimensionen, und wir verzichten deshalb von jetzt an darauf, die Dimensionen durch Beifügung constanter Factoren so einzurichten, dass sie genaue Formeln der abgeleiteten Grössen im einen oder anderen System geben, und begnügen uns mit der Ableitung der Dimensionen allein.

Wir kommen nun zur Definition der Zeiteinheit. Wir denken uns das eine Gramm um das feststehende andere Gramm in Kreisform rotirend, so rasch, dass es gerade die Krafteinheit $C^{-2} G^2$ als Centrifugalkraft hervorbringt, so wissen wir, dass es dann frei rotirt, und nennen nun die Zeit 1, in der es den dem Radius gleichen Bogen, den Radian, zurücklegt. Diese Zeit finden wir der Grösse nach in Secunden aus der Formel

$$F = CGS^{-2} \text{ als } S = \sqrt{\frac{CG}{F}},$$

wenn wir $C = 1$, $G = 1$, $F = 0{,}000000067 \, CGS^{-2}$ setzen; es ist dann

$$S = \sqrt{\frac{1}{0{,}000000067}} = \sqrt{14900000} = 3860 \text{ Secunden } (ca).$$

Die Zeiteinheit des Universalgravitationssystems, also die Zeit, in welcher $1 \, G$ um ein festes G in $1 \, C$ Abstand rotirend, den Radian durchläuft, wobei es die Krafteinheit hervorbringt, ist 3860 Secunden, etwas über 1 Stunde.

Die Zeit hat dabei die Dimension

$$S = \sqrt{\frac{CG}{F}} = \sqrt{\frac{CG}{C^{-2}G^2}} = C^{\frac{3}{2}}G^{-\frac{1}{2}}.$$

Das ist also die für uns wichtige Dimension der Zeit, mittels deren wir alle anderen Dimensionen umgestalten. Es hat also eine Geschwindigkeit die Form

$$V = \frac{C}{S} = C \cdot C^{-\frac{3}{2}}G^{\frac{1}{2}} = C^{-\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}};$$

ferner ist die Kraft, wie schon angegeben

$F = C^{-2}G^2$, hieraus die Arbeit

$A = C^{-1}G^2$, wobei wieder leicht zu sehen ist, dass sie

$= C^{-1}G \cdot G = V^2 G$ ist. Eine Beschleunigung hat die Form

$$P = \frac{V}{S} = \frac{C^{-\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}}{C^{\frac{3}{2}}G^{-\frac{1}{2}}} = C^{-2}G,$$

und hängt mit F wieder durch die bekannte Relation zusammen

$$\frac{F}{G} = P.$$

Alle diese Dimensionen des Universalgravitationssystems sind ebenso umfassend wie die des CGS-Systems, und wenn auch vor der Hand ununtersucht bleiben mag, ob sie genaue Werthe der dargestellten Grössen geben, so sieht man doch, dass mit der unabhängigen Definition von nur 2 Grössen C und G auszukommen ist, und dass die abgeleiteten Grössen sich noch einfacher ausdrücken.

Elektrostatische Einheiten.

Wir werden die elektrischen Einheiten stets zuerst so definiren, wie es bisher gebräuchlich ist, und dann, ohne am Charakter der Definition etwas zu ändern, die erhaltene Dimension für das Universalgravitationssystem umformen.

Man beginnt gewöhnlich die Ableitung der elektrischen Einheiten mit der Mengendefinition und setzt diejenige Menge gleich 1, welche eine gleich grosse Menge, die um die Längeneinheit entfernt ist, mit der Krafteinheit abstösst (oder anzieht, wenn sie entgegengesetzter Art ist). Bezeichnet man die Massen mit Q und Q', die Kraft mit F, den Abstand mit C, so ist

$$F = \frac{QQ'}{C^2}; \text{ setzt man } Q = Q', \text{ so ist } F = \frac{Q^2}{C^2};$$

hieraus ist

$$Q = \sqrt{C^2 F} = \sqrt{C^2 \cdot CGS^{-2}} = C^{\frac{3}{2}}G^{\frac{1}{2}}S^{-1}.$$

Hiegegen sind nun principielle Bedenken zu erheben, nicht zwar gegen die Art der Definition, denn diese ist vollständig der Natur der elektrischen Masse in einfachster Weise angepasst, wohl aber gegen das Resultat. Denn die Dimension der elektrischen Menge hat eine Form angenommen, die mit ihrem Wesen nicht vereinbar ist, wenigstens nicht, so lange man C, G und S als unabhängige Einheiten ansieht. Die elektrische Menge ist denn doch eine Menge und muss als solche auch den Charakter, also die Dimension einer Menge haben. Wir wissen ja nichts über das Wesen der Elektricität, ebenso wie wir nichts über das Wesen der ponderablen Masse wissen; aber wenn wir von Menge der Elektricität sprechen, so sprechen wir von etwas, was mit der Menge der ponderablen Masse physikalisch verwandt ist. Wir sind ja durch den Satz Faraday's über die Mengen der Elektrolyte geradezu dahin belehrt, dass die Menge der Elektricität proportional ist der Menge der ponderablen Masse, wir messen die Elektricitätsmenge durch die Menge der elektrolytisch ausgeschiedenen ponderablen Masse, kennen ebenso den Satz von der Erhaltung der elektrischen Menge, wie wir den Satz von der Erhaltung der ponderablen Masse kennen, und nur auf Grund dieser Sätze sind wir veranlasst, überhaupt von einer Menge der Elektricität zu sprechen. Es muss deshalb sowohl in der Definition als in der Dimension der elektrischen Menge die Proportionalität derselben mit einer ponderablen Masse zum Ausdruck kommen. Das heisst: Elektricität kann sein, was es will, jedenfalls muss eine elektrische Masse die Dimension der ponderablen Masse haben, also direct durch G messbar sein. Wir würden also als elektrische Mengeneinheit direct das G nehmen, oder etwa einen Ausdruck von der Form pG erlauben, wobei p eine Constante bedeutet, niemals aber einen Ausdruck von der Form $C^{\frac{3}{2}}G^{\frac{1}{2}}S^{-1}$ als direct berechtigt anerkennen.

Am einfachsten wäre es also, zu sagen $Q = G$, also zu sagen: elektrische Mengeneinheit ist diejenige Menge, weche die Masseneinheit ersetzen kann. Von einem Ersatz der Masseneinheit kann hierbei bloss in Bezug auf die Eigenschaften der Masse die Rede sein, also etwa so, dass die Universalgravitation der Masse ersetzt ist durch die Anwesenheit der elektrischen Masse. Wenn ja zwei Masseneinheiten sich in C Distanz gegenüberstehen, und die Universalgravitation wirkt, so kommen mancherlei Wirkungen zu Stande, nämlich der gegenseitige Zug, die Beschleunigung oder die Erhaltung der Rotation bei entsprechender Winkelgeschwindigkeit. Denken wir uns dieselben Massen mit entgegengesetzt gleichen Elektricitätsmengen geladen und die Universalgravitation entfernt, so kommen dieselben Wirkungen zu Stande, nämlich gegenseitiger Zug, Beschleunigung, Erhaltung der Rotation

bei gegebener Winkelgeschwindigkeit etc. Es ist nun das einfachste zu definiren: Diejenige Elektricitätsmenge nenne ich 1, welche das G in seinen Wirkungen zu ersetzen im Stande ist. Ich ersetze also die Universalgravitation der Masse durch die Elektricität der Masse und setze diejenigen Mengen, die sich ersetzen, einander gleich. Aus diesen Erwägungen ist die Mengeneinheit der Elektricität direct $= G$ zu nehmen.

In dem zuerst gefundenen Ausdruck $Q = C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$ ist die physikalische Natur der elektrischen Masse nur verschleiert und zwar durch Einführung der absoluten Einheit S; denn ersetzen wir S durch seine Dimension im Universalgravitationssystem $S = C^{\frac{3}{2}} G^{-\frac{1}{2}}$, so wird $Q = C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} C^{-\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} = G$. Es zeigt sich also die elektrische Menge in ihrer wahren Dimension als Menge, welche die Masseneinheit G ersetzen kann; es zeigt sich, dass elektrische Menge direct proportional der ponderablen Masse ist, ein Satz, der wegen seiner fundamentalen Bedeutung für die Elektricitätslehre (Faraday) wohl werth ist, dass er schon in der ersten Definition der elektrischen Menge seinen klaren Ausdruck findet.

Die eben definirte Elektricitätsmengeneinheit, die ja am einfachsten dadurch definirt ist, dass sie die Gravitation des G im Universalgravitationssystem ersetzen kann, ist selbstverständlich der Grösse nach verschieden von der bisher gebräuchlichen Elektricitätsmengeneinheit und zwar in demselben Verhältnis, wie die Krafteinheit des Universalgravitationssystems verschieden ist von der Krafteinheit des CGS-Systems. Man kann aber die eine oder die andere wählen, also etwa die schon eingeführte beibehalten, das ändert nichts an der Dimension, sondern bewirkt nur, dass man einen constanten Factor beizufügen hat. Dasselbe gilt auch von den folgenden abgeleiteten Einheiten, und da wir bloss deren Dimensionen aufsuchen wollen, so werden wir diese constanten Factoren auch in Zukunft nicht berücksichtigen.

Stromstärkeeinheit herrscht, wenn die Mengeneinheit in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fliesst. Fliesst also die Menge Q in der Zeit S durch den Querschnitt, so ist die Stromstärke J

$$J = \frac{Q}{S} = \frac{C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}}{S} = C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-2}.$$

Im Universalgravitationssystem ist

$$J = \frac{Q}{S} = \frac{G}{C^{\frac{3}{2}} G^{-\frac{1}{2}}} = C^{-\frac{3}{2}} G^{\frac{3}{2}}.$$

Potenzialdifferenzeinheit herrscht zwischen zwei Punkten, wenn die Mengeneinheit die Arbeitseinheit leistet, wenn sie von einem Punkte

zum andern geht. Ist die Potenzialdifferenz $= E$, geht die Menge Q über und leistet dabei die Arbeit A, so ist

$$A = Q \cdot E, \text{ also } E = \frac{A}{Q} = \frac{C^2 G S^{-2}}{C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}} = C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}.$$

Dieselbe Definition gilt, wenn wir uns im Universalgravitationssystem ausdrücken; es ist auch

$$A = QE; \text{ also } E = \frac{A}{Q} = \frac{C^{-1} G^2}{G} = C^{-1} G.$$

Diese Potenzialdifferenz ist nun leicht zu deuten als Geschwindigkeitsquadrat. Man kann ja sagen: Potenzialdifferenz (Potenzialerhöhung) ist das, was zur elektrischen Masse dazukommen muss, damit sie Energie (Arbeit) besitzt; soll also zur Masse Q so viel Potenzialdifferenz E dazukommen, dass sie dementsprechend den Energiezuwachs A besitzt, so muss $A = EQ$, $E = \frac{A}{Q} = C^{-1} G = V^2$ sein. Also das, was zur elektrischen Masse kommen muss, damit sie Energie besitzt, ist ein Geschwindigkeitsquadrat; elektrische Massen von verschiedener Potenzial unterscheiden sich durch die den Massen eigenen Geschwindigkeiten, so dass die Potenziale den Geschwindigkeitsquadraten proportional sind.

Elektromotorische Kraft.

Elektromotorische Kraft herrscht an einem Orte, wenn dort die elektrische Masse eine höhere Energie erhält. Sie herrscht etwa an der Berührungsfläche von Zink und Schwefelsäure, weil dort die elektrische Masse, die von irgendwoher, z. B. vom nächsten Elemente, oder von der Elektrisirmaschine kommt, eine höhere Energie erhält. Die elektrische Masse erhält höhere Energie dadurch, dass Arbeit auf sie verwendet wird, und sie nun diese Arbeit als Energie in sich besitzt. Elektromotorische Kraft ist also das, was zur elektrischen Menge hinzutreten muss, damit sie eine höhere Energie besitzt. Wenn zur Menge G die elektromotorische Kraft E tritt und dadurch die Energie A zu Stande kommt, so muss $E \cdot G = A$, also $E = \frac{A}{G} = C^{-1} G = V^2$ sein. Elektromotorische Kraft ist also auch Geschwindigkeitsquadrat. An der Stelle, an welcher elektromotorische Kraft herrscht, erhält durch irgend welche Ursache (Aufwand irgend welcher Energie, chemischer, thermischer, magnetischer etc. Energie) die Elektricität eine Geschwindigkeit, hat infolge dieser Geschwindigkeit eine dem Quadrat derselben proportionale Energie (hat eine Steighöhe erreicht, die dem Geschwindigkeitsquadrat proportional ist) und sinkt, den Stromkreis durchlaufend, wieder auf die vorige Energie zurück, indem sie im Stromkreise ihre Energie abgibt (in andere Energien, chemische, thermische, magnetische etc. verwandelt).

Bis hierher haben sich die physikalischen Charaktere der abgeleiteten Grössen direct aus den Dimensionen ablesen lassen.

Widerstandseinheit herrscht zwischen 2 Punkten, wenn zwischen beiden die Potentialdifferenz 1 vorhanden ist, und nur die Stromeinheit durch den Leiter fliesst.

Nach Ohm ist $J = \frac{E}{W}$, also $W = \frac{E}{J} = \frac{C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}}{C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-2}} = C^{-1} S$; also hat der Widerstand die Dimension der Reciproken einer Geschwindigkeit.

Dasselbe findet man, wenn man im Universalgravitationssystem sich ausdrückt:

$$J = \frac{E}{W}; \quad W = \frac{E}{J} = \frac{C^{-1} G}{C^{-\frac{3}{2}} G^{\frac{3}{2}}} \doteq C^{\frac{1}{2}} G^{-\frac{1}{2}} = V^{-1}.$$

So einladend es ist, zu sagen, der Widerstand, der ja die Dimension V^{-1} hat, ist die Reciproke einer Geschwindigkeit, so müssen wir uns das doch so lange versagen, bis wir ihm auch physikalisch eine solche Bedeutung zuschreiben können. Es ist bezeichnend, dass in allen Ableitungen der Dimensionen, die ich bisher gesehen habe, keine Deutung der Dimension von Potenzial, elektromotorischer Kraft, magnetischem Feld etc. versucht wurde, weil eben die unschönen Ausdrücke derselben in CGS eine einfache Deutung nicht zuliessen. dass dagegen stets beim Widerstande mit einer gewissen Befriedigung constatirt wird, dass er die Reciproke einer Geschwindigkeit sei, und dass bei Ableitung der elektromagnetischen Einheiten ebenso constatirt wird, dass der Widerstand eine Geschwindigkeit sei; nirgends aber wird gesagt, was er für eine Geschwindigkeit sei. Nur Kohlrausch erklärt bei den elektromagnetischen Einheiten den Widerstand als die Geschwindigkeit, mit der ein Draht durch ein magnetisches Feld bewegt werden müsse, um eine gewisse Stromstärke zu erzielen, womit doch wenigstens eine Anschauung verbunden werden kann.

Wenn wir versuchen wollen, dem Widerstande eine physikalische Deutung zu geben, so müssen wir ausgehen vom Ohm'schen Gesetze $W = \frac{E}{J}$. Aus dem wichtigsten Inhalte derselben, dass nämlich bei proportionalen Aenderungen von E und J sich das W nicht ändert, ist aber zunächst über seine physikalische Natur nichts zu erfahren. Nun hatte aber E die Dimension $\frac{G}{C}$, und wir erklärten das als ein Geschwindigkeitsquadrat; es kann aber, wenn man es einfach betrachtet, auch angesehen werden als diejenige Masse, die sich auf der Längeneinheit befindet. Nehmen wir nämlich an, die im Stomkreise vorhandene Menge G sei auf der Stromlänge C gleichmässig vertheilt,

und durchlaufe in S-Secunden diese ganze Länge, so ist die auf der Längeneinheit vorhandene Menge $= \frac{G}{C}$; dies hat die nämliche Dimension wie die elektromotorische Kraft, und es ist zu untersuchen, ob physikalisch beide verwandt oder identisch sind. Nehmen wir an es bleibe die Stromlänge C dieselbe und auch die Zeit S, in der sie durchlaufen wird, dieselbe, wir verdoppeln aber die Menge G Elektricität, die auf dem Stromweg vorhanden ist, so verdoppeln wir einerseits die Menge der auf der Wegeinheit befindlichen Elektricität, und andrerseits die Stromstärke; weil aber die Stromstärke sich verdoppelt hat, so muss auch die elektromotorische Kraft doppelt so gross sein. Es kommt also auf dasselbe hinaus, ob ich die Menge der auf der Längeneinheit vorhandenen Elektricität verdoppele, oder ob ich die elektromotorische Kraft verdoppele; beide ändern sich proportional, ich kann also die eine durch die andere messen. Sowie man also die elektromotorische Kraft messen kann durch das Geschwindigkeitsquadrat (Steighöhe), das die Masse G bekommt, kann man sie auch messen durch die Menge der auf der Längeneinheit befindlichen Masse. Dann dürfen wir auch sagen $\frac{1}{E} = \frac{C}{G}$, also bedeutet $\frac{1}{E}$ die Länge, welche die Mengeneinheit einnimmt; ist ja die Menge G auf der Länge C gleichmässig vertheilt, so nimmt die Mengeneinheit die Länge $\frac{1}{E} = \frac{C}{G}$ ein. Ebenso, da die Stromstärke $J = \frac{G}{S}$, so ist $\frac{1}{J} = \frac{S}{G}$ also die Zeit, in welcher die Mengeneinheit den Querschnitt passirt. Die Mengeneinheit hat also die Länge $\frac{C}{G}$ und braucht die Zeit $\frac{S}{G}$, um herauszufliessen, hat also die Geschwindigkeit

$$V = \frac{C \cdot G}{G \cdot S} = \frac{C}{S}; \text{ das ist aber} = \frac{1}{E} \cdot \frac{J}{1} \text{ also} = \frac{J}{E};$$

aber $\frac{J}{E}$ stellt die Leitungsfähigkeit vor, folglich ist sie die Geschwindigkeit, mit der sich die Mengeneinheit fortpflanzt, oder, da das G in beiden Fällen dasselbe ist, die Geschwindigkeit, mit der sich die Elektricität im Stromkreise fortpflanzt. Die Reciproke der Leitungsfähigkeit nennen wir Leitungswiderstand; derselbe ist also die Reciproke derselben Geschwindigkeit.

Es wäre Unrecht, zu glauben, dass man damit etwas erschöpfendes über die Natur des Widerstandes erfahren habe, denn diese Darstellung beruht auf einigen Annahmen, die sich mit der Natur der Elektricität nicht ganz vertragen. Eine solche Annahme war die, dass

die Elektricität gleichmässig auf der Länge C vertheilt sei, was ja nicht richtig ist. Man betrachte aber, um ein anschauliches Beispiel zu haben, folgendes: man denke sich, Wasser werde von einer Kraft vom Punkte A zum höheren Punkte B geschafft; von B führe eine Rinne auf irgend einem stets geneigten Wege nach A zurück; dieser Weg BCA sei $= C$, und die Zeit, die ein Molekül braucht, um den Weg zurückzulegen, sei $= S$; um es von A nach B zu bringen sei keine Zeit erforderlich, so dass stets die ganze Masse G des Wassers auf dem Wege BCA vorhanden seien. $\frac{G}{C}$ bedeutet dann die auf der Längeneinheit vorhandene Masse, vorausgesetzt, dass die Masse gleichmässig auf dem ganzen Weg vertheilt ist. Dies wird nun im allgemeinen keineswegs der Fall sein, je nach Neigung des Weges (auch Breite der Rinne bei Wasser) Widerstand desselben in seinen einzelnen Theilen etc. wird die Masse höchst ungleich vertheilt sein, aber, wenn wir darauf verzichten den Strom in seinen einzelnen Theilen zu untersuchen, sondern uns nur darauf beschränken, zu untersuchen, was bei B fortgeht, und was bei A ankommt, so können wir sagen, in A und B schaut es so aus, als wenn die Masse G gleichmässig auf dem Wege C vertheilt wäre, und überall dieselbe Geschwindigkeit hätte; es bedeutet also $\frac{G}{C}$ diese mittlere Dichte, die Menge, die auf der Längeneinheit bei gleichmässiger Vertheilung vorhanden wäre, und $\frac{G}{S}$ ist die Menge, die pro Secunde jeden Querschnitt durchfliesst. Wir haben also einerseits keine Vorstellung, wie gross das C sein muss, damit in gegebener Zeit eine gegebene Menge (Wasser) herunterläuft, und doch kommen wir zu der Forderung, dass ein gewisser Weg durchlaufen werden muss, um der Thatsache, dass eine continuirlicher Strom vorhanden ist, genügen zu können. Aus der Forderung, dass ein gewisser Weg durchlaufen werden muss, folgt, dass die in A ankommende Menge so aussieht, als wenn auf der Längeneinheit die Menge $\frac{G}{C}$ wäre; von dieser wissen wir, dass sie als Maass der elektromotorischen Kraft dienen kann; und da nun nach Ohm der Widerstand $= \frac{E}{J}$, so ist er auch $= \frac{G}{C \cdot J} = \frac{S}{C}$; das stellt aber die Reciproke der Geschwindigkeit vor, mit der sich die Elektricität in diesem Stromkreise bewegt.

Dass der Widerstand, oder sprechen wir leichter von der Leitungsfähigkeit, dass diese sich also als Geschwindigkeit darstellt, hat seinen Grund in der physikalischen Eigenschaft, dass sie dem Verhältnis

von Stromstärke und elektromotorischer Kraft gleich ist, und dass die elektromotorische Kraft auch gemessen werden kann durch die Menge der auf der Längeneinheit befindlichen Elektricität. Somit würde man auch sagen können: Leitungseinheit hat ein Leiter, wenn die auf ihm sich befindliche Mengeneinheit ihn in der Zeiteinheit durchläuft.

Wir gehen über zur Definition der magnetischen Masse. Man definirt sie gewöhnlich ähnlich wie die elektrische Masseneinheit, als diejenige Masse, welche eine gleich grosse (entgegengesetzte) in der Entfernung 1 mit der Kraft 1 anzieht. Da die Anziehung proportional dem Producte der Massen und umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes ist, so ist:

$$F = \frac{M \cdot M}{C^2}; \; M = \sqrt{C^2 F} = \sqrt{C^2 \cdot CGS^{-2}}, \text{ also } M = C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}.$$

Dieselben Ueberlegungen wie bei der elektrischen Masse finden auch hier Platz und wir definiren: Magnetische Masseneinheit ist diejenige magnetische Masse, welche das G im Universalgravitationssystem ersetzt, also $M = G$; und wenn wir in obiger Formel das S durch seine Dimension $C^{\frac{3}{2}} G^{-\frac{1}{2}}$ ersetzen, so erhält man auch $M = G$.

Intensität des magnetischen Feldes ist die Intensität, mit der ein Pol einen in gewisser Entfernung befindlichen Magnetpol von der Menge 1 anzieht. Diese Intensität ist proportional der Masse des anziehenden Magneten und umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung und ist dann $= 1$, wenn die anziehende Kraft $= 1$ ist. Also ist, wenn wir die Intensität mit Φ bezeichnen.

$$\Phi = \frac{M}{C^2} = \frac{C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}}{C^2} = C^{-\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}.$$

Im Universalgravitationssystem ist ebenso $\Phi = \frac{G}{C^2} = C^{-2} G$. Das ist aber eine Beschleunigung; also wird die Insensität des Feldes gemessen durch die Beschleunigung, welche der Pol 1 in diesem Felde bekommt, hat also einen leicht ersichtlichen, den physikalischen Charakter des Feldes erklärenden Sinn.

Wir gehen über zu den elektromagnetischen Einheiten und führen zunächst an, wie sie gewöhnlich abgeleitet zu werden pflegen.

Ein Stromtheil bringt ein magnetisches Eeld hervor; man denke sich den Stromtheil in Kreisform laufend, nehme von demselben nur einen Bogen, der gleich dem Radius ist, und betrachte die Intensität des im Kreismittelpunkte erzeugten magnetischen Feldes, so ist diese Intensität proportional der Stromstärke J und der Länge C des Stromtheiles und umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes C; also $\Phi = \frac{J \cdot C}{C^2}$; hieraus $J = \Phi \cdot C$; aber Φ hat im magnetischen

System die Dimension $C^{-\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}S^{-1}$, also ist $J = C^{\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}S^{-1}$. Man setzt also diejenige Stromstärke = 1, welche, die Einheit des Bogens durchlaufend auf einem Kreise vom Radius 1, in dessen Mittelpunkt das magnetische Feld 1 erzeugt.

Hieraus leitet man leicht die Mengeneinheit der Elektricität ab als diejenige Menge, welche bei der Stromstärke 1 in der Zeit 1 heraus läuft. Bezeichnet man die Menge, die in der Zeit S herausläuft, mit Q, so ist

$$Q = J \cdot S = C^{\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}S^{-1}. \; S = C^{\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}.$$

Die elektromotorische Krafteinheit wird wie früher gefunden:

$$A = Q \cdot E; \quad E = \frac{A}{Q} = \frac{C^2GS^{-2}}{C^{\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}} = C^{\frac{3}{2}}G^{\frac{1}{2}}S^{-2}$$

ebenso die Widerstandseinheit aus dem Ohm'schen Gesetz:

$$J = \frac{E}{W}; \quad W = \frac{E}{J} = \frac{C^{\frac{3}{2}}G^{\frac{1}{2}}S^{-2}}{C^{\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}S^{-1}} = CS^{-1}.$$

Gegen diese Ableitung ist das Bedenken zu erheben, dass zunächst der physikalische Charakter der dargestellten Grössen ganz unkenntlich ist, und, was noch wichtiger ist, dass die Dimensionen selbst etwas ganz anderes bedeuten, als die Dimensionen der entsprechenden Grössen des elektrostatischen Systems. Es sind ja die hier dargestellten Grössen der Art noch keineswegs verschieden von den elektrostatischen; denn Stromstärke z. B. bedeutet hier wie dort die pro Secunde durch den Querschnitt fliessende Elektricitätsmenge und ebenso ist auch die Elektricitätsmenge die in der Zeit S herauslaufende (durch das Voltameter zu messende) Menge; auch elektromotorische Kraft und Widerstand bedeuten nichts der Art nach Verschiedenes. Es ist ja die primärste Forderung des Messens, dass die Einheit mit der man misst, von derselben Art, also von derselben Dimension sei, wie die zu messende Grösse, es ist deshalb widersinnig, dieselbe Grösse durch zweierlei Grössen messen zu wollen, die durchaus verschiedene Dimensionen haben; es untersteht wohl die Grösse der Einheit dem Belieben und der willkürlichen Festsetzung, aber die Art der Einheit muss dieselbe sein wie die der zu messenden Grösse. Nur in besonderen Fällen kann die Dimension des Maasses verschieden sein von der des zu messenden Dinges, wie wir z. B. das Tuch dem Meter nach kaufen, das ist aber nur dann der Fall, wenn ein Bestimmungsmerkmal (Breite) der zu messenden Grösse (Tuchfläche) eine Constante ist, die durch die specielle Natur der zu messenden Grösse schon definirt und als solche bekannt ist. Wir müssen deshalb versuchen, zu abgeleiteten Einheiten auch des elektromagnetischen

Systems zu gelangen, so dass deren Natur noch aus ihrer Dimension erkannt werden kann, wenn auch vielleicht die Einheit, nach welcher wir messen, eine Abänderung erfährt.

Wenn wir sagen, wir wollen die Einheiten des elektromagnetischen Systems definiren, so heisst das ja nicht, wir wollen uns Ausdrücke für dieselben ableiten; denn da die Grössen des elektromagnetischen Systems nach Art und physikalischer Bedeutung dieselben sind wie im elektrostatischen System, so können und dürfen sie durch keine anderen Ausdrücke dargestellt werden. Es muss also die Stromstärke, um wieder mit dieser zu beginnen, dargestellt sein durch die Form

$$J = \frac{G}{S} = \frac{G}{C^{\frac{3}{2}} G^{-\frac{1}{2}}} = C^{-\frac{3}{2}} G^{\frac{3}{2}}.$$

Jedes Stromstück übt nun eine seitliche, laterale Wirkung aus, und wir wollen ebenso wieder annehmen, das Stromstück habe die Form eines Kreisbogens von der Länge C und dem Radius C, so ist die laterale Wirkung abhängig von der Stromstärke $\frac{G}{S}$ und derselben proportional, ferner ist sie der Länge des Stromtheiles direct, und dem Quadrat des Radius umgekehrt proportional; also ist diese laterale Wirkung $= \frac{G \cdot C}{S \cdot C^2} = \frac{G}{SC} = C^{-\frac{5}{2}} G^{\frac{3}{2}}$.

Nun weiss man aber, dass diese laterale Wirkung identisch ist mit einem magnetischen Felde, dessen Intensität die Form $\Phi = C^{-2} G$ hat, und erkennt, dass beide Formen voneinander verschieden sind und zwar um die Dimension einer Geschwindigkeit $V = C^{-\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}}$; denn es ist

$$\frac{G}{SC} = C^{-\frac{5}{2}} G^{\frac{3}{2}} = C^{-\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} \cdot C^{-2} G = V\Phi.$$

Man ersieht daraus, dass die Stromstärke $\frac{G}{S}$ allein eine laterale Wirkung von der Dimension Φ gar nicht hervorbringen kann, dass vielmehr zu den Elementen, welche die laterale Wirkung bedingen, ausser der Stromstärke noch eines hinzutreten resp. vorhanden sein muss, welches die Dimension einer Geschwindigkeit hat. Das heisst: Die Elektricität übt die laterale Wirkung nicht bloss vermöge der Stromstärke aus, sodern auch noch vermöge einer Geschwindigkeit. Es ist nun aber, wie das Experiment lehrt, die laterale Wirkung bloss von der Stromstärke (und dem Radius C) abhängig, also bloss von $\frac{G}{C}$; denn welches auch die Beschaffenheit des Stromweges sei, ob dick oder dünn, welches auch der Widerstand derselben sei, ob gross oder klein, stets ist die Stromstärke proportional der Intensität des magnetischen Feldes und umgekehrt. Wenn also diese laterale Wirkung (Tuchfläche)

ausser von der Stromstärke (Tuchlänge) von noch etwas abhängig sein soll, so muss dies eine Constante sein, und wenn wir sehen, dass dies die Dimension einer Geschwindigkeit (Breite) haben soll, so muss eben diese Geschwindigkeit (Breite) eine constante sein.

Man denkt zunächst an die Geschwindigkeit der Elektricität, und stösst dabei auf das scheinbar unpassende, dass diese Geschwindigkeit in demselben Stromkreise sehr verschieden sein kann; denn denkt man sich in demselben Stromkreise zwei aufeinanderfolgende Stromtheile von verschiedenem Widerstande, etwa den ersten Stromtheil dick, den zweiten dünn, so befindet sich auf einer Längeneinheit des ersten Stückes eine grosse Masse Elektricität in geringer Geschwindigkeit, während sich auf einer Längeneinheit des zweiten Stückes eine kleinere Masse Elektricität in entsprechend (ebenso viel mal) grösserer Geschwindigkeit befindet; es hat also die Electricität thatsächlich in verschiedenen Stromquerschnitten verschiedene Geschwindigkeiten. Sogar wenn der Stromweg durchaus homogen ist, ist die Geschwindigkeit an den verschiedenen Stellen desselben verschieden; denn indem die Elektricität denselben durchläuft, dehnt sie sich aus, wie Luft die durch eine Röhre von constantem Querschnitte fliesst, es muss also auf einer früheren Stelle dichtere Elektricität in geringerer Geschwindigkeit, und auf einer späteren Stelle dünnere Elektricität in grösserer Geschwindigkeit sich befinden. Aber um diese Geschwindigkeiten der auf den einzelnen Stromstellen befindlichen Elektricitäten handelt es sich nicht, denn wir haben die laterale Geschwindigkeit auch nicht abhängig gemacht von den in den einzelnen Querschnitten befindlichen Elektricitätsmengen, sondern es handelt sich um die Geschwindigkeit der Menge $\frac{G}{S}$, denn von dieser Masse haben wir die laterale Wirkung abhängig gemacht.

Die Geschwindigkeit der Masse $\frac{G}{S}$, d. h. derjenigen Masse, die pro Secunde den Querschnitt passirt, ist aber im ganzen Stromkreise dieselbe; denn da die Stromstärke im ganzen Stromkreise dieselbe ist, also in jeder Secunde durch jeden Querschnitt gleich viel Elektricität laufen muss, so muss diese Menge auch in gleichen Zeiten gleiche Wege durchlaufen, also überall dieselbe Geschwindigkeit besitzen. Oder, denken wir uns den Querschnitt in Querschnittstheile zerlegt, so dass durch jeden bloss ein bestimmter Theil von $\frac{G}{S}$ fliessen kann, so wird dort, wo der Querschnitt viele solche Querschnittstheile besitzt, die Geschwindigkeit in jedem Theile klein sein und umgekehrt; denken wir uns statt jedes Querschnittes einen Normalquerschnitt, der eben gerade die

Masse $\frac{G}{S}$ durchlässt, so wird dessen Geschwindigkeit eine bestimmte Grösse haben, und diese Geschwindigkeit ist stets dieselbe, wie viele Querschnittseinheiten der Querschnitt auch haben mag; das V, diese Geschwindigkeit bedeutet also die auf den Normalquerschnitt umgerechnete Geschwindigkeit der Masse $\frac{G}{S}$ und ist somit im ganzen Stromkreise dieselbe und für jede Stromstärke constant. Oder würden wir die laterale Wirkung abhängig machen von den Dichtigkeiten der durch die Stromquerschnitte fliessenden Elektricitätsmengen, so müssten wir, da diese verschieden dichten Elektricitäten auch verschiedene Geschwindigkeit haben, die laterale Wirkung auch abhängig machen von diesen Geschwindigkeiten; sehen wir aber von den verschiedenen Dichtigkeiten ab, indem wir uns jede Dichtigkeit durch eine gewisse Normaldichte ersetzt denken, so werden auch die Geschwindigkeiten einander gleich, und nehmen wir als Normaldichte diejenige, bei der eben $\frac{G}{S}$ durch den Querschnitt fliesst, so erlangt auch die Geschwindigkeit eine gewisse constante Grösse. Die laterale Wirkung ist also dann abhängig eben von dieser Stromstärke $\frac{G}{S}$ und auch von der Geschwindigkeit, doch hat letztere eine constante Grösse. Eine absolute Constante ist jedoch diese Geschwindigkeit keineswegs, sondern sie ist abhängig von der Natur der fliessenden Masse. Nehmen wir an, es gäbe noch eine andere Art Elektricität, die ihrer Natur nach etwas von der uns bekannten Elektricität verschieden wäre (wie wir ja auch annehmen können, dass die Universalgravitation schwächer wäre, oder dass es eine andere Art Licht gebe, von anderer Fortpflanzungsgeschwindigkeit) und nehmen wir an, die Verschiedenheit läge darin, dass die Geschwindigkeit der Elektricität eine andere wäre, so ist klar, dass auch die laterale Wirkung eine andere wäre und zwar sich etwa proportional dieser Geschwindigkeit ändern würde; hätte diese andere Art Elektricität etwa eine V-mal kleinere Geschwindigkeit, so wäre ihre laterale Wirkung V-mal kleiner. Also diese Zahl V, die die Geschwindigkeit der Elektricität bedeutet, und von der die laterale Wirkung der strömenden Elektricität auch abhängt, ändert sich mit der Natur der Elektricität,und ist constant, so lange wir mit der uns bekannten Elektricität operiren. Die Zahl V ist also eine Constante der Elektricität, hat die Dimension einer Geschwindigkeit und kann als solche, so lange wir nur mit der uns bekannten Art Elektricität experimentiren, von Φ abgespaltet und durch ihren constanten Werth ersetzt werden. Das ist die Bedeutung der Gleichung

$\frac{G}{SC} = V \cdot \Phi$. Hierbei ist $\frac{G}{S} = J$, und Φ ist die Intensität des magnetischen Feldes. Ersetzen wir J durch die elektrostatische Stromeinheit und Φ durch die Intensitätseinheit des magnetischen Feldes, ebenso C durch die Längeneinheit, so heisst die Gleichung: $\frac{J}{C} = V \cdot \Phi$, d. h. die Anzahl der elektrostatischen Stromeinheiten ist nicht gleich der Anzahl der Intensitätseinheiten, sondern gleich deren Anzahl V-mal genommen. Nun haben wir aber über die Intensitätseinheiten schon verfügt, finden also, dass die laterale Wirkung der Stromeinheit nicht ausgedrückt wird durch $1\,\Phi$ sondern durch ein V-mal kleineres Φ, weil erst V solche einer Einheit geben, schliessen somit, dass die elektrostatische Stromeinheit viel zu klein ist, um die Intensitätseinheit zu geben. Wir nehmen deshalb V solche elektrostatische Stromeinheiten zusammen und nennen sie eine elektromagnetische Stromeinheit. Seien die ersten mit J, die zweiten mit J' bezeichnet, so ist $\frac{J}{V} = J'$. Es hat also J' noch dieselbe Dimension wie das J, nämlich $C^{-\frac{1}{2}}G^{\frac{1}{2}}$, der Grösse nach ist es davon verschieden, es ist V-mal grösser, wobei V die Dimension einer Geschwindigkeit hat.

Um den Werth des V zu ermitteln sind Versuche angestellt worden und haben ergeben $V = 28800000000^{\text{cm}}$ pro Secunde.

Die Ableitung der übrigen Einheiten ergibt sich nun ähnlich wie früher. Die Mengeneinheit Q' folgt aus

$$J' = \frac{Q'}{S}. \text{ also } Q' = \frac{J}{VS} = \frac{G}{V};$$

also auch die Mengeneinheit ist V-mal grösser als im elektrostatischen System.

Für elektromotorische Kraft ist

$$E' = \frac{A}{Q'} = \frac{A \cdot V}{G}, = E \cdot V,$$

also ist die elektromotorische Krafteinheit V-mal kleiner als im elektrostatischen System.

Für den Widerstand ist

$$W' = \frac{E'}{J'} = \frac{EV \cdot V}{J} = \frac{E}{J} \cdot V^2 = W \cdot V^2,$$

also ist die Widerstandseinheit V^2-mal kleiner als im elektrostatischen System.

Es behalten also alle Einheiten dieselbe Dimension, welche sie im elektrostatischen System haben, haben also auch denselben physikalischen Charakter, es ist also die elektromotorische Kraft auch ein

Geschwindigkeitsquadrat und der Widerstand die Reciproke einer Geschwindigkeit; aber die Grösse der Einheit hat sich geändert, ist V-mal grösser, V-mal kleiner, beim Widerstand V^2-mal kleiner geworden, jedoch bedeutet das V überall eine Constante, deren Grösse von der Natur der vorliegenden Elektricität bedingt und für sie charakteristisch ist und die Dimension einer Geschwindigkeit hat.

Wir haben das Universalgravitationssystem eingeführt zu dem Zweck, um eine der drei Einheiten C, G, S zu entfernen und uns bloss auf die zwei absolut nothwendigen zu beschränken.

Wir stellten für die Kraft die zwei Formen auf $F = CGS^{-2}$ als Centrifugalkraft und $F = C^{-2}G^2$ als Universalgravitation. Beide müssen einander gleich sein, also ist $CGS^{-2} = C^{-2}G^2$; das liefert die Relation $C^3G^{-1}S^{-2} = 1$ und es ist das die Relation, welche zwischen den 3 Einheiten CGS besteht, und uns in den Stand setzt, eine beliebige von ihnen zu eliminiren und nur die beiden anderen als absolute Einheiten zu benutzen. Wir berechneten damals daraus $S = C^{\frac{3}{2}}G^{-\frac{1}{2}}$ und stellten damit das CG-System her. Ebenso können wir aus dieser Relation berechnen: $G = C^3S^{-2}$ und damit das CS-System herstellen. Wir haben dazu bloss die Dimensionen der Einheiten des CGS-Systems zu nehmen und statt G den Ausdruck C^3S^{-2} zu setzen.

Die Berechnung liefert für:

$$\begin{aligned} &\text{Geschwindigkeit} = CS^{-1} \\ &\text{Beschleunigung} = CS^{-2} \\ &\text{Kraft} = C^4S^{-4} \\ &\text{Arbeit} = C^5S^{-4} \end{aligned}$$

Bei den elektrostatischen Einheiten erhält man:

Menge $= C^3S^{-2}$, was mit G identisch ist,
Stromstärke $= C^3S^{-3}$, also $= GS^{-1}$
Potenzial $= C^2S^{-2}$, also $= V^2$
Widerstand $= C^{-1}S$, also $= V^{-1}$

Als magnetische Einheiten ergeben sich:

Magnetische Masse $= C^3S^{-2}$, was mit G identisch ist,
Magnetisches Feld $= CS^{-2}$, also eine Beschleunigung.

Als elektromagnetische Einheiten hat man:

$$\begin{aligned} &\text{Stromstärke} = C^2S^{-2} = \frac{1}{V}\cdot J \\ &\text{Menge} = C^2S^{-1} = \frac{1}{V}\cdot G \\ &\text{Potenzial} = C^3S^{-3} = V\cdot E \\ &\text{Widerstand} = CS^{-1} = V^2 W \end{aligned}$$

Es haben diese Dimensionen des *CS*-Systems keinen wesentlich neuen Einblick gestattet, doch haben sie vor denen des *CG* Systems den kleinen Vorzug, dass sie keine gebrochenen Exponenten haben.

Ableitung und Bedeutung dieser Einheiten bleibt dieselbe wie früher; man hat C und S als absolute Einheiten und definirt zunächst die Masseneinheit als diejenige Masse, um welche ein unendlich kleiner Satellit in 1^{cm} Entfernung so rotirt, dass er in 1 Secunde einen dem Radius (cm) gleichen Kreisbogen zurücklegt. Krafteinheit ist dann die Kraft, mit welcher sich zwei solche Masseneinheiten in der Entfernung 1 anziehen.

Man kann aus der Relation $C^3G^{-1}S^{-2} = 1$ auch berechnen $C = G^{\frac{1}{3}}S^{\frac{2}{3}}$ und damit das *GS*-System aufstellen. Man findet

Geschwindigkeit	$= G^{\frac{1}{3}}S^{-\frac{1}{3}}$
Beschleunigung	$= G^{\frac{1}{3}}S^{-\frac{4}{3}}$
Kraft	$= G^{\frac{4}{3}}S^{-\frac{4}{3}}$
Arbeit	$= G^{\frac{5}{3}}S^{-\frac{2}{3}}$
Elektrische Menge	$= G$
Stromstärke	$= GS^{-1}$
Potenzial	$= G^{\frac{2}{3}}S^{-\frac{2}{3}}$
Widerstand	$= G^{-\frac{1}{3}}S^{\frac{1}{3}}$
Magnetische Masse	$= G$
Magnetisches Feld	$= G^{\frac{1}{3}}S^{-\frac{4}{3}}$

Stromstärke	$= G^{\frac{2}{3}}S^{-\frac{2}{3}} = J \cdot \frac{1}{V}$
Elektrische Menge	$= G^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{3}} = G \cdot \frac{1}{V}$
Potenzial	$= GS^{-1} = E \cdot V$
Widerstand	$= G^{\frac{1}{3}}S^{-\frac{1}{3}} = W \cdot V^2.$

Ableitung und Bedeutung dieser Einheiten bleibt dieselbe wie früher und ist leicht ersichtlich.

Man ist nun bei Benutzung der Relation $C^3G^{-1}S^{-2} = 1$ nicht gerade darauf beschränkt, eine der 3 Einheiten *CGS* zu eliminiren, sondern man kann, wenn man eine andere Grösse als absolute Einheit dazu nimmt, auch 2 von diesen Einheiten eliminiren. Man kann etwa die Kraft als absolute Einheit dazunehmen und so das System *CF* aufstellen, indem man die Grössen G und S eliminirt; man hat hier die zwei Gleichungen $C^3G^{-1}S^{-2} = 1$ und $F = G^2C^{-2}$. Man findet daraus $G = CF^{\frac{1}{2}}$ und $S = CF^{-\frac{1}{4}}$.

Ebenso kann man aus denselben Gleichungen das System $F \cdot G$ herstellen; dann ist $C = GF^{-\frac{1}{2}}$ und $S = GF^{-\frac{3}{4}}$ und kann das System *FS* herstellen, dann ist $C = SF^{\frac{1}{4}}$, $G = SF^{\frac{3}{4}}$. Die Herstellung der

Dimensionen geschieht leicht, indem man in die Dimensionen des CGS-Systems einfach die angegebenen Grössen einsetzt und vereinfacht. Die Formen, welche die Dimensionen der Einheiten dabei annehmen, haben nicht gerade besondere Wichtigkeit, weil sie keinen neuen Aufschluss über die Natur der dargestellten Grössen geben, doch zeigen sie die Eigenthümlichkeit, dass manche von ihnen bloss durch F allein ausgedrückt sind. In all diesen 3 Systemen FG, FC, und FS ist nämlich:

Geschwindigkeit	$= F^{\frac{1}{4}}$		
Stromstärke	$= F^{\frac{3}{4}}$	resp.	$= F^{\frac{1}{2}}$
Potenzial	$= F^{\frac{1}{2}}$	„	$= F^{\frac{3}{4}}$
Widerstand	$= F^{-\frac{1}{4}}$	„	$= F^{\frac{1}{4}}$.

Die anderen Dimensionen sind einfach: die Mengen haben die dem G entsprechende Dimension, Beschleunigung und magnetisches Feld sind $= G^{-1}F$, $C^{-1}F^{\frac{1}{2}}$, $S^{-1}F^{\frac{1}{4}}$ und Arbeit $= GF^{\frac{1}{2}}$, CF, $SF^{\frac{5}{4}}$.

Die Ergebnisse dieser Studie sind also folgende:

1. Die Dimensionen können leicht in die Form gebracht werden, dass sie genaue Formeln der dargestellten Grössen sind.

2. Die Dimensionen sind charakteristische Ausdrücke der dargestellten Grössen und erscheinen deshalb bei gleichartigen Grössen stets in der gleichen Eorm.

3. Das CGS-System enthält eine überflüssige Einheit, durch deren Elimination sich die Dimensionen wesentlich vereinfachen.

4. Die Dimensionen der elektromagnetischen Einheiten unterscheiden sich von denen der elektrostatischen Einheiten bloss durch die Dimension einer Geschwindigkeit, die aber, da sie constant ist, vom Dimensionsausdruck abgespaltet werden kann, so dass in beiden Systemen die Dimensionen gleichwerthiger Grössen auch gleich sind.

5. Man kann noch mehrere zweigliederige Systeme abgeleiteter Einheiten aufstellen.

In der Tabelle S. 803 sind die besprochenen Dimensionen in den verschiedenen Systemen zusammengestellt.

Man kann, was auch mehr naturgemäss ist, an der Stelle der Masseneinheit die Dichtigkeitseinheit D einführen; dann ist Masseneinheit diejenige Masse, welche 1^{ccm} von der Dichte 1 enthält; also ist

$$G = C^3 D.$$

Die Relation $C^3 = GS^2$ geht dann über in $C^3 = C^3 DS^2$ oder $DS^2 = 1$ und die Kraftgleichung $F = G^2 C^{-2}$ gibt $F = C^6 D^2 C^{-2}$, also $F = C^4 D^2$.

Wählt man etwa C und D als absolute Einheiten, so ist aus obiger Relation $S = D^{-\frac{1}{2}}$ und $G = C^3 D$; setzt man diese Grössen

			CGS	CG	CS	GS	FG	FC	FS
Absolute Einheiten	Länge	C	C	C	C	$G^{1/3}S^{2/3}$	$GF^{-1/2}$	C	$SF^{1/4}$
	Masse	G	G	G	C^3S^{-2}	G	G	$CF^{1/2}$	$SF^{3/4}$
	Zeit	S	S	$C^{3/2}G^{-1/2}$	S	S	$GF^{-3/4}$	$CF^{-1/4}$	S
Mechanische Einheiten	Geschwindigkeit	V	CS^{-1}	$C^{-1/2}G^{1/2}$	CS^{-1}	$G^{1/3}S^{-1/3}$	$F^{1/4}$	$F^{1/4}$	$F^{1/4}$
	Beschleunigung	P	CS^{-2}	$C^{-2}G$	CS^{-2}	$G^{1/3}S^{-4/3}$	$G^{-1}F$	$C\ ^{1}F^{1/2}$	$S^{-1}F^{1/4}$
	Kraft	F	CGS^{-2}	$C^{-2}G^2$	C^4S^{-4}	$G^{4/3}S^{-4/3}$	F	F	F
	Arbeit	A	C^2GS^{-2}	$C^{-1}G^2$	C^5S^{-5}	$G^{5/3}S^{-2/3}$	$GF^{1/2}$	CF	$SF^{5/4}$
Elektrostatische Einheiten	Menge	Q	$C^{3/2}G^{1/2}S^{-1}$	G	C^3S^{-2}	G	G	$CF^{1/2}$	$SF^{3/4}$
	Stromstärke	J	$C^{3/2}G^{1/2}S^{-2}$	$C^{-3/2}G^{3/2}$	C^3S^{-3}	GS^{-1}	$F^{3/4}$	$F^{3/4}$	$F^{3/4}$
	Potenzial	E	$C^{1/2}G^{1/2}S^{-1}$	$C^{-1}G$	C^2S^{-2}	$G^{2/3}S^{-2/3}$	$F^{1/2}$	$F^{1/2}$	$F^{1/2}$
	Widerstand	W	$C^{-1}S$	$C^{1/2}G^{-1/2}$	$C^{-1}S$	$G^{-1/3}S^{1/3}$	$F^{-1/4}$	$F^{-1/4}$	$F^{-1/4}$
Magnetische Einheiten	Menge	M	$C^{3/2}G^{1/2}S^{-1}$	G	C^3S^{-2}	G	G	$CF^{1/2}$	$SF^{3/4}$
	Intensität des Feldes	Φ	$C^{-1/2}G^{1/2}S^{-1}$	$C^{-2}G$	CS^{-2}	$G^{1/3}S^{-4/3}$	$G^{-1}F$	$C^{-1}F^{1/2}$	$S^{-1}F^{1/4}$
Elektromagnetische Einheiten	Menge	Q'	$C^{1/2}G^{1/2}$	$C^{1/2}G^{1/2}$	C^2S^{-1}	$G^{2/3}S^{1/3}$	$F^{1/2}$	$F^{1/2}$	$F^{1/2}$
	Stromstärke	J'	$C^{1/2}G^{1/2}S^{-1}$	$C^{-1}G$	C^2S^{-2}	$G^{2/3}S^{-2/3}$	$GF^{-1/4}$	$CF^{1/4}$	$SF^{1/2}$
	Potenzial	E'	$C^{3/2}G^{1/2}S^{-2}$	$C^{-3/2}G^{3/2}$	C^3S^{-3}	GS^{-1}	$F^{3/4}$	$F^{3/4}$	$F^{3/4}$
	Widerstand	W'	CS^{-1}	$C^{-1/2}G^{1/2}$	CS^{-1}	$G^{1/3}S^{-1/3}$	$F^{1/4}$	$F^{1/4}$	$F^{1/4}$

in die Dimensionen des CGS-Systems ein, so hat hat man für das CD-System folgende Dimensionen:

Geschwindigkeit	$= CD^{\frac{1}{2}}$
Beschleunigung	$= CD$
Kraft	$= C^4D^2$
Arbeit	$= C^5D^2$
Elektrische Menge	$= C^3D$ entsprechend G
Stromstärke	$= C^3D^{\frac{3}{2}}$
Potenzial	$= C^2D$ (also $= V^2$)
Widerstand	$= C^{-1}D^{-\frac{1}{2}}$ $\left(\text{also} = \frac{1}{V}\right)$
Magnetische Menge	$= C^3D$ entsprechend G
Magnetisches Feld	$= CD$ also Beschleunigung etc.

Das System CS bleibt dasselbe, wie früher, nur ist $D = S^{-2}$, also $G = C^3S^{-2}$ einzufügen.

Ein System DS ist nicht aufzustellen, weil die Relation $DS^2 = 1$ eine identische ist, und keine Unbekannte enthält, während die Kraftgleichung $F = D^2C^4$ gleich zwei Unbekannte enthält.

In welchem Abhängigkeitsverhältnis steht die zeitliche Abnahme der galvanischen Polarisation zur Natur der Elektrolyten und Elektroden.

Von

Dr. **M. Krieg.**

Bekanntlich erreicht die elektromotorische Kraft einer Polarisationszelle, nachdem durch dieselbe in einer bestimmten Zeit der primäre Strom geflossen ist, einen Höhepunkt und sinkt nach Oeffnung desselben in einer bestimmten, bei Anwendung verschiedener Elektroden und Elektrolyten verschieden gearteten Curve. Dieser Vorgang ist bis auf die Gegenwart mit verschiedenen Modificationen untersucht worden.

Nach Beetz [1]) ist die Abnahme der Polarisation der mit Sauerstoff beladenen Platinplatte viel schneller, als die der mit Wasserstoff beladenen, da, wenn auch das Wasserstoffgas tiefer eindringt in das Platin und durch die Absorption durch das umgebende Wasser von der Elektrode verschwindet, doch das Sauerstoffgas zugleich auch aus dem ozonisirten in den inactiven Zustand übergeht. — Ein vollständiges Verschwinden der Polarisation findet erst nach sehr langer Zeit statt. Wird z. B. noch nach einem Monat durch ein früher polarisirtes Voltameter, selbst wenn es für sich mit dem Galvanometer verbunden keinen Strom mehr zeigt, ein momentaner Strom eines Inductionsapparates in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung wie der polarisirte Strom geleitet, so findet sich nach Saweljew [2]), dass die Intensität desselben im ersten Falle viel kleiner als im zweiten Falle ist. — F. Streintz [3]) hat in seinen Experimentaluntersuchungen über die galvanische Polarisation sich mit der Bestimmung von Grösse und Verlauf der sogenannten einseitigen Polarisation oberhalb der Grenzen der sichtbaren Wasserstoffausscheidung beschäftigt und hat seine Untersuchungen auf die Metalle Palladium, Platin, Gold, Silber und Aluminium ausgedehnt. Elektrolyt war stark verdünnte Schwefelsäure. Seine Methode ermöglichte es ihm, die Wasserstoffpolarisation zu ermitteln: 1. vor dem Schliessen der Kette, 2. unmittelbar nach er-

[1]) Beetz, Pogg. Ann. 79 (1850) S. 106.

[2]) Saweljew, Pogg. Ann. 73 (1848) S. 516.

[3]) Streintz, Wien. Ber. 83 (1881) S. 618; Wied. Ann. 13 (1881) S. 644; Wied. Ann. 17 (1882) S. 843.

folgtem Schliessen und 3. unmittelbar und beliebig nach erfolgtem Oeffnen des Stromes. Hierbei kommt er zu folgenden Schlüssen: Die elektromotorische Kraft der Wasserstoffpolarisation hängt wesentlich von der Natur der Elektroden ab. Sie ist am grössten für Gold, wie auch Fromme[1]) gefunden, am kleinsten für Aluminium. Der Verlauf der Polarisation ist bei verschiedenen Metallen verschieden und charakteristisch, allen Metallen ist ein grösstes Absinken vom ursprünglichen Werthe in der Zeit, welche auf die Unterbrechung des Stromes unmittelbar folgt, gemeinsam. Gold und Silber haben nach einer Minute den weitaus grössten Theil, Aluminium sogar den Gesammtwerth der elektromotorischen Kraft verloren. Im ferneren Verlauf behält Palladium einen constanten Werth, während die übrigen Metalle noch weiter abnehmen. Ein ganz abnormes Verhalten zeigt Aluminium. Sobald die Kette geöffnet ist, tritt eine Umkehrung im elektromotorischen Verhalten ein, einerlei, ob die elektrolysirende Kette kurze oder lange Zeit geschlossen war.

Alle jene Beobachter haben, nachdem der primäre Strom eine oder mehrere Minuten geöffnet war, den Polarisationsstrom untersucht. Gewiss aber ist es nicht ohne Interesse, den Fall der Polarisationscurve auch unmittelbar nach dem Oeffnen der polarisirenden Kette zu erkennen. Dies ist mit Hilfe des Bernstein'schen Rheotoms[2]) möglich. Die Anwendung desselben bietet nämlich den grossen Vorzug, den Polarisationsstrom bereits $^1/_{10000}$ — $^1/_{20000}$ Secunde nach Oeffnung des polarisirenden Kettenstromes zu beobachten. Die Beobachtung ergab, dass die Polarisation vom Moment des Oeffnens des polarisirenden Stromes continuirlich sinkt und zwar oft überraschend schnell. Wird vermittelst einer Nebenleitung der Kreis des Polarisationsstromes geschlossen, so fällt die Polarisation viel schneller ab. Die Polarisation verschwindet im geschlossenen Kreise dadurch, dass sie selbst durch ihren Strom die entgegengesetzte Polarisation erzeugt. Man kann sich dann vorstellen, dass der Polarisationsstrom durch den entgegenwirkenden Strom geschwächt wird, und dass diese Schwächung in jedem Momente um so grösser ist, je stärker der vorhandene Strom ist. Es zeigte sich, dass die Abnahme der Polarisation p im geschlossenen Kreise mit der Zeit in den ersten Momenten der Grösse derselben proportional ist, also:

$$-\frac{dp}{dt} = \alpha p \quad \text{oder} \quad \log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right) = \alpha t,$$

wo P die Polarisation zur Zeit $t = 0$ ist.

[1]) Fromme, Wied. Ann. 12 (1881) S. 414.

[2]) In Betreff dieses interessanten Instrumentes verweise ich auf Wiedemann, Lehre von der Elektricität Bd. 2 S. 733.

Diese Gleichungen deuten an, dass die Abgleichungscurve des Polarisationsstromes eine logarithmische sein müsste. Allerdings findet auch eine Annäherung an die theoretisch geforderte Curve statt, wenigstens ist sie für die ersten Zeitabschnitte des Polarisationsstromes in der That vorhanden. Mit zunehmender Dauer aber weicht der Verlauf von der logarithmischen Curve ab. Es lag mir nun daran, diese zeitliche Abnahme des Polarisationsstromes des Näheren zu untersuchen.

Des Raummangels wegen möge es mir gestattet sein, die Angabe meiner Versuchsanordnung an dieser Stelle zu unterlassen und auf die Abhandlung in Poggendorff's Annalen Bd. 155 S. 177 zu verweisen. Was das Versuchsmaterial anbetrifft, so benutzte ich als Elektrolyten: Chlor-, Brom-, Jodkalium; Chlor-, Brom-, Jodnatrium, schwefelsaures Kalium und Natrium, schwefelsaures Kupfer, Eisen und Mangan und essigsaures Blei. Die Lösungen waren concentrirt und chemisch rein. Als Elektroden dienten folgende Metalle in Plattenform: Aluminium, Gold, Nickel, Platin und Silber. Die Platten waren theils vollständig aus dem betreffenden Metall hergestellt (Aluminium, Nickel, Silber), theils als dünne Plättchen (Platin, Gold) auf Messingplatten isolirt befestigt worden. Um mich zu vergewissern, dass das Messing in der That keine Einwirkung ausübte, wiederholte ich die mit Platin auf Messingplatten vorgenommenen Versuche mit Platinplatten auf Glas. Sie ergaben genau dieselben Resultate, ich war also sicher, dass das Messing wirkungslos war. Bei allen Platten wurde stets die eine Seite mit einer isolirenden Schicht überzogen, so dass also nur eine Seite der Platten wirksam war. Um fremde Einflüsse zu vermeiden und um für alle Platten einen möglichst gleichartigen Oberflächenzustand zu gewinnen, wurden sie vor jedem einzelnen Versuche vermittelst einer Putzpomade von allen etwaigen Verunreinigungen ihrer Oberfläche befreit und ihnen ein hoher Grad von Politur verliehen. Nach jeder Behandlung der Platten mit Putzpomade wurden sie mit einem Leder abgerieben, darauf mit Alkohol übergossen und durch Fliesspapier abgetrocknet. Eine Behandlung mit aqua destillata machte den Beschluss.

Die ersten Versuchsreihen hatten den Zweck, die Abhängigkeit der Depolarisation im geschlossenen Polarisationskreise bei Anwendung verschiedener Elektrolyte zu ermitteln. Da es sich um eine Vergleichung der Depolarisation in verschiedenen Elektrolyten handelte, so war darauf zu achten, die Bedingungen bei allen Versuchen möglichst gleich zu machen. Zu diesem Zwecke wurden die Elektroden sehr nahe an einander gebracht. Die Entfernung der einzelnen Platten von einander betrug 1,5^{mm}. Dadurch wurde ein ungleicher Wider-

stand in der Zersetzungszelle für verschiedene Flüssigkeiten vermieden. In den einen polarisirten Zweigstrom, welcher das Galvanometer enthielt, war ein Commutator eingeschaltet, so dass ich der Mühe überhoben war, den jedesmaligen Nullpunkt der Scala zu bestimmen; durch Umschlagen nach der einen und der anderen Seite erhielt ich die entgegengesetzten Ablenkungen des Galvanometers. Die Differenz beider gab mir das Maass der Höhe der jedesmaligen Polarisation.

Beobachtungsresultate.

1. Versuchsreihe.

Elektrolyten: NaCl. NaBr. NaJ.

Die Breite der eingetauchten Platinplatten für alle Versuche $= 20^{mm}$ und die Höhe derselben $= 22^{mm}$. Die elektromotorisch Kraft des primären Stromes = 2 Daniell. Die Zeit einer Umdrehung des Rheotoms = $^1/_6$ Sec. Die Kreistheilung desselben bestand aus 1000 Theilen, die ich im folgenden der Kürze halber immer „Zeittheilchen" nennen will. Die unter D befindlichen Zahlen sind Tausendstel der Zeit einer Umdrehung. Die Rubrik A enthalte die constanten Ablenkungen des Galvanometers.

Tabelle I.

D	A		
	Na Cl	Na Br	Na J
0	158,5	128,5	142
5	44	77	125
10	23,5	52	117
15	16,5	36	108,5
20	12	24,5	98
25	10	18	92,5

2. Versuchsreihe.

Elektrolyten: KCl. KBr. KJ.

Die Versuchsbedingungen blieben dieselben.

Tabelle II.

D	A		
	K Cl	K Br	K J
0	69,5	52,6	123,5
5	26	33	95,5
10	12,6	24	83
15	6	16,5	74,5
20	3,5	11	68
25	2,5	6	—

3. Versuchsreihe.

Elektrolyten: Na_2SO_4. K_2SO_4.
Die Versuchsbedingungen blieben dieselben.

Tabelle III.

D	*A*	
	Na_2SO_4	K_2SO_4
0	91,5	120,5
5	37,5	50,5
10	24	26
15	16	16,5
20	10,5	10,5
25	9,5	7,8

Bei den folgenden Versuchen wurde die Compensationsmethode nach Poggendorf mit der von E. du Bois-Reymond angegebenen Modification angewandt. In Betreff der Anordnung derselben, speciell für meine Untersuchungen verweise ich wieder auf Pogg. Ann. 155. Die Zahl der Compensatorgrade misst die elektromotorische Kraft (hier unter Rubrik *Cpg*) des Polarisationsstromes. Die Compensationskette bestand aus einem Thermoelement. $nn = 1^m$.

4. Versuchsreihe.

Elektrolyten: $CaSO_4$. $FeSO_4$. $MnSO_4$. $Pb(C_2H_3O_2)_2$.

Tabelle IV.

D	*Cpg*			
	$CuSO_4$	$FeSO_4$	$MnSO_4$	$Pb(C_2H_3O_2)_2$
0	81,4	122,5	79,2	116,7
5	62,6	95,5	44,2	97,3
10	54,5	83,4	32,9	92,3
15	49,6	74,5	26,5	88,9
20	48	69,2	24,5	87,5
25	46,9	64,3	22,5	87,3

Die folgenden Versuche haben den Zweck, die Abhängigkeit der Abnahme der Polarisation von der Natur der Elektroden zu prüfen.

Da sich hierbei die Compensationsmethode nicht gut anwenden liess, zumal da sich meine folgenden Untersuchungen auch auf die Abnahme der Polarisation im offenen Stromkreise ausdehnen sollten, so ging ich wieder zur ersten Methode zurück und beobachtete:

1. Die Depolarisation im geschlossenen Kreise (Versuchsreihe 5).

2. Die Abnahme der Polarisation im offenen Kreise (Versuchsreihe 6).

Für die erste Art der Polarisation benutzte ich die schon oben erwähnten constanten Ablenkungen der Magnetnadel, für die zweite die ersten Ausschläge derselben. In beiden Fällen war die Ablenkung ein Maass der Polarisation. Die Entfernung der beiden Elektroden von einander betrug in allen folgenden Versuchen 3^{mm}.

5. Versuchsreihe.

Elektroden: Au. Ag. Ni. Al.
Elektrolyten: KCl. KBr. KJ.
Die polarisirende Kette bestand aus 2 Daniell.
Die Flächengrössen der einzelnen Metalle waren:

Ni $= 20 \times 20^{mm}$. Au $= 10 \times 35^{mm}$.
Al $= 10 \times 35^{mm}$. Ag $= 10 \times 39^{mm}$.

Tabelle V.

KCl				
D	Au	Ag	Ni	Al
0	390	720	210	100
5	340	460	100	5
10	295	410	60	0
15	250	365	40	0
20	205	325	20	0
40	120	235	5	0
KBr				
D	An	Ag	Ni	Al
0	510	760	300	30
5	420	660	180	5
10	360	590	130	0
15	330	550	90	0
20	300	510	50	0
40	170	340	20	0
KJ				
0	500	680	370	40
5	400	600	210	5
10	330	540	150	0
15	300	490	110	0
20	275	460	90	0
40	200	330	40	0

6. Versuchsreihe.

Die folgenden Versuche beschäftigen sich mit der Abnahme der Polarisation im offenen Polarisationskreise.

Die polarisirende Kette bestand für dieselben aus einem Thermoelement, welches die elektromotorische Kraft von 1,6 Daniell besass. Ich wandte dies Element hauptsächlich aus dem Grunde an, um die Werthe der Polarisation für die einzelnen Zeitmomente möglichst unabhängig von der Inconstanz der polarisirenden Kette zu machen. Die Anordnung war im übrigen ganz dieselbe wie bei den Versuchen der Versuchsreihe 5. Nur wurde die Nebenschliessung herausgenommen, um einen offenen Polarisationskreis zu erhalten. Beobachtet wurde die Polarisation in demselben unmittelbar nach der Oeffnung der Kette k_1 (= 0), nach Verlauf von 200, 400 und 800 Zeittheilchen. Um kleinere Ausschläge der Magnetnadel zu erlangen, schaltete ich in den Galvanometerkreis 8000 S.-E. ein. Elektroden und Elektrolyten waren dieselben wie bei Versuchsreihe 5.

Tabelle VI.

D	Au	Ag	Ni	Al
		KCl		
0	560	610	590	620
20	510	590	500	210
40	470	580	460	80
80	415	560	400	—60
		KBr		
0	490	375	470	440
20	470	355	400	275
40	450	345	365	200
80	430	324	300	165
		KJ		
0	590	705	805	720
20	540	665	560	—120
40	500	635	420	—140
80	475	580	325	—150

Folgerungen aus den mitgetheilten Beobachtungen.

Versuchsreihe 1, 2, 3, und 4:

Betrachten wir nun die oben aufgestellte Formel:

$$\log \text{nat} \left(\frac{P}{p}\right) = \alpha t$$

für die ersten Momente des Polarisationsstromes als annähernd richtig,

so können wir aus den Versuchen entsprechende Werthe für α berechnen, welches „Abgleichungsconstante" heissen möge. α bedeutet nach der Formel:

$$-\frac{dp}{dt} = \alpha p$$

den Verlust, welchen die Einheit der Stromstärke in der Zeit dt erleidet und zwar bei einer als Einheit angenommenen Oberfläche der Elektroden; Bernstein hat in seinen Untersuchungen die Abgleichungsconstante für 5% Schwefelsäure und concentrirte Salzsäure berechnet. Ich habe sie nun für meine Versuche ebenfalls berechnet. Die Elektroden bestanden aus Platin und hatten für alle Versuche gleiche Oberfläche.

Wir erhalten folgende Tabelle:

Elektroden: Pt	
Elektrolyten	Mittelwerth von α
$NaCl$	0,42621
$NaBr$	0,19543
NaJ	0,04433
KCl	0,39752
KBr	0,17616
KJ	0,09638
K_2SO_4	0,31845
Na_2SO_4	0,31539
$CuSO_4$	0,09230
$FeSO_4$	0,08157
$MnSO_4$	0,18349
$Pb(C_2H_3O_2)_2$	0,04971

Wie aus der Tabelle hervorgeht, so sind die Werthe von α ziemlich verschieden. Die beiden Extreme bilden:

$NaCl$ und NaJ — $Pb(C_2H_3O_2)_2$.

Für die erstere Flüssigkeit ist die Abgleichung am grössten, für die beiden letzteren am kleinsten.

Die Alkalisalze würden in Bezug auf die Abgleichungsconstante folgende Reihe geben:

I.

$NaCl$. KCl. K_2SO_4. Na_2SO_4. $NaBr$. KBr. KJ. NaJ.

Die Reihe der übrigen Flüssigkeiten würde folgendes Aussehen gewinnen:

II.

$MnSO_4$. $CuSO_4$. $FeSO_4$. $Pb(C_2H_3O_2)_2$.

Die Zusammenstellung der Abgleichungsconstanten für alle Flüssigkeiten ergibt folgende Reihe:

III.

$NaCl$. KCl. K_2SO_4. Na_2SO_4. $NaBr$. $MnSO_4$.
KBr. KJ. $CuSO_4$. $FeSO_4$. $Pb(C_2H_3O_2)_2$. NaJ.

Diese Verschiedenheit der Abgleichungsconstanten dürfte vielleicht den Veränderungen der Capacität des Metalles zugeschrieben werden. Etwas Sicheres kann natürlicherweise darüber nicht ausgesprochen werden. Die Folgerungen, die sich aus den obigen Reihen ergeben, sind nun diese:

1. Die Depolarisation im geschlossenen Polarisationskreise ist grösser für Natrium- und Kaliumverbindungen (ausser für NaJ) als für die anderen Flüssigkeiten.

2. Eine concentrirte Lösung von NaJ bewirkt eine sehr langsame Depolarisation.

3. Fast gleichartige Depolarisation zeigen:

$NaCl$ und KCl.
K_2SO_4 und Na_2SO_4.
$NaBr$, KBr und $MnSO_4$.
KJ, $CuSO_4$ und $FeSO_4$.
$Pb(C_2H_3O_2)_2$ und NaJ.

Versuchsreihe 5.

Wie zu erwarten, zeigen sich die Abgleichungsconstanten für verschiedene Elektroden verschieden. Der Vergleichung wegen habe ich die Abgleichungsconstante für Pt in KCl, KBr, KJ der nachfolgenden Tabelle noch einmal hinzugefügt. Wir erhalten für

Elektroden	Mittelwerth von α
	KCl
Au	0,06367
Ag	0,09201
Ni	0,25579
Al	1,30103
Pt	0,39752

Elektroden	Mittelwerth von α
	KBr
Au	0,06579
Ag	0,05001
Ni	0,17438
Al	0,77815
Pt	0,17616

Elektroden	Mittelwerth von α
	KJ
Au	0,08200
Ag	0,04671
Ni	0,16147
Al	0,90309
Pt	0,09638

Ordnet man in der vorstehenden Tabelle die Metalle nach der Grösse der Depolarisation, so ist für KCl die Reihenfolge folgende:

Al. Pt. Ni. Ag. Au.

KBr

Al. Pt. Ni. Au. Ag.

KJ

Al. Ni. Pt. Au. Ag.

Wir ersehen hieraus:

dass die Depolarisation für Aluminium am grössten, für Silber und Gold am kleinsten ist, Nickel und Platin bilden die Mittelglieder zwischen diesen Extremen.

Erwähnenswerth ist die überraschend schnelle Abnahme des Polarisationsstromes im geschlossenen Kreise für Aluminium. Während nämlich für dieses Metall in allen drei Elektrolyten die Abgleichungsconstante die Höhe von 1,30103 — 0,77815 hat, bewegt sich deren Grösse für die übrigen Metalle innerhalb weit niedrigerer Grenzen.

Die Ursache der Erscheinung, dass die Depolarisation für Silber und Gold kleiner ist als für Aluminium und Nickel, mag darin liegen, dass Gold und Silber weniger von den Flüssigkeiten angegriffen werden als Nickel und Aluminium; letztere gehen Verbindungen mit denselben ein und bewirken daher eine schnellere Abnahme der Polarisation im geschlossenen Stromkreise.

Dass die Natur der Elektrolyten auch zur Grösse der Depolarisation beitrage, ist aus der Tabelle leicht ersichtlich. Die Frage darnach aber, ob dem Elektrolyt oder der Elektrode ein grösserer Einfluss auf die Depolarisation zuzuschreiben sei, dürfte, wie mir scheint, dahin zu beantworten sein, dass die Natur der Elektroden die wesentlichere Rolle spiele. Der Grund meiner Meinung liegt im folgenden. Für Gold zeigt sich die Depolarisation am grössten in KJ, am kleinsten in KCl. Für Silber erhalten wir die Reihe:

KCl. KBr. KJ.

Ni: KCl. KJ. KBr.

Al: KCl. KJ. KBr.

Pt: KCl. KBr. KJ.

Während also für jedes einzelne Metall in den drei Flüssigkeiten die Abgleichungsconstanten innerhalb kleiner Grenzen liegen (z. B. für Au in KCl 0,06367, in KBr 0,06,579, in KJ 0,08200), also die Wirkungen der drei Elektrolyten für ein Metall nicht allzusehr verschieden sind, zeigen die Abgleichungsconstanten der Depolarisation für sämmtliche Metalle in einer Flüssigkeit sehr heterogene Werthe.

Versuchsreihe 6.

Es wurde die Abnahme der Polarisation im offenen Stromkreise behandelt. Auch hier sind, wie aus der Tabelle ersichtlich, Gold und Silber die Metalle, für die die Polarisation sehr langsam abnimmt. Auch hier zeigt sich eine bedeutend schnellere Abnahme der Polarisation für Aluminium und Nickel.

Durch meine Resultate finden nun die Untersuchungen von F. Streintz ihre Bestätigung. Derselbe fand, wie schon oben kurz erwähnt, dass die elektromotorische Kraft der Polarisation für Aluminium sehr schnell abnimmt und sogar bald nach Oeffnen der polarisirenden Kette die entgegengesetzte Richtung der Polarisation erhält. Er hatte die Versuche in sehr verdünnter Schwefelsäure angestellt. Bei meinen Versuchen zeigte sich, dass diese negative elektromotorische Kraft auch eintrat für KJ und KCl, aber nicht für KBr. Schon nach $^1/_{500}$ — $^3/_{500}$ Secunde fiel die elektromotorische Kraft für Aluminium von + 720 auf — 150 in KJ, von + 620 auf — 60 in KCl.

Wir können das interessante Resultat dieser letzten Versuchsreihe folgendermaassen aussprechen:

Im offenen Polarisationskreise nimmt die Polarisation für Gold und Silber langsam, für Nickel schneller, für Aluminium am schnellsten ab. Für letzteres Metall zeigt sich nicht nur eine äusserst schnelle Abnahme der Polarisation, sondern es tritt sogar nach $^1/_{500}$ — $^3/_{500}$ Secunde eine Umkehr im elektrischen Verhalten ein, wenn die Elektrolyten KCl oder KJ sind.

Auf die im Anschluss an die vierte Versuchsreihe mit $Pb(C_2H_3O_2)_2$ als Elektrolyt und Bleiplatten als Elektroden ausgeführten Untersuchungen, die das Gebiet der Accumulatoren streifen, werde ich bei einer anderen Gelegenheit zurückkommen.

Zur Theorie der rotirenden Spiegel [1]).

Von

Gouy.

Bei Messungen der Lichtgeschwindigkeit, die mit Hilfe eines rotirenden Spiegels ausgeführt werden, und ebenso in einigen anderen vom experimentellen Standpunkte aus weniger interessanten Fällen hat man Strahlen von veränderlicher Richtung zu beobachten, das heisst eine Reihe von Wellen, die nicht, wie dies sonst der Fall ist, genau concentrisch sind. Es ist die Aufgabe vorliegender Arbeit die Folgen zu untersuchen, die daraus bezüglich der Fortpflanzung der Wellen resultiren, wobei man nicht vergessen darf der Dispersion der optischen Mittel Rechnung zu tragen [2]).

Betrachten wir zuerst den einfachen Fall, wenn ein leuchtender Punkt S von der Schwingungsperiode θ, sich in gerader Linie in einem unbegränzten Mittel bewegt und zwar mit einer im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit sehr geringen Geschwindigkeit v. In einer Richtung, die mit derjenigen der Bewegung des Punktes S einen Winkel ω bildet, wird die von diesem Punkt ausgehende schwingende Bewegung nicht die Periode θ haben, sondern

$$\theta\left(1 - \frac{v \cos \omega}{W}\right)^{3)},$$

wenn man mit W die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen von

1) Uebers. aus C. R. T. CI. S. 502 (1885).

2) Diese Frage wurde auch schon von Lord Rayleigh (Nat. 17. Nov. 1881) beantwortet. Nach der Ansicht dieses Physikers würde durch die Methode von Foucault nicht W, sondern $\frac{W^2}{V}$ gemessen; die Bezeichnungen haben die Bedeutung der vorliegenden Arbeit. Die Abweichung des Bildes würde kleiner sein als diejenige, die sich aus der gewöhnlichen Theorie ergibt. Diese Resultate sind mit denen unserer Arbeit im Widerspruch.

3) Nach dem von Döppler und Fizeau aufgestellten Gesetze, das durch zahlreiche Beobachtungen der physikalischen Astronomie bestätigt wurde.

der Periode θ bezeichnet. Folglich wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in dieser Richtung einen Werth haben, der dieser Periode entspricht, d. h.

$$W - \frac{dW}{d\theta}\,\frac{\theta\, v \cos\omega}{W}.$$

Betrachten wir eine einzelne Welle und nehmen als Beginn der Zeit den Augenblick, in dem sie ausgesendet wird; O bedeute die Stellung des Punktes in diesem Augenblick. Zu einer Zeit t wird die Oberfläche der Welle in der oben angegebenen Richtung in eine Entfernung ϱ vom Punkte O gelangt sein, welche durch folgende Gleichung ausgedrückt ist:

$$\varrho = t\left(W - \frac{dW}{d\theta}\,\frac{\theta\, v \cos\omega}{W}\right).$$

Diese Gleichung stellt die Oberfläche der Welle zur Zeit t dar; es ist dies eine Kugelfläche vom Radius Wt, deren Centrum A auf der Bahn des Punktes S in der Entfernung $\frac{t\,\theta\, v}{W}\,\frac{dW}{d\theta}$ von O liegt, und im Verhältnis zur Bewegung von S gegen diesen Punkt O zurückgeblieben ist. Die Welle bleibt also während ihrer Fortpflanzung spherisch und ihr Radius nimmt mit derselben Geschwindigkeit zu, als ob die leuchtende Quelle unbeweglich wäre; aber ihr Centrum verschiebt sich mit einer constanten Geschwindigkeit in einer der Bewegung der Quelle entgegengesetzter Richtung.

Ein Beobachter befinde sich an einem festen Punkte B, wo die Welle, die wir beobachten zur Zeit t vorbeigeht. In diesem Augenblick sieht er die Lichtquelle im Punkte A, dem Centrum der Welle, die er empfängt und nicht im Punkte O, der Stellung der Lichtquelle im Augenblick, wo die Welle ausgesendet wurde. Der Punkt S ging in der Zeit $-\frac{t\theta}{W}\,\frac{dW}{d\theta}$ durch den Punkt A, das heisst eine Zeit $t\left(1 + \frac{\theta}{W}\,\frac{dW}{d\theta}\right)$ vor dem wirklichen Augenblick. Das wahrnehmbare Phänomen ist also dasselbe, als ob die Welle sich concentrisch fortbewegen würde aber mit einer Geschwindigkeit V, das heisst mit einer solchen, als ob sie die Zeit

$$t\left(1 + \frac{\theta}{W}\,\frac{dW}{d\theta}\right)$$

rauchte, um von dem leuchtenden Punkt nach dem Punkt B zu gehen, statt der Zeit t, die sie wirklich braucht. Daraus folgt:

$$V = \frac{W}{1 + \frac{\theta}{W}\frac{dW}{d\theta}} = \frac{d\frac{1}{\theta}}{d\frac{1}{\lambda}},$$

wenn wir durch λ die Wellenlänge bezeichnen, welche der Periode θ in dem Mittel, mit dem wir uns beschäftigen, entspricht.

Analoge Vorgänge kann man an rotirenden Spiegeln beobachten, und zwar derart, dass man als Resultat des Versuches nicht die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen W, sondern die Geschwindigkeit V erhält. Man kann dieses auf verschiedene Art beweisen, theils indem man jeden Punkt des Spiegels als ein Erschütterungscentrum betrachtet und die Veränderlichkeit der Periode, die durch die Bewegung des Spiegels im Verhältnis zur Lichtquelle und zum umgebenden Mittel entsteht, berücksichtigt; theils wenn man die reflectirten Wellen direkt beobachtet und der Rotation, die sie bei ihrer Fortpflanzung infolge der ungleichen Geschwindigkeit ihrer verschiedenen Theile erleiden, Rechnung trägt.

Aus alledem folgt, dass die Abweichung des Bildes in dem Versuch von Foucault etwas grösser sein muss, als die gewöhnliche Theorie ergibt, und zwar in dem Verhältnis von W zu V. Die Differenz beträgt für den leeren Raum Null, das Mittel der Abweichung für Luft ist $\frac{1}{80000}$ und $\frac{1}{60}$ für Wasser. Bei Schwefelkohlenstoff schwankt die, vielleicht messbare[1]), Differenz zwischen $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{5}$ vom Roth bis ins äusserste Violett.

In einer früheren Arbeit[2]) haben wir gezeigt, dass bei Strahlen unveränderlicher Richtung die Variationen der Intensität, oder allgemeiner gesagt, die wahrnehmbaren Eigenthümlichkeiten mit der oben definirten Geschwindigkeit V fortschreiten und nicht mit der individuellen Geschwindigkeit W der Wellen. Vergleicht man diese verschiedenen Resultate mit einander, so ergibt sich, dass die Phänomene, welche von der absoluten Geschwindigkeit des Lichtes abhängen, berechnet werden können, wenn man annimmt, dass die Fortpflanzung in einem nicht dispersionsfähigen Mittel aber mit der Geschwindigkeit V stattfindet, welche aus dem Verhältnis von $\frac{1}{\theta}$ zu $\frac{1}{\lambda}$ abgeleitet werden kann.

---

1) Der Versuch wird vorbereitet.

2) C. R. 29. Nov. 1880.

Dieser Bericht lässt, wie man sieht, noch zahlreiche Phänomene unerklärt, welche von der Wellenlänge allein abhängen oder von dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in verschiedenen Mitteln (Interferenzen, Brechung etc.). Auch sind die Aberration und jene Phänomene ausgenommen, die von der Fortbewegung der optischen Mittel abhängen, und welche von Fizeau und Mascart beobachtet wurden.

Messung des magnetischen Drehungsvermögens der Körper in absolutem Maass[1]).

Von

H. Becquerel.

Seit Faraday kennt man durch Untersuchungen verschiedener Physiker und namentlich durch die von mir veröffentlichten, das magnetische Rotationsvermögen einer grossen Zahl fester, flüssiger und gasförmiger Körper. Es genügt also das Drehungsvermögen eines dieser schon bekannten Körper in absoluten Einheiten und unter bestimmten physikalischen Bedingungen zu messen, um diejenigen aller anderen zu kennen. Gewöhnlich wurde Schwefelkohlenstoff als Typus gewählt. Die Frage, die nun zu lösen ist, besteht darin: einerseits die Rotation der Polarisationsebene eines leuchtenden Strahles von bestimmter Wellenlänge, der durch Schwefelkohlenstoff (dessen Dicke bekannt und welcher sich in einem magnetischen Felde befindet) hindurchgeht, zu messen und andererseits die absolute Intensität dieses magnetischen Feldes zu bestimmen; das Verhältnis dieser beiden Grössen ist die gesuchte Zahl.

Im Jahre 1877 hat Gordon diese Bestimmung mittels Rechnung und ziemlich complicirter Messungen unternommen.

Ich nahm mir vor, die Lösung derselben Frage durch eine neue Methode, deren Princip [2]) ich im letzten Jahre schon aussprach, zu versuchen. Der einfache Satz, welcher dieser neuen Beobachtungsmethode zu Grunde liegt, ist folgender:

Nimmt man eine Spule mit N-Drahtwindungen, durch die ein elektrischer Strom von der Intensität J geht, so ist das Integral des magnetischen Feldes in der Richtung der Axe, wenn die Spule unendlich lang ist, unabhängig von deren Dimensionen und gleich $4\pi NJ$.

1) Uebers. aus C. R. T. C. S. 1374 (1885).

2) C. R. T. XCVIII S. 1253 (1884.)

Denkt man sich in der Axe der Spule eine unendliche Röhre mit Schwefelkohlenstoff angebracht, so wäre die ganze Rotation der Polarisationsebene eines leuchtenden Strahles, der parallel der Axe durch diese Röhre ginge $R = \alpha \cdot 4\pi NJ$, wenn α die Constante bedeutet, welche eben bestimmt werden soll. Ich zeigte im verflossenen Jahre, dass es nicht nothwendig sei, eine besonders lange Röhre anzuwenden. Die Länge der Röhre hängt von dem Grad der Annäherung ab, den man erreichen will, auch kann man in jedem Fall die nöthigen Correctionen anbringen.

Eine wichtige Bedingung ist es, die Temperatur des Schwefelkohlenstoffs genau festzusetzen, da dessen magnetische Rotationskraft sich in der Nähe von 0° für jedes Hundertstel eines Grades fast um ein Tausendstel ändert. Auch wurden daher die meisten Beobachtungen gemacht, während der ganze Apparat in schmelzendes Eis getaucht war. Einige Beobachtungsreihen, welche zwischen 0° und 12° angestellt wurden, haben gezeigt, dass die von Bichat [1]) gegebene Formel zwischen diesen Grenzen ziemlich genau die Veränderungen der magnetischen Rotationskraft des Schwefelkohlenstoffs mit der Temperatur darstellt. Der Apparat, den ich benutzte, besteht aus einer Kupferröhre von 3,175^{m} Länge, welche einen Durchmesser von 0,025^{m} hatte und durch parallele Glasscheiben geschlossen war; diese Röhre wurde in ein Gefäss gebracht, das mit Eis oder Wasser gefüllt wurde. In der Mitte der Röhre befand sich eine 0,70^{m} lange Spule, deren äusserer Durchmesser ungefähr 0,06^{m} betrug, welche 3256 Windungen eines 0,0012^{m} dicken Kupferdrahtes hatte und vermittelst Paraffins gut isolirt war. Eine zweite Spule von 1038 Windungen bildete die Fortsetzung der ersten. Die Correcturen, die hinzugefügt werden mussten, um dem Theil des vernachlässigten, magnetischen Feldes von den Enden der Röhre bis ins Unendliche Rechnung zu tragen, betrugen 0,000152 des ganzen magnetischen Feldes für die erste Spule und 0,000162 für die zweite. Ein Halbschatten-Polarisator und ein mit einem Theilkreis versehener Analysator befanden sich an jedem Ende der Röhre; diese Apparate waren übrigens dieselben, deren ich mich zur Beobachtung der magnetischen Rotationskräfte der Gase bedient hatte. Die Drehungen wurden auf weniger als 1′ gemessen für das Licht der Natriumflamme.

Nun wurde ein elektrischer Strom theils durch jede Spule besonders, theils durch beide auf einmal geleitet und zwar derartig, dass man die Summe und die Differenz ihrer Wirkungen wahrnehmen konnte. Verglich man nun die erhaltenen Rotationen mit den Windungszahlen

---

1) Journal d. Ph. (1) VIII S. 204.

der Spulen, so hatte man eine werthvolle Controle der Messungen. Der elektrische Strom ging durch ein Galvanometer von Deprez, mit Hülfe dessen die Intensität beobachtet wurde. Jedesmal wurde die doppelte Rotation der Polarisationsebene und die doppelte Abweichung des Galvanometers gemessen, welche durch die Umkehrung der Richtung des Stromes erhalten wurden.

Die absolute Intensität der elektrischen Ströme wurde durch Einschaltung eines Voltameters mit Silberplatten gemessen und zwar durch die Silbermassen, die am negativen Pole ausgeschieden oder vom positiven Pole während eines bestimmten Zeitraums aufgelöst wurden. Die von den Herren Kohlrausch, Lord Rayleigh und Mascart als elektrotechnisches Aequivalent für das Silber veröffentlichten Zahlen sind von genügender Uebereinstimmung, um die absolute Intensität eines Stromes bis zu 0,001 seines Werthes danach zu messen.

Alle Details dieser Beobachtungen sind in einem Bericht gegeben, der nächstens erscheinen wird; ich will hier nur ein Resumé der Resultate anführen, die sich aus den vielen Reihen ergeben:

Messungen, die mit der Spule von 3256 Windungen gemacht wurden

Galvanometer	R_0	J Ampère	$\frac{R_0}{J}$	
307,50 . . .	141,70′	0,3984	355,69	Mittel . . . 355,22′
330,15 . . .	152,86′	0,4300	355,50	$\frac{355,22}{3256} = 0,1090970'$
313,48 . . .	143,94′	0,4055	354,97	
322,52 . . .	148,50′	0,4185	354,83	
362,70 . . .	167,70′	0,4722	355,14	

Messungen, die mit zwei Spulen von 3256 + 1038 = 4294 Windungen gemacht wurden

Galvanometer	R_0	J	$\frac{R_0}{J}$	
330,15 . . .	201,62	0,4300	468,88	Mittel . . . 468,46′
313,48 . . .	189,85	0,4055	468,18	$\frac{468,46}{4294} = 0,1090964'$
322,52 . . .	196,00	0,4185	468,33	

Man sieht daraus, dass man im Mittel als Wirkung einer einzigen von einem Strom von ein Ampère durchlaufenen Drahtwindung eine doppelte Rotation von 0,1090967′ erhält und für einen Strom von der Einheit (CGS) 1,090967′. Die einfache Rotation beträgt 0,545483′. Theilt man diese Zahl durch 4π, so findet man $\alpha = 0{,}0434082'$ und berücksichtigt man die früher erwähnte Correctur, so ist

$$\alpha = 0{,}04341^{1} \ (CGS).$$

Dies ist die auf Schwefelkohlenstoff bezügliche Zahl, bei einer Temperatur von 0° und für die gelben Strahlen einer Natriumflamme.

Seit ich diese Bestimmungen angefangen habe, erfuhr ich auch von gleichen derartigen Messungen, die nach anderen Methoden, eine von Lord Rayleigh[1]) in England und die andere von L. Arons[2]) in Strassburg, ausgeführt wurden.

Die Zahlen, welche von diesen Forschern gefunden wurden und ebenso die von Gordon kommen den vorliegenden sehr nahe. Hier folgen die Zahlen mit einer Temperaturcorrectur:

Gordon: 0,0433′, aus der Beobachtung der grünen Linie des Thallium bei 12° abgeleitet.

Lord Rayleigh: 0,0430′, abgeleitet aus Beobachtungen bei 18°.

L. Arons: 0,0439′, berechnet aus Beobachtungen mit Wasser bei 23°.

Die Zahl 0,04341′, zu welcher ich durch die oben ausgeführte Methode geleitet wurde, scheint mindestens bis zu $\frac{1}{500}$ ihres Werthes genau zu sein.

1) Proc. R. S. Juni 1884.

2) Wied. Ann. Bd. XXIV (1885).

Ueber ein Normal-Volt[1]).

Von

A. Gaiffe.

Bei genauen Beobachtungen, die ich im Jahre 1872 über die Eigenthümlichkeiten der Lösung des Zinkchlorürs, als Flüssigkeit in einer Chlorsilbersäule machte, hatte ich bemerkt, dass ihre Dichtigkeit die elektromotorische Kraft beeinflusste und dass unerwarteter Weise die concentrirtesten Lösungen die schwächsten Säulen gaben.

Ich blieb bei einer Lösung stehen, die 5 % Chlorzink enthielt; diese Lösung ist hinreichend leitungsfähig und gibt $E = 1{,}02$ Volt (BA) oder 1,01 Volt (CGS).

Ich liess diese Versuche, die ich zu jener Zeit unternommen hatte, um ein Normal-Volt zu finden, für den Augenblick fallen, da sie keine constanten Resultate gaben.

Seitdem habe ich gefunden, dass diese Unregelmässigkeiten durch Verwendung unreiner Substanzen verursacht wurden und ebenso durch die Veränderung der Temperatur, die ich nicht berücksichtigte und deren Einfluss, der bei 18° noch sehr gering ist, mehr und mehr hervortritt, je mehr man sich dem Nullpunkt der hunderttheiligen Scala nähert. Bei dieser letzteren Temperatur beträgt E nur mehr 0,98 Volt.

Wenn man gut amalgamirtes Zink, reines geschmolzenes Chlorsilber, klare Lösungen von reinem Chlorzink, die so neutral als möglich sind, verwendet, so erhält man bei einer Temperatur von 18° mit derselben Lösung immer dieselbe elektromotorische Kraft.

Eine Flüssigkeit, bei welcher der Dichtigkeitsmesser 107 angibt, scheint das legale Volt zu geben.

Will man mit einer Säule von Chlorsilber genaue Beobachtungen machen, so muss man mit grossen Widerständen experimentiren, mindestens 5000 Ohm: 1. wegen der Polarisation und 2. wegen der Erhitzung der Elektroden, die durch den Strom selbst hervorgerufen wird.

1) Uebers. aus C. R. T. CI. S. 431 (1885).

Eingesendete Bücher.

Dr. J. van Bebber. Handbuch der ausübenden Witterungskunde. I. Theil: Geschichte der Wetterprognose. Stuttgart bei F. Encke 1885. 392 S. mit 12 Fig. 8 Mk. Inhalt: I. Glaube an willkürliche Einflüsse höherer Wesen und übernatürlicher Kräfte auf die Witterungserscheinungen. 2. Astrometeorologie. 3. Einfluss des Mondes auf unsere Atmosphäre. 4. Einfluss der Kometen auf die Witterung. 5. Einfluss der Meteorite auf die Witterung. 6. Einfluss der Sonnenflecken auf die Witterung. 7. Wetterregeln. 8. Die Entwickelung der neueren Meteorologie. 9. Meteorologische Conferenzen und Congresse. 10. Die Entwickelung der Wettertelegraphie in den Hauptstaaten.

Dr. O. Lehmann. Physikalische Technik, speciell Anleitung zur Selbstanfertigung physikalischer Apparate. Leipzig bei W. Engelmann. 420 S. mit 882 Holzschnitten und 17 Taf. Der Inhalt dieses für die praktischen Bedürfnisse der Laboratorien berechneten Buches zerfällt in 3 Abschnitte: 1. Methoden der Bearbeitung, 2. Methoden der Construction, 3. Zeichnung und Berechnung Man wird in denselben sehr schätzbare Anleitungen über die Verwerthung jener Materialien finden, die wie Metall, Holz, Glas, Kautschuk etc. vorzüglich zu physikalischen Apparaten angewendet werden. Dem Werke ist auch eine Sammlung physikalischer und mathematischer Formeln mit kurzen Erläuterungen angefügt.

A. Forster. Studien zur Entwickelungsgeschichte des Sonnensystems. Stuttgart bei J. B. Metzler. 60 S. und 5 Fig. Das sehr interessante Schriftchen beschäftigt sich mit der Erklärung der Entstehung des Sonnensystems und stützt sich dabei ausschliesslich auf physikalisch und astronomisch begründete Thatsachen. Obwohl der Verf. im allgemeinen an der Kant-Laplace'schen Ansicht festhält, ergeben sich doch eine Reihe neuer und interessanter Gesichtspunkte.

Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens im Tifliser physikalischen Observatorium im Jahre 1881, 1882, 1883, herausgegeben von J. Mielberg.

Meteorologische Beobachtungen des Tifliser physikalischen Observatoriums in den Jahren 1883, 1884, herausgegeben von J. Mielberg.

Dr. A. Brezina. Die Meteoritensammlung des k. k. mineralogischen Hofcabinets zu Wien. Wien bei A. Hölder 1885.

Register.

Die Zahlenangabe bedeuten Seitenzahlen.

Aberration, sphärische, in den Spiegeltelescopen von Gregori und Cassegrain, von A. Batteli, 524.

Ablenkungskraft, welche durch die Umdrehung der Erde um ihre Axe hervorgebracht wird, von F. Roth, 506.

Absorption, atmosphärische, von S. Langley, 39.

Abt, Reflexion des Schalles an ebenen Flächen, 503.

Aequipotentiallinien eines elektrischen Stromes, Drehung derselben, von E. Hall, 477.

Amperometer, das auf dem Peltier'schen Effect beruht, von H. Hesehus, 151.

Atome, Grösse derselben, von W. Thomson, 182, 217.

Ausdehnung des Wassers, von A. Kurz, 515.

Bartoli A. Die strahlende Wärme und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, 198.

Battelli A., Ueber die centrirten katoptrischen Systeme, 128.

— Ueber die Fortpflanzung des Lichtes in einem katadioptrischen Systeme, 267.

— Folgerungen aus einer neuen Hypothese von Kohlrausch über die thermoelektrischen Erscheinungen, 415.

— Die sphärische Aberration in den Spiegeltelescopen von Gregori und Cassegrain, 524.

Becqerel H., Emissionsspektra von Metalldämpfen im Ultraroth, 122.

Becquerel H., Bestimmung der Wellenlänge der hauptsächlichsten Linien und Banden im ultrarothen Theil des Sonnenspektrums, 125.

— Messung des magnetischen Drehungsvermögens der Körper in absolutem Maass, 820.

Beetz W., Ueber galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu eloktrometrischen und galvanometrischen Messungen, 612.

Bertrand H., Ueber ein neues Polarisationsprisma, 149.

Beugungserscheinungen, die durch zahlreiche unregelmässig vertheilte Körperchen hervorgebracht werden, von K. Exner, 357.

Boltzmann L., Ueber die Möglichkeit der Begründung einer kinetischen Gastheorie auf anziehende Kräfte allein, 1.

Braun F., Ueber die Thermoelektricität geschmolzener Metalle, 427.

Brechung, doppelte, des Lichtes in Flüssigkeiten, von E. v. Fleischl, 13.

Brücke E., Ueber die Wahrnehmung der Geräusche, 155.

Brückenwaagen, zur Theorie derselben, von J. Endlweber, 637.

Bücher, eingesendete, 86. 215. 565. 772. 825.

Cailletet und **Bouty.** Ueber das elektrische Leitungsvermögen des festen Quecksilbers und reiner Metalle bei tiefen Temperaturen, 758.

Capillarität, Anziehung und Abstossung durch dieselbe, von A. Kurz, 518.
Chaperon M., Ueber die Polarisation oxydirbarer Metalle und über die elektrische Energie, die diese in den Elementen liefern, 337.
Condensator, Bestimmung der Capacität desselben in absolutem Maass, von A. Roiti, 8.
Contact-Theorie, über dieselbe, von A. Potier, 770.
Carnu A., Beobachtungen über den gegenwärtig sichtbaren Sonnenring, 192.
— Ueber die Form der Wellenfläche des Lichtes in einem isotropen Medium unter dem Einflusse eines homogenen magnetischen Feldes; vermuthliche Existenz einer eigenthümlichen Doppelbrechung senkrecht zu den Kraftlinien, 401.
— Ueber spontan umkehrbare Spektrallinien und über die Analogie derselben in Bezug auf Vertheilung und Intensität mit den Wasserstofflinien, 626.
Daurer F., Ein Universal-Pachytrop, 281.
Dielektricitätsconstante einiger Gase u. Dämpfe, Experimentaluntersuchung von J. Klemenčič, 572.
Diffractionsstreifen, eine Methode die Bildung derselben zu erklären, von S. T. Moreland, 420.
Dimensionen, der abgeleiteten Grössen absoluter Maasssysteme, von W. Winter, 775.
Dissociation wasserhaltiger Salze und daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitution der Salzbestandtheile, v. W. Müller-Erzbach, 438.
Drehungsvermögen der Körper in absolutem Maass, von H. Becquerel, 820.
Edlund's Theorie, dass das Vacuum ein Leiter der Elektricität sei; über dieselbe von A. M. Worthington, 422.
Elektrische Theorie und Messung in der Schule, von A. Kurz, 241.
Elektromagnetische Wirkung der Dielektrischen Polarisation, von W. C. Röntgen, 521.
Elektromotorische Kraft des elektrischen Lichtbogens, von V. v. Lang, 537.
Emissionsspektra von Metalldämpfen im Ultraroth, von H. Becquerel, 122.
Endlweber J., Zur Theorie der Brückenwaagen, 637.
Energie, die in einer Plücker'schen Wasserstoffröhre frei wird und deren Einfluss auf die Intensität des Lichtes, von B. Nebel, 671.
Exner F., Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der Grösse der Moleküle, 464.
Exner K., Bemerkungen über die Lichtgeschwindigkeit im Quarze, 332.
— Ueber die durch zahlreiche unregelmässig vertheilte Körperchen hervorgebrachten Beugungserscheinungen, 357.
Fallmaschine über dieselbe, von P. Mönnich, 31.
Fein W. E., Elektrische Lampen für Demonstrations- und Projectionszwecke, 211.
Fievez Ch., Ueber den Einfluss des Magnetismus auf den Charakter der Spectrallinien, 766.
Fleischel E. v., Die Deformation der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde, 252.
— Das Spectro-Polarimeter, 323.
— Die doppelte Brechung des Lichtes in Flüssigkeiten, 13.
Gaiffe A., Ueber ein Normal-Volt, 824.
Gastheorie kinetische, Ueber die Möglichkeit der Begründung derselben auf anziehende Kräfte allein, von L. Boltzmann, 7.
Geräusche, über die Wahrnehmung derselben, von E. Brücke, 155.
Geschwindigkeit der circular polarisirten Strahlen im Innern eines mit Drehungsvermögen begabten Körpers, von A. Righi, 471.
Götz H. und **Kurz A.,** Galvanischer Widerstand von Drähten bei verschiedener Anspannung, 87, 683.
Gouy., Zur Theorie der rotirenden Spiegel, 816.

Grätz L., Notiz über die Grösse der Maxwell'schen Molekularwirbel und über die Dichtigkeit des Lichtäthers, 530.
— Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten, 733.

Gravitationsconstante, eine Methode zur Bestimmung derselben, von A. König und F. Richarz, 208.

Hall E. H., Ueber die Drehung der Aequipotentiallinien eines elektrischen Stromes durch magnetische Wirkung, 477.

Hesehus H., Ueber ein Amperometer, das auf dem Peltier'schen Effekt beruht, 151.

Hypothese von Kohlrausch über die thermoelektrischen Erscheinungen; Folgerungen daraus von A. Battelli, 415.

Kinetische Theorie der Materie, ein Fortschritt in Bezug auf dieselbe, von W. Thomson, 291.

Klemenčič J., Experimentaluntersuchung über die Dielektricitätsconstante einiger Gase und Dämpfe, 572.

König A. und **Richarz F.,** Eine neue Methode zur Bestimmung der Gravitationsconstante, 208.

Kohlrausch F., Die elektrische Leitungsfähigkeit des im Vacuum destillirten Wassers, 27.
— Die elektrische Leitungsfähigkeit wässriger Lösungen im Zustande äusserster Verdünnung, 308.

Krieg M., In welchem Abhängigkeitsverhältnis steht die zeitliche Abnahme der galvanischen Polarisation zur Natur der Elektrolyten und Elektroden, 805.

Kurz A., Elektrische Theorie und Messungen in der Schule, 241.
— Eine Formel für die Ausdehnung des Wassers, 515.
— Anziehung und Abstossung durch Capillarität, 518.
— Der Fundamentalversuch mit dem Bunsen'schen Photometer, 624.

Lampen, elektrische, für Demonstrations- und Projectionszwecke, von W. E. Fein, 211.

Lang V. v., Messung der elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens, 537.

Langley S. P., über den Betrag der atmosphärischen Absorption, 39.

Leimcylinder, über das Gesetz der Quellung derselben, von A. Schwarz, 702.

Leitungsfähigkeit, elektrische, des im Vacuum destillirten Wassers, von F. Kohlrausch, 27.
— elektrische, wässriger Lösungen im Zustande äusserster Verdünnung, von F. Kohlrausch, 308.

Leitungsvermögen, elektrisches, des festen Quecksilbers und reiner Metalle bei tiefen Temperaturen von Cailletet und Bonty, 758.

Licht, über die Fortpflanzung desselben in einem katadioptrischen Systeme, von A. Battelli, 267.

Lichtgeschwindigkeit im Quarze, Bemerkung darüber, von K. Exner, 332.

Lichtwellenfläche, die Deformation derselben im magnetischen Felde, von E. v. Fleischl, 252.

Lucas F., Ueber die Strahlung der glühenden Kohle, 633.

Mack K., Notiz über den Winkelspiegel, 567.

Magnetismus, über den Einfluss desselben auf den Charakter der Spektrallinien, von Ch. Fievez, 766.

Mönnich P., Ueber eine neue Fallmaschine, 31.

Molekule, über eine neue Methode zur Bestimmung der Grösse derselben, von F. Exner, 464.

Molekularkraft der Adhäsion, die Wirkungsweite derselben, von Müller-Erzbach, 407. 542.

Molekularwirbel, Maxwell's, über die Grösse derselben und über die Dichtigkeit des Lichtäthers, von L. Grätz, 530.

Monoyer M. F., Allgemeine Theorie centrirter dioptrischer Systeme, 58.

Moreland S. T., Ueber eine Methode die Bildung von Diffraktionsstreifen zu erklären, 420.

Müller-Erzbach W., Zusammenstellung von Verwandtschaftstafeln, die aus den Dichtigkeitsverhältnissen, der chemisch wirksamen Stoffe abgeleitet sind, 115.
— Die Wirkungsweite von der Molekularkraft der Adhäsion, 407. 542.
— Die Dissociation wasserhaltiger Salze und daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitution der Salzbestandtheile, 438.

Naccari A. und **Battelli A.,** Ueber das Peltier'sche Phänomen in Flüssigkeiten, 711.

Nebel B., Ueber die in einer Plückerschen Wasserstoffröhre frei werdende Energie und deren Einfluss auf die Intensität des Lichtes, 671.

Normal-Volt, über ein solches, von A. Gaiffe, 824.

Obermayer A. v., Ueber eine Abänderung an den Spiegelgalvanometern für absolute Messungen, 425.

Peltier's Phänomen in Flüssigkeiten, von A. Naccari und A. Battelli, 711.

Phänomene, welche permanente Gase bei ihrer Verdampfung im Vacuum zeigen; über die Grenze des Gebrauchs von Wasserstoffthermometern und über die Temperatur, die man durch verdampfenden Wasserstoff erhält, von S. Wroblewski, 497.

Photometer, Bunsen's, Fundamentalversuch mit demselben, von A. Kurz, 624.

Polarisation oxydirbarer Metalle, und über die elektrische Energie, die diese in den Elementen liefern, von M. Chaperon, 337.
— galvanische, Abhängigkeit der zeitlichen Abnahme derselben von der Natur der Elektrolyten und Elektroden, von M. Krieg, 805.

Polarisationsprisma, über ein neues, von H. Bertrand, 149.

Portier A., Ueber die Contact-Theorie, 770.

Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien am 4. November 1884, 84.
— am 18. November 1884, 85.

Protokoll der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien am 2. December 1884, 154.
— am 16. December 1884, 154.
— am 13. Januar 1885, 214.
— am 27. Januar 1885, 290.
— am 10. Februar 1885, 290.
— am 24. Februar 1885, 348.
— am 10. März 1884, 349.
— am 21. April 1885, 500.
— am 5. Mai 1885, 554.
— am 2. Juni 1885, 555.

Righi A., Ueber die Geschwindigkeit der circular polarisirten Strahlen im Innern eines mit Drehungsvermögen begabten Körpers, 471.

Röntgen W. C., Versuche über die elektromagnetische Wirkung der dielektrischen Polarisation, 521.

Roiti A., Methode zur Bestimmung der Capacität eines Condensators in absolutem Maass, 8.

Roth F., Ueber den mathematischen Ausdruck der Ablenkungskraft, welche durch die Umdrehung der Erde um ihre Axe hervorgebracht wird, 506.

Schall, Reflexion desselben an ebenen Flächen, von A. Abt, 503.

Schwarz A., Ueber das Gesetz der Quellung von Leimcylindern, 702.

Sonnenring, Beobachtungen über den gegenwärtig sichtbaren, von A. Cornu, 195.

Spectrallinien, spontan umkehrbare, und über die Analogie derselben in Bezug auf Vertheilung und Intensität mit den Wasserstofflinien, von A. Cornu, 626.

Spectro-Polarimeter, das, von E. v. Fleischl, 323.

Spiegel, rotirende, zur Theorie derselben, von Gouy, 816.

Spiegelgalvanometer, über eine Abänderung an denselben für absolute Messungen, von A. v. Obermayer, 425.

Strahlung der glühenden Kohle, über dieselbe, von F. Lucas, 633.

Systeme centrirte, katadioptrische, über dieselben, von A. Battelli, 128.

Thermoelektricität geschmolzener Metalle, von F. Braun, 427.
Theorie, centrirter dioptrischer Systeme, von M. F. Monoyer, 58.
Thomson W., Die Grösse der Atome, 182. 217.
— Ein Fortschritt in Bezug auf eine kinetische Theorie der Materie, 291.
Trockenelemente, galvanische, und deren Anwendung zu elektrometrischen und galvanometrischen Messungen von W. v. Beetz, 612.
Universal-Pachytrop, von F. Daurer, 281.
Verwandtschaftstafeln, die aus den Dichtigkeitsverhältnissen der chemisch wirksamen Stoffe abgeleitet sind, von W. Müller-Erzbach, 115.
Wärme, die strahlende, und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, von A. Bartoli, 198.
Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten, von L. Grätz, 733.
Wellenfläche des Lichtes, über die Form derselben in einem isotropen Medium unter dem Einflusse eines homogenen magnetischen Feldes; vermuthliche Existenz einer eigenthümlichen Doppelbrechung senkrecht zu den Kraftlinien, von A. Cornu, 401.
Wellenlänge der hauptsächlichsten Linien und Banden im ultrarothen Theil des Sonnenspectrums, von H. Becquerel, 125.
Widerstand, galvanischer, von Drähten bei verschiedener Anspannung, von H. Götz und A. Kurz, 87. 683.
— elektrischer, des Kupfers bei niedrigsten Kältegraden, von S. v. Wroblewski, 791.
Winkelspiegel, Notiz über denselben, von K. Mack, 567.
Winter W., Ueber die Dimensionen der abgeleiteten Grössen absoluter Maasssysteme, 775.
Worthington A. M., Ueber Prof. Edlund's Theorie, dass das Vacuum ein Leiter der Elektricität sei, 422.
Wroblewski S. v., Ueber die Phänomene, welche permanente Gase bei ihrer Verdampfung im Vacuum zeigen; über die Grenze des Gebrauchs von Wasserstoffthermometern und über die Temperatur, die man durch verdampfenden Wasserstoff erhält, 497.
— Ueber den elektrischen Widerstand des Kupfers bei den niedrigsten Kältegraden, 761.

